ملاحق الدراسة

- دروس الوحدة البنائية
- جداول تحليل نتائج البحث
- الاختبار البنائى للجزء الأول
- الاختبار البنائى للجزء الثانى
- الاختبار البنائى للجزء الثالث
- الاختبار النهائى الأول
- الاختبار النهائى الثانى
- ثبات الاختبارين النهائيين وصدقهما
- حساب زمن الاختبارين النهائيين
- فاعلية الوحدة البنائية

obeikandl.com

دروس الوحدة

الدرس الاول

التجربة العشوائية فى بعد واحد

الهدف : – أن يتعلم التلميذ مفهوم التجربة العشوائية فى بعد واحد فى البعد الاول وفى البعد الثانى .

الاهداف السلوكية :-

- أن يتعرف التلميذ على التجربة العشوائية .
- أن يميز التلميذ بين التجربة العشوائية وغير العشوائية.
- أن يحدد التلميذ فضاء النواتج لبعض التجارب العشوائية.

الوسائل التعليمية :-

قطعة مغناطيس – دبابيس – قطعة نقود برونزية – زهرة نرد – صندوق به كرة حمراء وكرة زرقاء وكرة صفراء وبه فتحة تسمح بإخراج إحدى هذه الكرات دون رؤية اى منها داخل الصندوق .

طريقة العرض :-

يقوم الطالب بالانشطة التالية كتمهيد للدرس.

تجربة (١)

المدرس: امسك قطعة المغناطيس وقربها من الدبابيس قرباً كافياً ماذا تشاهد؟

الطالب : قطعة المغناطيس جذبت البابيس اليها.

المدرس: كرر التجربة السابقة عدة مرات ماذا تلاحظ؟

الطالب : فى كل مرة تنجذب الدبابيس الى المغناطيس.

تجربة (٢)

المدرس: إقذف قطعة النقود البرونزية الى اعلى ولاحظ الوجه الذى يظهر.

الطالب : لقد ظهرت صورة (مثلاً) .

المدرس: كرر التجربة السابقة عدة مرات ماذا تلاحظ؟

الطالب : إما ان تظهر صورة او تظهر كتابة.

المدرس: هل تغيرت نتيجة التجربة بتكرارها عدة مرات؟

الطالب : نعم .

obeikandi.com

تجربة (٣)

المدرس: الق زهرة النرد كأنك تلعبها.ماذا تشاهد؟

الطالب : ظهور الوجه ذو الثلاث نقط (مثلاً)

المدرس: كرر التجربة عدة مرات ماذا تشاهد؟

الطالب : ظهور الوجه ذو النقطة او النقطتين او الثلاث او الاربع او الخمس او الست نقط.

تجربة (٤)

المدرس: اخرج كرة من الصندوق وما لونها ؟

الطالب : حمراء (مثلاً).

المدرس: كرر التجربة السابقة عدة مرات واذكر لون الكرة فى كل مرة ؟

الطالب : الكرة اما حمراء او زرقاء او صفراء.

المدرس: التجربة (١) كانت نتيجتها ثابتة دائما لذلك فهى ليست تجربة عشوائية اما التجربة العشوائية فنتيجتها ليست ثابتة ويمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل اجرائها الا اننا لا نستطيع ان نتنبأ بصفة مؤكدة ان اى من هذه النواتج سيتحقق فعلا عند اجراء هذه التجربة ، وتسمى التجربة العشوائية التى يوصف كل ناتج فيها بشيء واحد بتجربة عشوائية فى بعد واحد .

فضاء النواتج:-

المدرس: فضاء النواتج لتجربة عشوائية هى مجموعة كل النواتج الممكنة لهذه التجربة ويرمز له بالرمز **ف** وستقتصر دراستنا على التجارب التى جميع نواتجها لها نفس الفرصة فى الحدوث .

مثال (١)

المدرس: فى تجربة القاء قطعة نقود برونزية اذكر فضاء النواتج ؟

الطالب : **ف** = { ص ، ك } حيث ص تعنى صورة وك تعنى كتابة .

مثال (٢)

المدرس: فى تجربة القاء زهرة نارد اذكر فضاء النواتج؟

الطالب :**ف** = {١ ، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ } حيث الرقم يدل على عدد النقط

مثال (٣)

المدرس: فى تجربة سحب كرة حمراء او زرقاء او صفراء من الصندوق اذكر فضاء النواتج؟

الطالب : **ف** = { كرة حمراء ، كرة زرقاء ، كرة صفراء }

obeikandi.com

تدريبات :-

١- اى مما يأتى يمكن اعتباره تجربة عشوائية ؟

- وضع ناقوس فوق شمعة مشتعلة وملاحظة ما يحدث للشمعة .
- سحب كرة من صندوق يحتوى على كرات جميعها حمراء وملاحظة لون الكرة المسحوبة ؟
- اطلاق رصاصة على هدف وملاحظة النتيجة ؟
- سحب ورقة من اوراق الكوتشينة وملاحظة الرقم الذى يظهر ؟

٢- اكتب فضاء النواتج لكل من التجارب العشوائية الاتية :-

- عند سحب ورقة من اوراق الكوتشينة المحكمة الخلط وملاحظة نوع الصورة التى تظهر ؟
- عند رمى زهرة نرد وملاحظة الوجه الذى يظهر ؟

obeikandl.com

الدرس الثانى
التجربة العشوائية فى بعدين

الهدف : ان يتعلم الطالب مفهوم التجربة العشوائية فى بعدين فى البعد الاول وفى البعد الثانى .

الاهداف السلوكية : -

- ان يتعرف الطالب على التجربة العشوائية فى بعدين .
- ان يحدد الكالب فضاء النواتج لتجربة عشوائية فى بعدين .
- ان يجمع الطالب نواتج تجربة عشوائية فى بعدين فى جدول .
- ان يستخدم الطالب هذا الجدول فى ايجاد فضاء النواتج .

الوسائل التعليمية :

قطعتى نقود برونزيتين متمايزتين – زهرتى نرد احداهما بيضاء والاخرى حمراء .

طريقة العرض :

يقوم التلميذ بالنشاط التالى كتمهيد للدرس .

تجربة (١)

المدرس: الق قطعتى النقود دفعة واحدة ماذا تشاهد ؟

الطالب: احداهما تظهر صورة والثانية تظهر كتابة (مثلاً) .

المدرس: كرر العمل السابق عدة مرات ماذا تلاحظ؟

الطالب: مهما تعددت المرات فأننا نحصل على النواتج الاتية :

(ص١، ص ٢)، (ص١ ، ك٢) ، (ك١، ص٢) ، (ك١، ك٢) حيث ص١ صورة القطعة الاولى ، وص٢ هى صورة القطعة الثانية ، وك١ هى كتابة القطعة الاولى ، وك٢ هى كتابة القطعة الثانية .

المدرس: هل التجربة السابقة عشوائية ؟

الطالب: نعم . ولكن كل ناتج فيها يوصف بشيئين احدهما خاص بالقطعة الاولى والثانى خاص بالقطعة الثانية .

المدرس: كل تجربة عشوائية يوصف كل ناتج فيها بشيئين احدهما خاص بتجربة عشوائية فى بعد واحد والاخر خاص بتجربة عشوائية اخرى فى بعد واحد تسمى تجربة عشوائية فى بعدين . ما هو فضاء النواتج فى التجربة العشوائية السابقة .

obeikandi.com

الطالب : **ف** = { (ص١، ص٢) ، (ص١ ، ك٢) ، (ك١، ص٢) ، (ك١، ك٢) }

تجربة (٢)

المدرس: الق زهرتى النرد دفعة واحدة عدة مرات ماهى النواتج الممكنة للتجربة ؟

الطالب: النواتج يمكن وضعها فى جدول حسب الزهرة البيضاء والحمراء كالاتى :

الحمراء / **البيضاء**	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١، ١)	(١، ١)	(١، ٣)	(١ ،٤)	(١، ٥)	(١، ٦)
٢	(١،٢)	(٢، ٢)	(٢، ٣)	(٢، ٤)	(٢، ٥)	(٢، ٦)
٣	(٣، ١)	(٢،٣)	(٣، ٣)	(٣، ٤)	(٣، ٥)	(٣، ٦)
٤	(٤، ١)	(٤، ٢)	(٤، ٣)	(٤، ٤)	(٤، ٥)	(٤، ٦)
٥	(٥، ١)	(٥، ٢)	(٥، ٣)	(٥، ٤)	(٥، ٥)	(٥، ٦)
٦	(٦، ١)	(٦، ٢)	(٦، ٣)	(٦، ٤)	(٦، ٥)	(٦، ٦)

المدرس: هل هذه التجربة العشوائية فى بعدين ؟

الطالب: نعم .

المدرس: ماهو فضاء النواتج **ف** لهذه التجربة ؟

الطالب: ف = { (١، ١) ، (٢،١) ،.....، (٦،٦) }

obeikandi.com

تدريبات

١ ـ يراد اختيار لجنة من عضوين من بين اربع طلاب ا ،ب ، جـ ، د. اكتب فضاء النواتج .

٢ ـ صندوق يحتوى على خمس كرات منها ثلاث كرات ملونه بالون الأحمروكرتان بالون الأبيض اكتب فضاء النواتج اذا اختيرت كرتان الواحدة بعد الاخرى وملاحظة تتابع ازواج الالوان التى تظهر ؟

٣ ـ اذا كان س عدد صحيح ينتمى الى الفترة [٠ - ٣] المحتواه فى المحور السينى وكان ص عدد صحيح ينتمى الى الفترة [-٢ ، ٠] المحتواه فى المحور الصادى . اكتب فضاء النواتج للازواج المرتبة (س ، ص) .

٤ ـ فريق كرة قدم اما ان يفوز (ز) او يتعادل (ع) او يخسر (خ) اكتب فضاء النواتج اذا كان مقررا ان يلعب الفريق مباراتين .

obeikandl.com

الدرس الثالث

العمليات على الاحداث

الهدف: ان يتعلم الطالب مفاهيم : الحدث – الحدث الاولى – الحدث المؤكد – الحدث المستحيل فى البعد الاول وفى البعد الثانى .

الاهداف السلوكية :-

- ان يتعرف الطالب على الحدث
- ان يتعرف الطالب على الحدث المؤكد.
- ان يتعرف الطالب على الحدث المستحبل.
- ان يميزالطالب نوع الحدث .
- ان يوجد الطالب حدث التقاطع لحدثين .
- ان يوجد الطالب حدث الاتحاد لحدثين .
- ان يوجد الطالب الحدث المكمل لحدث .

الوسائل التعليمية:

صندوق به كرة حمراء وكرة خضراء وكرة صفراء – زهرة – قطعة نقود.

طريقة العرض :

يقوم الطالب بالنشاط التالى كتمهيد للدرس .

تجربة (١)

المدرس : الق زهرة النرد ثم سجل الوجه الذى يظهر واكتب فضاء النواتج .

الطالب : **ف** = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ }

المدرس : الحدث هو مجموعة جزئية من فضاء النواتج ويقال ان حدثا ما قد وقع اذا كان ناتج التجربة عنصراً من عناصر المجموعة التى يتالف منها الحدث . اذا كان أ = حدث الحصول على عدد فردى . اوجد أ ؟

الطالب : أ = { ١، ٣، ٥ }

المدرس : اذا كان ب = حدث الحصول على عدد من ١ الى ٦ اوجد ب ؟

الطالب : ب = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ } = **ف**

المدرس : مثل هذا الحدث يسمى حدثاً مؤكداً اى ان الحدث المؤكد هو **ف** .

اذا كان ج = حدث الحصول على عدد اكبر من ٦ اوجد ج ؟

obeikandl.com

الطالب : ج = ϕ

المدرس : مثل هذا الحدث يسمى حدثاً مستحيلاً اى ان الحدث المستحيل هو ϕ

اذا كان د = حدث الحصول على عدد اولى زوجى اوجد د ؟

الطالب : د = { ٢ }

المدرس :مثل هذا الحدث يسمى حدثاً اولياً اى ان الحدث الاولى هو الحدث الذى يتألف من عنصر واحد فقط من فضاء النواتج .

ماهى الاحداث الاولية لهذه التجربة ؟

الطالب : الاحداث الاولية لهذه التجربة هى { ١ } ، { ٢ } ، { ٣ } ، { ٤ } ، { ٥ } ، { ٦ } .

المدرس : فى تجربة القاء قطعة نقود برونزية ماهى الاحداث الاولية؟

الطالب : الاحداث الاولية هى { ص } ، { ك }.

المدرس : اذكر فضاء النواتج **ف** ؟

الطالب : **ف** = { ص ، ك }.

المدرس : اكتب مجموعة كل الاحداث الممكنة ؟

الطالب : المجموعة هى { { ص} ، { ك } ، **ف** ، ϕ }

المدرس :مجموعة كل الاحداث الممكنة لتجربة عشوائية فضاء نواتجها **ف**

يرمز لها بالرمز **ق (ف)** .

العمليات على الاحداث

تجربة (٣)

المدرس: الق زهرة النارد واكتب فضاء النواتج ؟

الطالب : **ف** = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ }

المدرس: اذا كان أ = حدث الحصول على عدد فردى ،

ب= حدث الحصول على عدد اولى ،

ج = حدث الحصول على عدد زوجى .

أوجد كل من أ ، ب ، ج .

الطالب : أ = { ١، ٣ ، ٥ } ، ب = { ٢، ٣، ٥} ، ج = { ٢، ٤ ، ٦ }.

المدرس: اوجد أ $\cap$ ب ؟

الطالب : أ $\cap$ ب = { ٣، ٥}

obeikandi.com

المدرس: ما هو الحدث أ ∩ ب ؟

الطالب : أ ∩ ب هو حدث الحصول على عدد فردى اولى .

المدرس: ما معنى وقوع الحدث أ ∩ ب ؟

الطالب : معنى وقوع الحدث أ ∩ ب هو وقوع الحدث أ والحدث ب معاً .

المدرس: اوجد أ ∩ ج ؟

الطالب : أ ∩ ج = ϕ

المدرس: ما معنى ان أ ∩ ج = ϕ .

الطالب : أ ∩ ج = ϕ .يعنى ان حدوث الحدث أ والحدث ج معاً مستحيل .

المدرس: اوجد أ ∪ ب ؟

الطالب : أ ∪ ب = { ١، ٣، ٥، ٢}

المدرس: ماهو الحدث أ ∪ ب ؟

الطالب : أ ∪ ب هو حدث الحصول على عدد فردى او اولى .

المدرس: مامعنى وقوع الحدث أ ∪ ب ؟

الطالب : معنى وقوع الحدث أ ∪ ب هو وقوع الحدث أ او وقوع الحدث ب

المدرس: أوجد الحدث المكمل للحدث أ اى اوجد أً ؟

الطالب : أً = { ٢، ٤، ٦ }

المدرس: ما معنى وقوع أً ؟

الطالب : معنى وقوع أً هو عدم وقوع الحدث أ .

تدريبات :

– فى تجربة القاء زهرة النرد اذا كانت **ف** هى فضاء النواتج وكان

ث١ = حدث ظهور عدد فردى .

ث٢ = حدث ظهور عدد زوجى.

ث٣ = حدث ظهور عدد اولى .

ث٤ = حدث ظهور عدد زوجى اولى .

ث٥ = حدث ظهور عدد فردى غير اولى .

ث٦ = حدث ظهور عدد زوجى او عدد اولى .

obeikandl.com

اكتب ما يلى :

(١) **ف**

(٢) جميع الاحداث السابقة

(٣) حدث مؤكد .

(٤) حدث مستحيل.

(٥) الاحداث الأولية .

(٦) مجموعة احداث فضاء النواتج **ق (ف)** .

(٧) اوجد $ث_1$ ، $ث_2 \cap ث_3$ ، $ث_2 \cup ث_3$ بدلالة احد الاحداث السابقة

– القيت قطعتى نقود متمايزتين فإذا كانت **ف** هى فضاء النواتج وكان :

$ث_1$ = حدث ظهور صورة واحدة على الاقل .

$ث_2$ = حدث ظهور صورة وكتابة معاً.

$ث_3$ = حدث ظهور كتابتين .

اكتب (١) هذه الاحداث ؟

(٢) فضاء النواتج **ف** ؟

(٣) مجموعة احداث فضاء النواتج **ق (ف)**.؟

obeikandl.com

الدرس الرابع

إحتمال الحدث

الهدف :

أن يتعلم التلميذ مفهوم إحتمال الحدث فىالبعد الأول وفى البعد الثانى وكذلك داله ألإحتمال

الأهداف السلوكيه :-

- أن يوجد الطالب على إحتمال الحدث .
- أن يتعرف الطالب على دالة الإحتمال.
- أن يوجد الطالب أمثله لدالة الإحتمال .

والوسئل التعلميه : زهرة نرد - قطعتى نقود متمايزتين.

طريقة العرض : يقوم الطالب بالنشاط الثانى كتمهيد للدرس .

المدرس : ألق زهرة النرد وإذكر فضاء النواتج .

الطالب : **ف** = { ٦،٥،٤،٣،٢،١ } .

المدرس : إذا كان أ= حدث الحصول على عدد زوجى أكبرمن ٢ أكتب أ .

الطالب : أ = { ٦،٤ }

المدرس : كرر التجربه ١٠٠مره ما هو عدد مرات وقوع الحدث أ.

الطالب : ٣٥ مرة (مثلاً) .

المدرس : أوجد النسبة $\frac{\text{عدد مرات حدوث أ}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}}$ والنسبة $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$

وما العلاقة بينهما ؟

الطالب: النسبة الاولى = $\frac{٣٥}{١٠٠}$ والنسبة الثانية = $\frac{٢}{٦}$ اى متساويتان تقريباً .

المدرس: كرر العمل السابق باجراء التجربة ٢٠٠ مرة ما هو عدد مرات حدوث أ ؟

الطالب: ٦٨ مرة (مثلاً).

المدرس: ما هى العلاقة بين النسبتين السابقتين ؟

obeikandi.com

الطالب: النسبة الاولى = $\frac{٦٨}{٢٠٠}$ والثانية = $\frac{٢}{٦}$ اى متساويتان تقريباً

المدرس: لما كانت النسبة الاولى تعبر عن الامكانية النسبية لوقوع الحدث أ فإن النسبة الثانية تعبر أيضاً عن الامكانية النسبية لوقوع الحدث أ وهو ما يسم احتمال حدوث الحدث أ.

فى تجربة القاء زهرة النرد ماهو فضاء النواتج ؟

الطالب: **ف** = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

المدرس : ما هى **ق (ف)** .

الطالب : هى مجموعة كل الأحداث الممكنه للتجربه العشوائيه السابقه

المدرس : نعرف الأن الداله ل : **ق (ف)** ←——— ح .

والتى تجعل صورة الحدث أ هى $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$ لكل أ ∋ **ق (ف)** .

∴ أوجد ل (**ف**) .

الطالب : ل (**ف**) = $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$ = ١

المدرس : ل (**ف**) > لكل أ ∋ **ق (ف)** .

الطالب : نعم

المدرس: اذا كان ب = حدث الحصول على عدد فردى اولى

، ج = حدث الحصول على عدد زوجى.

اوجد ل(ب) ، ل(ج) ؟

الطالب: ل (ب) = $\frac{٢}{٦}$ ، ل(ج) = $\frac{٣}{٦}$

المدرس: مالعلاقة بين ب ، ج .

الطالب: حدثين متنافيين لان ب ∩ ج = ϕ

المدرس: اوجد ل(ب ∪ ج) ؟

obeikandl.com

الطالب : ل(ب ∪ ج) = $\frac{٥}{٦}$

المدرس: لاحظ ان ل(ب ∪ ج) = ل (ب) + ل(ج) .

اوجد ل(**ف**)؟

الطالب :ل(**ف**) = $\frac{٦}{٦}$ = ١

دالة الاحتمال:

المدرس: دالة الاحتمال ل المعرفة على فضاء النواتج **ف** لتجربة عشوائية هى

ل : **ق(ف)** ⟵ ح .تحقق الخواص الاتية :

(١) ل (أ) > ٠ لكل حدث أ ينتمى الى **ق (ف)**.

(٢) ل (**ف**) = ١

(٣) اذا كان أ ، ب حدثين متنافين اى ا ∩ ب = ϕ فان

ل(أ ∪ ب) = ل (ا) + ل (ب).

هل الدالة ل : **ق(ف)** ⟵ ح التى تجعل

حيث أ ⟵ $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$ دالة احتمال ؟

الطالب : ل(أ) = $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$ > ٠ لكل أ تنتمى الى **ق (ف)**.

، ل (**ف**) = $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$ = ١

واذا كان كل من أ ، ب ينتمى الى **ق (ف)** بحيث ا ∩ ب = ϕ

obeikandl.com

فان ل(أ ∪ ب) = عدد عناصر أ ∪ ب / عدد عناصر **ف** = عدد عناصر أ / عدد عناصر **ف** + عدد عناصر ب / عدد عناصر **ف**

= ل(أ) + ل(ب)

∴ ل دالة إحتمال

المدرس : أوجد قيمة ل (أ) + ل (أَ) لكل أ ⊆ **ق (ف)**

تجربة (٢).

المدرس: الق قطعتى النقود المتمايزتين واذكر فضاء النواتج ؟

الطالب : **ف** = { (ص١، ص ٢)، (ص١ ، ك٢) ، (ك١، ص٢) ، (ك١، ك٢) } .

المدرس: اذا كان أ = حدث الحصول على كتابة اكتب أ ؟

الطالب : أ = { (ص١ ، ك٢) ، (ك١، ص٢) ، (ك١، ك٢) }

المدرس: اوجد ل(أ) ؟

الطالب : ل (أ) = ٣/٤

المدرس: أوجد ل (أَ) .

الطالب : ل (أَ) = ١ – ل (أ) = ١ – ٣/٤ = ١/٤

تدريبات :

– فى تجربة القاء زهرة النرد

اولاً : اوجد فضاء النواتج وعدد عناصره ؟

ثانياً: عبر عن الاحداث الاتية ثم اوجد احتمال كل منها؟

(أ) الحدث أ الذى يعنى ظهور رقم اقل من ٥؟

(ب) الحدث ب الذى يعنى ظهور رقم اكبر من ٥؟

(ج) الحدث ج الذى يعنى ظهور رقم زوجى ؟

(د) الحدث د الذى يهنى ظهور رقم اقل من ٢؟

– صندوق يحتوى على ٣ كرات حمراء و ٢ صفراء اذا سحبت كرتان متتاليتان احسب :

(أ) احتمال ان تكون الكرة الاولى صفراء ؟

(ب) احتمال ظهور كرة حمراء؟

oberikandl.com

الدرس الخامس

المتغير العشوائى

الهدف: ان يتعلم الطالب مفهوم المتغير العشوائى فى البعد الاول وفى البعد الثانى .

الاهداف السلوكية:

- ان يتعرف الطالب على المتغير العشوائى .
- ان يوجد الطالب احتمال المتغير العشوائى عند قيمة له.
- ان يتعرف الطالب على المتغير العشوائى الوثاب .
- ان يتعرف الطالب على المتغير العشوائى المتصل .
- ان يميز الطالب بين المتغير العشوائى الوثاب والمتصل.

الوسائل التعليمية:

قطعتى نقود متمايزتين – زهرتى نرد

طريقة العرض :

يقوم التلاميذ بالنشاط الاتى كتمهيد للدرس.

تجربة (١)

المدرس: الق قطعتى النقود ثم اذكر فضاء النواتج **ف** ؟

الطالب: **ف** = { (ص$_{١}$، ص$_{٢}$) ، (ص$_{١}$ ، ك$_{٢}$) ، (ك$_{١}$، ص$_{٢}$) ، (ك$_{١}$، ك$_{٢}$) }.

المدرس:اذا كانت **س** دالة معرفة كالاتى س: **ف** ←——— ح تجعل صورة كل عنصر هى عدد الصور التى تظهر اوجد صورة كل عنصر ينتمى الى **ف** ؟

الطالب: **س** ((ص $_{١}$، ك $_{٢}$)) = ١ ، **س**((ص $_{١}$ ، ص $_{٢}$)) = ٢

س((ك$_{١}$، ص٢)) = ١ ، **س** ((ك $_{١}$، ك $_{٢}$)) = ٠

المدرس: اذا كانت **ف** هى فضاء النواتج لتجربة عشوائيى وكانت **س** دالة من **ف** الى مجموعة الاعداد الحقيقية اى ان **س**: **ف** ←——— ح ، ح هى مجموعة الأعداد الحقيقية

حيث ف ←——— ح

اى ان **س** تجعل صورة العنصر ف الذى ينتمى الى **ف** هى العدد الحقيقى ح فإن **س** تسمى متغير عشوائى معرف على **ف** .

obeikandi.com

تجربة (٢)

المدرس : الق زهرة النرد واذكر فضاء النواتج ؟

الطالب: **ف** = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ }

المدرس: اذا كانت **س** دالـة من **ف** الى ح اى ان **س**: **ف** ←——— ح يجعل العدد الحقيقى ١ هو صورة كل من الاوجه ١،٣،٥. ويجعل العدد الحقيقى ٢ هو صورة كل من الاوجه ٢،٤،٦. فإن الداله **س** تعرف متغير عشوائى على **ف** ويكـون مدى الدالة **س** هو المجموعة { ١، ٢} ونعبر عن ذلك $ى_{س}$ = { ١،٢} وتسمى العناصر ١،٢ قيم المتغير العشوائى **س** .

اذا كانت أ = الحدث { ١،٣،٥} اوجد ل (أ) ؟

الطالب : ل ({١،٣،٥}) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

المدرس: يلاحظ ان عناصر **ف** التى تكون صورتها العدد الحقيقى ١ هى العناصر ١،٣،٥ لذلك

يعبر عن احتمال ان يأخذ المتغير العشوائى **س** القيمة ١بالقيمة $\frac{٣}{٦}$ ويعبر عن ذلك رمزياً .

ل (**س** =١) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$ اى ان ل (**س** = س) = $\frac{\text{عدد العناصر التى صورتها س}}{\text{عدد عناصر } \mathbf{ف}}$

واختصاراً نكتب ل (س) بدلاً من ل(**س**= س) اذاً اوجد ل (٢)

الطالب: العناصر ٢ ، ٤ ، ٦ هى فقط التى تكون صورتها ٢ إذاً ل (٢) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

المدرس: يسمى المتغير العشوائى **س** وثاب اذا كان هناك تناظر احادى بين **ص** + ، **ى س** بمعنى وجود دالة من **ص** + الى **ى س** بحيث ان كل عنصر ينتمى الى **ى س** يكـون صورة لعنصر واحد فقط مـن عناصر **ص**+ او كانت **ى س** منتهية اى ان المتغير وستقتصر دراستنا على النوع الوثاب.

obeikandl.com

مثال

المدرس : الق قطعتى النقود البرونزيتين المتمايزتين دفعة واحدة واستنتج فضاء النواتج ؟

الطالب: **ف** = { (ص١، ص٢) ، (ص١ ، ك٢) ، (ك١، ص٢) ، (ك١، ك٢) }.

المدرس: اذا كان **س** هو المتغير العشوائى على **ف** الذى يجعل صورة كل ناتج من **ف** تكون العدد الحقيقى الذى يدل على عدد الصور الظاهرة اوجد قيم **س** ؟

الطالب: **س**: **ف** ←——— ح .

يجعل ٢ هى صورة (ص١، ص ٢) ويجعل ١ هى صورة (ص١ ، ك٢) ، (ك١، ص٢).

ويجعل صفر صورة (ك١، ك٢) اذاً **ى س** = { ٠، ١،٢ } اى ان صفر ،١،٢ هى قيم المتغير العشوائى **س**.

المدرس: اوجد الاحتمالات المقابلة لقيم المتغير العشوائى **س** .

الطالب: ل (**س**=٠) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (**س** = ١) = $\frac{٢}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$ ، ل(**س** = ٢) = $\frac{١}{٤}$

تدريبات

– فى تجربة إلقاء زهرتى نرد دفعة واحدة إذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة الناتج (س ، ص) هو أصغر العددين س ، ص .

١– أوجد قيم **س** .

٢– الإحتمالات المقابله لقيم **س** .

– فى تجربة إلقاء زهرتى نرد دفعة واحدة إذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة الناتج (س ، ص) هو أكبر العددين س ، ص .

١– أوجد قيم **س** .

٢– الإحتمالات المقابله لقيم **س** .

obeikandl.com

الدرس السادس

دالة التوزيع

الهدف: ان يتعلم الطالب مفهوم دالة التوزيع فى البعد الاول وفى البعد الثانى .

الاهداف السلوكية:

- ان يتعرف الطالب على دالة التوزيع .
- ان يستنتج الطالب خواص دالة التوزيع .
- ان يستنتج الطالب العلاقة بين دالة التوزيع ودالة المنحنى التكرارى

الوسائل التعليمية : قطعتى نقود متمايزتين – زهرتى نارد احداهما حمراء والاخرى بيضاء

طريقة العرض: يقوم الطالب بالنشاط التالى كتمهيد للدرس :

تجربة (١)

المدرس: الق قطعة النقود ثم أكتب فضاء النواتج ؟

الطالب: **ف**={ ص، ك }

المدرس: اوجد **ق(ف)** ؟

الطالب: **ق(ف)** = { { ص} ، { ك } ، **ف** ، ϕ }

المدرس: اوجد صورة كل عنصر من عناصر **ق(ف)** بواسطة دالة الاحتمال ل.

الطالب : ل ({ ص }) = $\frac{١}{٢}$ ، ل ({ ك}) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ϕ) = ٠ ، **ل (ف)** = ١

المدرس: اذا كان **س** هو المتغير العشوائى المعرف على **ف** الذى يجعل صورة كل عنصر من عناصر **ف** هو احتمال الحدث المكون من هذا العنصر اوجد صور عناصر **ف** بواسطة **س** .

الطالب: **س** (ص) = ل ({ص}) = $\frac{١}{٢}$ ، **س** (ك) = ل ({ك}) = $\frac{١}{٢}$.

المدرس: اوجد $ى_{س}$

الطالب: $ى_{س}$ = { $\frac{١}{٢}$ }

obeikandl.com

المدرس:إذا كانت **س** تنتمى الى **ى س** فإننا نعرف ل (**س**= س)= إحتمال الحدث الذى صورته بواسطة **س** هى س اوجد ل (**س**= $\frac{١}{٢}$)

الطالب : ل (**س**= $\frac{١}{٢}$) = ل ({ص})+ ل ({ك}) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ =١

المدرس : نفرض ان س هو متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج

ف = { ف$_{١}$، ف$_{٢}$،...، ف ن} أى ان **س**: **ف** ←——— ح .فإذا كانت س$_{١}$هى صورة ف$_{١}$بواسطة **س** وكانت س$_{٢}$ هى صورة ف$_{٢}$ بواسطة **س** ، وهكذا ..... فإن س ن هى صورة ف ن بواسطة س . إثبت ان مجموع إحتمالات قيم **س** =١

الطالب: ل (**س** = س$_{١}$) + ل (**س** = س$_{٢}$) + ... + ل (**س** = س ن) =

$\frac{١}{ن}$ + $\frac{١}{ن}$ + ...+ $\frac{١}{ن}$ = $\frac{١+١+...+١}{ن}$ = $\frac{ن}{ن}$ = ١ .

المدرس: دالة توزيع المتغير العشوائى **س** المعرف على فضاء النواتج **ف** هى دالة من **ى س** الى مجموعة الاعداد الحقيقية ح تجعل صورة كل قيمة من قيم المتغيرالعشوائى هى احتمالها ويرمز لها بالرمز **دس** اى ان **دس** : **ى س** ←——— ح

حيث س ←——— ل (**س**= س) لكل س ∈ **ى س**

اذا كانت س$_{١}$، س$_{٢}$،..... ، س ن هى قيم المتغير العشوائى **س** اثبت ان **دس**(س) > ٠ لكل س تنتمى الى **ىس**

الطالب: احتمال اى قيمة للمتغير العشوائى **س** = احتمال الحدث الذى تكون صورة جميع عناصره هى هذه القيمة بواسطة المتغير العشوائى وبما ان احتمال اى قيمة للمتغير العشوائى يكون اكبر من الصفر اذاً **دس**(س) > ٠ لكل س تنتمى الى **ى س** .

المدرس : اثبت ان **دس** (س$_{١}$) + **دس** (س$_{٢}$) + ...+ **دس** (س ن) = ١ .

الطالب : **دس** (س$_{١}$) + **دس** (س$_{٢}$) + ...+ **دس** (س ن) .

= ل (**س**= س$_{١}$) + ل (**س** = س$_{٢}$) +.....+ ل (**س** = س ن)

اذاً **دس** (س$_{١}$) + **دس** (س$_{٢}$) + ...+ **دس** (س ن) = ١ .

مثال:

المدرس: فى تجربة القاء قطعتى النقود المتمايزتين اذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة أى ناتج هى عدد الصور التى يحتوى عليها هذا الناتج اوجد قيم **س** .

الطالب: ف = { (ص$_{١}$، ص $_{٢}$)، (ص$_{١}$ ، ك$_{٢}$) ، (ك$_{١}$، ص$_{٢}$) ، (ك$_{١}$، ك$_{٢}$) }.

، **س** ((ص$_{١}$، ص $_{٢}$)) = ٢

، **س** ((ص$_{١}$ ، ك$_{٢}$)) = ١

، **س** ((ك$_{١}$، ص$_{٢}$)) = ١

، **س** ((ك$_{١}$، ك$_{٢}$)) = ٠

اذاً قيم **س** هى ٢،١،٠

المدرس : ماهى احتمالاتها المقابلة .

الطالب: : **ل** (**س**= ٢) = $\frac{١}{٤}$ ، **ل** (**س**=١) = $\frac{١}{٢}$ ، **ل** (**س**=٠) = $\frac{١}{٤}$

المدرس: اوجد توزيع **س**

س	صفر	١	٢
د س (س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

العلاقة بين دالة التوزيع ودالة التكرار

المدرس : اذا كان لدينا الجدول التكرارى الاتى لدرجات ٥٠ تلميذ فى امتحان ما .

الدرجة	١٠	١٣	٢٠	٢٥	٣٠	المجموع
عدد التلاميذ	٥	٧	٢٢	١٠	٦	٥٠

بإعتبار التلاميذ عناصر لفضاء نواتج **ف** فإذا كانت **س** هى المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل تلميذ هى درجته اوجد توزيع احتمال المتغير العشوائى **س** ؟

obeikandl.com

الطالب: ل (س = ١٠) = $\frac{٥}{٥٠}$ ، ل (س= ١٣) = $\frac{٧}{٥٠}$

ل (س = ٢٠) = $\frac{٢٢}{٥٠}$ ، ل (س= ٢٥) = $\frac{١٠}{٥٠}$

ل (س= ٣٠) = $\frac{٦}{٥٠}$

∴ توزيع احتمال المتغير العشوائى **س** هو

الدرجة	١٠	١٣	٢٠	٢٥	٣٠
احتمالها المقابل	$\frac{٥}{٥٠}$	$\frac{٧}{٥٠}$	$\frac{٢٢}{٥٠}$	$\frac{١٠}{٥٠}$	$\frac{٦}{٥٠}$

المدرس: اذا كان المقصود بدالة التكرار هو الدالة التى تربط بين الدرجة وتكرارها اى تربط بين قيم المتغير العشوائى **س** وبين تكرار هذه القيم وليس احتمالها اذاً ما هى العلاقة بين قيمة دالة التوزيع للمتغير العشوائى السابق عند قيمة له (درجة ما) وبين قيمة دالة التكرار عند هذه القيمة للمتغير العشوائى السابق (هذه الدرجة) .

الطالب: قيمة دالة التوزيع عند درجة ما = $\frac{\text{قيمة تكرارها}}{\text{مجموع التكرارات}}$

المدرس: وفى حالة الجداول التكرارية ذى المجموعات تعتبر مراكز المجموعات هى قيم المتغير العشوائى

obeikandi.com

تدريبات :

- فى تجربة القاء زهرتى نرد متمايزتين اوجد توزيع احتمال المتغير العشوائى الذى يعبر عن مجموع ما يظهر من النقط .
- الجدول الاتى يبين توزيع درجات عينة مكونة من ١٠٠ طالب فى امتحان ما

مجموعات الدرجات	٠-	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
عدد التلاميذ (التكرار)	٤	٥	٣٠	٣٦	٨	٢	١٠٠

بإعتبار مراكزمجموعات الدرجات قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج (مجموعة التلاميذ) **ف** اوجد توزيع احتمال المتغير العشوائى **س** ثم اوجد العلاقة بين دالة التوزيع ودالة التكرار

- فيما يلى جدول يبين التوزيع التكرارى للأجور الأسبوعية لعدد من العمال

الأجر بالجنيه	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	المجموع
عدد العمال	٢	٢٢	١٩	١٤	٣	٦٠

بإعتبار مراكزمجموعات الأجور قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج (مجموعة العمال) **ف** اوجد توزيع احتمال المتغير العشوائى **س** ثم اوجد العلاقة بين دالة التوزيع ودالة التكرار

obeikandi.com

الدرس السابع

التوقع

الهدف : ان يتعلم الطالب التوقع (الوسط الحسابى) فى البعد الاول .

الاهداف السلوكية :

- ان يتعرف الطالب على التوقع لمتغير عشوائى .
- ان يحسب الطالب التوقع لمتغير عشوائى .
- ان يحسب الطالب التوقع للمتغير العشوائى من الجداول التكرارية .

الوسائل التعليمية:

زهرة نرد – صندوق به ثلاث كرات حمراء وكرتان لونهما أصفر وكرة زرقاء وبه فتحة تسمح بإخراج احدى الكرات دون رؤيه اي منها داخل الصندوق – قطعتى نقود متمايزتين .

طريقة العرض :

يقوم التلميذ بالنشاط التالى كتمهيد للدرس .

تجربة (١)

المدرس : القى قطعتى النقود ثم اكتب فضاء النواتج **ف**

الطالب: **ف** = { (ص١، ص ٢)، (ص١ ، ك٢) ، (ك١، ص٢) ، (ك١، ك٢) }.

المدرس: اذا كان **س** متغير عشوائى معرف على **ف** يجعل صورة كل ناتج هى عدد الصور التى يتضمنها اوجد صورة كل ناتج بواسطة **س** ؟

الطالب: **س**((ص١، ص ٢)) = ٢ ، **س** ((ص١ ، ك٢)) = ١ ، **س** ((ك١، ص٢)) = ١ ، **س** ((ك١، ك٢)) = ٠

المدرس: اوجد قيم **ي س** واحتمالاتها المقابلة

الطالب: القيم هى **س** = ٢ ، **ل** (**س** = ٢) = $\frac{١}{٤}$

، **س**= ١ ، **ل**(**س** = ١) = $\frac{١}{٢}$

، **س**= ٠ ، ل (**س**=٠) = $\frac{١}{٤}$

المدرس: اوجد حاصل ضرب قيم **س** فى احتمالاتها المقابلة واوجد مجموع النواتج ؟

الطالب: ٢ × $\frac{١}{٤}$ + ١ × $\frac{١}{٢}$ + ٠ × $\frac{١}{٤}$ = ١

المدرس: مجموع حواصل ضرب قيم **س** فى احتمالاتها المقابلة يسمى توقع **س** ويرمز له بالرمز $م_{س}$ وعموما اذا كان **س** هو متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج **ف** وكانت قيم **س** هى س١، س٢، ..... س$_{ن}$ واحتمالاتها المقابلة هى ل$_{١}$ ،ل$_{٢}$،.....، ل$_{ن}$

فأن **م** س = س$_{١}$ ل$_{١}$ + س$_{٢}$ ل$_{٢}$ + ...+ س ل$_{ن}$

مثال:

المدرس: الق زهرة النرد واكتب فضاء النواتج ؟

الطالب: **ف** = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

المدرس: اذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل ناتج هى العدد الحقيقى الدال على عدد النقط على هذا الوجه احسب توقع **س** ؟

الحل:

المدرس: احسب ل (١) ، ل(٢) ، ل(٣) ، ل(٤) ، ل(٥) ، ل(٦)

الطالب: ل(١) = ل(٢) = ل(٣) = ل(٤) = ل(٥) = ل(٦) = $\frac{١}{٦}$

المدرس : احسب توقع **س**؟

obeikandl.com

الطالب: $م_{س} = ١ \times \frac{١}{٦} + ٢ \times \frac{١}{٦} + ٣ \times \frac{١}{٦} + ٤ \times \frac{١}{٦} + ٥ \times \frac{١}{٦} +$

$$٦ \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{٦} \times (١+٢+٣+٤+٥+٦) = \frac{٢١}{٦}$$

مثال :

المدرس : الصندوق الذى امامك به ثلاث كرات حمراء وكرتان لونهما أصفر وكرة زرقاء فى تجربة سحب كرة وملاحظة لونها اذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل كرة هى العدد الحقيقى الدال على عدد الكرات من لونها احسب توقع **س**

الحل:

المدرس : ماهى قيم **س**

الطالب : هى ١،٢،٣

المدرس : ماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : هى $\frac{٣}{٦}$ ، $\frac{٢}{٦}$ ، $\frac{١}{٦}$ على الترتيب

المدرس : احسب توقع **س** ؟

الطالب : $م_{س} = ٣ \times \frac{٣}{٦} + ٢ \times \frac{٢}{٦} + ١ \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{٦} \times (٩+٤+١) = \frac{١٤}{٦}$

obeikandl.com

مثال

المدرس : الجدول الاتى يبين توزيع درجات عينة مكونة من ١٠٠ طالب فى امتحان ما

مجموعات الدرجات	٠-	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
التكرار	١٠	١٢	١٢	٤٠	٢٠	٦	١٠٠

بإعتبار مراكز مجموعات الدرجات قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج (مجموعة التلاميذ) **ف** احسب توقع **س**؟

الحل :

المدرس : ماهى قيم **س** ؟

الطالب :القيم هى ٥، ١٥، ٢٥، ٣٥، ٤٥، ٥٥

المدرس : ماهى احتمالاتها المقابلة؟

الطالب : هى $\frac{١٠}{١٠٠}$ ، $\frac{١٢}{١٠٠}$ ، $\frac{١٢}{١٠٠}$ ، $\frac{٤٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٢٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٦}{١٠٠}$ على الترتيب

المدرس: احسب توقع **س** ؟

الطالب : $م_{س} = ٥ \times \frac{١٠}{١٠٠} + ١٥ \times \frac{١٢}{١٠٠} + ٢٥ \times \frac{١٢}{١٠٠} + ٣٥ \times \frac{٤٠}{١٠٠} + ٤٥ \times \frac{٢٠}{١٠٠} +$

$٥٥ \times \frac{٦}{١٠٠} = \frac{١}{١٠٠} \times (٥٠ + ١٨٠ + ٣٠٠ + ١٤٠٠ + ٩٠٠ + ٣٣٠) = ٣١,٦$

تدريبات:

- مجموعة من التلاميذ عددها ن كل منهم يحمل الرقم الدال على ترتيبه فى احد الامتحانات فاذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل تلميذ هى العدد الدال على ترتيبه اوجد توقع **س** ؟
- الجدول الاتى يبين درجات مجموعة من التلاميذ فى امتحان ما

المجموعة	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	المجموع
عدد التلاميذ	٨	١٢	١٥	١٠	٥	٥٠

بإعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج (مجموعة التلاميذ) **ف** احسب توقع **س**؟

- فيما يلى جدول توزيع تكرارى لعمال احد المصانع فى مجموعات حسب ساعات العمل الأسبوعية التى اشتغلوها فى اسبوع

مجموعات ساعات العمل	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	المجموع
عدد العمال	١٨	٦٧	٤٤	٣٣	٨	٥	١٧٥

بإعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج (مجموعة العمال) **ف** احسب توقع **س**؟

obeikandl.com

الدرس الثامن

التوقع

الهدف: ان يتعلم الطالب التوقع فى البعد الثانى.

الاهداف السلوكية :

- ان يتعرف الطالب على مجموع متغيرين عشوائيين.
- ان يتعرف الطالب على حاصل ضرب متغيرين عشوائيين .
- ان يستنتج الطالب توقع مجموع متغيرين عشوائيين .
- ان يوجد الطالب توقع حاصل ضرب ثابت فى متغير عشوائى .
- ان يحسب الطالب التوقع بالطريقة المختصرة من الجداول التكرارية

الوسائل التعليمية:

قطعة نقود برونزية .

طريقة العرض :

يقوم الطالب بالنشاط التالى كتمهيد للدرس.

تجربة (١)

المدرس: الق قطعة النقود ثم اكتب فضاء النواتج ؟

الطالب : **ف** = { ص، ك}

المدرس: اذا كان **س** متغير عشوائى معرف على **ف** حيث **س** (ص) = ٢، **س** (ك) = ٤ وكان **ص** متغير عشوائى معرف ايضاً على **ف** حيث **ص**(ص) = ١ ، **ص**(ك) = ٣ فاننا نعرف متغير عشوائى اخر على **ف** يجعل صورة كل عنصر من **ف** هى مجموع صورتيه بواسطة **س**، **ص** ويرمز لهذا المتغير العشوائى **س + ص** ويسمى مجموع المتغيرين العشوائيين **س** و**ص**. اوجد قيم **س + ص**

الطالب :(**س +ص**) (ص) = **س**(ص) + **ص**(ص)= ٢ + ١ =٣

(**س +ص**) (ك) = **س**(ك) + **ص**(ك) = ٤ + ٣ = ٧

المدرس: اوجد قيم المتغير العشوائى **س**× **ص**

الطالب : (**س** × **ص**) (ص) = **س**(ص) × **ص**(ص) = ٢ × ١ = ٢

$(س \times ص)(ك) = س(ك) \times ص(ك) = ٤ \times ٣ = ١٢$

المدرس: فى تجربة القاء قطعة النقود اوجد فضاء النواتج

الطالب : $ف = \{ص، ك\}$

المدرس: اذا كان **ث** هو المتغير العشوائى المعرف على **ف** الذى يجعل صورة اى ناتج هو عدد حقيقى ثابت وليكن ٥ اوجد توزيع **ث**؟

الطالب : توزيع **ث** هو

س	٥
$د_{ث}(س)$	١

المدرس: اوجد $م_{ث}$

الطالب : $م_{ث} = ٥ \times ١ = ٥ = ث$

المدرس: المتغير العشوائى الذى يجعل صورة اى عنصر من فضاء النواتج هى عدد وحيد ث يسمى متغير عشوائى ذو قيمة وحيدة

نظرية (١)

المدرس: توقع المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة **ث** هو ث

ما هى المعطيات ؟

الطالب : المعطيات هى متغير عشوائى ذو قيمة وحيدة **ث** معرف على فضاء النواتج **ف**

المدرس : ماهو المطلوب ؟

الطالب: اثبات ان $م_{ث} = ث$

الاثبات:

المدرس: ما هى قيم المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة **ث** ؟

الطالب : قيمة واحدة هى ث.

المدرس:ما احتمالها ؟

الطالب :احتمالها = ١

المدرس: احسب توقع **ث** ؟ اى $م_{ث}$

الطالب : $م_{ث} = ث \times ١ = ث$

obeikandi.com

مثال:

المدرس: فى تجربة القاء قطعتى نقود متمايزتين اذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة اى ناتج هى عدد الصور التى تظهر على القطعة الاولى ، **ص** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة اى ناتج هى عدد الصور التى تظهر على القطعة الثانية .

اوجد قيم كل من **س** ، **ص** .

الطالب : **س**((ص١، ص٢)) = ١، **س**((ص١، ك٢)) = ١ ، **س**((ك١، ص٢))= ٠

، **س**((ك١، ك٢))= ٠ ، **ص** ((ص١، ص٢)) = ١ ، **ص** ((ص١، ك٢))= ٠

، **ص** ((ك١، ص٢))= ١ ، **ص** ((ك١، ك٢))= ٠

المدرس: اوجد توزيع **س** وتوزيع **ص**؟

الطالب : توزيع **س** هو

س	صفر	١
$د_{س}$ (س)	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$

اما توزيع **ص** فهو

ص	صفر	١
$د_{ص}$ (ص)	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$

المدرس: اوجد $م_{س}$ ، $م_{ص}$

الطالب : $م_{س} = ٠ \times \frac{١}{٢} + ١ \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

$$\text{م}_{\text{ص}} = ٠ \times \frac{١}{٢} + ١ \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$$

المدرس: اوجد قيم **س + ص**

الطالب : **(س+ ص)** ((ص١،ص٢)) = **س**((ص١،ص٢)) + **ص** ((ص١،ص٢))=

١+١=٢

، **(س+ص)** ((ص١، ك٢)) = **س** ((ص١، ك٢)) + **ص** ((ص١، ك٢))=١

٠+١=١

، **(س+ص)** ((ك١، ص٢)) = **س** ((ك١، ص٢)) + **ص** ((ك١، ص٢)) = ٠+١= ١

، **(س+ص)** ((ك١، ك٢)) = **س** ((ك١، ك٢)) +**ص** ((ك١، ك٢)) = ٠+ ٠ = ٠

المدرس: اوجد توزيع **س+ ص**

الطالب : توزيع **س + ص** هو

ع	صفر	١	٢
د س + ص (ع)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

المدرس: اوجد $\text{م}_{\text{س + ص}}$

الطالب : $\text{م}_{\text{س + ص}} = ٠ \times \frac{١}{٤} + ١ \times \frac{١}{٢} + ٢ \times \frac{١}{٤} = ١$

المدرس: قارن بين $\text{م}_{\text{س + ص}}$ ، $\text{م}_{\text{س}} + \text{م}_{\text{ص}}$

الطالب : $\text{م}_{\text{س + ص}} = \text{م}_{\text{س}} + \text{م}_{\text{ص}}$

obeikandi.com

نظرية (٢)

المدرس: اذا كان **س، ص** متغيرين عشوائيين معرفين على فضاء النواتج **ف** فإن

$$\text{م}_{\text{س + ص}} = \text{م}_{\text{س}} + \text{م}_{\text{ص}}$$

المدرس : ماهى معطيات النظرية

الطالب: المعطيات هى **س ،ص** متغيرين عشوائيين معرفين على فضاء النواتج **ف**

المدرس : ماهو المطلوب ؟

الطالب: اثبات ان $\text{م}_{\text{س + ص}} = \text{م}_{\text{س}} + \text{م}_{\text{ص}}$

الاثبات :

المدرس: اذا كان المتغير العشوائى **س** معرف على فضاء النواتج **ف** حيث

ف = { ف$_{١}$ ، ف$_{٢}$،.....، ف ن} بحيث يجعل صورة ف١ هى س١ ، وصورة ف ٢ هى س ٢ ، .....، هكذا فانه يجعل صورة ف$_{\text{ن}}$ هى س$_{\text{ن}}$ ما هو احتمال

كل قيمة لهذا المتغير العشوائى

الطالب:هى $\frac{١}{\text{ن}}$

المدرس : احسب $\text{م}_{\text{س}}$

الطالب : $\text{م}_{\text{س}} = \frac{\text{س}١}{\text{ن}} + \frac{\text{س ٢}}{\text{ن}} + \ldots\ldots\ldots + \frac{\text{س ن}}{\text{ن}}$

$$= \frac{\text{س}_{١} + \text{س}_{٢} + \ldots\ldots\ldots + \text{س ن}}{\text{ن}}$$

obeikandl.com

المدرس: اذا كان المتغير العشوائى **ص** معرف على نفس فضاء النواتج **ف** حيث يجعل صورة ف ١ هى ص١ ، وصورة ف٢ هى ص٢،.....، وهكذا فانه يجعل صورة ف ن

هى ص ن واضح ان احتمال كل قيمة له هى $\frac{١}{ن}$ اوجد $م_{ص}$.

الطالب : $م_{ص} = \frac{ص_١}{ن} + \frac{ص_٢}{ن} + ... + \frac{ص_ن}{ن}$

$= \frac{ص_١ + ص_٢ + ... + ص_ن}{ن}$

المدرس: ما هو المتغير العشوائى **(س+ ص)**

الطالب : المتغير العشوائى **(س + ص)** هو

(س + ص) : ف ←——— ح

يجعل صورة ف١ هى س١ + ص١

ويجعل صورة ف٢ هى س٢ + ص٢ ،.....، هكذا يجعل صورة ف ن

هى س ن + ص ن . واحتمال كل قيمة هى $\frac{١}{ن}$

المدرس: اوجد $م_{س + ص}$

الطالب : $م_{س + ص} = \frac{س_١ + ص_١}{ن} + \frac{س_٢ + ص_٢}{ن} + ... + \frac{س_ن + ص_ن}{ن}$

$= \frac{(س_١ + ص_١) + (س_٢ + ص_٢) + ... + (س_ن + ص_ن)}{ن}$

obeikandl.com

$$= \frac{(س_1 + س_2 + \ldots\ldots + س_ن) + (ص_1 + ص_2 + \ldots\ldots + ص_ن)}{ن}$$

$$= \frac{(س_1 + س_2 + \ldots\ldots + س_ن)}{ن} + \frac{(ص_1 + ص_2 + \ldots\ldots + ص_ن)}{ن}$$

$$= م_س + م_ص$$

نظرية (٣)

المدرس: اذا كان **س** متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج **ف** ، كان **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على **ف** ايضاً فأن $م_{س+ث} = م_س + ث$

اذكر معطيات النظرية

الطالب: **س** متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج **ف** ، **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على نفس فضاء النواتج **ف**

المدرس : ماهو المطلوب

الطالب : اثبات ان $م_{س+ث} = م_س + ث$

الأثبات

المدرس: اوجد $م_{س+ث}$

الطالب: $م_{س+ث} = م_س + م_ث = م_س + ث$

مثال :

المدرس: فى تجربة القاء زهرة نرد اذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل ناتج هو العدد الدال على النقط التى تظهر اوجد قيم **س** .

الطالب : قيم **س** هى ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ .

المدرس: ماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : احتمال كل منها $\frac{1}{6}$

المدرس: اذا كان **ث** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل ناتج هى العدد الحقيقى ٥ ما هى قيم المتغير العشوائى **ث** × **س**

الطالب : قيم المتغير العشوائى **ث** × **س** هى ٥، ١٠، ١٥، ٢٠، ٢٥، ٣٠

المدرس: ماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : احتمال كل منها $\frac{١}{٦}$

المدرس: اوجد $م_{ث \times س}$

الطالب : $م_{ث \times س} = ٥ \times \frac{١}{٦} + ١٠ \times \frac{١}{٦} + ١٥ \times \frac{١}{٦} + ٢٠ \times \frac{١}{٦} + ٢٥ \times \frac{١}{٦} + ٣٠ \times \frac{١}{٦} = \frac{١٠٥}{٦}$

المدرس: اوجد $م_{س}$

الطالب : $م_{س} = ١ \times \frac{١}{٦} + ٢ \times \frac{١}{٦} + ٣ \times \frac{١}{٦} + ٤ \times \frac{١}{٦} + ٥ \times \frac{١}{٦} + ٦ \times \frac{١}{٦} = \frac{٢١}{٦}$

المدرس : ماهى العلاقة بين $م_{س}$ ، $م_{ث \times س}$

الطالب : $م_{ث \times س} = ث \times م_{س}$

obeikandl.com

نظرية :

المدرس : اذا كان **س** هو متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج **ف** وكان **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على **ف** ايضاً فإن

$م_{ث \times س} = ث \times م_{س}$.

المدرس: ماهى معطيات النظرية ؟

الطالب: **س** متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج **ف** ، **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على **ف** ايضاً

المدرس: ماهو المطلوب ؟

الطالب: اثبات ان : $م_{ث \times س} = ث \times م_{س}$.

الاثبات :

المدرس : اذا كانت **ف** = { $ف_{١}$، $ف_{٢}$ ، .....،$ف_{ن}$ } وكان المتغير العشوائى **س** يجعل صورة $ف_{١}$ هى $س_{١}$ ، وصورة $ف_{٢}$ هى $س_{٢}$،..... ،هكذا فانه يجعل صورة $ف_{ن}$ هى $س_{ن}$ واحتمال كل منها هو $\frac{١}{ن}$ ما هو المتغير العشوائى **ث ×س؟**

الطالب : المتغير العشوائى **ث × س** هو (**ث × س**) : ←——— **ح**

يجعل صورة $ف_{١}$ هى ث $س_{١}$ ويجعل صورة $ف_{٢}$ هى ث $س_{٢}$،..... ،

هكذا يجعل صورة $ف_{ن}$ هى ث $س_{ن}$

obeikandl.com

المدرس : اوجد $م_{ث \times س}$

الطالب : $م_{ث \times س} = \frac{ث\ س_1}{ن} + \frac{ث\ س_2}{ن} + ... + \frac{ث\ س_ن}{ن}$

$$= \frac{ث\ س_1 + ث\ س_2 + ... + ث\ س_ن}{ن}$$

$$= \frac{ث\ (س_1 + س_2 + ... + س_ن)}{ن}$$

$$= ث \times م_{س} .$$

الطريقة المختصرة لحساب التوقع

المدرس : اذا كانت **ف** = {ف$_1$، ف$_2$ ، ..... ، ف$_ن$} وكان المتغير العشوائى **س** يجعل صورة ف$_1$ هى س$_1$ ، وصورة ف$_2$ هى س$_2$،.....،هكذا فانه يجعل صورة

ف$_ن$ هى س$_ن$ ، واذا كانت ث$_1$، ث$_2$ ثابتان ما هو المتغير العشوائى

$$ص = \frac{س - ث_1}{ث_2}$$

الطالب : المتغير العشوائى **ص** هو $\frac{س - ث_1}{ث_2}$: **ف** ⟵ **ح**

obeikandl.com

يجعل صورة ف$_{١}$ هى $\frac{س_{١} - ث_{١}}{ث_{٢}}$ ويجعل صورة ف$_{٢}$ هى $\frac{س_{٢} - ث_{١}}{ث_{٢}}$

،.....، هكذا فانه يجعل صورة ف$_{ن}$ هى $\frac{س_{ن} - ث_{١}}{ث_{٢}}$

المدرس : اوجد $م_{ص}$

الطالب: $م_{ص} = م_{\frac{س - ث_{١}}{ث_{٢}}} = \frac{١}{ث_{٢}} \times م_{(س - ث_{١})}$

$= \frac{١}{ث_{٢}} \times م_{(س + (- ث_{١}))}$

$= \frac{١}{ث_{٢}} \times (م_{س} - ث_{١})$.....(١)

المدرس : اوجد $م_{س}$ بدلالة $م_{ص}$

الطالب : من (١) اذاً $ث_{٢} \times م_{ص} = م_{س} - ث_{١}$ اذا $م_{س} = ث_{٢} \times م_{ص} + ث_{١}$

المدرس : تستخدم الفكرة السابقة لحساب التوقع لجدول تكرارى ذى مجموعات بالطريقة المختصرة وذلك باختيار ث$_{١}$(ويسمى بالوسط الفرضى) ويكون عدداً قريباً من منتصف مراكز المجموعات واختيار ث$_{٢}$ مساوياً لطول المجموعة الواحدة .

obeikandl.com

مثال

المدرس: اذا اعطيت الجدول التكرارى الاتى :-

المجموعات	٠-	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
التكرار	١٠	١٢	١٢	٤٠	٢٠	٦	١٠٠

باعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى **س** احسب $\mu_{س}$ بالطريقة المختصرة

الحل :

المدرس: ما هى مراكز المجموعات والتى تمثل قيم المتغير العشوائى س .

الطالب : قيم **س** هى ٥، ١٥، ٢٥، ٣٥، ٤٥، ٥٥

المدرس : ماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : احتمالاتهاالمقابلة هى $\frac{١٠}{١٠٠}$، $\frac{١٢}{١٠٠}$، $\frac{١٢}{١٠٠}$ ، $\frac{٤٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٢٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٦}{١٠٠}$

المدرس : ما هو العدد $ث_{١}$ (الوسط الفرضى) الذى تود اختياره

الطالب : لنفرض ان $ث_{١} = ٣٥$

المدرس: ما هو العدد $ث_{٢}$ ؟

الطالب : $ث_{٢} = ١٠$

المدرس: ما هى قيم المتغير العشوائى **ص** = $\frac{\text{س} - ث_{١}}{ث_{٢}}$

الطالب : قيم **ص** هى $\frac{٥-٣٥}{١٠}$، $\frac{١٥-٣٥}{١٠}$، $\frac{٢٥-٣٥}{١٠}$، $\frac{٣٥-٣٥}{١٠}$ ، $\frac{٤٥-٣٥}{١٠}$، $\frac{٥٥-٣٥}{١٠}$

اى $\frac{-٣٠}{١٠}$، $\frac{-٢٠}{١٠}$، $\frac{-١٠}{١٠}$ ، ٠ ، $\frac{١٠}{١٠}$ ، $\frac{٢٠}{١٠}$

obeikandi.com

اى −٣، −٢، −١، ٠ ، ١، ٢

المدرس: ما هى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : احتمالاتهاالمقابلة هى $\frac{١٠}{١٠٠}$، $\frac{١٢}{١٠٠}$، $\frac{١٢}{١٠٠}$ ، $\frac{٤٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٢٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٦}{١٠٠}$

المدرس: اوجد $م_{ص}$

الطالب : $م_{ص} = \frac{-٣ \times ١٠}{١٠٠} + \frac{-٢ \times ١٢}{١٠٠} + \frac{-١ \times ١٢}{١٠٠} + \frac{٠ \times ٤٠}{١٠٠} +$

$$\frac{١ \times ٢٠}{١٠٠} + \frac{٢ \times ٦}{١٠٠} = \frac{-٣٠ -٢٤ -١٢ +٠ +٢٠+١٢}{١٠٠} = \frac{-٣٤}{١٠٠}$$

المدرس: اوجد $م_{س}$

الطالب : $م_{س} = ث_{٢} \times م_{ص} + ث_{١} = ١٠ \times \frac{-٣٤}{١٠٠} + ٣٥ = -٣,٤+٣٥ = ٣١,٦$

opeikandi.com

تدريبات :

- اذا اعطيت الجدول الاتى

المجموعات	٠-	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
التكرار	١٠	١٢	١٢	٤٠	٢٠	٦	١٠٠

١- ماهى الفكرة التى تقوم عليها الطريقة المختصرة لحساب الوسط الحسابى ؟

٢- احسب الوسط الحسابى للجدول السابق بالطريقة المختصرة ؟

- اذا كان **س** متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج **ف** وكان المتغير العشوائى **ث** ذو قيمة وحيدة معرف على **ف** ايضاً اوجد

(أ) $\text{م}_{\text{ث}}$.

(ب) قيم المتغير العشوائى $(\text{س} - \text{م}_{\text{س}})^{٢}$

(ج) $\text{م}\,(\text{س} - \text{م}_{\text{س}})^{٢}$

ملحوظة :

المدرس : الوسط الحسابى لمتغير عشوائى ليس هو توقعه ولكن هذا يحدث فقط فىحالة التجارب التى نواتجها لها نفس الفرصة فى الظهور اى التى نواتجهامتساوية الاحتمال.

openkandi.com

الدرس التاسع

التباين

الهدف: ان يتعلم الطالب تباين المتغير العشوائى فى البعد الاول.

الاهداف السلوكية :

- ان يتعرف الطالب على تباين المتغير العشوائى .
- ان يحسب الطالب التباين للمتغير العشوائى .
- ان يحسب الطالب التباين للمتغير العشوائى من الجداول التكرارية.

الوسائل التعليمية:

قطعتى نقود برونزيتين متمايزتين .

طريقة العرض:

تمهيد :

المدرس : فى تجربة القاء قطعتى نقود برونزيتين متمايزتين اذكر فضاء النواتج ؟

الطالب : ف=$\{$ (ص$_1$،ص$_2$)، (ص$_1$، ك$_2$)، (ك$_1$، ص$_2$)،(ك$_1$، ك$_2$) $\}$

المدرس : اذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل ناتج هى عدد الصور التى تظهر به . ماهى قيم **س** وما هى احتمالاتها المقابلة

الطالب : قيم **س** هى ٢،١،٠ واحتمالاتها $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ على الترتيب

المدرس : اوجد $م_{س}$

الطالب : $م_{س} = ٢ \times \frac{١}{٤} + ١ \times \frac{١}{٢} + ٠ \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} + ٠ = ١$

المدرس : ماهى قيم المتغير العشوائى $(س - م_{س})^{٢}$

الطالب :قيم المتغير العشوائى (س - $م_س$)^{٢} هى (٢-١)^{٢} ، (١-١)^{٢}، (٠-١)^{٢} اى ١،

المدرس :ماهى احتمالاتها المقابلة.؟

الطالب : احتمالاتها المقابلة هى $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$

المدرس : اوجد $م_{(س - م_س)^{٢}}$

الطالب : $م_{(س - م_س)^{٢}} = ١ \times \frac{١}{٢} + ٠ \times \frac{١}{٢}$

المدرس :اذا كان **س** متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج **ف** حيث

ف= { ف١، ف٢،..... ف ن} يجعل صورة $ف_{١}$ هى س١ وصورة $ف_{٢}$ هى س٢ ،..... ، هكذا فانه يجعل صورة ف ن هى س ن عرف المتغير العشوائى (س - $م_س$)^{٢}

الطالب : المتغير العشوائى (س - $م_س$)^{٢} يجعل صورة $ف_{١}$ هى ($س_{١}$ - $م_س$)^{٢} ، ويجعل صورة $ف_{٢}$ هى ($س_{٢}$ - $م_س$)^{٢} ، ..... ، هكذا فانه يجعل صورة ف ن هى (س ن - $م_س$)^{٢}

المدرس : يعرف تباين المتغير العشوائى **س** بانه توقع المتغير العشوائى (س - $م_س$)^{٢} ويرمز له بالرمز $ع^{٢}_{س}$ اى ان $ع^{٢}_{س} = م_{(س - م_س)^{٢}}$

خاصية : $ع^{٢}_{س} = م_{س^{٢}} - م^{٢}_{س}$

المدرس : ما هى العلاقة بين المتغير العشوائى (س - $م_س$)^{٢} و المتغير العشوائى $س^{٢} - ٢ م_س س + م^{٢}_{س}$

الطالب : (س - $م_س$)^{٢} = $س^{٢} - ٢ م_س س + م^{٢}_{س}$

obeikandi.com

المدرس : احسب $م_{(س - م_س)^2}$

الطالب : $م_{(س - م_س)^2} = م_{(س^2 - 2 م_س \cdot س + م_س^2)}$

$$= م_{س^2} - 2 م_س \times م_س + م_{م_س^2}$$

$$= م_{س^2} - 2 م_س^2 + م_س^2$$

$$= م_{س^2} - م_س^2$$

مثال :

المدرس : فى تجربة القاء قطعتى نقود برونزيتين متمايزتين أكتب فضاء النواتج **ف** ؟

الطالب : **ف**={ (ص١،ص٢)، (ص١، ك٢)، (ك١، ص٢)،(ك١، ك٢)}

المدرس : اذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة كل ناتج هى العدد الحقيقى الدال على عدد الصور الظاهرة فى هذا الناتج احسب تباين **س**.

الحل:

المدرس : ماهى قيم **س**؟

الطالب : قيم **س** هى ٢، ١ ، ٠

المدرس : ماهى احتمالاتها المقابلة

الطالب: احتمالاتها $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ على الترتيب

المدرس: احسب $م_س$ ؟

الطالب : $م_س = ٢ \times \frac{١}{٤} + ١ \times \frac{١}{٢} + ٠ \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} + ٠ = ١$

المدرس: ماهى قيم **س٢** وما هى احتمالاتها المقابلة ؟

obeikandl.com

الطالب : قيم **س٢** هى ٠،١،٤ واحتمالاتها $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$

المدرس: احسب $م_{س٢}$ ؟

الطالب : $م_{س٢} = ٤ \times \frac{١}{٤} + ١ \times \frac{١}{٢} + ٠ \times \frac{١}{٤} = ١ + \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٢}$

المدرس: احسب تباين **س** ؟

الطالب : $ع^{٢}_{س} = م_{س٢} - م^{٢}_{س} = \frac{٣}{٢} - ١ = \frac{١}{٢}$

مثال : :

المدرس : الجدول الاتى يبين درجات مجموعة من التلاميذ فى احد الامتحانات

المجموعات	٠-	٤-	٨-	١٢-	١٦-	المجموع
عدد التلاميذ	٢	٥	٤	٨	١	٢٠

باعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج (مجموعة التلاميذ) اوجد تباين **س** ؟

الحل:

المدرس: ما هى قيم المتغيرالعشوائى **س** ؟

الطالب :قيم **س** هى ٢، ٦، ١٠، ١٤، ١٨

المدرس: ماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : احتمالاتها المقابلة هى $\frac{٢}{٢٠}$ ، $\frac{٥}{٢٠}$ ، $\frac{٤}{٢٠}$ ، $\frac{٨}{٢٠}$ ، $\frac{١}{٢٠}$

المدرس: ماهو توقع **س**؟

الطالب : $م_{س} = ٢ \times \frac{٢}{٢٠} + ٦ \times \frac{٥}{٢٠} + ١٠ \times \frac{٤}{٢٠} + ١٤ \times \frac{٨}{٢٠} + ١٨ \times \frac{١}{٢٠}$

obeikandi.com

$$= \frac{١}{٢٠} \times (٤ + ٣٠ + ٤٠ + ١٢ + ٨) = \frac{٢٠٤}{٢٠} = ١٠,٢$$

المدرس: ما هى قيم **س٢** ؟

الطالب : قيم **س٢** هى ٤ ، ٣٦، ١٠٠، ٢٥٦ ، ٣٢٤

المدرس: ما هى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : احتمالاتها المقابلة هى $\frac{٢}{٢٠}$ ، $\frac{٥}{٢٠}$ ، $\frac{٤}{٢٠}$ ، $\frac{٨}{٢٠}$ ، $\frac{١}{٢٠}$

المدرس : احسب توقع **س٢**؟

الطالب : $م_{س٢} = ٤ \times \frac{٢}{٢٠} + ٣٦ \times \frac{٥}{٢٠} + ١٠٠ \times \frac{٤}{٢٠} + ٢٥٦ \times \frac{٨}{٢٠} + ٣٢٤ \times \frac{١}{٢٠}$

$$= \frac{١}{٢٠} \times (٨ + ١٨٠ + ٤٠٠ + ٢٠٤٨ + ٣٢٤) = ١٢٣$$

المدرس: اوجد $ع_{س}^{٢}$؟

الطالب : $= ع_{س}^{٢} = م_{س٢} - م_{س}^{٢} = ١٠٤,٠٤ - ١٢٣ = ١٩,٩٦$

تدريبات:

- اثبت ان تباين المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة = ٠
- الجدول الاتى يبين درجات مجموعة من التلاميذ فى احد الامتحانات

المجموعات	٠-	٤-	٨-	١٢-	١٦-	المجموع
عدد التلاميذ	٢	٥	٤	٨	١	٢٠

obeikandl.com

باعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج (مجموعة التلاميذ) اوجد

(١) $م_{س}$

(٢) قيم $(س - م_{س})^{٢}$

(٣) $ع^{٢}_{س}$

obeikandl.com

الدرس العاشر

الانحراف المعيارى

الهدف: ان يتعلم الطالب تباين المتغير العشوائى فى البعد الثانى والانحراف المعيارى فى البعد الاول.

الاهداف السلوكية:

- ان يتعرف الطالب على الانحراف المعيارى للمتغير العشوائى.
- ان يحسب الطالب الانحراف المعيارى للمتغيرالعشوائى.
- ان يحسب الطالب الانحراف المعيارى للمتغيرالعشوائى من الجداول التكرارية

الوسائل التعليمية :

زهرة نرد – الة حاسبة

طريقة العرض :

تمهيد:

المدرس: إذا كانت درجات مجموعة مكونة من ثلاثة أفراد هى ٦ ، ٩ ، ١٢ إحسب الوسط الحسابى لدرجات هذه المجموعة .

الطالب : الوسط الحسابى لدرجات هذه المجموعة = ٦ × $\frac{١}{٣}$ + ٩ × $\frac{١}{٣}$ + ١٢ × $\frac{١}{٣}$

$= \frac{١}{٣} \times (٦ + ٩ + ١٢) = ٩$

المدرس : إذا كانت درجات مجموعة أخرى مكونه من ثلاثة أفراد هى ١ ، ٢ ، ٢٤ إحسب الوسط الحسابى لدرجات هذه المجموعة

الطالب : الوسط الحسابى لدرجات هذه المجموعة = ١ × $\frac{١}{٣}$ + ٢ × $\frac{١}{٣}$ + ٢٤ × $\frac{١}{٣}$

$= \frac{١}{٣} \times (١ + ٢ + ٢٤) = ٩$

obeikandl.com

المدرس : ماذا تلاحظ ؟

الطالب : ألاحظ تساوى الوسط الحسابى للمجموعتين .

المدرس : هل يصلح الوسط الحسابى لمقارنة المجموعتين السابقتين ؟

الطالب : بالرغم من أن الوسط الحسابى يصلح لمقارنة الفرد بأفراد مجموعته ألانه لايصلح لمقارنة المجوعتين السابقتين لأن هناك فرق بين درجات المجموعتين السابقتين يرجع لإختلاف تشتت درجات المجموعة الأولى عن الوسط الحسابى لها عن تشتت درجات المجموعة الثانيه عن الوسط الحسابى لها .

المدرس : لذلك فإننا نبحث عن مقياس يعطى صوره أكثر دقة عن المجموعات ، لذلك فإننا نلجأ الى حساب الوسط الحسابى لمربعات فرق الدرجات عن وسطها الحسابى وليس لهذا الفرق مباشرة لعدم صلاحية ذلك ، ثم نأخذ الجذر التربيعى للناتج وهذا ما يسمى بالإنحراف المعيارى . لذلك يعرف الإنحراف المعيارى للمتغير المعيارى **س** بأنه :

$\sqrt{\text{ع}^2_{\text{س}}}$ ويرمز له بالرمز $\text{ع}_{\text{س}}$ إذا ما هو $\text{ع}_{\text{س}}$

الطالب : $\sqrt{\frac{\text{م}}{(\text{س} - \text{م}_{\text{س}})^2}} = \sqrt{\text{م}_{\text{س}^2} - \text{م}^2_{\text{س}}}$

مثال:

المدرس: فى تجربة القاء زهرة نرد ما هو فضاء النواتج ؟

الطالب: ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

المدرس: اذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذ يجعل صورة كل ناتج عبارة عن عدد اولى هى العدد ١ ويجعل صورة كل ناتج عبارة عن عدد غير اولى هى العدد ٢ اوجد $\text{ع}_{\text{س}}$

الحل:

المدرس: ما هى قيم **س** ؟

الطالب: قيم **س** هى ١، ٢

المدرس: ماهى احتمالاتها المقابلة ؟

obeikandl.com

الطالب: $\frac{٤}{٦}$ ، $\frac{٢}{٦}$

المدرس: احسب توقع **س** ؟

الطالب: $م_{س} = ١ \times \frac{٤}{٦} + ٢ \times \frac{٢}{٦} = \frac{٤}{٦} + \frac{٤}{٦} = \frac{٨}{٦}$

المدرس: ماهى قيم **س٢** وماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب: قيم **س٢** هى ١، ٤ واحتمالاتها هى $\frac{٤}{٦}$ ، $\frac{٢}{٦}$ على الترتيب.

المدرس: احسب $م_{س٢}$

الطالب: $م_{س٢} = ١ \times \frac{٤}{٦} + ٤ \times \frac{٢}{٦} = \frac{٤}{٦} + \frac{٨}{٦} = ٢$

المدرس: احسب $ع^{٢}_{س}$

الطالب: $ع^{٢}_{س} = م_{س٢} - م^{٢}_{س} = ٢ - \frac{١٦}{٩} = \frac{٢}{٩}$

المدرس: احسب $ع_{س}$

الطالب: $ع_{س} = \sqrt{\frac{٢}{٩}} = \frac{\sqrt{٢}}{٣}$

obeikandi.com

مثال:

المدرس: الجدول الاتى يبين توزيع درجات ٥٠ تلميذ فى امتحان ما :

المجموعات	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	المجموع
عدد التلاميذ	٨	١٢	١٥	١٠	٥	٥٠

بإعتبار مـــراكز المجموعات هى قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج **ف** (مجموعة التلاميذ). اوجد الانحراف المعيارى للمتغير العشوائى **س**؟

الحل:

المدرس: ما هى قيم **س** وما احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب: قيم س هى ٧,٥ ، ١٢,٥،١٧,٥،٢٢,٥،٢٧,٥ واحتمالاتها هى

$\frac{٨}{٥٠}$ ، $\frac{١٢}{٥٠}$ ، $\frac{١٥}{٥٠}$ ، $\frac{١٠}{٥٠}$ ، $\frac{٥}{٥٠}$ على الترتيب

المدرس : اوجد $م_{س}$

الطالب : $م_{س} = ٧.٥ \times \frac{٨}{٥٠} + ١٢.٥ \times \frac{١٢}{٥٠} + ١٧,٥ \times \frac{١٥}{٥٠} + ٢٢,٥ \times \frac{١٠}{٥٠}$

$= ٢٢,٥ \times \frac{١٠}{٥٠} + ٢٧,٥ \times \frac{٥}{٥٠} = \frac{١٢٠}{١٠٠} + \frac{٣٠٠}{١٠٠} + \frac{٥٢٥}{١٠٠} + \frac{٤٥٠}{١٠٠} + \frac{٢٧٥}{١٠٠}$

$= ١٦,٧$

المدرس : ماهى قيم $س^{٢}$ وماهى احتمالاتها المقابلة ؟

الطالب : قيم $س^{٢}$ هى ٥٦,٢٥، ١٥٦,٢٥، ٣٠٦,٢٥، ٥٠٦,٢٥، ٧٥٦,٢٥ واحتمالاتها هى

$\frac{٨}{٥٠}$ ، $\frac{١٢}{٥٠}$ ، $\frac{١٥}{٥٠}$ ، $\frac{١٠}{٥٠}$ ، $\frac{٥}{٥٠}$ على الترتيب

obeikandl.com

المدرس : اوجد $م_{س٢}$

الطالب : $م_{س٢} = ٥٦,٢٥ \times \frac{٨}{٥٠} + ١٥٦,٢٥ \times \frac{١٢}{٥٠} + ٣٠٦,٢٥ \times \frac{١٥}{٥٠}$

$$+ ٥٠٦,٢٥ \times \frac{١٠}{٥٠} + ٧٥٦,٢٥ \times \frac{٥}{٥٠} = ٩ + ٣٧,٥ + ٩١٠,٨٧٥ +$$

$$٣١٥,٥٥ = ٧٥,٦٢٥ + ١٠١,٥٥$$

المدرس: احسب $ع^{٢}_{س}$

الطالب : $ع^{٢}_{س} = م_{س٢} - م^{٢}_{س} = ٣١٥,٥٥ - ٢٧٨,٨٩ = ٣٦,٣٦$

المدرس : اوجد $ع_{س}$

الطالب: $ع_{س} = \sqrt{٣٦,٣٦} = ٦,٠٣$

نظرية (٥)

إذا كان **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على فضاء النواتج **ف** فإن $ع_{ث}$ = صفر .

المدرس : ما هى معطيات النظرية .

الطالب : **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على فضاء النواتج **ف** .

المدرس : ما هو المطلوب ؟

الطالب : إثبات أن : $ع_{ث}$ = صفر

obeikandi.com

الإثبات :

المدرس : أوجد $ع^{٢}_{ث}$

الطالب : $ع^{٢}_{ث} = م_{(ث - م_{ث})^{٢}} = م_{(ث - ث)^{٢}} =$ صفر

نظرية (٦)

إذا كان **س** متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج **ف** ، **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة

الوحيدة ث فإن : $ع_{ص} = ع_{س}$ ، **ص = س + ث**

المدرس : ما هى المعطيات ؟

الطالب : **س** متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج **ف** ، **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على **ف** أيضا .

المدرس : ما هو المطلوب ؟

الطالب : إثبات أن : $ع_{س + ث} = ع_{س}$

الإثبات

المدرس : أوجد $ع^{٢}_{س + ث}$

الطالب : $ع^{٢}_{س + ث} = م_{(س + ث - م_{س + ث})^{٢}}$

$= م_{(س + ث - م_{س} - ث)^{٢}} = م_{(س - م_{س})^{٢}} = ع^{٢}_{س}$

المدرس : أوجد $ع_{س + ث}$

الطالب : $ع_{س+ث} = ع_{س}$

نظرية (٧)

إذا كان **س** متغير عشوائى معرف على فضاء النوتج **ف** ، **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على **ف** أيضا فإن $ع_{ص} = \sqrt{ث^{٢}}\ ع_{س}$ ، **ص = ث × س**

المدرس : ما هى المعطيات ؟

الطالب : **س** متغير عشوائى معرف على فضاء النوتج **ف** ، **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على **ف** أيضا .

المدرس : ما هو المطلوب ؟

الطالب :إثبات أن $ع_{ث \times س} = \sqrt{ث^{٢}}\ ع_{س}$

الإثبات :

المدرس : أوجد $ع^{٢}_{ث \times س}$

الطالب : $ع^{٢}_{ث \times س} = م_{(ث \times س - م_{ث \times س})^{٢}} = م_{(ث \times س - ث \times م_{س})^{٢}}$

$= م_{ث^{٢}(س - م_{س})^{٢}} = ث^{٢}\ م_{(س - م_{س})^{٢}}$

المدرس : أوجد $ع_{ث \times س}$

الطالب : $ع_{ث \times س} = \sqrt{ث^{٢}}\ ع_{س}$

obeikandl.com

تدريبات :

- الجدول الاتى يبين درجات مجموعة من التلاميذ في امتحان ما

المجموعات	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	المجموع
عدد التلاميذ	٨	١٢	١٥	١٠	٥	٥٠

بإعتبار مـــراكز المجموعات هى قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج **ف** (مجموعة التلاميذ). اوجد

(١) $م_{س}$ (٢) قيم $(س - م_{س})^{٢}$

(٣) $ع^{٢}_{س}$ (٣) $ع_{س}$

- الجدول الآتى يبين مجموعات الأجور اليومية لعمال أحد المصانع

مجموعات الأجور اليوميه بالجنية	٥ -	٧ -	٩ -	١١ -	١٣ -	١٥ -	المجموع
عدد العمال	٦	٨	١٠	١٦	٩	٧	٥٦

بإعتبار مـــراكز المجموعات هى قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج **ف** (مجموعة العمال). اوجد

(١) $م_{س}$ (٢) قيم $(س - م_{س})^{٢}$

(٣) $ع^{٢}_{س}$ (٣) $ع_{س}$

obeikandl.com

جدول رقم (١) يوضح

جدول مواصفات الإختبار النهائى الأول

الرقم	عناصر المحتوى	الوزن النسبى للأهداف	
		فى البعد الاول	فى البعد الثانى
١	مفهوم فضاء النواتج فى بعد	٢,٥٪	–
٢	مفهوم الحدث فى بعد	٢,٥٪	–
٣	مفهوم الحدث المؤكد	٢,٥٪	–
٤	مفهوم الحدث المستحيل	٢,٥٪	–
٥	مفهوم فضاء النواتج فى بعدين	٢,٥٪	–
٦	مفهوم الحدث فى بعدين	٢,٥٪	–
٧	مفهوم داله الإحتمال	٢,٥٪	–
٨	مفهوم إحتمال الحدث	٣,٥٪	–
٩	مفهوم المتغير العشوائى	٢,٥٪	٢,٥٪
١٠	مفهوم داله التوزيع	٣,٥٪	٢,٥٪
١١	مفهوم التوقع $م_{س}$	٧٪	٢,٥٪
١٢	مفهوم التباين $ع^{٢}_{س}$	٣,٥٪	–
١٣	الإنحراف المعيارى $ع_{س}$	٣,٥٪	–
١٤	مفهوم حاصل جمع متغيرين عشوائيين	٢,٥٪	٢,٥٪
١٥	مفهوم حاصل ضرب متغيرين عشوائيين	٢,٥٪	–
١٦	خواص دالة التوزيع	٦,٥٪	٢,٥٪
١٧	خاصية $ع^{٢}_{س} = م_{س^{٢}} - م^{٢}_{س}$	٢,٥٪	–
١٨	نظرية ١	٢,٥٪	–
١٩	نظرية ٢	٢,٥٪	–
٢٠	نظرية ٣	٢,٥٪	–
٢١	نظرية ٤	٢,٥٪	٣,٥٪
٢٢	نظرية ٥	٢,٥٪	٣,٥٪
٢٣	نظرية ٦	٢,٥٪	٣,٥٪
٢٤	نظرية ٧	٢,٥٪	٣,٥٪

obeikandi.com

جدول رقم (٢) يوضح
جدول مواصفات الإختبار الثانى

الرقم	عناصر المحتوى	الوزن النسبى للأهداف	
		فى البعد الاول	فى البعد الثانى
١	مفهوم فضاء النواتج فى بعد	–	٤٪
٢	مفهوم الحدث فى بعد	–	٤٪
٣	مفهوم الحدث المؤكد	–	٤٪
٤	مفهوم الحدث المستحيل	–	٤٪
٥	مفهوم فضاء النواتج فى بعدين	–	٤٪
٦	مفهوم الحدث فى بعدين	–	٤٪
٧	مفهوم داله الإحتمال	–	٨٪
٨	مفهوم إحتمال الحدث	–	٤٪
٩	مفهوم المتغير العشوائى	٤٪	٤٪
١٠	مفهوم داله التوزيع	٤٪	–
١١	مفهوم التوقع $م_{س}$	٤٪	–
١٢	مفهوم التباين $ع^{٢}_{س}$	٨٪	٤٪
١٣	الإنحراف المعيارى $ع_{س}$	–	٤٪
١٤	مفهوم حاصل جمع متغيرين عشوائيين	–	٤٪
١٥	مفهوم حاصل ضرب متغيرين عشوائيين	–	٨٪
١٦	خواص دالة التوزيع	–	–
١٧	خاصية $ع^{٢}_{س} = م_{س^{٢}} - م^{٢}_{س}$	–	٤٪
١٨	نظرية ١	–	٤٪
١٩	نظرية ٢	–	٤٪
٢٠	نظرية ٣	–	٨٪
٢١	نظرية ٤	–	–
٢٢	نظرية ٥	–	–
٢٣	نظرية ٦	–	–
٢٤	نظرية ٧	–	–

obeikandi.com

جدول رقم (٣) يوضح
نتائج تطبيق الأختبار النهائى الأول

قبلياً

رقم الطالب	درجته
١	١
٢	١
٣	١
٤	صفر
٥	١
٦	٢
٧	صفر
٨	١
٩	٢
١٠	٣
١١	١
١٢	١
١٣	٢
١٤	١
١٥	١
١٦	١
١٧	٢
١٨	صفر
١٩	١
٢٠	١
٢١	١
٢٢	١
٢٣	١
٢٤	١
٢٥	١
٢٦	١
٢٧	صفر
٢٨	٢
٢٩	صفر

بعدياً

رقم الطالب	درجته	النسبة المئوية للدرجة
١	٢٨	٨٠٪
٢	٢٩	٨٢,٩٪
٣	٢٩	٨٢,٩٪
٤	٢٧	٧٧,١٪
٥	٢٨	٨٠٪
٦	٣٠	٨٥,٧٪
٧	٢٦	٧٤,٣٪
٨	٢٩	٨٢,٩٪
٩	٣٠	٨٥,٧٪
١٠	٣١	٨٨,٨٪
١١	٢٨	٨٠٪
١٢	٢٩	٨٢,٩٪
١٣	٣٠	٨٥,٧٪
١٤	٢٩	٨٢,٩٪
١٥	٢٩	٨٢,٩٪
١٦	٢٨	٨٠٪
١٧	٣٠	٨٥,٧٪
١٨	٢٧	٧٧,١٪
١٩	٢٩	٨٢,٩٪
٢٠	٢٩	٨٢,٩٪
٢١	٢٨	٨٠٪
٢٢	٢٨	٨٠٪
٢٣	٢٩	٨٢,٩٪
٢٤	٣٠	٨٥,٧٪
٢٥	٢٩	٨٢,٩٪
٢٦	٢٩	٨٢,٩٪
٢٧	٢٧	٧٧,١٪
٢٨	٣٠	٨٥,٧٪
٢٩	٢٦	٧٤,٣٪

obeikandl.com

جدول رقم (٤) يوضح
نتائج تطبيق الأختبار النهائى الثانى

قبليا

رقم الطالب	درجته
	١
٢	١
٣	١
٤	صفر
٥	١
٦	٢
٧	صفر
٨	١
٩	٢
١٠	٣
١١	١
١٢	١
١٣	٢
١٤	١
١٥	٢
١٦	١
١٧	٢
١٨	صفر
١٩	١
٢٠	١
٢١	١
٢٢	٢
٢٣	٢
٢٤	١
٢٥	٢
٢٦	١
٢٧	صفر
٢٨	٢
٢٩	صفر

بعدياً

رقم الطالب	درجته	النسبة المئوية للدرجة
١	٢٠	٨٠٪
٢	٢٠	٨٠٪
٣	٢٠	٨٠٪
٤	١٩	٧٦٪
٥	٢٠	٨٠٪
٦	٢١	٨٤٪
٧	١٩	٧٦٪
٨	٢٠	٨٠٪
٩	٢١	٨٤٪
١٠	٢٢	٨٨٪
١١	٢٠	٨٠٪
١٢	٢٠	٨٠٪
١٣	٢١	٨٤٪
١٤	٢٠	٨٠٪
١٥	٢١	٨٤٪
١٦	٢٠	٨٠٪
١٧	٢١	٨٤٪
١٨	١٩	٧٦٪
١٩	٢٠	٨٠٪
٢٠	٢٠	٨٠٪
٢١	٢٠	٨٠٪
٢٢	٢٠	٨٠٪
٢٣	٢١	٨٤٪
٢٤	٢١	٨٤٪
٢٥	٢٠	٨٠٪
٢٦	٢٠	٨٠٪
٢٧	١٩	٧٦٪
٢٨	٢١	٨٤٪
٢٩	١٩	٧٦٪

obeikandl.com

جدول رقم (٥) يوضح

نتائج تطبيق الإختبار النهائى الأول فى المره الثانية .

رقم الطالب	درجته	النسبة المئوية للدرجة
١	٢٨	٨٠٪
٢	٢٩	٨٢,٩٪
٣	٢٩	٨٢,٩٪
٤	٢٦	٧٤,٣٪
٥	٢٨	٨٠٪
٦	٣٠	٨٥,٧٪
٧	٢٦	٧٤,٣٪
٨	٢٩	٨٢,٩٪
٩	٣٠	٨٥,٧٪
١٠	٣١	٨٨,٦٪
١١	٢٨	٨٠٪
١٢	٢٨	٨٠٪
١٣	٣٠	٨٥,٧٪
١٤	٢٨	٨٠٪
١٥	٢٩	٨٢,٩٪
١٦	٢٨	٨٠٪
١٧	٣٠	٨٥,٧٪
١٨	٢٦	٧٤,٣٪
١٩	٢٨	٨٠٪
٢٠	٢٩	٨٢,٩٪
٢١	٢٨	٨٠٪
٢٢	٢٨	٨٠٪
٢٣	٢٩	٨٢,٩٪
٢٤	٣٠	٨٥,٧٪
٢٥	٢٩	٨٢,٩٪
٢٦	٢٩	٨٢,٩٪
٢٧	٢٧	٧٧,١٪
٢٨	٣٠	٨٥,٧٪
٢٩	٢٦	٧٤,٣٪

obeikandi.com

جدول رقم (٦) يوضح

نتائج تطبيق الإختبار النهائى الثانى فى المره الثانيه .

رقم الطالب	درجته	النسبة المئوية للدرجة
١	٢٠	٨٠٪
٢	٢٠	٨٠٪
٣	٢٠	٨٠٪
٤	١٨	٧٢٪
٥	٢٠	٨٠٪
٦	٢١	٨٤٪
٧	١٩	٧٦٪
٨	٢٠	٨٠٪
٩	٢١	٨٤٪
١٠	٢١	٧٦٪
١١	٢٠	٨٠٪
١٢	٢٠	٨٠٪
١٣	٢١	٨٤٪
١٤	٢٠	٨٠٪
١٥	٢٠	٨٠٪
١٦	٢٠	٨٠٪
١٧	٢٠	٨٤٪
١٨	١٩	٧٦٪
١٩	٢٠	٨٠٪
٢٠	١٩	٧٦٪
٢١	٢٠	٨٠٪
٢٢	٢٠	٨٠٪
٢٣	٢٠	٨٠٪
٢٤	٢١	٨٤٪
٢٥	٢٠	٨٠٪
٢٦	٢٠	٨٠٪
٢٧	١٩	٧٦٪
٢٨	٢٠	٨٠٪
٢٩	١٨	٧٢٪

obeikandl.com

جدول رقم (٧) يوضح
الوصول إلى مستوى التمكن

رقم الجانب	عدد الطلاب الذين تعلموا فى البعد الأول	النسبة المئوية لعدد الطلاب الذين تعلموا فى البعد الأول	عدد الطلاب الذين تعلموا فى البعد الثانى	النسبة المئوية لعدد الطلاب الذين تعلموا فى البعد الثانى
١	٢٩	١٠٠٪	٢٩	١٠٠٪
٢	٢٩	١٠٠٪	٢٩	١٠٠٪
٣	٢٩	١٠٠٪	٢٩	١٠٠٪
٤	٢٩	١٠٠٪	٢٩	١٠٠٪
٥	٢٩	١٠٠٪	٢٩	١٠٠٪
٦	٢٩	١٠٠٪	٢٩	١٠٠٪
٧	٢٩	١٠٠٪	٢٩	١٠٠٪
٨	٢٩	١٠٠٪	٢٩	١٠٠٪
٩	٢٩	١٠٠٪	٢٨	٩٦,٦٪
١٠	٢٨	٩٦,٦٪	٢٨	٩٦,٦٪
١١	٢٧	٩٣,١٪	٢٧	٩٣,١٪
١٢	٢٦	٨٩,٧٪	٢٥	٨٦,٢٪
١٣	٢٨	٩٦,٦٪	٢٨	٩٦,٦٪
١٤	٢٥	٨٦,٢٪	٢٤	٨٢,٨٪
١٥	٢٤	٨٢,٨٪	٢٢	٧٥,٩٪
١٦	٢٤	٨٢,٨٪	٢٤	٧٥,٩٪
١٧	٢٤	٨٢,٨٪	٢٤	٨٢,٨٪
١٨	٢٦	٨٩,٧٪	٢٤	٨٢,٨٪
١٩	٢٦	٨٩,٧٪	٢٤	٨٢,٨٪
٢٠	٢٦	٨٩,٧٪	٢٤	٨٦,٢٪
٢١	٢٥	٨٦,٢٪	٢٥	٨٢,٨٪
٢٢	٢٧	٩٣,١٪	٢٢	٧٥,٩٪
٢٣	٢٤	٨٢,٨٪	٢٢	٧٥,٩٪
٢٤	٢٤	٨٢,٨٪	٢٤	٨٢,٨٪
٢٤	٢٦	٨٩,٧٪	٢٤	٨٢,٨٪

obeikandl.com

الإختبار البنائى للجزء الأول

س١ أى مما يأتى يمكن إعتباره تجربة عشوائية .

- سحب كره من صندوق يحتوى على كرات جميعها حمراء وملاحظه لون الكره المختاره.
- سحب كرتين متتاليتين من صندوق يحتوى على كرتين لونهما أصفر وثلاث كرات حمراء وملاحظة لون الكرتين المسحوبتين .

س٢

كلب	حصان	عنب	برتقال	قطة	موز	تفاح

لدينا سبعة كروت متماثلة تماماً ومحكمة الخلط سحب كرت عشوائياً ولاحظنا الأسم المكتوب على الكرت المسحوب .

أولاً : عبر عن فضاء النواتج

ثانياً : عبر عن الإحداث الأتية

- أ = سحب كرت يحمل أسم حيوان
- **ب** = سحب كرت يحمل اسم يحتوى على الحرف الأبجدى ب .
- الحدث الذى يحمل اسم حيوان أو اسم يحتوى على الحرف ب .
- الحدث الذى يحمل اسم حيوان أو اسم يحتوى على الحرف ب .
- الحدث الذى يعنى سحب كرت يحمل أسم حيوان يحتوى على الحرف ب .
- الحدث الذى يعنى سحب كرت يحمل أسم أسد ، ما أسم هذا الحدث .
- الحدث الذى يعنى سحب كرت يحمل أسم حيوان أو فاكهة ، ما أسم هذا الحدث .
- عبر عن الحدث المكمل للحدث أ بطريقة الصفة المميزة .

س٣ إذا كان س عدد صحيح ينتمى إلى الفترة] -٣ ، ٣ [المحتواه فى محور السينات وكان ص عدد صحيح ينتمى إلى الفترة [١ ، ٣] المحتواه فى محور الصادات .

(أ) اكتب فضاء النواتج للأزواج المرتبة (س ، ص)

(ب) أكتب الحدث أ الذى يعنى س _ ص > ٢

(جـ) أكتب الحدث ب الذى يعنى س + ص > ٢

(د) أكتب أ ∩ ب ماذا يسمى هذا الحدث وماذا يسمى الحدثين أ ، ب حينئذ

س٢ فى تجربة إلقاء قطعتى نقود برونزيتين متمايزيتين دفعة واحدة ، إذا كانت **ف** هى فضاء النواتج وكان أ = حدث ظهور صورة واحدة على الأقل

(أ) اوجد **ف**

(ب) أوجد أ

(جـ) أوجد الاحداث الأولية .

(د) أوجد مجموعة احداث فضاء النواتج **ق (ف)**

obeikandl.com

الإختبار البنائى للجزء الثانى

س١ (أ) عرف دالة الإحتمال

(ب) إذكر خواص دالة الأحتمال

(جـ) إثبت بالبرهان هذه الخواص

س٢ صندوق يحتوى على ثلاث كرات حمراء وكرتان لونهما أصفر وكره خضراء سحبت كره من الصندوق ولوحظ لونها أوجد (أ) فضاء النواتج

(ب) الحدث أ حيث أ = سحب كره حمراء

(جـ) الحدث ب حيث ب = سحب كره صفراء

(د) ل (أ)

(هـ) ل (ب)

(و) إحتمال سحب كره ليست صفراء

س٣ (أ) عرف المتغير العشوائى **س** على فضاء النواتج **ف**

(ب) عرف دالة التوزيع

(جـ) إذكر خواص دالة التوزيع

(د) إثبت بالبرهان هذه الخواص

(هـ) ما هى العلاقة بين دالة التوزيع ودالة التكرار

(و) عرف التوقع

س٤ عند إلقاء زهرتى نرد ومشاهدة النتيجة إذا كان **س** هو المتغير العشوائى الذى يعبر عن مجموع ما يظهر من النقط على الزهرتين أوجد (أ) فضاء النواتج

(ب) $ى_{س}$

(جـ) توزيع إحتمال **س**

(د) $م_{س}$

س٥ الجدول الأتى يبين درجات ٥٠ تلميذ فى إمتحان ما

المجموعة	١٠ _	٣٠ –	٥٠ _	٧٠ _	٩٠ _	١١٠ _	المجموع
التكرار	٢	٤	١٠	١٥	١١	٨	٥٠

بإعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج **ف** (مجموعة التلاميذ) اوجد (أ) قيم **س** (ب) إحتمالاتها المقابلة

(جـ) $م_{س}$

opeikandi.com

الإختبار البنائى للجزء الثالث

س١ إذا كان **س** ، **ص** متغيرين عشوائيين معرفين على فضاء النواتج **ف** وكانت ث ثابت

عرف كل مما ياتى : -

(أ) **س + ص**

(ب) **س × ص**

(جـ) المتغير العشوائى **ث** ذوالقيمة الوحيدة ث

س٢ إذا كان **س** ، **ص** متغيرين عشوائيين معرفين على **ف** أوجد

(أ) $\mathbf{م}_{\mathbf{س}} + \mathbf{ص}$

(ب) $\mathbf{م}_{\mathbf{ث}} \times \mathbf{س}$ حيث **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على **ف** ايضاً

س٣ إذا كانت **س** متغير عشوائى معرف على **ف** وكانت **ص** = **س** + **ث** هى متغير عشوائى أخر معرف على **ف** أيضاً حيث **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على **ف** ايضاً فإذا كانت . $\mathbf{ى}_{\mathbf{س}}$ = { س١ ، س٢ ، ..... ، سن }

(أ) أوجد $\mathbf{ى}_{\mathbf{ص}}$

(ب) أوجد $\mathbf{م}_{\mathbf{ص}}$

(جـ) اثبت أن $\mathbf{م}_{\mathbf{ص}} = \mathbf{م}_{\mathbf{س}} + \mathbf{ث}$.

(د) اوجد قيم المتغير العشوائى $(\mathbf{ص} - \mathbf{م}_{\mathbf{ص}})^{٢}$

(هـ) أوجد $\mathbf{ع}^{٢}_{\mathbf{ص}}$.

(و) اثبت أن $\mathbf{ع}_{\mathbf{ص}} = \mathbf{ع}_{\mathbf{س}}$

obeikandl.com

س٤ . الجدول الآتى يبين درجات مجموعة من التلاميذ فى إمتحان

المجموعة	٤ _	٨ _	١٢ _	١٦ _	٢٠ _ ٢٤	المجموع
عدد التلاميذ	١٥	٢٥	٣٨	١٢	١٠	١٠٠

بإعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على **ف** (مجموعة التلاميذ)

(أ) أوجد توزيع **س**

(ب) أوجد $م_{س}$

(جـ) أوجد $ع^{٢}_{س}$

(د) أوجد $ع_{س}$

س٦ فى تجربة إلقاء زهرتى نرد دفعة واحده فإذا كانت **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة الناتج (س ، ص) هى اصغر العددين س ، ص وكان **ص** هو المتغير العشوائى الذى يجعل الناتج (س ، ص) هى اكبر العددين

(أ) أوجد توزيع **س**

(ب) أوجد توزيع **ص**

(جـ) أوجد توزيع **س + ص**

(د) أوجد توزيع **س × ص**

(هـ) أوجد $م_{س + ص}$

(و) أوجد $م_{س \times ص}$

obeikandl.com

الاختبار النهائى الأول

س١ : فى تجربة إلقاء زهرة نرد إذا كانت **ف** فضاء النواتج وكان أ = حدث ظهور عدد أولى

أوجد (أ) **ف**

(ب) أ

(جـ) الحدث المؤكد .

(د) الحدث المستحيل .

س٢ فى تجربة إلقاء قطعتى نقود برونزيتين متمايزتين دفعة واحدة ، إذا كانت **ف** هى فضاء النواتج وكان أ = حدث ظهور صورة واحدة على الأقل .

(أ) أوجد **ف**

(ب) أوجد أ

(جـ) عرف دالة إحتمال ل على **ف**

(د) أوجد ل (أ)

س٣ إذا كانت **س** متغير عشوائى معرف على **ف** وكان $ى_{س}$ = { س١ ، س٢ ، ... ، سن } .

(أ) عرف دالة التوزيع $د_{س}$

(ب) إثبت أن $د_{س}$ (س) > ٠ لكل س تنتمى إلى $ى_{س}$

(جـ) أثبت أن $د_{س}$ (س١) + $د_{س}$ (س٢) + ... + $د_{س}$ (سن) = ١

(د) ما هى العلاقة بين دالة التوزيع ودالة التكرار .

س٤ إذا كانت **س** متغير عشوائى معرف على **ف**

(أ) عرف التوقع $م_{س}$

(ب) عرف التباين $ع^{٢}_{س}$

(جـ) عرف الأنحراف المعيارى $ع_{س}$

س٥ إذا كانت **س** متغير عشوائى معرف على **ف** وكانت **ص = س + ث** هى متغير عشوائى أخر معرف على **ف** حيث **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث المعرف على **ف** أيضاً

obeikandl.com

(أ) أوجد $ى_{ص}$. (ب) اوجد $م_{ص}$.

(جـ) اثبت أن $م_{ص} = م_{س} + ث$.

(د) اوجد قيم المتغير العشوائى $(ص - م_{س})^{٢}$

(هـ) اوجد $ع_{ص}$

(و) إثبت أن $ع_{ص} = |ث^{٢}| ع_{س}$

س٧ إذا كان **س** ، **ص** متغيرين عشوائيين معرفين على فضاء النواتج **ف** حيث

ف = { ف١ ، ف٢ ، ..... ، فن } ،

$ى_{س}$ = { س١ ، س٢ ، ..... ، سن } .

$ى_{ص}$ = { ص١ ، ص٢ ..... ، صن }

(أ) اوجد $م_{س}$ (ب) اوجد $م_{ص}$

(جـ) عرف المتغير العشوائى **س** + **ص**

(د) اوجد $م_{س + ص}$

(هـ) اثبت أن $م_{س + ص} = م_{س} + م_{ص}$

س٨ ـ إذا كان **ث** هو المتغير العشوائى ذو القيمة الوحيدة ث معرفاً على فضاء النواتج **ف** ،

ص متغير عشوائى معرف على نفس فضاء النواتج **ف**

(أ) اثبت أن $م_{ث} = ث$

(ب) اثبت أن $ع_{ث} =$ صفر

(جـ) اثبت أن $ع^{٢}_{ص} = م_{ص٢} - م^{٢}_{ص}$

obeikandl.com

الاختبار النهائى الثانى

س١ إذا كانت **ف** هى فضاء النواتج لتجربه عشوائية ، ل هى دالة إحتمال

(أ) اثبت أن ل (Ø) = ٠

(ب) اثبت أن ل (**ف**) = ١

(جـ) اثبت أن ل (أَ) = ١ - ل (أ) حيث أ ⊂ **ف**

س٢ فى تجربة إلقاء زهرة النرد إذا كانت **س** متغير عشوائى معرف على فضاء النواتج **ف** يجعل صورة كل ناتج عدد أولى هى العدد ١ ويجعل صورة باقى النواتج هى ٢ .

(أ) اوجد $ى_{س}$

(ب) اوجد توزيع **س**

(جـ) أوجد $م_{س^{٢}}$

(د) اوجد $ع^{٢}_{س}$

(هـ) اوجد $ع_{س}$

س٣ الجدول التكرارى الآتى يمثل درجات مجموعة من التلاميذ فى إمتحان

المجموعة	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ - ٧٠	المجموع
التكرار	١٠	١٥	٢٥	٢٠	١٠	٨٠

بإعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج (مجموعة التلاميذ)

(أ) أوجد قيم **س**

(ب) اوجد توزيع **س**

س٤ . الجدول الآتى يبين درجات مجموعة من التلاميذ فى إمتحان

المجموعة	٤ -	٨ -	١٢ -	١٦ -	٢٠ - ٢٤	المجموع
عدد التلاميذ	١٥	٢٥	٣٨	١٢	١٠	١٠٠

بإعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى معرف على **ف** (مجموعة التلاميذ)

obeikandi.com

(أ) أوجد توزيع **س**

(ب) أوجد $م_{س}$

(جـ) أوجد $ع^{٢}_{س}$

(د) اوجد $ع_{س}$

س٥ الجدول الأتى يبين درجات مجموعة من التلاميذ فى أمتحان

المجموعة	٠ -	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	المجموع
عدد التلاميذ	٢٠	٦٠	٨٠	١٢٠	٩٠ -	٣٠	٤٠

بإعتبار مراكز المجموعات قيم لمتغير عشوائى **س** معرف على فضاء النواتج فى (مجموعة التلاميذ)

(أ) ما هى الفكرة التى تقوم عليها الطريقة المختصرة لحساب التوقع .

(ب) اوجد توزيع **س**

(جـ) اوجد قيم المتغير العشوائى **ص** حيث **ص** = $\frac{\text{س} - ٣٠}{١٠}$

(د) اوجد $م_{ص}$

(هـ) أوجد $م_{س}$

س٦ فى تجربة إلقاء زهرتى نرد دفعة واحدة فإذا كانت **س** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة الناتج (س ، ص) هى اكبر العددين س ، ص وكان **ص** هو المتغير العشوائى الذى يجعل صورة الناتج (س ، ص) هى اصغر العددين .

(أ) أوجد توزيع **س**

(ب) أوجد توزيع **ص**

(جـ) اوجد توزيع **س + ص**

(د) اوجد توزيع **س × ص**

(هـ) اوجد $م_{\text{س + ص}}$

(و) اوجد $م_{\text{س} \times \text{ص}}$

obeikandl.com

ثبات الاختبارين النهائيين وصدقهما

قام الباحث بحساب معامل الثبات للإختبار الأول بإستخدام معادلة بيرسون كما يلى :

$$ر = \frac{ن \text{ مجـ } س_ت ص_ت - \text{مجـ } س_ت \times \text{مجـ } ص_ت}{\sqrt{ن \text{ مجـ } س^2 - (\text{مجـ } س)^2} \sqrt{ن \text{ مجـ } ص^2 - (\text{مجـ } ص)^2}}$$

حيث ر = معامل الارتباط .

$س_ت$ = درجة الطالب ت فى التطبيق الأول حيث ت = ٢،١ ، ..... ، ٢٩

$ص_ت$ = درجة الطالب ت فى التطبيق الثانى ت = ٢،١ ، ..... ، ٢٩

ن = عدد الطلاب = ٢٩

$$ر = \frac{٢٩ \times ٢٣٧١٤ - ٨٢٦ \times ٨٣١}{\sqrt{٢٩ \times ٢٣٨٥٥ - ٦٩٠٥٦١} \sqrt{٢٩ \times ٢٣٥٧٨ - ٦٨٢٢٧٦}}$$

$$= \frac{٦٨٧٧٠٦ - ٦٨٦٤٠٦}{\sqrt{٦٩١٧٩٥ - ٦٩٠٥٦١} \sqrt{٦٨٣٧٦٢ - ٦٨٢٢٧٦}} =$$

$$= \frac{١٣٠٠}{\sqrt{١٢٣٤ \times ١٤٨٦}} = \frac{١٣٠٠}{١٣٥٤,١٥} = ٠,٩٦$$

وهذا معامل إرتباط قوى يدل على ثبات الاختبار الاول .

ويمكن حساب معامل الصدق الذاتى للإختبار الأول كما يلى : ـ

معامل الصدق الذاتى = $\sqrt{\text{معامل ثابت}}$ = $\sqrt{٠,٩٦}$ = ٠,٩٨

وهذا يدل على صدق الاختبار بالاضافه إلى صدق المحكمين سابق الذكر.

ثم قام الباحث بحساب معامل الارتباط للإختبار الثانى من القانون السابق كما يلى : ـ

obeikandi.com

$$ر = \frac{٢٩ \times ١١٧١٣ - ٥٨٥ \times ٥٨٠}{\sqrt{٢٩ \times ١١٨١٧ - ٣٤٢٢٢٥} \sqrt{٢٩ \times ١١٦١٤ - ٣٣٦٤٠٠}}$$

$$= \frac{٣٣٩٦٩٧٧ - ٣٣٩٣٠٠}{\sqrt{٣٤٢٦٩٣ - ٣٤٢٢٢٥} \sqrt{٣٣٦٨٠٦ - ٣٣٦٤٠٠}} = \frac{٣٧٧}{\sqrt{٤٦٨} \times \sqrt{٤٠٦}} = ٠,٨٦$$

وهو معامل إرتباط قوى يدل على ثبات الاختبار الثانى .

ثم قام الباحث بحساب معامل الصدق الذاتى للإختبار الثانى كما يلى : ـ

معامل الصدق الذاتى = $\sqrt{\text{معامل الثبات}}$ = $\sqrt{٠,٨٦}$ = ٠,٩٣ .

وهو معامل قوى يدل على صدق الاختبار الثانى بالاضافة إلى صدق المحكمين سابق الذكر

obeikandl.com

حساب زمن الإختبارين النهائيين

قام الباحث بحساب زمن كل من الاختبارين النهائيين من المعادلة .

$$ز_{٢} = \frac{م_{٢} \times ز_{١}}{م_{١}}$$

حيث $ز_{٢}$ هو الزمن المناسب للإختبار .

$ز_{١}$ هو الزمن التجريبى للإختبار .

$م_{٢}$ هو المتوسط المرتقب للإختبار .

$م_{١}$ هو المتوسط التجريبى للإختبار .

بالنسبة للإختبار النهائى الأول كان المتوسط التجريبى ٢٨,٦٦ والمتوسط المرتقب هو ٢٨ وأخذ الباحث المتوسط الحسابى للزمن الذى إستغرقه الطلاب فبلغ ١٦٧ دقيقة فيكون :

الزمن المناسبة للإختبار النهائى الأول = $\frac{٢٨}{٢٨,٦٦} \times ١٦٧ = ١٦٣$ دقيقة .

وبالنسبة للإختبار النهائى الثانى كان المتوسط التجريبى ٢٠,٧١ والمتوسط المرتقب ٢٠ وأخذ الباحث المتوسط الحسابى للزمن الذى إستغرقه الطلاب فبلغ ١٣٤ دقيقة فيكون :

الزمن المناسب للإختبار النهائى الثانى = $\frac{٢٠ \times ١٣٤}{٢٠,٧١} = ١٣١$ دقيقة .

obeikandl.com

فاعلية الوحدة البنائية

قام الباحث بحساب نسبة الكسب المعدلة لبلاك [١] لكل من الاختبارين النهائيين من المعادلة .

$$\text{نسبة الكسب المعدله لبلاك} = \frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{د} - \text{س}} + \frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{د}}$$

حيث ص = متوسط الدرجات البعديه للإختبار .

س = متوسط الدرجات القبلية للإختبار .

د = النهاية العظمى للإختبار .

وحيث يكون د – س يدل على المتوقع ،

$\frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{د}}$ هو تأثير مقدار المعرفه السابقة على التعلم .

والنسبه الناتجه يجب أن تتراوح بين ٢،١

ولحساب نسبة الكسب المعدلة للإختبار الأول .

ص = ٢٨,٦٦

س = ١,٢٣

د = ٣٥

$$\text{نسبة الكسب المعدلة للإختيار الأول} = \frac{١,٢ - ٢٨,٦٦}{١,٢٣ - ٣٥} + \frac{١,٢ - ٢٨,٦٦}{٣٥}$$

$$= \frac{٢٧,٥٦}{٣٣,٩} + \frac{٢٧,٥٦}{٣٥} = ٠,٨١ + ٠,٧٨ = ١,٥٩$$

ولحساب نسبة الكسب المعدلة للإختبار الثانى .

ص = ٢٠,١٧

س = ١,٢١

د = ٢٥

$$\text{نسبة الكسب المعدلة للإختبار الثانى} = \frac{١,٢١ - ٢,١٧}{٢٥ - ١,٢١} + \frac{١,١٢ - ٢٠,١٧}{٢٥}$$

$$= \frac{١٨,٦٩}{٢٣,٧٩} + \frac{١٨,٩٦}{٢٥} = ٠,٨١ + ٠,٧٦ = ١,٥٧$$

النسبتان السابقتان تتراوح قيمتيهما بين ٢،١ مما يدل على فاعلية الوحدة البنائية .

---

[١] صلاح عبد السلام الخراش : " تقويم مناهج الرياضيات للكبار " ، رسالة دكتوراة غير منشورة ، كلية البنات ، جامعة عين شمس ، ١٩٨٢ ، ص٩ .

obeikandl.com