الفصل الثاني

الإطار النظري

المقدمـــــة

الهندسة – طبيعتها – ماهيتها –تطورها

أهمية الهندسة في البناء المعرفي للإنسانية وفي التدريس

أهداف تدريس الهندسة

طرق تدريس الهندسة

البرهان الرياضي – مفهومه واستراتيجياته

مهارات البرهان الرياضي

أنماط البرهان الرياضي واستراتيجياته

أهداف تدريس البرهان الرياضي

تنمية مهارات البرهان الرياضي

طرق صياغة البرهان الرياضي

الصعوبات والأخطاء في تعلم الهندسة

المقدمـــة

لقد نبتت الجذور الأولى للرياضيات على أساس عملي كنتيجة للحاجات الأولية المباشرة، التى تنبعث من احتكاك الإنسان بما حوله إلى أن وضعت بعض الحضارات كالحضارة المصرية والكلدانية والبابلية تنظيماً للتراث الرياضى ورثته عن العصور السابقة.

ونتيجة لهذا اكتشفت بعض الحقائق الهندسية على أساس عملي، دون أن يكون لها أي برهنة منطقية، ثم جاءت الحضارة الإغريقية ووضع أرسطو مبادىء المنطق، فتناولوا -بالدراسة والتنسيق- التراث الرياضي الذى ورثوه عن الحضارات السابقة وأضافوا إليه معلومات رياضية .وتعتبر أعمال إقليدس في الهندسة أول بناء منطقي لها، كما إن كتابة «الأصول The Elements» يعتبر من أهم الأعمال في هذا المجال.

وقد ظلت هندسة إقليدس هي الهندسة الوحيدة لدراسة الفراغ في الفترة من ٣٢٥ ق.م، إلى سنة ١٨٢٧م. وتوالت الاكتشافات الرياضية مما أدى إلى تغيير في بنيتها وفي طبيعتها، لتصبح أكثر تجريداً في معالجتها وأكثر منطقية في تسلسلها واشتقاقاتها.(١)

ويجب الإشارة إلى "أن المقدرة على تفهم الرياضيات، ليست منفصلة عن القدرات الأخرى للعقل، كما أن الرياضيات ليست بمعزل عن الحياة، بل على النقيض؛ فالرياضيات قد نمت من الحياة ونما الفهم عن الخبرة"(٢).

الهندسة - طبيعتها - ماهيتها - تطورها

تعتبر الهندسة أحد الفروع الهامة والأساسية في الرياضيات، "وهي الفرع الذي يبحث في خواص الأشكال الهندسية في المستوي والمجسمات في الفراغ والعلاقات بينها، من خلال بعض المسلمات والحقائق والنظريات "(٣) يعرفها سيدهو Sidhu (٤) بأنها "العلم الذي يبحث في المساحة والحجم، فهى تعالج موضع وشكل وحجم الأجسام، لكنها لا تتعرض لطبيعة مادة هذه الأجسام، أو خواصها الفيزيقية "كما أنه يعرف الهندسة النظرية بأنها "العلم الذي يعالج شكل وحجم وموضع الأشكال ببرهان بحت، مبني على التعاريف والمسلمات والفروض والحقائق الهندسية".

(١) وليم تاوضروس عبيد وآخران: تربويات الرياضيات، ط٣، القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية، ١٩٩٢، ص ص ١٠-١١.

(٢) و. و. سوير: طرق تدريس الرياضيات، ترجمة أحمد عبادة سرحان، القاهرة، دار المعارف، ١٩٦٣، ص٣٠.

(٣) محمد أمين المفتي: قراءات في تعليم الرياضيات، القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية، ١٩٩٥، ص ص ١٨ - ١٩.

(4) K.S. Sidhu; The Teaching of Mathematics, New Delhi -16 Sterling publishers Ltd., 1971, p.233.

وكلمة هندسة Geometry كلمة يونانية تتكون من جزأين: Geo وتعني الأرض، metry وتعني قياس وبالتالي يصبح معناها قياس الأرض،" وتعد هندسة إقليدس، أنموذجاً رياضياً للفضاء الذي نعيش فيه. وينظر إلى الهندسة على أنها زوج مرتب (مجموعة، تركيب)، حيث إن عناصر المجموعة هي النقط وعناصر التركيب تتكون من الأسس التي تربط بين النقط والمجموعات المكونه منها"(١) .

وتعتبر هندسة إقليدس هي تجميع لجهود كل من سبقوه، حيث قام إقليدس بجمع كل النظريات في بناء متكامل، إلا أن "الفضل يرجع له في استخدامه المنهج الاستدلالي لربط النظريات الرياضية المتفرقة وتنظيمها"(٢).

وقد تطورت الهندسة كثيراً مع تطور الرياضيات، إلى أن آلت إلى الشكل الذي نراها عليه اليوم وتطورت معها طبيعتها، "فقد كانت النشأة الأولى للهندسة في مصر القديمة. وكما يخبرنا المؤرخ الإغريقي « هيرودوت »، فقد تركز اهتمام المصريين على النواحي العملية والتطبيقية كقياس الأطوال والزوايا والمساحات والحجوم، ولحاجتهم للاستفادة من مياه الفيضانات ولبناء المعابد كالأهرامات"(٣)، كما أن "نظام الضرائب في بابل، كان يقتضي إلماماً واسعاً بالمساحات"(٤).

ثم نقل طاليس هندسة المصريين إلى بلاد الإغريق، وهو يعتبر –بحق – واضع علم الهندسة النظرية على الرغم من ربطه بينها وبين الواقع الفيزقي لها، فقد "حاول طاليس أن يضع أسساً منطقية للنظريات الهندسية ولكن دون جدوى، لأنه اهتم بخصائص الأشكال الهندسية بخلاف المصريين الذين اهتموا بالأغراض التطبيقية العملية البحتة. وفي عهد فيثا غورث بدأت الهندسة تقدمها على أيدي أتباعه. . .وكان فيثا غورث أول من طبع الهندسة بطابعها الحالي المنطقي وهو أول من رتب النظريات الأساسية ترتيباً منطقياً منظماً"(٥). وقد "انفصلت الهندسة –في عهده– عن الهندسة العملية وهو أول من بحث مبادىء بناء علم الهندسة النظرية بشكل منظم وأول من استخدم المنطق في البرهان وأول من أدخل الهندسة في التعليم، إلا أن الهندسة –حتى هذا الوقت– كانت بحاجة إلى الترابط والتنسيق، فحقق ذلك إقليدس"(٦) الذي وضع أول نظام رياضي منطقي في تاريخ العلم. . حيث نظم الخواص

---

(١) فايز مراد مينا: مجموعة بحوث ومقالات في التربية، القاهرة، دار الثقافة، ١٩٨٣، ص٧٠ .

(٢) فريد كامل أبو زينة : الرياضيات–مناهجها وأصول تدريسها، الجزء الأول، عمان، دار الفرقان للنشر والتوزيع،١٩٨٢،ص١٦

(٣) نظلة حسن أحمد خضر : أصول تدريس الرياضيات، القاهرة،عالم الكتب، ١٩٧٣، ص ٤٧

(٤) فايز مراد مينا: قضايا في تعليم وتعلم الرياضيات، القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية، ١٩٩٤،ص ص٢٢٨–٢٢٩

(٥) معصومة كاظم ووليم عبيد: الهندسة اللاإقليدية، أو قصة تحرير الفكر الرياضي، الطبعة الأولى،القاهرة،دار النهضة العربية،١٩٩٣، ص٢

(٦) أنظر : أ- نظلة حسن أحمد خضر : المرجع السابق ، ص ٥٤

ب– يحيى حامد هندام ومحمد أبو يوسف: تدريس الرياضيات، القاهرة، دار النهضة العربية، ١٩٨٢،ص٩٠

C- N.Kuppuswami Aiyangar; The Teaching of Mathematics in The New Education, New Delhi, Gopal Printers, Karol Bagh, 4th ed., 1964, P. 315 .

الهندسية التي أوجدها هو وغيره ونظم كل ذلك في تتابع منطقي وتناسق وتآلف رائع، منطلقاً من مجموعة مبادىء عامة وبديهيات واضحة وتستند كل خاصية على الأخرى بشكل منطقي، وهذا مايتوافق مع كل من أفلاطون plato وأرسطو Aristotle.

أما إقليدس فقد وضع كتابه «الأصول The Elements» وبنى هندسته على خمس مسلمات هي:

١- أي نقطتين في المستوي تحددان مستقيماً واحداً.

٢ - أي مستقيم في المستوي يمكن مده إلى ما لا نهاية.

٣ - من أي نقطة في المستوي، يمكن أن تمر دائرة نصف قطرها اختياري.

٤ - كل الزوايا القائمة متطابقة.

٥ - إذا قطع مستقيم مستقيمين وكان مجموع قياس الزاويتين الداخليتين أقل من قائمتين، فإن المستقيمين يتقاطعان -حتماً- في ذلك الاتجاه الذي توجد فيه الزاويتان.

ومع العلم أن موضوعات إقليدس لم تكن دقيقة تماماً كلها، إلا أنها بقيت-وحتى القرن التاسع عشر- الجملة الوحيدة من المسلمات للهندسة المستوية. فالمسلمات تعكس الخواص الأساسية للنظريات وإذا حدث ثمة تناقض فيها، فإنها تنهار كلها...وأول من لاحظ أهمية المسلمات هو أرسطو، الذى أوضح أنه في كل مجالات العلوم توجد قضايا واضحة تشكل أساس هذا العلم ولاحاجة إلى برهانها. ثم تابعت الهندسة -بعد ذلك- تطورها على أيدي العرب، الذين نقلوا التراث الإغريقي إلى اللغة العربية وأضافوا إليه الكثير وتنبهوا إلى نقض المسلمة الخامسة عند إقليدس، التي واجهت انتقادات كثيرة؛ فقد حاول الكثيرون برهانها "وأول من حاول ذلك بطليموس وأرخميدس وهيباركوس، لكن الجميع فشلوا وتوصل بعضهم إلى هندسات جديدة مبنية على أسس تخالف -تماماً- الأسس الإقليدية ولذلك سميت بالهندسات اللاإقليدية"(١)وهو الاسم الذي أطلقه لأول مرة الألماني كارل غاوص K.Gauss.وكان من بين الذين حاولوا برهان المسلمة الخامسة -أيضاً -كل من بروكلوس Proclusوالعباس بن سعيد الجوهري والحسن بن الهيثم وعمر الخيام ونصير الدين الطوسي وبولياي Boly ونيكولاي لوباتشفسكي الذي اكتشف الهندسة الزائدية وبرنارد ريمان Reimann الذي اكتشف الهندسة الناقصية. ولقد أدت محاولات البرهنة تلك إلى التعرف على فراغ آخر يحقق مسلمات إقليدس الأربعة الأولى ولكن يناقض المسلمة الخامسة وبذلك حصل العالم الرياضي على أكثر من فراغ هندسي (٢).

---

(١) يحيى حامد هندام ومحمد أبو يوسف: مرجع سابق. ص ٩٤

(٢) معصومة كاظم ووليم عبيد، مرجع سابق، ص ص ١٤-٣٤

ولقد عكف كلاين Kleinعلى تنسيق الهندسات الممكنة منطقياً، بحيث ننتقل من هندسة إلى أخرى حسب مبدأ معين، مستعيناً- في ذلك- بنظرية المجموعات، فانتهى إلى أن عدد تلك الهندسات الممكنة منطقياً عدد لاينتهي بالفعل،لكلٍ منها مسلماتها الخاصة بها،لم يصلنا منها إلا هندسات قليلة(١). ولقد قسم كلاين تاريخ الهندسة اللا إقليدية إلى ثلاث فترات هي(٢):

الفترة الأولى: وتتميز باستخدام الطريقة التركيبية وتطبق طرق الهندسة الابتدائية المعروفة. وهى تضم غاوص ولوباتشفسكي وبولياي.

الفترة الثانية: وهي ترتبط بالتمثيل الجيوديزي Geodetic وتستخدم طرق الهندسة التفاضلية وتبدأ بريمان وتضم أعمال هلمولتز Helmohltz ولاي Lie وبتلرامي Beltrami.

الفترة الثالثة: وهي ترتبط بالتمثيل الإسقاطي وتستخدم مبادىء الهندسة الإسقاطية البحتة، وتبدأ مع كابلاي Capley.

ومع ظهور الهندسات اللا إقليدية تحررت الهندسة من قالبها التقليدي، فأصبحت مسلمات الهندسة بالنسبة للرياضي مجرد افتراضات لاتعنيه مطابقتها للعالم الطبيعي أو صدقها الفيزيائي ولكن مايعنيه منها هو تماسك بنائه الرياضي من الناحية المنطقية وتآلفه... هذا التآلف، لم يحرر- فقط- علم الهندسة ولكنه حرر كل الرياضيات وانتهى العهد الذي كانت تعتبر فيه حقائق الرياضيات مطلقة.

إن ابتكار الهندسة اللا إقليدية كان نقطة انطلاق للفكر الرياضي ومعاودة لبناء الرياضيات على أسس أكثر تماسكاً وابتكار نظم رياضية جديدة، عملت على وحدة الرياضيات بعد أن غيرت وعدلت ما شابها من مفاهيم تقليدية وقادت إلى دراسة متعمقة في أساس وفلسفة علم الرياضيات ... فقد بدأت الرياضيات لحل مشكلات حياتية وهي تؤدي نفس الدور ولكن بفكر متحرر ومتطور واعتبرت الرياضيات والعالم الحقيقي(الفيزيائي)،مستقلين تماماً عن بعضهما.

وخلاصة القول، فإن نشأة الهندسة كانت -في البداية- لتلبية الحاجات العملية، ثم اتجهت اتجاهاً نظرياً يعتمد على الاستدلال، فامتزجت بالفلسفة والمنطق، ثم أصبحت علماً مجرداً.

أهمية الهندسة في البناء المعرفي للإنسانية وفي التدريس:

لقد أدرك الأقدمون أهمية الهندسة فأدخلوها ضمن مقررات التعليم، ويذكر بلارد Ballard التشابه بين منهج الفلسفة ومنهج الهندسة. واعتبر أفلاطون(٣) أن من لا يستطيع أن يهندس لا يستطيع أن

---

(١) محمد ثابت الفندى: فلسفة الرياضيات، الطبعة الأولى، بيروت، دار النهضة العربية، ١٩٦٩،ص٦٢ .

(٢) معصومة كاظم ووليم عبيد: مرجع سابق، ص ٤٨ .

(٣) عبد المنعم أبو النصر: "دراسة تحليلية لبعض العوامل العقلية التي تؤدي إلى النجاح في الهندسة النظرية في المرحلة الإعدادية"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة عين شمس، ٩٥٧، ص ١ .

يتفلسف.وتولي جميع دول العالم الهندسة اهتماماً واضحاً وتعتبرها عنصراً أساسياً في جميع مراحل التعليم – على اعتبار أنها تشكل جزءاً مهماً من منهاج الرياضيات – ففي جميع دول العالم تنال الهندسة نصيباً لا بأس به في المناهج الدراسية . وكما أن الرياضيات تحتاجها جميع العلوم وتدخل في كل حياتنا، فإن الهندسة – هي كذلك– تدخل في الفنون والرسوم وتدخل في الصناعة وفى البناء والعمران وفي مختلف فروع الهندسة ... ولا يمكن للآلات في مختلف مجالات الصناعة أن تتطور، أو لفن العمارة أن يتقدم بدون الهندسة ومعرفة مبادئها. كما أن للهندسة دور كبير في تطوير العلوم والمساعدة على حل المشكلات الاجتماعية والتكنولوجية المرتبطة برخاء البشرية ومدنيتها.

إن دراسة الهندسة تعلم التلاميذ طريقة التفكير الاستدلالي لأن الهندسة تعتبر مجالاً خصباً وغنياً بالمواقف التى تنمي تلك الطريقة من التفكير وتدعم طريقة التفكير المنطقى. ويذكر بيتلى Beataly [١] بأن الغرض الرئيسي من تدريس الهندسة يتعلق بالتفكير المنطقي وهي تكسب الفرد القدرة والدقة في إطلاق الأحكام والتدليل عليها بالمنطق والبرهان.

ويرى هـ.بل [٢] أن السبب الرئيسي في تدريس الهندسة في المدرسة الثانوية، هو تدريس التلاميذ بعض عناصر النقاش والتفكير الاستنباطي التي تستخدم في البراهين الرياضية.

ويرى كنستون Keniston وتولى Tully [٣]، أن أهم الأسباب الرئيسية التي دعت إلى تدريس الهندسة النظرية،هو مساعدة التلاميذ على اكتساب أنماط معينة من التفكير المنطقي واستخدامه عند الاستدلال في المواقف غير الرياضية.

ويرى كريستوفرسون Christofferson [٤] أن الهندسة النظرية تقدم إمكانياتها العظيمة إلى التعليم إذا استطاعت أن تشيد نموذجاً للاستدلال وإذا تمكنت من تنمية القدرة على التفكير السليم في المواقف الهندسية واستخدامه في المواقف غير الهندسية.

---

(١) يحيى حامد هندام: مرجع سابق، ص ١٠

(٢) فريدريك هـ.بل: طرق تدريس الرياضيات، ترجمة محمد المفتي وممدوح سليمان، الجزء الأول، الطبعة الثالثة، القاهرة، الدار العربية للنشر والتوزيع،١٩٩٣، ص١٤٠

(3) R.P., Keniston&T.,Tully; Plane Geometry, P.V. Boston,1966, Preface.

نقلاً عن يحيى حامد هندام: مرجع سابق، ص١٦

(4)H.C., Christofferson; Geometry Proffessionalized For Teachers, Menasha,wis,1933, P.28.

نقلاً عن وديع مكسيموس: مرجع سابق، ص ٦

والهندسة –بما تحويه من مفاهيم ومهارات وتقنيات في البرهان– تساعد التلامذ على الاستفادة من كل ذلك في حياتهم العملية واستخدامها في جميع المواقف، سواء استخدم الهندسة بشكل مباشر أو غير مباشر وهي تنمي طرقاً صحيحةً وسليمةً في التفكير وتزودهم بقيم واتجاهات إيجابية جمالية وتنظيمية وكذلك في الدقة عند حل الكثير من المشكلات وتعلمهم التأني في إطلاق الأحكام وعدم إطلاقها بدون برهان ومن غير إخضاعها للمنطق، لأن الهندسة –كما الرياضيات– تترابط عناصر كل موضوع فيها بشكل منطقي متتالي. ويذكر فاوست Fawcett (١) أن التفكير الناقد والتفكير التأملي، هما أهم أساليب التفكير المرغوبة، من وراء تدريس الهندسة النظرية.

ولقد اعتبر المجلس القومي لموجهي الرياضيات، في الولايات المتحدة الأمريكية(٢) – المعروف بـ (National Council of Supervisors of Mathematics.)– الهندسة ضمن عشر مهارات رياضية أساسية، ينبغي تعليمها للأطفال الراشدين والكبار على حدٍ سواء، مركزاً على أن الأطفال ينبغي أن يتعلموا الحقائق والمفاهيم الهندسية المختلفة، لمساعدتهم على التفاعل مع البيئة التي حولهم.

وترى وسام بخيت (٣) أن دراسة الهندسة، تساعد على تنمية بعض القدرات الهامة لدى التلاميذ، كالقدرة المكانية والتصور البصري والقدرة على التذوق الجمالي.

ثم إن للهندسة تطبيقات عملية عديدة لايمكن حصرها؛ فهي تدخل في جميع فروع الهندسات وعلى الرغم من أن الهندسة والرياضيات – بشكل عام – قد تبدو للبعض أنها بعيدة عن بعض الفروع العلمية، إلا أنها ذات أبعاد كثيرة وتأثير واضح في تلك الفروع.

والخلاصة فإن الهندسة تعتبر مادة مهمة وأساسية ضمن مادة الرياضيات بشكل خاص وضمن مناهج التدريس عموماً وفي الحياة العملية بشكل أعم ولاغنى للمناهج عنها ولايتوقع أن تنحسر أهميتها، بل على العكس، فإن أهميتها تزداد باطراد كل يوم، نظراً لكثرة استخداماتها وتطبيقاتها في الحياة العملية.

أهداف تدريس الهندسة:

الرياضيات –كغيرها من المواد الدراسية – لها أهداف تسعى إلى تحقيقها. وقد اجتهد الكثيرون في وضع تلك الأهداف وصياغتها وانعكف العلماء والباحثون على تحديدها، بهدف تنمية وزيادة قدرة المتعلم على التعلم. وفي ضوء ذلك بدأت أهداف تدريس الرياضيات بالتغيير؛ فتحول اهتمامها من

---

(١) يحيى حامد هندام : مرجع سابق ، ص١٧ .

(٢) شكري سيد أحمد : تدريس هندسة التحويلات لمختلف المستويات، القاهرة، المكتب الجامعي للطباعة والنشر، ١٩٨٩، ص٥ .

(٣) وسام محمد محمود بخيت : مرجع سابق، ص ٣١ .

الجزئيات إلى التراكيب والخواص وبالطبيعة الجديدة للرياضيات وزيادة تفاعل التلميذ مع الحياة رياضيا.

ويرى مينا(١) أن الأهداف التعليمية تختلف في مستوياتها؛ فلكل نظامٍ تعليمي أهدافه العامة ولكل مادة تعليمية أهدافها التعليمية ولكل مرحلة من مراحل التعليم المختلفة أهدافها الخاصة بها ولكل صف دراسي-أيضاً- أهدافه الخاصة وكذلك لكل موضوع في المنهج أهداف خاصة، حتى نصل إلى أهداف تدريس الدرس اليومي، كما يرى أن كفاءة المنهج تزداد بقدر مايتحقق من اتساق وانسجام وترابط بين الأهداف التعليمية في مستوياتها المختلفة.

ويرى لبيب ومينا أن الأهداف التعليمية تتأثر بعوامل عديدة منها: الفلسفة التربوية السائدة والنظرة إلى الطبيعة الإنسانية والعوامل الاجتماعية وفرع المؤسسة التعليمية (٢).

وتحدد وزارة التربية والتعليم والمركز القومى للبحوث التربوية في ج.م.ع (٣)، أهداف تدريس الرياضيات في المرحلة الإعدادية بالآتي:

١ – تزويد التلاميذ بالمعلومات الرياضية المناسبة، لزيادة قدرتهم على التعامل مع البيئة ومتابعة دراستهم في المواد الدراسية الأخرى.

٢ – تزويد التلاميذ بالمهارات الأساسية في إجراء العمليات الرياضية واستخدام الآلة الحاسبة.

٣ – تدريب التلاميذ على استخدام الأسلوب العلمي في حل المشكلات وعلى الاعتماد على النفس والثقة بها.

٤ – تدريب التلاميذ على استخدام المعارف الرياضية القديمة، في المواقف الجديدة رياضية أو غير رياضية.

٥ – تقوية الروح الإبداعية وكشف قدرات التلاميذ ومواهبهم ورعاية ذوي المواهب.

وترى المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم أن أهداف تدريس الرياضيات في المرحلة الإعدادية هي(٤):

١ – تزويد التلميذ بالمعارف والتقنيات التي تساعده على مواجهة الحياة العملية.

---

(١) فايز مراد مينا: قضايا في تعليم وتعلم الرياضيات، مرجع سابق، ص ٢٥ .

(٢) رشدي لبيب وفايز مراد مينا: المنهج منظومة لمحتوى التعليم،الطبعة الثانية، القاهرة،مكتبة الأنجلو المصرية، ١٩٩٣،ص ص١٢٦- ١٣٠

(٣) أنظر: أ- وزارة التربية والتعليم: المناهج المطورة للمرحلة الإعدادية، الجهاز المركزي للكتب الجامعية والمدرسية والوسائل التعليمية، ١٩٧٩/ ١٩٨٠ ، ص ص ١٣٠-١٣٣ .

ب المركز القومي للبحوث التربوية: المناهج المطورة للرياضيات في التعليم العام، وزارة التربية والتعليم في ج.م.ع، ١٩٧٥، ص ص١- ١٢ .

(٤) المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم: مناهج المدرسة العربية الدولية، إدارة التربية، تونس، ١٩٩١، ص ص ٧٦ – ٧٩ .

٢ – تنمية القدرات العقلية وتشجيع التلميذ على التفكير العلمي والاستدلال والاستقراء والاستنتاج.

٣ – تنمية العمليات الذهنية عند التلميذ مثل الفهم والتحليل والتركيب.

٤ – تمكين التلميذ من الانتقال من مرحلة الذكاء العملي إلى مرحلة التجريد عن طريق الاستدلال.

وقد حددت وزارة التربية في الجمهورية العربية االسورية أهداف تدريس الرياضيات في المرحلة الإعدادية بما يلي(١):

١ – أن يتعلم الطلبة المفاهيم الرياضية وبخاصة تلك التي توحد فروع الرياضيات.

٢ – أن يتعلم الطلبة المجموعات العددية بأنواعها والعمليات الأساسية التي تجري على كل منها ويتعرفوا على خواصها ويكتسبوا المهارة في إجراء تلك العمليات.

٣ – أن يتمكن الطلبة من توظيف معرفتهم الرياضية في الحياة اليومية وفي العلوم الأخرى.

٤ – أن تنمو قدرات الطلبة على التصور والتقدير والتفكير الهندسي، ليكونوا ملمين بمفاهيم المستوي والفضاء وإدراك العلاقة بينهما.

٥ – أن تنمو قدرات الطلبة على التفكير المنطقي.

٦ – أن يكتسب الطلبة المهارة في استعمال الأدوات الهندسية عند رسم الأشكال وفي استخدام الآلات الحاسبة.

٧ – أن يتدرب الطلبة على كيفية جمع وترتيب وتمثيل البيانات الإحصائية وتحليلها واستخلاص النتائج منها.

٨ – أن يتعود الطلبة على التفكير الهادف المنظم والإيجاز والوضوح والموضوعية والدقة في التعبير.

٩ – أن تنمو لدى الطلبة القدرة على التعبير عن المواقف بأسلوب رياضي، ليؤدي ذلك إلى تحليل المواقف وإيجاد الحلول المناسبة لها.

١٠ – أن يتكون لدى الطلبة اتجاه إيجابي نحو تذوق الجمال الرياضي.

١١ – أن يتفهم الطلبة دور الرياضيات في النشاط الإقتصادي للفرد والدولة في المجتمع الإشتراكي الديمقراطي الموحد، كما تتضح في الإنتاج والاستثمار والخدمات ومعدلات النمو .....

١٢ – أن يتعرف الطلبة على واقع الوطن العربى في النواحي الجغرافية والسكانية والاقتصادية وغيرها من خلال الأمثلة والتمارين.

---

(١) موافقة القيادة القطرية لحزب البعث العربي الاشتراكي: أهداف تدريس الرياضيات في المرحلة الإعدادية،رقم ٢٢٨٧٢/ص تاريخ ٨٢/١/٩

obeikandl.com

١٣ – أن يتعرف الطلبة ويتعلموا دور الحضارة العربية الإسلامية في مجال تقدم الرياضيات وتطورها، لكي يؤدي ذلك بهم إلى الاعتزاز بتراثهم العلمي وأمتهم العربية.

١٤ – أن يتزود الطلبة بالقدر الكافي من المعلومات التي تمكنهم من متابعة دراستهم، أو ما يتجهون إليه في الحياة العملية.

وتعتبر أهداف تدريس مختلف فروع الرياضيات متكاملة ومتشابكة فيما بينها؛ فلا يمكن الفصل بين أهداف تدريس فرعٍ رياضي وأهداف تدريس فرع رياضيٍ آخر.

وترى نبيلة إبراهيم (١) أن مادة الهندسة هي أداة أساسية لتنمية تفكير التلاميذ، سواء في حل المشكلات الهندسية، أوحل المشلات بوجه عام.

ويعدد مكسيموس أهداف تدريس الهندسة النظرية بالمرحلة الإعدادية بالآتي (٢):

١– فهم المصطلحات الهندسية ودلالتها وكيفية استغلالها في إدراك العلاقات.

٢– اكتساب أساليب التفكير السليم.

٣– تدريب التلاميذ على تحليل المواقف وفهمها وتجنب الأحكام المتميزة والبعيدة عن الموضوعية.

٤– إشباع خصائص النمو في نهاية المرحلة الإعدادية، التي تتميز بالتجدد المستمر والسريع وإعداده لتقبل التفكير المجرد الذي يركز على الكليات.

٥– استخدام أساليب التفكير التي اكتسبها التلميذ خلال دراسته للهندسة النظرية وتطبيقها في مختلف المواقف غير الهندسية، مثل التفكير المنطقي المنظم، حل المشكلات، الدقة في استخدام الأسلوب الرياضي.

."ثم إن أهداف تدريس الهندسة تؤكد على تنمية القدرة على التفكير المنطقي، من خلال أسلوب معالجة الموضوعات الهندسية، كما تؤكد على أهمية تنمية القدرة على الكشف والابتكار عند التلاميذ، بتعويدهم الاعتماد على أنفسهم في الوصول إلى المعرفة واكتشاف القواعد العامة" (٣).

---

(١) نبيلة زكي إبراهيم وآخرون: تعليم الرياضيات، طنطا، مركز لغة العصر، ١٩٩٣، ص ٣٠٩ .

(٢) وديع مكسيموس داوود: مرجع سابق، ص ص ٩–١٠ .

(٣) وزارة التربية والتعليم والمركز القومي للبحوث التربوية: مواصفات التاليف للمنهج المطور للرياضيات بالمرحلة الإعدادية والمقترح تنفيذه في العام الدراسي ٨٠/٨١، ص١٠.

obeikandi.com

فالهندسة مادة غنية وخصبة جداً بالنماذج الاستدلالية ولها تطبيقات مباشرة وبإمكانها -لو أحسن استغلالها وتدريسها بشكل جيد- أن تقوي من قدرة التلاميذ على التفكير المنطقي السليم، في معالجة المشكلات والمواقف غير الهندسية، إلى جانب المشكلات والمواقف الهندسية وبإمكانها زيادة قدرات التلاميذ، على تعميم الحالات الخاصة، من خلال الاستدلال الذي يميزها وتفسير بعض الظواهر التي يشاهدونها في الحياة بشكل موضوعي وضمن حدود المعقولية. وبالإضافة إلى ذلك، فإن الهندسة يمكنها أن تدرب عقول التلاميذ على أساليب التفكير المنظم والأسلوب العلمي في التفكير وتزيد من اتجاهاتهم نحو دراسة الهندسة وتدفعهم إلى دراسة المزيد منها، من خلال الوصول إلى حل بعض المشكلات، لذلك فعلى المعلم أن ييسر لهم سبل الوصول إلى حل بعض المشكلات، لكي لايدخل اليأس إلى أنفسهم وينفرون من دراسة الهندسة، فيما لو كانت نتائجهم في مواجهة المشكلات الهندسية دائماً-الفشل والإخفاق.

ويرى عبد السميع(١) أن تدريس الهندسة يساعد على تنمية المهارات الخمس: البصرية واللفظية والرسم والاستدلال والتطبيق.

وتعدد إحسان شعراوي (٢) الحاجات الهندسية الأساسية للمواطن العربي التي تساعده على التكيف مع المجتمعات الحالية، فكانت:

١- معرفة الخطوط المستقيمة بكافة أنواعها.

٢- معرفة بعض الأشكال الهندسية البسيطة والتعرف على خواصها ومحيطاتها ومساحاتها.

٣- معرفة بعض المجسمات البسيطة وخواصها ومساقطها.

ويرى ابتون Upton(٣) أن هدف تدريس الهندسة، هو تعريف التلاميذ بطبيعة البرهان وكيفية البرهان على الحقائق الهندسية وتعريفهم بطرق البرهان وتعويدهم على نوع التفكير الذي سماه كيسو طريقة «بما أن..إذن» وكذلك بـ «إذا كان هذا...فإذن يكون هذا»، ولذلك يجب إمداد التلاميذ، بنموذج للتفكير ينفعهم طيلة حياتهم.

ويقول سيدهو Sidhu(٤) إن الأغراض الأساسية من تدريس الهندسة هي:

١- تعليم التلاميذ معنى البرهان المنطقي.

---

(١) خليفة عبد السميع خليفة: مرجع سابق، ص ١٥٤.

(٢) إحسان مصطفى شعراوي: مرجع سابق، ص٣.

(٣) يحيى حامد هندام: مرجع سابق، ص١٧.

(4) K.S. Sidhu; OP.cit, P.294.

٢- تعريف التلاميذ بطرق التفكير السليمة.

٣- تدريب التلاميذ على أساليب اكتشاف الحقائق.

٤- توجيه التلاميذ إلى مغزى الدقة.

ويؤكد كل من هندام والأبياري وفاوست Fawcett(١)، أن أهداف تدريس الهندسة هي: معرفة طبيعة البرهان المنطقي وإكساب التلاميذ أساليب تفكير سليمة واستخدام تلك الأساليب في مواقف مختلفة في الحياة.

أما عبد العزيز السيد(٢) فيرى أن الأهمية الأولى من تدريس الهندسة النظرية، هي تجويد طريقة التفكير والتدريب على كيفية ربط الحقائق واستنباط النتائج واستيعاب أسلوب البرهان المنطقي وكيفية تطبيقه في الحياة ويأتي تدريس الحقائق والنظريات في المرتبة الثانية.

ويقول أحمد أبو العباس(٣) "لما كان اكتساب أساليب التفكير السليمة، من أهم مانعنى به ونرمي إليه من وراء تدريس الهندسة، وجب أن تتضح طريقة استخدام هذه الأساليب بصورة صريحة أثناء التدريس".

طرق تدريس الهندسة:

إن التطور الذي حدث في طبيعة الرياضيات عموماً وفي طبيعة الهندسة خصوصاً، رافقه -أيضاً- تطور في جميع عناصر العملية التعليمية ولاسيما طريقة التدريس.

إن طرق التدريس هي انعكاس لفلسفة أو نظرية تعلم، تحدد الطريق الذي ستتم من خلاله عملية التعليم والتعلم. وتعتبر طريقة التدريس بمثابة الجسر أو الحلقة التي تصل بين طرفي العملية التعليمية: التلميذ والمنهج على يد المعلم، الذي يقوم بدورٍ هامٍ في تقديم مادة المنهج في اتساقٍ ونظامٍ سليم، من أجل تحقيق الأهداف التي تسعى التربية إلى تحقيقها، لذلك يجب أن تكون عملية التدريس مناسبة، لتحقق أكبر قدرٍ من الأهداف التربوية بكافة مستوياتها، بما يؤدي إلى إكساب التلاميذ سلوكيات أرقى وأنضج.

---

(١) أنظر: أ- يحيى حامد هندام، مرجع سابق، ص ص ١٧-٢١.

ب- محمود أحمد الأبياري، مرجع سابق، ص٢٨.

(٢) عبد العزيز السيد: "الاتجاهات الحديثة في تدريس الرياضة بالمدارس الثانوية"، الكتاب السنوي لجمعية مدرسي العلوم الرياضية، القاهرة، جمعية مدرسي العلوم الرياضية، ١٩٥٠، ص ١٥٠

نقلاً من وديع مكسميوس: مرجع سابق، ص ٨

(٣) أحمد أبو العباس: "تدريس الهندسة" صحيفة التربية، القاهرة، رابطة خريجي معاهد التربية، مارس ١٩٥٠، ص٧٦.

ولقد اعتبر سقراط(١) التدريس فناً، بينما اعتبره هربرت علماً، فكانت طريقة سقراط في التدريس تتمركز حول الراشدين، ثم تحول التمركز حول الطفل على يد جان جاك روسو – وهذا مايطالب به رجال التربية – حيث كان المنهج حتى القرن التاسع عشر يتمركز حول الراشدين، فكانت المادة الدراسية تصمم وفق خبرات الكبار ووفق منطقهم. ولقد تأثرت أوربا بأفكار روسو وذلك من خلال أعمال بستالوزي وفروبل، اللذان عدلا أسلوب التقدم من الملموس إلى المجرد ومن المعلوم إلى المجهول، من خلال تبنيهما لفكر الفيلسوف الألماني هربرت، حيث كان أسلوبه يعتمد على تحليل عملية التدريس التي تتكون من خمس خطوات هي: التحضير والتقديم والترابط والتعميم والتطبيق، ثم طور جون ديوي طريقته في حل المشكلات في التدريس، التي تتلخص في حل المشكلة أولاً، ثم مراجعة طرق حلها، ثم اختيار أنسب حل وتطبيقه، ثم تقويم النتائج المترتبة عليه.

وقبل تعرف طرق تدريس مادة الهندسة، يجب أن نعرف –أولاً– أن أغلب البحوث والدراسات التي حاولت التعرف على كيفية تعلم الناس للهندسة وأي الطرق أكثر فاعلية في تعلمها، بينت أن طريقة التدريس الواحدة يمكنها أن تكون مناسبة في تدريس أكثر من فرع رياضي، كما أن الموضوع الواحد أو الفرع الواحد من الرياضيات، يمكن أن يدرس بعدة طرق. ومن الخطأ أن نقرر أن إحدى طرق التدريس جيدة دائماً، أو سيئة دائماً، لأن طريقة التدريس المناسبة تتعلق بطبيعة المادة والموضوع وبخصائص المتعلم وبأهداف تدريس المادة وأخيراً تتعلق بمهارة المعلم، على اعتبار أنه الركن الأهم في العملية التعليمية، فقد ينجح المعلم في طريقة معينة في التدريس ويفشل فيها غيره أو قد يفشل هو نفسه فيما لو اتبع طريقة أخرى، لأن طريقة التدريس الجيدة، يجب أن تحقق التفاعل والتكامل بين التلاميذ فيما بينهم وبين التلاميذ والمعلم، بحيث تتاح للتلاميذ فرصة النمو المتكامل. ولكن مما لا شك فيه "أنه في معظم الأحوال، عندما لا يتعلم الأطفال بشكلٍ جيدٍ في المدرسة، فإن الفشل يكون فشل المدرس بقدر ماهو فشل التلميذ"(٢).

إن طريقة التدريس تعرف "بأنها فئة من الإجراءات، أو الأفعال المرتبة، يقوم بها المعلم داخل حجرة الصف، بهدف تعليم التلاميذ، لتحقيق بعض الأهداف التربوية الممكنة"(٣).

---

(١) وليم عبيد وآخران: مرجع سابق، ص ص ٩٣–٩٤.

(٢) كن كليمنتس: "مصادر الصعوبات التي يعاني منها المتعلمون الصغار فيما يتعلق بمفاهيم الرياضيات" دراسات في تعليم الرياضيات، إعداد روبرت موريس، ترجمة عبد الفتاح الشرقاوي، الجزء الثالث، الرياض، مطبعة مكتب التربية العربي لدول الخليج، ١٩٨٧، ص١٨٥.

(٣) وليم عبيد وآخران: مرجع سابق، ص ٩٧.

يقول فهر Feher[1] إنه لكي نتعلم الرياضيات بطريقة صحيحة، فإن أفضل مايمكن عمله، هو وضع التلميذ في موقف يمكن التعبير عنه بالرياضيات ويجب أن يكون الموقف –في البداية– سهلاً يثير رغبة التلميذ كما يجب أن يمثل مشكلة.

فالطريقة التي يتم بها توصيل المعارف إلى التلاميذ، عن طريق المعلم، هي من أهم العوامل المؤثرة في فهم التلاميذ والاتجاهات التي يكتسبونها تجاه الرياضيات، لأن الكثير من أخطاء التلاميذ –كما تؤكد ذلك الدراسات والبحوث– والاتجاهات السلبية تجاه الرياضيات، تعود –في أحيان كثيرة– إلى طريقة التدريس.

إن طريقة التدريس التي كانت سائدة من قبل، كانت تعتبر وسيلة لعرض محتوى الكتاب وكان على المعلم أن يقوم بعملية العرض تلك على أفضل نحو، فكان التركيز الأساسي على الاستظهار والحفظ الآلي وإعطاء التلاميذ المعارف في شكلها النهائي ليحفظوها عن ظهر قلب، دون أن يكونوا قد شاركوا في عملية اكتشافها ودون أن يكون لهم أي دور. ومن جهة أخرى فلقد كانت المهارات تركز على إكساب التلاميذ المهارة في إجراء العمليات الحسابية وحل المسائل، فكانت المناهج والمعلمون –على السواء– يقدمون لتلاميذهم مسائل غايةً في الصعوبة والتعقيد وذات خطوات طويلة، اعتقاداً منهم أن من يستطيع حل تلك المسائل فعلى حل غيرها سيكون أقدر، لأنه يكون قد اكتسب مهارات الرياضيات وهذا يُخالف ماتهدف إليه الرياضيات من إكساب التلاميذ أساليب سليمة في التفكير والمحاكاة الموضوعية، فكانت تلك الطرق تتسبب في إخفاق الكثير من التلاميذ في الوصول إلى الحل النهائي للمسائل التي تواجههم. ثم إن التدريس القائم على الحفظ والاستظهار على حساب الفهم، يقتل إمكانيات الابتكار والابداع عند التلاميذ، والمهارة التي يؤدونها اليوم لن يستطيعوا أداءها غداً.

أما الطرق التي يناشد المربون المعلمين اتباعها، فيجب أن ترتبط باحتياجات المتعلمين وتعمل على تلبية تلك الحاجات بالاعتماد على الأنشطة وتحت إشراف المعلم، الذي يجب أن تكون جل مهمته تيسير وتبسيط عملية التعليم والتعلم للمتعلمين. فالتعلم الأمثل هو الذي يكون فيه التدريس وسيلة تهدف لتحقيق غايات محددة وليس غايةً في حد ذاته، يشارك المتعلم في اكتشاف المعارف، بما يتناسب مع ميوله واتجاهاته واستعداداته وقدراته بحيث نحصل –في النهاية– على مواطنٍ اجتماعي صالحٍ ونافعٍ، يحمل عقلاً متفتحاً ومرناً، يتعامل مع مجتمعه بحيوية وإيجابية في حدود إمكانياته، متسلحاً بأسلوب تفكير سليم يساعده على حل مايعتوره من مشكلات، فالإنسان لايمكن أن يؤدي دور الآلة.

---

(١) هوارد فهر: "اتجاهات التغيير في مناهج الرياضيات"، صحيفة التربية، العدد الرابع، القاهرة، رابطة خريجي معاهد وكليات التربية، مايو ١٩٦١، ص ٥٢

وقد أجريت العديد من البحوث والدراسات من أجل تحسين طرق التدريس في الرياضيات وكانت كلها تؤكد على[١]:

١ – يجب أن يشعر التلاميذ بالحاجة إلى نوع التعلم الذي يتعلمونه وعلى المدرس أن يشجع تلاميذه ويشركهم معه في حل المشكلات التي تعرض لهم وأن يستخلص منهم التعميمات اللازمة تحت إشرافه وتوجيهه.

٢ – يجب أن يسمح المعلم لهم بعرض طرق تفكيرهم واكتشاف حلول المشاكل المعروضة.

أما وليم عبيد [٢] فيرى أن طريقة التدريس في المنهج الحديث تهدف إلى ما يلي :

١ – أن يكون للمفهوم الرياضي عند بنائه (دورة حياة)، تبدأ بالخبرة الملموسة وتنضج بالخبرة المجردة وإمكانية التطبيق.

٢ – يتعلم التلميذ الرياضيات بطريقة تشبه طريقة عمل الرياضي؛ يلاحظ ويستقرئ،ويخمن ويضع الفروض ويحقق تعميماته، ثم يخضعها للبرهان المنطقي وما على المعلم إلا أن يعرض المواقف للتلميذ ويقدم له الأدوات التعليمية التي تتيح له اكتشاف المفهوم الرياضي بنفسه، أو بتوجيهٍ واعٍ من المعلم.

٣ – إن حل المسألة الأصلية هو تدريب وخبرة في التخطيط لحل مشاكل أخرى.

٤ – يجب أن يشارك التلميذ في تنظيم الخبرات الرياضية واقتراح طرق الحل.

أما شكري أحمد، فيرى أن طريقة التدريس يجب أن تتميز بما يلي[٣] :

١ – الاهتمام بالتفكير العلمي السليم لحل المشكلة.

٢ – الاهتمام بالمفاهيم ثم المهارات عن طريق التعلم بالأسلوب الاستقرائي – الاستنتاجي.

٣ – إتاحة الفرصة للتلاميذ باكتشاف المفهوم الرياضي بأنفسهم وبإشراف المعلم.

٤ – التدرج في التعلم من حيث التسلسل التعليمي واستخدام أسلوب حل المشكلات.

وتوضح معصومة كاظم أن "تدريس أسلوب التفكير وطريقة الوصول للحل أهم –بكثير– من الحل نفسه" [٤].

---

(١) شكري سيد محمد أحمد : "استخدام طريقة الاكتشاف في تدريس موضوع حل المعادلات لتلاميذ المرحلة الإعدادية وأثر ذلك على تحصيلهم الدراسي في هذا الموضوع"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية البنات، جامعة عين شمس، ١٩٨١، ص ٢٩ .

(٢) وليم تاوضروس عبيد : "حول تجربة الرياضيات الحديثة"، صحيفة التربية، القاهرة، إبريل ١٩٧٥، ص ٦٤ .

(٣) شكري سيد محمد أحمد : مرجع سابق، ص ٣١ .

(٤) معصومة كاظم ووليم عبيد ومحمود شوق : أساسيات تدريس الرياضيات الحديثة، ط٢، القاهرة، دار المعارف، ١٩٧٠، ص ٣٦٥ .

وتوصلت الدراسات إلى اقتراح طرق معينة في تعليم كل جانب من جوانب التعليم وفي تعليم موضوعات معينة وأوجدوا استراتيجيات عديدة جميعها تسعى إلى تيسير عملية التعلم على المتعلم وتضافرت –في ذلك– جهود كل من علماء النفس والتربية والمناهج، الذين درسوا ظاهرة النمو العقلي وما الذي ينبغي تعليمه للمتعلم في كل مرحلة من مراحله العمرية، في ظل الانفجار المعرفي الهائل وأي طرق التدريس أكثر ملائمة، إلا أن معظم خبراء تدريس الرياضيات ينصحون بتنويع طرق التدريس المستخدمة داخل الصف وعدم الاقتصار على طريقة واحدة، نظراً للفروق الفردية بين التلاميذ ويؤكد على ذلك سكوبس Scopes(١) في عرضه لجوانب استراتيجيات التدريس الثلاث التالية:

١ – تنويع مراحل التدريس –بسبب الفروق الفردية بين التلاميذ– أكثر فاعلية في تعلمهم.

٢ – يتعلم التلاميذ بطرق متنوعة وتبدأ كل مجموعة عملية تعلمها من مستوى معين يناسب خلفية كل منها.

٣ – مداخل التدريس تختلف باختلاف طبيعة الموضوع.

ويضع بول ترافتون Trafton(٢) ستة معايير للتدريس الفعال للرياضيات هي:

١ – أن يكون التعليم تنموياً يربط الجديد بالمألوف.

٢ – أن يكون التعليم متتابعاً بشكل جيد.

٣ – أن يركز التعليم على مايجب على التلاميذ عمله كنتيجة للتعلم.

٤ – أن ينمي التعليم النشاط الذهني لدى التلاميذ.

٥ – أن يكون التعليم تراكمياً.

٦ – أن يكون التعليم شاملاً.

ولايكاد يخلو أي تجديد في مفردات منهج الرياضيات من توصيات بتغيير أسلوب التدريس "التي يجب أن تعتمد على النشاط واستثارة القلق المعرفي والمساعدة على تطور الفكر المنطقي واستخدام العمل الجماعي"(٣).

وتنقسم طرق تدريس الرياضيات إلى مجموعتين رئيسيتين هما(٤):

---

(١) محمد أمين المفتي: مرجع سابق، ص ١٢

(2) P.R., Trafton; Effective Instruction and Productive Learning Arithemetic Teacher, National Council of Teachers of Mathematics, Vol. 28, No. 2, October, 1980, P.4.

(٣) محمد رفقي عيسى: جان بياجيه بين النظرية والتطبيق، القاهرة، دار المعارف، ١٩٨١، ص ٢٢.

(٤) وليم عبيد وآخران: مرجع سابق، ص ص ٩٨-١١٣.

أولا - مجموعة العرض Direct Exposition

في هذه الطريقة يقوم المعلم بعرض المعلومات في شكلها النهائي على طلابه وهم يتلقونها، أي أن عملية الاتصال -هنا- تكون في اتجاه واحد فقط من المعلم إلى الطلاب وأحياناً تكون باتجاهين. وهي تتكون من ثلاث خطوات هي: الصياغة والتفسير والتطبيق. وهي تتضمن طريقة المحاضرة والطريقة الاستنباطية.

١ - طريقة المحاضرة Lecture Method

وفيها يتم عرض المعلومات باتجاه واحد والمعلم هو المتحدث دائماً، بينما التلاميذ في حالة إصغاء دائم.

وتواجه هذه الطريقة بنقدٍ كبير من قبل رجال التربية ومع ذلك قد تكون مفيدة إذا تعذر على التلاميذ الوصول إلى المعارف، اعتماداً على معلوماتهم السابقة وهي توفر الوقت والجهد. وهي ذات ثلاث خطوات: تعريف المصطلحات -شرح المصطلحات والرموز الواردة- تلخيص ماورد في حديث المعلم.

٢ - الطريقة الاستنباطية Deductive Method

تعتبر الطريقة الاستنباطية شكلاً من أشكال الاستدلال، حيث يسير من الكل إلى الجزء وقد استخدمت -أولاً- في الهندسة وهي تتبع الخطوات الإجرائية التالية:

- عرض القاعدة العامة.
- إعطاء أمثلة متنوعة توضح كيفية استخدام تلك القاعدة
- تكليف التلاميذ بحل عدة أمثلة وفق نفس القاعدة.

ثانياً - مجموعة الاكتشاف Discovery

هي طريقة في التدريس تمكن الطالب من اكتشاف المعلومات بنفسه عن طريق الإرشادات التي يتلقاها من المعلم وبذلك فهو يتجاوز المعلومات المعطاة له سلفاً وهي ذات فوائد عديدة، منها استثارة دافعية التلاميذ نحو مزيدٍ من التعلم، تنمية القدرات العقلية لهم وإكسابهم أساليب البحث العلمي ويطيل فترة استبقاء المعلومات المختزنة.

وهناك طرق عدة من طرق التعلم بالاكتشاف منها:

١ - الطريقة الاستقرائية Inductive Method

والبعض يصنفها ضمن طرق العرض وذلك بحسب حجم التوجيه الذي يؤديه المعلم تجاه تلاميذه وهي تسير من الجزئيات إلى الكل "وهي تستخدم للوصول إلى المسلمات التي استند عليها بناء الهندسة،

obeikandl.com

إذ يرى الرياضيون أن الرياضيات بدأت استقرائية للوصول إلى المعرفة الرياضية وبنائها وتنظيمها"(١) ويمكن استخدامها كطريقة للبرهان. وهي تتبع الخطوات الإجرائية التالية:

أ – عرض عدد كافٍ من الحالات الفردية ذات خاصية مشتركة من قبل المعلم.

ب – أن يساعد المعلم تلاميذه على دراسة تلك الحالات ويوحي لهم إلى الخاصية المشتركة.

جـ – أن يساعد المعلم تلاميذه على صياغة عبارة تمثل تجريداً لتلك الخاصية التي توصلوا إليها.

د – أن يتحقق التلاميذ من صحة تعميمهم في حالاتٍ خاصةٍ مشابهة.

٢ – طريقة حل المشكلات Problem Solving Method

المشكلة هي تساؤل جديد يبحث عن إجابة. ويواجه الفرد مشكلة إذا كان أمامه هدف واضح وكان هناك مايعوقه عن الوصول إليه، بسبب نقص المعلومات المتوافرة لديه وتعمل المشكلات على تنشيط عقول التلاميذ وتتحدى تفكيرهم وتثير فضولهم الفكري وتشجعهم على اكتشاف معارف جديدة وتعتبر الرياضيات من أغنى العلوم بالمشكلات.

أما حل المشكلة، فتعرفه نظلة خضر بأنه "عملية معقدة تتضمن التخيل واللعب والدافع وحب الاستطلاع والتحليل والتجريد وتداعي الأفكار وربطها"(٢).

ويعرفه المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) بأنه "عملية تطبيق المعرفة المكتسبة على مواقف جديدة وغير مألوفة"(٣).

وهذه الطريقة تتبع الخطوات الإجرائية التالية:

أ – تقديم المشكلة وتحديدها بدقة ووضوح.

ب – توجيه نظر المتعلم إلى البيانات المتعلقة بالشكل.

جـ – توجيه المتعلم ليربط بين الهدف المنشود والمعطيات للوصول إلى الحل.

د – تقويم الحل الذي يقرره المتعلم.

وتجب الإشارة إلى أن المشكلة عند متعلم قد لاتمثل مشكلة عند متعلم آخر وأن المشكلة عند متعلم في وقت ما قد لا تكون كذلك عند نفس المتعلم في وقت آخر، لذلك ينصح المعلمون بتقسيم المتعلمين إلى مجموعات حسب مستوياتهم وعلى المعلم أن ينوع المشكلات التي يقدمها إلى مجموعة ما ويزيد من صعوبتها تدريجياً.

---

(١) فريد كامل أبو زينة: مرجع سابق، ص ١٣.

(٢) نظلة حسن أحمد خضر: مرجع سابق، ص ٤٢.

(3) Stephen Krulik & Roland Rays: Problem Solving in School Mathematics, NCTM, 1980,P.5.

obeikandl.com

٣ - طريقة الاكتشاف الموجه Directed Discovery

للتلميذ هنا دور محدود إن لم يكن معدوماً، فالاكتشاف الذي يحققه التلميذ يكون المعلم قد خطط له مسبقاً ويوجه التلميذ خطوة خطوة إلى أن يكتشف المطلوب وهي تتبع الخطوات الإجرائية التالية:

أ – يقدم المعلم بعض المعلومات المرتبطة بعلاقة ما.

ب – يوجه المعلم تلاميذه خطوة خطوة لإدراك العلاقات بين عناصر المعلومات المعطاة حتى يكتشفوا المطلوب.

جـ – يتحقق التلاميذ من صحة القاعدة في حالات أخرى مماثلة.

٤ - طريقة الاكتشاف الإرشادي Guided Discovery

هنا يصل التلاميذ إلى اكتشاف القاعدة الرياضية دون توجيه المعلم لهم خطوة خطوة، حيث تتاح لهم فرصة المبادأة والتفكير المستقل وهم حين يكتشفون يشعرون بالرضا. فبعضهم يصل إلى اكتشاف المطلوب وبعضهم يصل إلى أجزاء منه وآخرون قد لايصلون إلى أي شيء. وهو يتبع الخطوات الإجرائية التالية:

أ – يقدم المعلم معلومات معينة تحكمها قاعدة معينة، ثم يطلب من التلاميذ العمل بمفردهم ليكتشفوا المطلوب.

ب – يرشد المعلم تلاميذه –فقط– عند الحاجة.

جـ – يتيح لهم المعلم فرصة لتبادل مايكتشفونه.

٥ - طريقة الاكتشاف المفتوح Open Discovery

يزود المعلم تلاميذه بأنشطة التعلم وببعض الأفكار دون أن يعطيهم أية تعليمات، أو حتى الهدف من الدرس وبالكاد يرشدهم عندما يطلبون منه ذلك. وهذه الطريقة ذات نهاية مفتوحة، لأن كل تلميذ قد يصل إلى جواب يختلف عن جواب زميله وهذه الطريقة تتيح للمعلم فرصة لملاحظة تلاميذه حين يعملون. وهي تتبع الخطوات الإجرائية التالية:

أ – يعد المعلم المادة التعليمية المناسبة لموضوع الدرس ويجعلها متاحة للتلاميذ.

ب – يترك المعلم تلاميذه يعملون للوصول إلى القاعدة دون تدخل منه إلا حين يطلب التلاميذ المساعدة من المعلم.

٦ - طريقة الاكتشاف الحر Free Discovery

تبدأ هذه الطريقة من حب الاستطلاع والفضول العلمي للتلاميذ والبداية لاتكون من المعلم وعليه أن يشجع التلاميذ ويسدي لهم النصح. وهذه الطريقة تحتاج إلى وقتٍ وجهدٍ كبيرين وإمكانات مادية ضخمة لاتتناسب مع المردود الذي يحققه التلاميذ.

وبمقارنة الطرق الست السابقة -وحسب تسلسل عرضها- نلاحظ أن هناك ازدياداً في عنصر المبادأة عند التلميذ وتناقص في احتمال وصوله إلى اكتشاف محدد وتناقص في احتمال تساوي تحصيل التلاميذ، كما أن دور المعلم يتغير من الموجه إلى المرشد عند الحاجة، إلى ميسر حدوث التعلم، ثم إلى الملاحظ والمشجع.

وتوصي الموسوعة العالمية للتربية لتطوير تدريس الرياضيات بما يلي (١):

١ - التغيير الدائم من التلقي السلبي إلى المشاركة النشطة الفعالة.

٢ - تجربة أساليب حديثة في تدريس الرياضيات.

٣ - إثراء عملية التعلم بالمواقف التعليمية.

٤ - استخدام الرسوم والأشكال في تدريس الرياضيات.

٥ - التركيز على عرض المفاهيم في تسلسل حلزوني.

٦ - التناسق بين تدريس الرياضيات والمواد الأخرى.

والخلاصة فإن لطريقة التدريس دور مهم في مدى استيعاب التلاميذ، وعلى المعلم أن يعرض الرياضيات على تلاميذه بشكل مواقف وأنشطة ويتيح لتلاميذه فرصة المشاركة والاكتشاف بأنفسهم، كما أن على المعلم تنويع طرق التدريس وأن يكون تقديم المعلومات بشكل متسلسل ومترابط، لأن فقدان إحدى الحلقات قد يخلق متاعب كثيرة أمام التلاميذ وقد يؤدي بهم إلى التعثر والإخفاق في متابعة دراسة الرياضيات، فالرياضيات بناء استدلالي يجب تقديمها إلى التلاميذ بما يتناسب مع قدراتهم وإمكانياتهم ويجب تعليم التلاميذ وتعويدهم على إجراء عمليات استدلالية، حتى ولو كانت بسيطة وبحكم الطبيعة التركيبية والتراكمية للرياضيات، فإن تعلمها يكون بشكلٍ مترابطٍ ومنظم، يبنى في ترتيبٍ هرمي من البسيط إلى المركب فالمعقد فالأكثر تعقيداً.

---

(1) M.R. Warburton; Mathematic Instruction, The International Encyclopedia of Education Research and Studies, New York, Pergamon Press Ltd., Vol. 6, 1985, P. 3253.

نقلاً عن: محي الدين مصطفى اسماعيل خليفة: "دراسة تحليلية للأخطاء التي يقع فيها طلاب الصف الأول الثانوي التجاري في مقرر الرياضيات العامة وبعض مقترحات علاجها"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة طنطا، ١٩٨٦، ص ١٢٩

البرهان الرياضي – مفهومه واستراتيجياته:

يبدأ مفهوم البرهان في النمو لدى الطفل في بداية سؤاله بـ (لماذا؟) وهنا يجب تقديم إجابات تناسب مستوى نضجه وألا نعطيه إجابات خاطئة، أو زجره، أو مطالبته بالكف عن الأسئلة، لئلا نفقده الثقة بنفسه، أو نعوق نموه الاستقصائي . (١)

ترجع أصول البرهان إلى المناطقة، حيث كان طريقهم للبحث عن مصادر اليقين، حيث وضع أرسطو المنطق في القرن الرابع قبل الميلاد وجعل البرهان غايته وهو في نظر أرسطو قياس مقدمات صادقة، تؤدي – بالضرورة – إلى نتيجة صادقة ... ويبدأ البرهان الرياضي من تعريفات وبديهيات، مبرهناً على جميع القضايا باستنباطها من هذه الأوليات، بواسطة عدد قليل من قواعد الاستنتاج. (٢)

أما البرهان الرياضي فهو مفهوم أساسي في الرياضيات، يعتمد على عمليات عقلية وخطوات مترابطة ومتسلسلة بشكل منطقي، من أجل إثبات صحة قضية ما.

ويعرف المجلس الوطني لمدرسي الرياضيات (NCTM) في الولايات المتحدة البرهان بأنه(٣) سلسلة من الجمل الخبرية المرتبطة بصدق القضية ويمكن تبريرها بالإشارة إلى الفروض المعروفة والمقبولة والتعريفات والألفاظ غير المعرفة والقضايا المثبتة سابقاً، أو تجمع لهذه الأسباب.

ويعرفه جيرمي(٤). بأنه تسلسل لتقارير تقدم في توالٍ، هذا التسلسل يحقق بعض المبادئ المنطقية التي تعتبر صحيحة وهذه المبادئ المنطقية تعبر عن نفسها عن طريق استخدامنا لروابط منطقية مثل: وَ، يؤدي إلى، يكافىء، ...

وتعرفه نظلة خضر(٥). بأنه استخدام أنماط معينة من المناقشات، لتكوين تقارير مركبة من تقارير أخرى، عن طريق استخدام العمليات المنطقية حتى نصل إلى نتائج سليمة.

أما قاموس الرياضيات(٦). ، فيقول إن البرهان هو الطريقة التي تتبع في إقامة الدليل على صدق

---

(١) وليم عبيد وآخران: مرجع سابق ، ص ص ١٩٦–١٩٧ .

(٢) محمد أحمد مصطفى السرياقوسي: التعريف بالمنطق الرياضي، القاهرة، دار الفكر العربي، ١٩٧٨، ص ص ٢٦–٢٧

(3) The Grouth of Mathematical Ideas, Twenty Fourth Year Book, of N.C.T.M., 1959, pp.111-112

نقلاً عن أحمد محمد سعيد أحمد: "تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى طلاب الصف الأول الثانوي بالتعليم العام"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة عين شمس، ١٩٨٩، ص٣٤ .

(4) Louis Jermy; Intitation à la logique Mathématique, Universite de Poitiers, I.R.E.M et Departement de Mathématique, Juin 1980, P.12.

(٥) نظلة حسن احمد خضر: مرجع سابق، ص ١١٤ .

(6) R.C., James & E.F. Bechenbac; Mathematics Dictionary, (James&James), 4th Ed., New york, van Nostrand, Reinhold,1976, P.309

نقلاً عن أحمد محمد سيد أحمد: مرجع سابق، ص ٣٥ .

جملة إخبارية ما وهوعبارة عن معالجات لبيان صحة تقرير ما، من خلال تقارير صحيحة سابقة، أو مسلمات متفق على صحتها.

ويعتبره أحمد سيد أحمد(١). أحد المفاهيم الكبرى في الرياضيات والموظفة في سائر فروعها، يستخدم في خلق المواقف التعليمية التي تشجع التلاميذ على المبادأة والمشاركة وعمل التخمينات واقتراح الحلول واكتشاف العلاقات وهو متتابعة منظمة من تتابعٍ واحدٍ أو أكثر من الاستنتاجات، تبدأ من مقدمات مقبولة وتنتهي بالنتيجة المطلوب إثباتها، وكل تتابع من هذه التتابعات يتكون من عدة جملٍ رياضية، كل منها تشتق من سابقاتها وكل جملة من هذه الجمل لها تبرير مقبول رياضياً(تعريف، مسلمة، نظرية، ...) .

ويعتبر البرهان الرياضي أداة للتفكير السليم والدقيق وهو يمثل ركيزة أساسية في بناء وتطوير المعرفة بوجه عام والبنية الرياضية بوجه خاص.

أما البرهان الهندسي "فهو مجموعة من الخطوات المنطقية تسبقها مجموعة من العمليات العقلية ، تستهدف تحليل المشكلة في ضوء شروطها ووضع خطة لحلها. ولكي يفهم التلميذ خطوات هذه الخطة ينبغي أن يفهم الدواعي وراء هذه الخطوات وهذا لايتم إلا من خلال معرفة التلميذ بالعمليات السابقة"(٢). ويلاحظ أن البرهان – غالباً – يبدأ من المعطيات أو من تحليل المطلوب، مع أن هذا لا يمنع أن تكون بدايته بعض النظريات، أو النتائج أو المسلمات أو القوانين....مما يعني عدم وجود طريقة واحدة لبناء البرهان الرياضي لكن في جميع الأحوال فإن عملية بناء البرهان الرياضي ليست بالعملية السهلة، لأنها عملية عقلية معقدة، تشترك فيها عناصر عديدة ويجب – على من يريد بناء البرهان الرياضي– أن يكون ذا خبرة كبيرة وأن يتسم ببعد الأفق والنظرة البعيدة وأن يتقن عملية تحليل المواقف، أو المشاكل الرياضية وإعادة تشكيل تلك المواقف بشكل صحيح، من أجل تحديد معطيات الموقف المشكل ومطالبية وتحليل المطلوب حين يتطلب ذلك، لأن عملية بناء البرهان الرياضي– في حد ذاتها – تعتبر مهارة تفوق جميع المهارات الرياضية الأخرى ومن يتقنها يتقن كل ما عداها من مهارات، والتفوق في اكتسابها يؤدي –بالضرورة– إلى التفوق في المهارات الأخرى، فمهارة بناء البرهان الرياضي تحوي جميع المهارات الآخرى.

---

(١) أحمد محمد سيد أحمد: مرجع سابق، ص ص ١٣-٦٠

(2) C.H.,Butler, and Others; The Teaching of Secondary Mathematics, New york, Mc Graw- Hill Inc., 1970, PP. 397-399.

ويرى بوليا Polya أن مراحل حل التمرين الهندسي هي :(١)

١ – فهم التمرين ومعرفة المطلوب جيداً .

٢ – فهم العلاقات بين المعطيات والمطلوب لوضع خطة الحل .

٣ – تنفيذ الخطة .

٤ – مراجعة الحل حين يكتمل ومناقشته .

كما يعدد أحمد سيد أحمد إجراءات بناء وصياغة البرهان الرياضي بالآتي : (٢)

١ – تحويل التمرين إلى شكل هندسي وإظهار المعطيات عليه .

٢ – تحديد المعطيات والمطلوب وترميزها .

٣ – تحليل المطلوب لوضع خطة الحل وإجراء العمل اللازم .

٤ – تسجيل الخطة وتنظيم خطوات البرهان مع بيان سبب كل خطوة .

٥ – التأكد من صحة البرهان وتماسكه .

ويرى الباحث أن عملية بناء وصياغة البرهان الهندسي يجب أن تمر بالمراحل السبع التالية :

١ – فهم التمرين أو الموقف المشكل بشكل جيد وصياغته بشكل آخر يعبر عن ذلك الفهم .

٢ – تحليل التمرين إلى معطيات ومطاليب وتجزئة المطاليب حين اللزوم، مع ترميز مايمكن ترميزه .

٣ – توضيح العلاقات انتي تربط بين المعطيات ووضعها على شكل معادلات كلما أمكن ذلك .

٤ – تحويل التمرين إلى شكل هندسي واضح، تظهر عليه كافة المعطيات والعلاقات الأساسية فيه وإجراء العمل حين اللزوم .

٥ – اقتراح خطط متعددة للبرهان .

٦ – اختيار أفضل الخطط ثم تنفيذها وتسجيلها وفق صياغة دقيقة ومحددة مع تبرير كل خطوة .

٧ – تقويم صحة البرهان، ثم تقديم ملخص إجمالي وسريع له ومحاولة إيجاد طرق أخرى للبرهان .

وبالإضافة إلى المراحل السبع المذكورة، يجب أن يترك المعلم فرصة المشاركة للتلاميذ في بناء البرهان وفي صياغته وأن يجعلهم يمارسون ذلك بأيديهم ليكتشفوا البرهان بأنفسهم وأن يساعدهم ببعض التعميمات حين يتعثرون في إحدى الخطوات جزئياً، أو كلياً إن استدعى ذلك، حتى يصلوا إلى

---

(١) وديع مكسيموس : مرجع سابق، ص ص ١٧٥–١٧٧ .

(٢) أحمد محمد سيد أحمد : مرجع سابق، ص ٨٦ .

المطلوب، لأن ذلك يكسبهم الثقة بأنفسهم ويشجعهم على متابعة اكتشاف المزيد من البراهين ويجعلهم يشعرون بالانتصار واللذة التي يشعر بها عالم الرياضيات حين يكتشف قضية ما. كما يجب على المعلم ألا يتسرع في إتقان تلاميذه للبرهان وأن يتحلى بالصبر والأناة وأن يتسع صدره لبطء التلاميذ حين يشركهم معه في بناء وصياغة البرهان، لأن عملية بناء البرهان الرياضي تتطلب عمليات عقلية مركبة وخبرات كبيرة واستخدام المسلمات والتعريفات واللامعرفات والنظريات والنتائج والعلاقات بينها...، وحتى يتمكن التلاميذ من إتقان مهارات البرهان الرياضي عليهم أن يفهموا كل ذلك وأن يفهموا كل خطوة بشكل جيد، ويجب على المدرس -كذلك- أن يعطي تلاميذه تماريناً تتطلب براهين بسيطة في البداية، ثم تمارين ذات براهين أصعب قليلاً ويزيد في تعقيدها تدريجياً، لأنه لو وضعهم أمام تمرين معقد البرهان منذ البداية، فإنهم قد يعجزون عن حله ومن ثم يصابون بالإحباط وتتكون لديهم -بعد ذلك- اتجاهات سلبية نحو البرهان الرياضي وكل ماله صلة بالهندسة والرياضيات، إضافة إلى ذلك فإن كل مرحلة من المراحل السبع، تتطلب مهارة بحد ذاتها وعلى المعلم أن يدرب تلاميذه على كل واحدة منها.

ويرى رضا مصطفى[1] أن دراسة البرهان تساعد في التغلب على الصعوبات العديدة التي يواجهها التلاميذ عند دراستهم لمادة الهندسة، كما أن دراسة مقومات البرهـــان الرياضي تساعد على تعلم الطلاب لـ:

١- فهم طبيعة اللامعرفات والمسلمات والمعرفات ودورها في الاستدلال الاستنباطي.

٢ - فهم ماهية النظرية وسبب وجودها في النظام الاستنباطي وكذلك معنى عكس النظرية

٣ - فهم تفاصيل البرهان الاستنباطي بدقة.

٤ - ترجمة الصور اللفظية إلى صورة (إذا كان ... فإن ...).

٥ - تحديد خطة البرهان وكتابته وفهم معنى البرهان غير المباشر.

مهارات البرهان الرياضي:

لقد سردنا منذ قليل مراحل بناء البرهان الرياضي حيث إن كل مرحلة منها تتطلب مهارات خاصة، يعرضها أحمد سيد أحمد فيما يلي:[2]

---

(١) رضا مسعد السعيد مصطفى: "مدى فهم طلاب كليات التربية لطبيعة البرهان الرياضي"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة المنوفية، ١٩٨٤، ص ص ٦٠-٦١.

(٢) أحمد محمد سيد أحمد: مرجع سابق، ص ٩٤

أ - **مهارات التخطيط للبرهان:** وتتضمن:

١ – ترجمة التمرين إلى شكل تتوضح عليه العلاقات الأساسية فيه.

٢ – تحديد المعطيات والمطلوب على شكل علاقات رمزية.

٣ – تصور خطة عامة للبرهان، من خلال إدراك العلاقات بين المعطيات والمطلوب، وإجراء العمل اللازم.

ب - **مهارات بناء تتابعات البرهان الرياضي:** وتتضمن:

١ – اشتقاق نتائج مفيدة من المعطيات والعمل مع التبرير.

٢ – اشتقاق نتائج مفيدة توصل إليها مع التبرير.

٣ – الربط بين النتائج التي توصل إليها للوصول إلى المطلوب.

جـ - **مهارات صياغة البرهان:** وتتضمن:

١ – التعبير الكتابي عما تم استنتاجه بطريقة رياضية سليمة.

٢ – استكمال الحل وصياغته.

د - مهارات تقويم البرهان عن طريق الحكم على صحة البرهان ومعقولية النتائج مع التبرير.

أنماط البرهان الرياضي واستراتيجياته:

ترجع الاختلافات حول تصنيف أنماط البرهان الرياضي، إلى عدم الاتفاق حول معنى البرهان غير المباشر وحدوده وإلى الخلط بين الإقناع والبرهان وإلى الخلط بين طرق التفكير في البرهان وطرق التعبير عنه أو الاقتصار على البراهين المباشرة وغير المباشرة وضعف الاهتمام بالبراهين الخاصة ببعض قضايا الرياضيات. ويرى أنجن Engen أن تصنيف طرق البرهان الرياضي لاتحكمه قواعد معينة[١] ولايمكن أن نعتبر أن أحد الأنماط، أو إحدى استراتيجيات البرهان، أفضل من غيرها على الإطلاق، لأن طرق البرهنة تمثل طرقاً يتبعها أي عقل مفكر ولكن بدرجات متفاوتة من الدقة وحسن الاستعمال وواضح عدم تعارضها مع بعضها البعض وغالباً مايمزج بينها في المسألة الواحدة كما يرى يحيى هندام.[٢]

ويذكر مينا ثمانية من أنماط البرهان الاستدلالي هي :[٣]

---

(١) رضا مسعد السعيد مصطفى: مرجع سابق، ص ص ٤٩–٥٠ .

(٢) يحيى حامد هندام ومحمد أبو يوسف: مرجع سابق، ص ص ٤٩–٥٠ .

(٣) فايز مراد مينا: قضايا في تعليم وتعلم الرياضيات، مرجع سابق، ص ص ٢٤٦–٢٤٩ .

obeikandl.com

١-البرهان البسيط ٢- الانتقالية

٣- برهان النفي ٤- نظرية الاستدلال

٥-معكوس النقيض ٦-البرهان باستنفاذ جميع الحالات

٧-الاستنتاج الرياضي ٨-إيجاد مثال مضاد

ويصنف تشاندلر Schandler أنماط البرهان الرياضي إلى :(١)

١- البرهان المباشر بالاستنباط ٢- برهان الاستنتاج الرياضي ٣- البرهان غير المباشر

٤- البرهان بالتعارض ٥- استخدام المثال المضاد .

ويقدم مجدي ابراهيم التصنيف التالي :(٢)

١ - البرهان المباشر ٢ - البرهان غير المباشر

٣ - البرهان باستخدام الاستنتاج الرياضي ٤ - إثبات الشرط اللازم والكافي

٥ - البرهان باستنفاذ جميع الحالات ٦ - البرهان على وجود حل

٧- إثبات عدم صحة عبارة ما ٨-إثبات بعض النظريات الهندسية جبرياً

٩- حل المعادلات الجبرية باستخدام التفاضل

١٠- إثبات بعض قوانين الحجوم في الهندسة الفراغية باستخدام التكامل

١١- حل بعض المسائل الميكانيكية بيانياً.

أما يحيى هندام فهو يصنف أنماط البرهان على النحو التالي :(٣)

١- الطريقة الاستقرائية ٢- الطريقة القياسية

٣- الطريقة التركيبية ٤- الطريقة التحليلية

٥- الطريقة التفنيدية (غير المباشرة) ٦- الطريقة التتبعية لمسارات التفكير.

وتعرض إحسان شعراوي التصنيف التالي الذي يتكون من عشر استراتيجيات : (٤)

---

(1) L.B., Schandler; Pure Mathematics, London, Stanly Thornes Publishers Ltd., 1979, P.315.

نقلاً عن رصا مسعد السعيد مصطفى : مرجع سابق، ص ٤٤

(٢) مجدي عزيز إبراهيم : أساليب وطرائق تدريس الرياضيات، ط١ ، القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية، ١٩٨٨، ص ص٥٦-٩٤ .

(٣) يحيى حامد هندام ومحمد أبو يوسف : مرجع سابق، ص ص ٢٣-٣٦ .

(٤) إحسان مصطفى شعراوي: مرجع سابق، ص ص ١٣٥-١٤٥ .

obeikandl.com

١– استراتيجية المثال المضاد
٢– استراتيجية فصل المقدمة
٣– استراتيجية برهنة سلسلة من الفروض
٤– استراتيجية إثبات جملة شرطية
٥– استراتيجية البرهان بنقض الفرض
٦– استراتيجية البرهان بالتفنيد
٧– استراتيجية إثبات تكافؤ تقريرين أو أكثر
٨– الاستنتاج الرياضي
٩– برهان الوجود.
١٠– استراتيجية البرهان بالسرد، بالطريقة التركيبية أو التحليلية

ويرى الباحث أن أنماط البرهان الرياضي يمكن إيجازها بالآتي:

١ – البرهان بالطريقة المباشرة.
٢ – البرهان بطريقة نقض الفرض (غير المباشرة).
٣ – البرهان باستنفاذ جميع الحالات.
٤ – إثبات الشرط اللازم والكافي.
٥ – البرهان على وجود حل.
٦ – برهان بعض النظريات الهندسية جبرياً.
٧ – البرهان بالنفي.

أهداف تدريس البرهان الرياضي:

لاشك أن تدريس البرهان الرياضي ينطوي على أهداف عديدة، تعتبر جزءاً من الأهداف العامة لتدريس الرياضيات، يمكن إجمالها فيما يلي:

١ – تعويد التلاميذ على أسس التفكير المنطقي السليم.

٢ – إكساب التلاميذ القدرة على الاستدلال وبأن كل خطوة يجب أن تستند إلى ماقبلها وتعليلها.

٣– إكساب التلاميذ المزيد من المعارف والمهارات الرياضية وتطبيقها في حل المشكلات الحياتية التى تعرض لهم.

٤ – زيادة قدرات التلاميذ على الابتكار والابداع.

٥ – مساعدة التلاميذ على الشعور بأن الرياضيات ليست مستحيلة الفهم وبقدرتهم على استيعابها وخصوصاً إذا كانوا يعملون بأنفسهم، مما يشجعهم على دراسة المزيد منها.

٦ – زيادة الحساسية الرياضية للتلاميذ تجاه بعض القضايا الرياضية من الناحية المنطقية، فلا يطلقون أحكامهم دون سند منطقي مقبول.

تنمية مهارات البرهان الرياضي :

إن مهارة بناء وصياغة البرهان الرياضي –كغيرها من المهارات– تتطلب أولاً معرفة، ثم ممارسة مستمرة وطويلة لبلوغ درجة الاتقان وعليه فإن هذه المهارة يمكن تنميتها عن طريق التدريب المستمر عليها والممارسة الدائمة لها ولاسيما أن مهارة وصياغة البرهان تعتبر من أصعب المهارات وأعقدها، لأنها تتكون عبر مجموعة من المراحل، كل مرحلة فيها يمكن اعتبارها مهارة مستقلة بذاتها ولذلك فلكي يكون التلميذ ماهراً في هذه المهارة، لابد له أن يكون ماهراً وبارعاً في كل مرحلة من المراحل السبع التي ذكرناها مسبقا(*) وتعتبر أفضل طريقة للتدريب على المهارة،هي الاطلاع على نماذج كثيرة منها وفهمها وإعادة تشكيلها من جديد بأسلوب آخر وممارستها بشكل مستمر وتكرارها كثيراً وعلى المعلم أن يساعد تلاميذه في كل ذلك، حتى يبلغوا درجة جيدة من الإتقان، أو أقرب ما تكون إلى الإتقان، إلى أن تصبح عادة يمارسونها بشكل عفوي وسلس ويجب أن يمتنع المعلم عن إعطائهم البراهين الجاهزة ليحفظوها، بل يجب أن يشركهم في اكتشافها وبنائها وصياغتها.

ويقدم لنا وليم عبيد بعض الإرشادات من أجل تنمية مهارة البرهان وهي :(١)

١ – عود التلاميذ على معرفة المعطيات والمطلوب منذ الصغر وفي جميع المواقف.

٢ – دع التلميذ يضع خطة لنفسه للوصول إلى الحل.

٣ – علم التلاميذ أن يقدموا التعليلات لكل خطوة من خطوات الحل .

٤ – وضح للتلاميذ دور التعريف والنظرية والحاجة إلى الكلمات غير المعرفة والمسلمات ودور كل ذلك في بناء أي نظام رياضي.

٥ – جنب التلاميذ الخلط بين المعاني اللغوية للمصطلحات ودلالاتها الرياضية.

٦ – حذر التلاميذ من الدوران في حلقة مفرغة حين يخلطون بين المعطيات والمطلوب .

٧ – وضح للتلاميذ الفرق بين الاستقراء والاستنباط.

٨ – دع التلاميذ يتعلمون ترجمة التمرين إلى شكل تتوضح عليه العلاقات المعطاة.

٩ – قدم للتلاميذ أشكالاً هندسية موضح عليها بعض العلاقات واطلب منهم استنباط علاقات أخرى من العلاقات المعطاة مع التعليل.

١٠ – جزئ المطلوب إلى مطلبين أو أكثر أحدهما يؤدي إلى الآخر.

(*) أنظر المراحل السبع في الصفحة (٣٤).

(١) وليم عبيد وآخران : مرجع سابق، ص ص ١٩٦ – ٢٠٥ .

١١– دع التلاميذ يكتشفون العمل اللازم.

١٢ – في حال تعثر بعض التلاميذ أعطهم مفاتيح إرشادية للحل ولا تعطهم الحل كاملاً.

١٣ – مهارة البرهنة تحتاج إلى صبر وجهد ولتتدرج مع التلاميذ من التمارين السهلة فالصعبة فالمعقدة.

١٤ – اطلب من التلاميذ صياغة المعطيات والمطلوب بلغتهم.

١٥ – عود التلاميذ أن يترجموا منطوق النظريات في شكل تمارين إلى أشكال هندسية.

واعتماداً على ما سبق وغيره مما قرأ الباحث ومن أجل تنمية مهارات البرهان الهندسي عند التلاميذ فإن الباحث يقدم للمدرسين بعض التوصيات يمكن أن تساعدهم في تنمية مهارة بناء البرهان الهندسي وصياغته عند تلاميذهم، هذه التوصيات يقسمها الباحث إلى سبع خطوات، على اعتبار أن عملية بناء البرهان الهندسي تمر بسبع مراحل، كل مرحلة منها تمثل مهارة بذاتها :(*)

١ – **مهارة فهم التمرين وصياغته** وهي تتضمن:

أ – قراءة التمرين بتمعن جزءاً جزءاً وشرح كل جزء فيه.

ب– توضيح المفاهيم الأساسية الواردة في كل جزء وترتيب الأفكار الواردة في كل جزء.

جـ – إعادة صياغة التمرين بأساليب أخرى وإعطاء الفرصة للتلاميذ ليصوغوا التمارين البسيطة بأساليبهم ثم التدرج في صعوبتها.

٢ – **مهارة تحليل التمرين إلى معطيات ومطلوب** : وهي تتضمن:

أ – كتابة المعطيات الواردة بشكل مستقل وشرحها.

ب – تجنيب التلاميذ الحالات الخاصة وتجنب التخمين البعيد عن الواقع عند عدم كفاية الأدلة

جـ – تحليل المطلوب وتوضيحه وتجزئته إلى أكثر من طلب فيما إذا كان الطلب مركباً من طلبات جزئية بسيطة .

٣ – **مهارة توضيح العلاقات الموجودة** : وهي تتضمن:

أ – وضع العلاقات الخاصة بكل طلب بشكل منفصل وترميزه وشرح المفاهيم المتضمنة فيها.

ب – تذكير التلاميذ بتمارين أو مواقف سابقة مشابهة إذا أمكن ذلك.

(*) أنظر المراحل السبع في الصفحة (٣٤) .

obeikandl.com

٤ - **مهارة تحويل التمرين إلى شكل هندسي**: وهي تتضمن:

أ – رسم التمرين بشكل دقيق خطوة خطوة وباستخدام الأدوات الهندسية.

ب – إبراز العلاقات الأساسية بين عناصره والمفاهيم الموجودة على الشكل، مع الاستعانة بالألوان، مع وضع إشارات التساوي والتوازي و ... على الشكل.

جـ – إذا كانت المعطيات الموجودة غير كافية للبرهان، يجب التلميح للتلاميذ بضرورة إجراء العمل، دون ذكر ذلك العمل بشكل صريح، إلا حين يعجزون عن معرفته.

٥ - **مهارة اقتراح خطط متعددة للبرهان** : وهي تتضمن:

أ – لفت أنظار التلاميذ إلى بعض العلاقات الموجودة ذات العلاقة المباشرة بالمطلوب.

ب – ليسأل المعلم تلاميذه عن الخطط الملائمة للتمرين الحالي لكي يختاروا الخطة الأصلح بأنفسهم.

جـ – التذكير بالخطط التي استعملت في تمارين سابقة وإمكانية الاستفادة منها في التمرين الحالي.

٦ - **مهارة اختيار الخطة الملائمة وتنفيذها وصياغتها**: وهي تتضمن:

أ – ليذكر المدرس للتلاميذ جميع الخطط التي تصلح لحل التمرين وعليه أن يبين لهم مزايا وعيوب كل خطة.

ب – الخطة الملائمة يجب أن يشرك المدرس تلاميذه في اختيارها.

جـ – يقوم التلاميذ بتنفيذ الخطة ويعطيهم المدرس مفاتيح إرشاديه كلما تعثروا في إحدى مراحل التنفيذ.

د – يسجل التلاميذ الخطة ويصوغونها بأنفسهم تحت إشراف وتوجيه المدرس، مع السماح لكل تلميذ بتسجيل خطته وصياغتها فيما لوكانت صالحة.

هـ – الاختصار في العبارات الرياضية ما أمكن ذلك.

و – ترقيم الخطوات البارزة والتي قد تستخدم في إثبات طلبات تالية.

ز – تبرير كل خطوة من خطوات التنفيذ.

٧ - **مهارة تقويم صحة البرهان**: وهي تتضمن:

أ – مقارنة النتيجة التي توصل إليها التلاميذ بالطلب الموجود في التمرين.

ب – التأكد من النتيجة بتقديم حالات خاصة ودراسة معقوليتها وموضوعيتها.

جـ – يجب على المدرس أن يذكر خططاً أخرى للبرهان وكتابتها ولا سيما تلك التي أوحى بها التلاميذ ومقارنتها فيما بينها وبيان مزايا وعيوب كل واحدة منها.

د – الطلب من بعض التلاميذ إعادة البرهان بشكل سريع.

طرق صياغة البرهان الرياضي:

يذكر كانو Kano (١) الطريقتين التاليتين:

١ – برهان العمودين Two Column Proof

يأخذ البرهان في هذه الصورة شكل عمودين متقابلين، يحوي الأول خطوات البرهان ويحوي الثاني مبررات كل خطوة.

٢ – برهان الفقرة Paragraph Proof

وهو يكون على شكل عبارات متتالية دون تبرير أي منها.

ويعرض رضا مصطفى الطرق التالية: (٢)

٣ – برهان المخطط السهمي Schomatic Proof

ويتكون من مجموعة دوائر تمثل كل منها تضمينات منطقية، تدخل إليها مجموعة أسهم يمثل كل منها تقريراً معطى وتخرج منها أسهم أخرى يمثل كل منها النتيجة المطلوبة وتحتوي الدوائر على الفروض، أو التعريفات أو المسلمات.....

٤– برهان الشكل التخطيطي Diagrammatic Format

وهو يشبه برهان الفقرة من حيث عدم ذكر المبررات، لكنه يربط بين الخطوات في شكل تخطيطي متشابك ومتصل من البداية وحتى النهاية.

٥ – برهان البطاقات المتتابعة Flow Cart

وهو لايذكر تبريراً لأية خطوة، إلا أنه يضع تلك الخطوات في بطاقات كل منها تؤدي إلى الأخرى في تتابع دقيق.

---

(1) R. B. Kano; "On The Proof Making Task" Mathematics Teacher, Febrawry, 1975, P. 82 .

نقلاً عن أحمد محمد سيد أحمد: مرجع سابق، ص ٤٥ .

(٢) رضا مسعد السعيد مصطفى: مرجع سابق، ص ص ٥٤–٥٦ .

obeikandi.com

٦ - برهان متتابعة الرموز المنطقية Symbolic - logic Sequence

وتستخدم التقارير في الوصول إلى المطلوب بالاستعانة بالمنطق وقواعده، دون التركيز على العبارات الرياضية نفسها.

الصعوبات والأخطاء في تعلم الهندسة:

عندما يخطىء التلميذ، فليس السبب دائماً هو التلميذ وليس لأنه غبي أو كسول أو ... كما يحلو لبعض المدرسين أن يطلقوا على التلاميذ الضعاف مثل تلك النعوت غير المستحبة، لكن هناك عوامل كثيرة -لاينبغي إغفالها- تتسبب في وقوع التلاميذ بالأخطاء، فالعملية التعليمية تتأثر ببيئة التلميذ وخلفيته الثقافية والاجتماعية وقدرات كل تلميذ واستعداداته وميوله وبالمنهج وبالمدرس وبأسلوب التقويم وبطريقة التدريس -التي يعتبرها البعض أهم من كل تلك العوامل على الإطلاق- وبازدحام الفصول الدراسية، الذي نشأ عنه زيادة التباين في الفروق الفردية بين التلاميذ في الفصل الواحد، ولم يعد المدرس قادراً على الاهتمام بكل تلميذ على حدة وبذلك اتجه المدرس -في تدريسه- إلى الفئة المتوسطة واتبع طريقة واحدة، أدت إلى تطرق الملل في نفوس التلاميذ المتفوقين وشعور التلاميذ الضعفاء بالعجز عن متابعة الدراسة.(١)

إن التغير في محتوى الرياضيات وأسلوبها ولغتها، جعل القائمين على تدريسها يطرقون مختلف الأبواب لتحسين تدريسها بالمدارس واستبدال نظرة الخوف لدى بعض الناس تجاه الرياضيات الذين يرونها صعبة، لا قدرة لهم على استيعابها، أو السير فيها ولايمكن لغير الأذكياء والموهوبين أن يدرسوها، مما ولد أثراً سيئاً وهو خوف البعض من دراسة الرياضيات ... وأنه يمكنهم -حفظ- أن يتعلموا مايكفيهم لاجتياز الامتحان.(٢) ومن المؤكد أن سبب ذلك الخوف كما يرى الباحث، لايكمن في طبيعة الرياضيات نفسها، لأن هناك الكثيرين يدرسون الرياضيات ويحبونها ويجدون فيها متعتهم المفضلة، إضافة إلى ممارسة الكثيرين للرياضيات ولكن بدون وعي أو إدراك منهم. ويلاحظ أن انخفاض درجات تحصيل كثير من التلاميذ يعود إلى طرق التدريس، التي تسعى دراسات كثيرة إلى تجريب طرق تدريس متنوعة في تدريس موضوعات مختلفة.

---

(١) حسين حمدي الطوبجي: "التعلم الذاتي-مفهومه-مميزاته-خصائصه"، مجلة تكنولوجيا التعليم، العدد الأول، السنة الاولى،الكويت، يونيه١٩٧٨، ص٢٣

(٢) و.و. سوير: مرجع سابق، ص ٣٠ .

"إن صعوبة دراسة الهندسة عند طلاب المرحلة الثانوية، يعود إلى عدم فهمهم لكيفية تكوينها ونشأتها ونعلم أن الهندسة بناء قائم على المسلمات، مهمة هذه المسلمات؛ التأكيد على بعض القضايا وربط التعبيرات والمصطلحات بعضها ببعض ووضعت بعض الخصائص للأسس التي استخدمت في براهين الهندسة الإقليدية وهذه الخصائص هي الاتساق والاستقلال والاكتمال والتصنيف"(١)، وهي خصائص معقدة بطبيعتها ومن ثم يجب ألا يتوقع المعلم من تلاميذه، أن يفهموا ويقبلوا الأفكار المعتمدة على تلك الأسس دون توضيحها لهم" (٢). وهذا يترتب عليه مزيد من العبء على المعلم، الذي يجب أن يعمل على مساعدة تلاميذه على الفهم الجيد لمختلف المفاهيم والتعميمات، كي تتشكل لديهم مجموعة مناسبة من المفاهيم والرموز تساعدهم في فهم المواقف الرياضية وتصورها في إطار هندسي وتنمو لديهم القدرة على حل المشكلات في مواقف رياضية وهندسية أو غير ذلك.

ونجد في كثير من الأحيان أن بعض التلاميذ يعرفون المعلومات اللازمة لحل مسألة ما ولكنهم –مع ذلك– لايصلون إلى حلها وهذا يعود إلى عدم قدرتهم على إعادة تشكيل المعلومات المكتسبة وتوظيفها بما يخدم الموقف، "ويشعر الكثير من التلاميذ بجفاف مادة الهندسة وبعقمها وعدم فائدتها ومحدودية استخداماتها في حياتهم، هذا الإحساس جعلهم لايشعرون بالمتعة عند تعلمها، مما يؤدي إلى تكوين اتجاهات سلبية نحوها". (٣) ويرى وديع مكسيموس أن ذلك يعود إلى الأسباب التالية: (٤)

١ – عدم فهم التلاميذ –وربما بعض المعلمين– لطبيعة الهندسة وأهدافها.

٢ – دراسة مقرر الهندسة عن طريق استظهار البراهين.

٣ – عدم الاهتمام بالمهارات الأساسية التي يجب إكسابها للتلاميذ، من خلال دراسة الهندسة.

وتشير الأبحاث إلى أن تدريس الهندسة النظرية لم تنجح –حتى الآن– في تحقيق الغايات التربوية المنشودة وأن نتائج امتحانات التلاميذ في الهندسة تدل دلالة واضحة أنهم لايتعلمون عملية تفكير سليمة. والكثير من إجاباتهم الصحيحة تعود إلى –مجرد– الحفظ الأصم للبرهان، أو لعامل الصدفة، لأننا نجد أن بعض التلاميذ يذكرون بعض النظريات ليؤيدوا كلامهم أثناء البرهان ولكن في غير موضعها المناسب وهذا "دليل على أن دراسة

---

(١) أنظر: أ– محمد ثابت الفندي، مرجع سابق، ص ص ٣٠–٤٣ .

ب – فريد كامل أبو زينة، مرجع سابق، ص ص ١٩–٢٠ .

(٢) فريد ريك هـ. بل: مرجع سابق، الجزء الثاني، ص ٢٤ .

(٣) شكري سيد أحمد: مرجع سابق، ص ٢٨ .

(٤) وديع مكسيموس داوود: "المهارات الهندسية الخمس ومستوياتها"، مجلة الرياضيات، العدد الثاني، السنة الأولى، رابطة مدرسي الرياضيات، القاهرة، ديسمبر ١٩٨٢، ص ٩٩ .

الهندسة النظرية لم تنم مقدرة التلاميذ على اكتساب أساليب تفكير سليمة ولم تعودهم على دقة الاستدلال ويؤكد ذلك استفتاء أجري في أمريكا شمل مائة مدرس ويؤكد ذلك أيضاً فوست Fawcett"(١)

وقد قام الباحث بمقابلة مجموعة من مدرسي الرياضيات في محافظة حلب، أكدوا له وجود صعوبات كثيرة وأخطاء يقع فيها التلاميذ ومن خلال حضور الباحث لبعض حصص الرياضيات، بحكم عمله كمشرف على مادة التربية العملية لطلاب دبلوم التأهيل التربوي في جامعة حلب، حيث لاحظ الأمور التالية:

١ – الكثير من المدرسين لايشرحون المفاهيم الرياضية والهندسية التي ترد في المسائل.

٢ – الكثير من المدرسين لايقومون بإيجاد معطيات المسألة ومطاليبها بشكل واضح.

٣ – أغلب المدرسين لا يناقشون أخطاء التلاميذ ولا يحاولون تصحيحها ويكتفون بتوبيخ التلاميذ، أو نعتهم بألفاظ غير لائقة.

٤ – أكثر المدرسين يقومون بحل الواجبات المنزلية بمفردهم على السبورة دون مشاركة التلاميذ.

٥ – أغلب المدرسين لايراجعون الحلول مع تلاميذهم ولا يحاولون إيجاد حلول أخرى.

٦ – بعض المدرسين الحديثين لايجيدون أية طريقة في التدريس ويكون سلوكهم داخل الصف غير نمطي وفجائي ومربك.

٧ – يقوم الكثير من التلاميذ بحفظ النظريات الهندسية بشكل جيد، لكنهم لايجيدون توظيفها بشكل مناسب.

٨ – كثير من المدرسين لايكتبون سبب كل خطوة من خطوات الحل بجانبها، بل يذكرون السبب شفاهية فقط.

وقد برر المدرسون تلك السلوكيات بطول محتوى المنهج وقصور الخطة الدراسية وضخامة عدد تلاميذ الصف.

وترد وزارة التربية معاناة الطلاب في مادة الهندسة إلى :(٢)

١ – أن تصور البناء الهندسي والتعامل مع كائناته مشكلة متوارثة، إذ لايتوفر للغالبية من المتعلمين إدراك العلاقات والصيغ التي يتضمنها هذا البناء، مما يجعل محاكمتهم وتعليلهم للمواقف التي تتطلب منطقاً هندسياً في مستوى واضح من الضعف، فلا يجيد التعليل ولايظهر الإبداع إلا النخبة فقط.

---

(١) يحيى حامد هندام: مرجع سابق، ص ص ٢٢–٢٤ .

(٢) وزارة التربية: دليل المدرس– الأشعة والمثلثات والهندسة التحليلية للصف الثاني الثانوي، دمشق، المؤسسة العامة للكتب والمطبوعات المدرسية ٨٦/٨٧، ص٧٧.

٢ – أن هذا العجز قد يعود إلى الطرائق المستخدمة في تدريس علم الهندسة ولا يعود إلى صعوبة التعامل مع البناء الهندسي ومفاهيمه، . . .لذا لابد من ابتداع طرائق تجعل البناء الهندسي في تناول الغالبية من الطلاب.

كما أكدت الوزارة[١] على دور الأداة التي تعرض المفاهيم الهندسية وأساليب الإنشاء فيها، في تدني تحصيل الطلاب عند دراستهم للهندسة، كما تؤكد ذلك دراسات تربوية كثيرة.

ويرى مكسيموس وهندام[٢] أن دراسة الهندسة قد أضحت غير متفقة مع الهدف من دراستها، إذ أصبحت دراستها ترتكز على النظريات والبرهنة المطولة وتغفل العمليات العقلية المرتبطة بهذه البرهنة وقد عزيا كراهية التلاميذ للهندسة واتجاههم السلبي نحو تعلمها، إلى تدريسها الذي يعتمد على استظهار البراهين وإهمال المهارات التي يجب إكسابها للتلاميذ.

ويذكر حسن حسين[٣] أن أغلب التلاميذ ينصرفون عن حل التمارين ويعتمدون –في نجاحهم فقط– على حفظ النظريات والعمليات حفظاً أصماً بدون فهم، سرعان مايتسرب ويزول أثره وبذلك لايؤدي تعليم الهندسة الغرض المنشود منه وهو تعود التفكير المنطقي المرتب. وهذا مايؤكده –أيضاً– أحمد أبو العباس[٤].

ويصنف هـ. بل[٥] صعوبات تعلم الرياضيات في ثماني فئات هي:

المشكلات الحسية –العيوب العقلية– المشكلات الانتقالية –نقص الدافعية– العيوب الثقافية –مشكلات القراءة– مشكلات داخل النظام التربوي.

ثم يضع خطوات تساعد الطلاب على حل تلك الصعوبات هي:

١ – إدراك المعلم والطالب بوجود الصعوبة.

٢ – تحديد المعلم والطالب لتفاصيل تلك الصعوبة.

---

(١) وزارة التربية: دليل مدرس الرياضيات، الهندسة للصفين الثاني والثالث من المرحلة الإعدادية، دمشق، المؤسسة العامة للكتب والمطبوعات المدرسية ٨٥/٨٦، ص٧.

(٢) انظر: أ–يحيى حامد هندام: مرجع سابق، ص ٢٥.

ب – وديع مكسيموس داوود: المهارات الهندسية الخمس ومستوياتها، مرجع سابق، ص ص ٩٩–١٠٣.

(٣) حسن محمد حسين: "امتحانات الرياضة"، الكتاب السنوي الأول لجمعية مدرسي العلوم والرياضة، القاهرة، جمعية مدرسي العلوم والرياضة، ١٩٥٠، ص٢٠.

(٤) أحمد أبو العباس: "تدريس الهندسة النظرية"، صحيفة التربية، القاهرة، رابطة خريجي معاهد التربية، مارس ١٩٥٢، ص٧٤.

(٥) فريدريك هـ. بل: مرجع سابق، الجزء الثاني، ص ص ١٥٤–١٨٠.

٣ – تحديد المعلم والطالب أسباب الصعوبة.

٤ – أن يطلب المعلم معونة الطالب في تطوير إجراءات حل الصعوبة

٥ – تنفيذ الطالب الإجراءات المساعدة على حل الصعوبة.

٦ – تقويم المعلم نجاح الطالب في التغلب على الصعوبة وإجراءات تنفيذها.

ويذكر خليفة(١) أن تلاميذ المرحلة الإعدادية يعانون من صعوبات في تحليل المسألة إلى عناصرها ويخلطون بين المعطى والمطلوب وذكرهما ناقصين وفي اختيار استخدام المفاهيم والتعميمات اللازمة للحل وفي كفاية الحل وفي التفكير فيه.

والخلاصة فإن التلاميذ يعانون من صعوبات كثيرة في تعلم الرياضيات عموماً وفي الهندسة خصوصاً وهذا شيء طبيعي، فطالما أن الإنسان يتعلم فإنه سيواجه صعوبات وسيقع في الخطأ ومن بين تلك الأخطاء الأخطاء التي يقع فيها التلاميذ عند تعلمهم مادة الهندسة ولاسيما عند حلهم لتمارينها، فينفر الكثيرون من دراسة الهندسة، على الرغم من أهميتها في تعلم أساليب التفكير المنطقية، في محاكاة ومعالجة العديد من القضايا الهندسية وغير الهندسية وهم –بالتالي– لن يدرسوا الهندسة إلا مرغمين، حتى أن البعض لايجهدون أنفسهم في –حتى مجرد –محاولة التفكير في حل التمارين التي تعرض لهم. وقد أوضح كثير من المدرسين الذين قابلهم الباحث، أن بعض التلاميذ يذكرون نظريات في سياق البرهان وإنما في غير المكان المناسب وهذا ما لاحظه الباحث أيضاً من خلال اشتراكه في تصحيح أوراق الشهادتين الإعدادية والثانوية في عدد من المحافظات السورية، أثناء فترة عمله كمدرس، مما يعني أن حفظ التلاميذ للنظريات يكون بغير فهم وبدون معنى، الأمر الذي يعني أن دراستهم للهندسة تواجه صعوبات، كما أن البعض يعتمد على الحفظ الأصم والتدريب الآلي لبعض التمارين، مما يعني أن التلاميذ لم يتمكنوا من إتقان طريقة البرهان المنطقي المبني على الاستدلال ولم يكتسبوا أساليب التفكير المنطقي التي من المفروض أن يكتسبوها من تعلم الهندسة، بحيث ينتقل أثر هذا التفكير من المواقف الهندسية إلى المواقف غير الهندسية وفي الحياة العملية بشكل عام.

---

(١) خليفة عبد السميع خليفة: مرجع سابق، ص ٤٠ .