

## الفصل الثالث

اختبار الفروض الفارقة  
بالإحصاء البارامتري



## الفصل الثالث

### اختبار الفروض الفارقة بالإحصاء البارامترى

#### أولاً : النسبة الحرجة : *Critical Ratio*

تُستخدم النسبة الحرجة فى اختبار دلالة الفرق بين متوسطى درجات مجموعتين من الأفراد بشرط ألا يقل عدد أفراد كل مجموعة منها عن ٣٠ فرداً ويستخدم كثير من الباحثين النسبة الحرجة فى حساب صدق تمييز الاختبار ومفرداته عن طريق أخذ الدرجات المتطرفة ( أعلى وأدنى ٢٧ % ) من الدرجات الكلية بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً ، ويستخدم البعض الآخر من الباحثين اختبار " ت " فى إيجاد صدق تمييز الاختبار ومفرداته ، وهذا خطأ شاع كثيراً فى البحوث والدراسات النفسية والتربوية والاجتماعية ، نظراً لأن الفروق الدالة على صدق تمييز الاختبار ومفرداته باستخدام اختبار " ت " فروق ذات دلالة إحصائية ، وليست فروقاً ذات دلالة نفسية .

#### ١ - النسبة الحرجة لمتوسطين مرتبطين :

يتم حساب النسبة الحرجة لمتوسطين مرتبطين من المعادلة الآتية :

$$\frac{\text{الفرق بين المتوسطين}}{\text{الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين}} = \text{النسبة الحرجة}$$

$$\therefore \text{الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين (٢٣-١٤)} = \sqrt{(٢٤ \times ١٤ \times ٢) - ٢٤^2 + ١٤^2}$$

$$\text{النسبة الحرجة ( ذ )} = \frac{٢٤ - ١٤}{\sqrt{(٢٤ \times ١٤ \times ٢) - ٢٤^2 + ١٤^2}}$$

حيث أن :

$$\frac{١٤}{\sqrt{١٤}} = ١,٤ \text{ ( الخطأ المعياري للمتوسط الأول )}$$

$$\frac{٢٤}{\sqrt{١٤}} = ٢,٤ \text{ ( الخطأ المعياري للمتوسط الثانى )}$$

$$ر = \text{معامل ارتباط درجات المجموعة الأولى بدرجات المجموعة الثانية}$$

فإذا كانت قيمة النسبة الحرجة  $> \pm 1,96$  دل ذلك على عدم وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات المجموعتين ، وهنا يتم قبول الفرض الصفري ، ورفض الفرض البديل .

وإذا كانت النسبة الحرجة  $\leq \pm 1,96$  ( دلالة الطرفين ) ، فهذا يدل على وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى  $0,05$  بين متوسطى درجات المجموعتين ، أما إذا كانت النسبة الحرجة  $\leq \pm 2,58$  ( دلالة الطرفين ) ، فهذا يدل على وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات المجموعتين عند مستوى  $0,01$  ، ومن هنا يتم رفض الفرض الصفري وقبول الفرض البديل .

## ٢- النسبة الحرجة لمتوسطين غير مرتبطين أو مستقلين :

عندما لا توجد علاقة ارتباطية بين درجات المجموعتين ( معامل الارتباط = صفر ) فإن القيمة  $2 \times r \times \sigma_1 \times \sigma_2 =$  صفر ، وبالتالي فإن الخطأ المعياري لفرق المتوسطين  $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$  ، وتصبح النسبة الحرجة مساوية :

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} = \text{النسبة الحرجة}$$

## ثانياً : اختبار " ت " : T-test

يستخدم اختبار " ت " فى اختبار دلالة الفرق بين متوسطى درجات مجموعتين من الأفراد ، ويمكن استخدامه فى حالة توافر الشروط الآتية :

- ١- حجم عينة البحث : يجب أن يكون حجم كل عينة ٣٠ فرداً أو أكثر .
- ٢- الفرق بين حجم عينة البحث : ألا يكون الفرق بين حجم عينة البحث فرقاً كبيراً ، مثل أن تكون إحدى العينتين عددها ٥٠ فرداً والثانية عددها ٢٠٠ فرد .

٣- مدى تجانس العينتين : أن تكون عينتا البحث متجانستين ، بمعنى أنهما مشتقتان من مجتمع أصل واحد ، ويمكن معرفة التجانس بواسطة حساب النسبة الفاتية (ف)  $F. Ratio$  باستخدام اختبار " هارتلى "  $Hartley$  :

$$F = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$

ويقوم الباحث بمعرفة دلالة النسبة الفائية (ف) بالكشف في الجداول الإحصائية الخاصة بالتجانس بعد حساب درجات حرية البسط أو التباين الكبير (ع<sup>١</sup>) ، ودرجات حرية المقام أو التباين الصغير (ع<sup>٢</sup>) ، واستخراج قيمة ف الجدولية ، ثم يقارن الباحث بين قيمة " ف " المحسوبة وقيمة " ف " الجدولية على النحو الآتى : فإذا كانت " ف " ≤ " ف " عند أى مستوى من مستويات الدلالة ( ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ ) دل ذلك على أن العينتين غير متجانستين ، إما إذا كانت " ف " > " ف " دل ذلك على أن " ف " المحسوبة غير دالة إحصائياً ، وهذا يدل على تجانس العينتين . وبصفة عامة إذا كانت النسبة الفائية (ف) ≥ واحد صحيح فتكون هذه النسبة غير دالة إحصائياً ، وقد تكون " ف " > ١ فى حالة تحليل التباين العاملى عندما يكون تباين المتغيرات المستقلة أقل من تباين الخطأ ( انظر الفصل السابع ) .

أما فى حالة تساوى العينتين ( ن<sub>١</sub> = ن<sub>٢</sub> ) ، وحجم كل منهما يزيد عن ٣٠ فرداً ، فالباحث لا يكون بحاجة إلى اختبار شرط تجانس التباين .

٤- الاعتدالية : أن يكون توزيع عينتى البحث توزيعاً اعتدالياً ، ويمكن معرفة ذلك عن طريق حساب معامل الالتواء .

$$(١) \quad \text{معامل الالتواء} = \frac{\text{المتوسط} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

ويمكن صياغة المعادلة السابقة بدلالة المتوسط والوسيط على النحو الآتى :

$$\therefore \text{المنوال} = ٣ \text{ الوسيط} - ٢ \text{ المتوسط}$$

بالتعويض عن قيمة المنوال فى المعادلة (١) يمكن الحصول على المعادلة الآتية :

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{٣ (\text{المتوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

فإذا كانت قيمة معامل الالتواء تساوى صفراً ، أو تقترب من الصفر ، فيمكن القول أن منحني التوزيع اعتدالي ، أو يقترب من التوزيع الاعتدالي .  
ويمكن الحكم على شكل التوزيع بأنه اعتدالي إذا كان معامل تفرطحه = ٠,٢٦٣ ، نظراً لأن معامل تفرطح المنحني الاعتدالي = ٠,٢٦٣ ، ويتم حسابه عملياً من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل التفرطح} = \frac{\text{نصف المدى الربيعي}^*}{\text{المئين التسعين - المئين العاشر}}$$

فإذا زاد مقدار التفرطح المحسوب عن ٠,٢٦٣ يكون التوزيع مسطحاً أو مقعراً *Platykurtic* ، أما إذا قلته قيمته عن ٠,٢٦٣ ، يكون التوزيع مدبباً *Leptokurtic* .

١- عندما تكون عينتا البحث غير مرتبطتين (مستقلتين) ، وغير متساويتين في الحجم (  $n_1 \neq n_2$  ) :

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left[ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right] \frac{s_1^2 + s_2^2}{2}}}$$

درجات الحرية =  $n_1 + n_2 - 2$

حيث أن :

$n_1$  = عدد أفراد المجموعة الأولى       $n_2$  = عدد أفراد المجموعة الثانية

$\bar{x}_1$  = متوسط درجات المجموعة الأولى       $\bar{x}_2$  = متوسط درجات المجموعة الثانية

$s_1^2$  = تباين درجات المجموعة الأولى       $s_2^2$  = تباين درجات المجموعة الثانية

ولمعرفة دلالة الفرق بين المتوسطين يقوم الباحث بحساب درجات الحرية ( $n_1 + n_2 - 2$ ) ، ثم يستخدم الجداول الإحصائية الخاصة بدلالة اختبار " ت " ،

(\*) نصف المدى الربيعي =  $\frac{\text{الربيع الثالث} - \text{الربيع الأول}}{2}$

ويمكن معرفة ت الجدولية المقابلة لدرجات الحرية (  $n_1 + n_2 - 2$  ) ، فإذا كانت الفروض المراد اختبارها فروضاً صفيرية ، أو فروضاً محايدة يستخدم الباحث دلالة الطرفين ( الذيلين ) ، ومستويات الدلالة :  $0.001$  ،  $0.01$  ،  $0.05$  ، أما إذا كانت الفروض موجهة يستخدم الباحث دلالة الطرف الواحد ( الذيل الواحد ) ، ومستويات الدلالة :  $0.0005$  ،  $0.005$  ،  $0.025$  ، باعتبار أن هذه المستويات شبه متفق عليها بين العلماء فى مجال البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية لرفض ، أو قبول الفرض .

فإذا كانت " ت " المحسوبة  $>$  " ت " الجدولية ، دل ذلك على عدم وجود فرق جوهري بين المتوسطين ، وقد يرجع الفرق البسيط بين المتوسطين إلى الصدفة ، أو إلى أخطاء القياس . وهنا يتم قبول الفرض الصفري ورفض الفرض البديل .  
أما إذا كانت " ت " المحسوبة  $\leq$  " ت " الجدولية دل ذلك على وجود فرق جوهري بين المتوسطين ، وهنا يتم رفض الفرض الصفري وقبول الفرض البديل .

مثال (1) :

احسب قيمة " ت " لمتوسطين مستقلين (  $n_1 \neq n_2$  ) من البيانات الآتية :

المجموعة الثانية	المجموعة الأولى
$n_2 = 81$	$n_1 = 101$
$m_2 = 53,20$	$m_1 = 55,02$
$s_2^2 = 14,67$	$s_1^2 = 16,33$

خطوات الحل :

$$t = \frac{m_2 - m_1}{\sqrt{\left[ \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_1} \right] \frac{s_2^2 + s_1^2}{2 - n_2 + n_1}}}$$

$$t = \frac{53,20 - 55,02}{\sqrt{\left[ \frac{1}{81} + \frac{1}{101} \right] \frac{215,21 \times 81 + 266,7 \times 101}{2 - 81 + 101}}}$$

$$t = \frac{1,82}{\sqrt{0,0222 \times \frac{17432,01 + 26936,7}{180}}}$$

$$0,78 = \frac{1,82}{2,34} = \frac{1,82}{\sqrt{5,472}} = t$$

وبالكشف عن قيمة " ت " الجدولية لدرجات حرية ١٨٠ عند مستوى ٠,٠٥ نجد أن قيمة " ت " المحسوبة = ٠,٧٨ ، وبالتالي فهي غير دالة إحصائياً .

٢- عندما تكون عينة البحث غير مرتبطين (مستقلتين) ، ومتساويتين في الحجم (  $n_1 = n_2$  ) :

$$t = \frac{24-14}{\sqrt{\left[ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right] \frac{n_1^2 e_1 + n_2^2 e_2}{2 - n_1 + n_2}}}$$

وبالتعويض في المعادلة السابقة عن قيمة  $n_1 = n_2 = n$  يمكن الحصول على المعادلة الآتية :

$$t = \frac{24-14}{\sqrt{\left[ \frac{2}{n} \right] \frac{n(2e_1 + e_2)}{2(1-n)}}}$$

$$\therefore t = \frac{24-14}{\sqrt{\frac{2e_1 + e_2}{1-n}}}$$

درجات الحرية =  $2 - n$

مثال (٢) :

اختبر دلالة الفرق بين متوسطي درجات مجموعتين من التلاميذ في مقياس الانتباه الأكاديمي من البيانات الآتية .

المجموعة الثانية	المجموعة الأولى
ن = ٣٣	ن = ٣٣
م = ١٥,٨١	م = ٢٣,٦٣
ع = ٢,٦٢	ع = ٣,٦٢

خطوات الحل :

$$t = \frac{m_2 - m_1}{\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n - 1}}}$$

$$9,9 = \frac{15,81 - 23,63}{\sqrt{\frac{(2,62)^2 + (3,62)^2}{1 - 33}}} = t$$

ت الجدولية المقابلة لدرجات حرية ٦٤ عند مستوى ٠,٠١ تساوي ٢,٦٥٥  
 ∴ ت < عند مستوى ٠,٠١ ، وبالتالي يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات المجموعتين ، لصالح المجموعة الأولى  
 ( الدلالة توجه إلى المتوسط الأكبر فى حالة المقارنة بين مجموعتين ) .

مثال (٣) :

وضع باحث فرضاً نصه " يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات التلاميذ ذوى نقص الانتباه المصحوب بالنشاط الزائد ADHD ، ودرجات التلاميذ العاديين فى العدوانية ، لصالح التلاميذ ذوى ADHD " . اختبر نتائج صحة هذا الفرض من البيانات الآتية :

العاديون	ADHD
ن = ٧٢	ن = ٧٢
م = ٩٥,٧٠	م = ١٤٠,٢٠
ع = ٦,٩	ع = ٩,٥

خطوات الحل :

$$t = \frac{m_2 - m_1}{\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n - 1}}}$$

$$31,94 = \frac{95,70 - 140,20}{\sqrt{\frac{(6,9) + (9,0)}{1 - 72}}} = t$$

درجات الحرية = 2 - 144 = 2 - 144 = 2

نستخدم دلالة الطرف الواحد ، نظراً لأن الفرض المراد اختباره فرض

موجه .

" ت " الجدولية عند مستوى 0,005 = 2,615 ، وبالتالي فإن " ت " < " ت "

عند مستوى 0,005 ، أى يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى 0,005

بين متوسطى درجات التلاميذ ذوى ADHD ، ودرجات التلاميذ العاديين فى

العوانية ، لصالح التلاميذ ذوى ADHD ، بمعنى أن التلاميذ ذوى ADHD

أكثر عدوانية من التلاميذ العاديين بفرق دال إحصائياً .

٣- حساب الفرق بين متوسطين مرتبطين أو لعينة واحدة :

عندما تكون عينة البحث مجموعة واحدة ، تعرضت لقياس قبلى

وقياس بعدى ( قبل وبعد التدريب ) ، فإنه يمكن حساب الفرق بين متوسطى

درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى لنفس العينة من القاتون

الآتى :

$$t = \frac{م}{\sqrt{\frac{مج ح}{ن(ن-1)}}}$$

درجات الحرية = ن - 1

حيث أن :

م = متوسط الفروق بين درجات القياسين القبلى والبعدى ، ويمكن

حسابه أيضاً عن طريق حساب الفرق بين متوسطى درجات القياس

القبلى ودرجات القياس البعدى .

ح = انحراف الفروق ( ف ) عن متوسطها ( م ) = ف - م

مج ح = مجموع مربعات الفروق عن متوسطها

= مج ( ف - م )<sup>2</sup>

ن = عدد أفراد المجموعة ، ودرجات الحرية فى هذه الحالة = ن - 1

ويمكن كتابة المعادلة السابقة بالصورة الآتية :

$$\therefore \frac{م ج ح'}{ن} = ع' ف$$

$$\therefore \frac{\frac{م}{ع' ف}}{(ن - ١)} = ت$$

ويكتفى معظم الباحثين في هذه الحالة بمعرفة الدلالة الإحصائية للفروق الناتجة ، وأن تأثير المتغير المستقل في المتغير التابع يكون أقوى إذا كانت الفروق دالة عند مستوى ٠,٠٠١ ، عنه في حالة مستويي الدلالة ٠,٠١ ، ٠,٠٥ ، علماً بأن الدلالة الإحصائية تتأثر بعدد من العوامل منها : مقدار الفرق بين العينين ، وحجم العينتين ، ومقدار التشتت ( الانحراف المعياري عن المتوسط ) في كل مجموعة على حدة ، لذا يُفضل حساب معامل الارتباط بين درجات القياس القبلي ودرجات القياس البعدي بواسطة معامل ارتباط بيرسون ، ثم نربع قيمة معامل الارتباط الناتج (  $r^2$  ) ، ونحسب نسبة الارتباط *Correlation Ratio* وذلك لتوضيح قوة العلاقة بين نتائج القياس القبلي والقياس البعدي .

ويستخدم بعض الباحثين المعادلة السابقة في معرفة ثبات الاختبار بطريقة إعادة التطبيق ، أي تطبيق الاختبار نفسه مرتين بفاصل زمني معين على نفس العينة من الأشخاص ، فإذا كانت الفروق بين درجات التطبيق الأول ودرجات إعادة التطبيق بعد فاصل زمني معين غير دالة إحصائياً دل ذلك على أن الاختبار ثابت ، بمعنى أنه يعطي نتائج متماثلة في كلا التطبيقين .

مثال (٤) :

اختبر دلالة الفرق بين متوسطي درجات القياس القبلي ودرجات القياس البعدي لعينة عددها ٣٣ تلميذاً في مقياس حب الاستطلاع قبل وبعد تطبيق برنامج تنمية حب الاستطلاع من البيانات الآتية :

القياس القبلى	القياس البعدى
٣٢,٧١ = ١م	٤١,٣٠ = ٢م
٣,٥١ = ١ع	٣,٠٢ = ٢ع
ح <sup>٢</sup> = ١٤٧,٥	

خطوات الحل :

$$t = \frac{\frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}}}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}} = \frac{32,71 - 41,30}{\sqrt{\frac{147,5}{33}}} = 22,98$$

درجات الحرية =  $n - 1 = 33 - 1 = 32$

بالكشف فى الجداول الإحصائية عن قيمة ت الجدولية المقابلة لدرجات حرية ٣٢ عند مستوى ٠,٠١ نجد أن  $t = 2,74$  ، وبالتالي فإن  $t < 2,74$  عند مستوى ٠,٠١ ، أى يوجد فرق دالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى ، لصالح القياس البعدى ( المتوسط الأكبر ) ، ومن هنا يقرر الباحث بأن برنامجه فعالاً فى تنمية حب الاستطلاع لدى التلاميذ .

مثال (٥) :

اختبر دلالة الفرق بين متوسطى درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى لعدد عشرة تلاميذ فى اختبار الحساب من البيانات الآتية :

٦	٣	٢	٥	٤	٨	٥	٧	٣	٧	القياس القبلى
٥	٦	٨	٧	٦	١٠	٧	٦	٥	١٠	القياس البعدى

خطوات الحل :

القياس القبلي (س)	القياس البعدي (ص)	الفرق (ف)	ح ن	ح ن
٧	١٠	٣	١	١
٣	٥	٢	صفر	صفر
٧	٦	١-	٣-	٩
٥	٧	٢	صفر	صفر
٨	١٠	٢	صفر	صفر
٤	٦	٢	صفر	صفر
٥	٧	٢	صفر	صفر
٢	٨	٦	٤	١٦
٣	٦	٣	١	١
٦	٥	١-	٣-	٩
مجس = ٥٠ م = ٥	مجص = ٧٠ م = ٧	مجف = ٢٠ م = ٢	صفر	مجح ن = ٣٦

$$t = \frac{m}{\sqrt{\frac{m - c}{n - 1}}}$$

$$t = \frac{2}{\sqrt{\frac{36}{(1 - 10)10}}} = 3,16$$

درجات الحرية = ن - ١ = ١٠ - ١ = ٩

"ت" الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، لدرجات حرية ٩ تساوي ٢,٢٦ ، ٣,٢٥ ، أي أن "ت" < "ت" عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالي فإن الفرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥

٤- حساب الفرق بين متوسطي عينتين غير متجانستين (ع' ≠ ع'١) ، وغير متساويتين في الحجم (ن١ ≠ ن٢) :

عندما يكون حجم العينة الأولى لا يساوي حجم العينة الثانية (ن١ ≠ ن٢) ، وعندما تكون النسبة الفئوية  $\left(\frac{ع'}{ع'١}\right)$  دالة إحصائياً ، فإنه يمكن استخدام اختبار "ت" على النحو الآتي :

(١) نحسب قيمة " ت " بالطريقة العادية باستخدام المعادلة الآتية :

$$t = \frac{24 - 14}{\sqrt{\frac{16}{20} + \frac{16}{10}}}$$

(٢) نحدد مستوى الدلالة ( ٠,٠١ ، ٠,٠٥ ) .

(٣) نحسب درجات حرية العينة الأولى ( ن<sub>١</sub> - ١ ) ، ودرجات حرية العينة الثانية ( ن<sub>٢</sub> - ١ ) .

(٤) نحسب قيمة ت<sub>١</sub> للعينة الأولى المقابلة لدرجات حرية ( ن - ١ ) عند مستوى الدلالة المحدد مسبقاً ، ثم نحسب ت<sub>٢</sub> للعينة الثانية المقابلة لدرجات حرية ( ن - ١ ) عند نفس مستوى الدلالة .

(٥) نحسب قيمة الفرق ( ت ) باستخدام كل من ت<sub>١</sub> ، ت<sub>٢</sub> من المعادلة الآتية :

$$t = \frac{t_1 \left( \frac{16}{10} \right) + t_2 \left( \frac{16}{20} \right)}{\frac{16}{10} + \frac{16}{20}}$$

(٦) نقارن بين قيمتي " ت " ، " ت " ، فإذا كانت " ت " ≤ " ت " عند مستوى الدلالة المحدد دل ذلك على وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات المجموعتين ، أما إذا كانت " ت " > " ت " دل ذلك على عدم وجود فرق جوهري (دال) بين متوسطي درجات المجموعتين .

مثال (٦) :

اختبر دلالة الفرق بين متوسطي درجات تحصيل مجموعتين من التلاميذ من

البيانات الآتية :

مجموعة (٢)	مجموعة (١)
ن <sub>٢</sub> = ٢٠	ن <sub>١</sub> = ١٠
م <sub>٢</sub> = ١٦	م <sub>١</sub> = ٢٠,٦
ع <sub>٢</sub> = ٦,٧٢	ع <sub>١</sub> = ٢٨,٤٢

خطوات الحل :

$$(1) \text{ نحسب النسبة الفئوية } \left( \frac{1'ع}{2'ع} \right) = \frac{28,42}{6,72} = 4,23$$

$$(2) \text{ درجات حرية التباين الكبير } (28,42) = 1 - 1 = 19 \text{ ، ودرجات حرية التباين الصغير } (6,72) = 1 - 1 = 19$$

(3) نكشف فى جداول النسبة الفئوية ( ف ) عند درجات حرية التباين الكبير (البسط = 9) ، ودرجات حرية التباين الصغير (المقام = 19) ، نجد أن قيمة النسبة الفئوية الجدولية ( ف ) = 3,52 عند مستوى 0,01 ، وهذا يدل على أن العنيتين غير متجانستين ، بالإضافة إلى أنهما غير متساويتين (  $n_1 \neq n_2$  ) ، وهذا يقودنا إلى استخدام الحالة الرابعة والأخيرة من حالات اختبار ' ت ' على النحو الآتى :

$$t = \frac{28 - 16}{\sqrt{\frac{1'ع}{n_1} + \frac{1'ع}{n_2}}}$$

$$t = \frac{16 - 20,6}{\sqrt{\frac{6,72}{20} + \frac{28,42}{10}}} = 2,58$$

فإذا حددنا مستوى الدلالة 0,05 ، فإن  $t_1$  للمجموعة الأولى المقابلة لدرجات حرية 9 عند مستوى 0,05 = 2,262 ،  $t_2$  للمجموعة الثانية المقابلة لدرجات حرية 19 عند مستوى 0,05 = 2,093 .

$$t = \frac{t_1 \left( \frac{1'ع}{n_1} \right) + t_2 \left( \frac{1'ع}{n_2} \right)}{\frac{1'ع}{n_1} + \frac{1'ع}{n_2}}$$

$$t = \frac{\frac{6,72}{20} \times 2,093 + \frac{28,42}{10} \times 2,262}{\frac{6,72}{10} + \frac{28,42}{10}} = 2,24$$

نلاحظ أن "ت" < "ت" عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالي يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥ بين متوسطى درجات تحصيل مجموعتى التلاميذ ، لصالح تلاميذ المجموعة الأولى .

وعندما تكون  $n_1 = n_2$  ، فإن  $t_1 = t_2$  ، نظراً لأن درجات حرية العينة الأولى  $(n_1 - 1) =$  درجات حرية العينة الثانية  $(n_2 - 1)$  ، كما أنه لو قمنا بالتعويض فى المعادلة :

$$t = \frac{t_1 \left(\frac{e_1}{n_1}\right) + t_2 \left(\frac{e_2}{n_2}\right)}{\frac{e_1}{n_1} + \frac{e_2}{n_2}}$$

عن قيمة  $t_1 = t_2$  ؛  $n_1 = n_2 = n$  نستنتج أن :

$$t = \frac{t_1 \left(\frac{e_1}{n}\right) + t_2 \left(\frac{e_2}{n}\right)}{\frac{e_1}{n} + \frac{e_2}{n}}$$

$$t = \frac{t_1 \left(\frac{e_1 + e_2}{n}\right)}{\frac{e_1 + e_2}{n}}$$

$$\boxed{t = t_1 = t_2}$$

#### • حجم التأثير فى حالة استخدام اختبار "ت" :

يكتفى بعض الباحثين بإيجاد دلالة الفروق بين المجموعات ، فالدلالة الإحصائية للفروق بين مجموعتين ، أو أكثر ليست كافية لبيان أهمية ذلك الفرق ، وإنما هناك أمور أخرى يجب أن تؤخذ فى الاعتبار مثل حجم ذلك الفرق ، وما يمكن أن يترتب على معرفة ذلك الفرق من قرارات ، أى أن القيمة العملية يجب أن تؤخذ بعين الاعتبار بالإضافة إلى الدلالة الإحصائية ، لذا يفضل أن يحسب الباحث حجم التأثير *Effect Size* (حجم الفرق) ، عندما تكون "ت" دالة إحصائياً ، لأن مقاييس

حجم التأثير لا تتأثر بحجم العينات ، نظراً لأنها تتناول حجم الفرق ، أو قوة الارتباط *Strength of Association* دون أن تكون دالة لحجم العينة ، أى أن الدلالة الإحصائية قد تكون مضللة أحياناً ، وبالتالي فلا بد من حساب حجم التأثير عند تقويم نتائج أية تجربة ، فأحجام التأثير توضح لنا مقدار تأثير المتغيرات المستقلة فى المتغيرات التابعة ، بينما الدلالة الإحصائية لا توضح ذلك ، فحجم التأثير هو الوجه المكمل للدلالة الإحصائية ، لذا يجب على الباحثين الإجابة عن الأسئلة الآتية :

- هل التأثير الملاحظ حقيقى أم يرجع إلى الصدفة ؟
  - إذا كان التأثير حقيقى فما حجمه ؟
  - هل حجم التأثير كبير بدرجة كافية بحيث يصبح مفيداً ؟
- ويمكن حساب حجم التأثير ، أو قوة الارتباط فى حالة استخدام الباحث لاختبار " ت " سواء للعينات المستقلة ، أو المرتبطة من خلال حساب :

### ١ - مربع معامل إيتا : $Eat Squared (\eta^2)$

يُسمى مربع معامل إيتا  $(\eta^2)$  أحياناً بنسبة الارتباط ، أو قوة العلاقة بين المتغيرين ( المستقل ، التابع ) ، وينتمى إلى الإحصاء الوصفى ( إحصاء العينات ) ، ويحدد  $(\eta^2)$  حجم تأثير المتغير المستقل فى المتغير التابع تحديداً كمياً ، نظراً لأن  $(\eta^2)$  يدل على نسبة من التباين الكلى للمتغير التابع ( التباين المفسر ) فى العينات موضوع البحث التى ترجع إلى تأثير المتغير المستقل ، بمعنى أن  $(\eta^2)$  يحدد نسبة التباين فى المتغير التابع التى يمكن تفسيرها ، والتى تعزى إلى تأثير المتغير المستقل ، ويمكن حساب  $(\eta^2)$  من المعادلة الآتية :

$$\eta^2 = \frac{ت^2}{ت^2 + درجات الحرية}$$

وتدل إيتا  $(\eta)$  على الارتباط الثنائى بين المجموعات والمتغير التابع ، وهنا نذكر الباحث أنه عند تفسير القيمة الناتجة تناقش كنسبة مئوية بضرب الناتج  $\times 100$  حتى نحصل على نسبة التباين المفسر ، وأن درجات الحرية فى حالة العينات المستقلة =  $ن + 1 - 2$  ، ودرجات الحرية فى حالة العينات المترابطة =  $ن - 1$

ويمكن حساب حجم التأثير ( $d$ ) بدلالة ( $\eta^2$ ) من المعادلة الآتية :

$$d = \frac{2\sqrt{\eta^2}}{\sqrt{1 - \eta^2}}$$

٢- مربع أوميغا ( $\omega^2$ ) :

ينتمي مربع أوميغا ( $\omega^2$ ) إلى الإحصاء الاستدلالي ( إحصاء الأصول ) على عكس مربع إيتا ( $\eta^2$ ) ، ويحسب ( $\omega^2$ ) من المعادلة الآتية :

$$\frac{t^2 - 1}{t^2 + n_1 + n_2} = \omega^2$$

ويفسر ( $\omega^2$ ) مثل ( $\eta^2$ ) بعد ضرب الناتج  $\times 100$  لتحويله إلى نسبة مئوية ، ويمكن استخدام محكات كوهن (Cohen,1977) الآتية للحكم على قوة تأثير المتغير المستقل في المتغير التابع :

أ - التأثير الذى يفسر حوالى ١ % من التباين الكلى يدل على تأثير ضئيل أو تأثير منخفض .

ب- التأثير الذى يفسر حوالى ٦ % من التباين الكلى يعد تأثيراً متوسطاً .

ج- التأثير الذى يفسر حوالى ١٥ % من التباين الكلى يعد تأثيراً كبيراً .

٣- معادلات كوهن لحساب حجم التأثير :

توصل " كوهن " (فى : صلاح أحمد مراد ، ٢٠٠٠ ، ص ٢٤٦) إلى معادلات لحساب حجم التأثير باستخدام قيمة " ت " المحسوبة إذا كانت دالة إحصائياً ، تختلف فى طريقة حسابها عن مربع معامل إيتا ( $\eta^2$ ) ، ومربع معامل أوميغا ( $\omega^2$ ) ، نظراً لأن ( $\eta^2$ ) ، ( $\omega^2$ ) يدلان على نسبة التباين الكلى للمتغير التابع التى تعزى إلى تأثير المتغير المستقل ، أو قوة الارتباط بين المتغير المستقل والمتغير التابع ، بينما حجم التأثير المحسوب من معادلات " كوهن " يدل على نسبة الفرق بين متوسطى درجات المجموعتين فى وحدات معيارية ، والمعادلات هى :

أ - حجم التأثير لعينتين مستقلتين ( $n_1$  ،  $n_2$ ) :

يمكن حساب حجم التأثير لعينتين مستقلتين من المعادلة الآتية :

$$\text{حجم التأثير ( ح )} = t \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

حيث أن : ت = ت المحسوبة والدالة ،  $n_1$  ،  $n_2$  هما حجم العينتين

فإذا كان حجم التأثير ( ح ) = ٠,٢ فهذا يدل على تأثير ضعيف للمتغير المستقل في المتغير التابع ، أما إذا كان ( ح ) = ٠,٥ فهذا يدل على تأثير متوسط للمتغير المستقل في المتغير التابع ، أما إذا كان ( ح ) = ٠,٨ ، أو أكثر فهذا يدل على تأثير مرتفع للمتغير المستقل في المتغير التابع .

ب- حجم التأثير لعينتين غير مستقلتين ( عينة واحدة ) :

يتم حساب حجم التأثير في حالة العينات المرتبطة أو غير المستقلة من

المعادلة الآتية :

$$\text{حجم التأثير ( ح )} = \sqrt{\frac{(r-1)^2}{n}} \quad \text{ت}$$

حيث أن :

ن = حجم العينة      ر = معامل الارتباط بين درجات القياسين .

وقد وضع " كيس " (Kiess,1989) العلاقة بين حجم التأثير ومربع معامل

إيتا ( $\eta^2$ ) في المعادلة الآتية :

$$\text{حجم التأثير ( ح )} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{\text{مربع معامل إيتا}}}{\sqrt{1 - \text{مربع معامل إيتا}}}$$

$$\text{حجم التأثير ( ح )} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{\eta^2}}{\sqrt{1 - \eta^2}}$$

وقد أعد " كيس " جدولاً يوضح العلاقة بين حجم التأثير ( ح ) ، ومربع

معامل إيتا ( $\eta^2$ ) بيّن فيه ما يأتي :

أ - حجم التأثير (٠,٢) يقابل مربع معامل إيتا (٠,٠١) ، والذي يدل على أن نسبة التباين المفسر في المتغير التابع التي ترجع إلى تأثير المتغير المستقل تساوي ( ١ % ) ، أي تأثير منخفض .

ب- حجم التأثير (٠,٥١) تقريباً يقابل مربع معامل إيتا (٠,٠٦) ، والذي يدل على أن نسبة التباين المفسر في المتغير التابع التي ترجع إلى تأثير المتغير المستقل تساوي ( ٦ % ) ، أي تأثير متوسط .

ج- حجم التأثير (٠.٨٤) يقابل مربع معامل إيتا (٠,١٥) ، والذي يدل على أن نسبة التباين المفسر في المتغير التابع التي ترجع إلى تأثير المتغير المستقل تساوي (١٥ % ) ، أي تأثير مرتفع .

د - حجم التأثير (واحد) يقابل مربع معامل إيتا (٠,٢٠) ، والذي يدل على أن نسبة التباين المفسر في المتغير التابع التي ترجع إلى تأثير المتغير المستقل تساوي (٢٠ % ) ، أي تأثير مرتفع أيضاً .

تمارين :

١- اختبار دلالة " ت " للفرق بين متوسطى درجات عينتين مختلفتين في الحجم والتجانس ، ثم احسب حجم التأثير باستخدام  $(\eta^2)$  ،  $(\omega^2)$  من البيانات الآتية :

العينة الأولى	العينة الثانية
ن = ١٥	ن = ٢٤
م = ٨٠	م = ٩٤
ع = ٥	ع = ٨

٢- النتائج الآتية لعينتين مستقلتين :

العينة الأولى	العينة الثانية
ن = ٥٠	ن = ٣٦
م = ١٢٤	م = ١٢٠
ع = ١٠,٥	ع = ١٢

اختبر دلالة الفرق بين المتوسطين عند مستوى ٠,٠١ .

٣- طبق باحث مقياساً لحب الاستطلاع قبل وبعد التدريب على عشرة تلاميذ  
فحصل على البيانات الآتية :

قبل	٢٠	٢٥	٢٦	٢٣	٢٧	٣٠	٢٤	٢١	٢٨	٣٠
بعد	٣٥	٣٨	٣٤	٣٤	٣٨	٣٧	٣٥	٣٣	٣٤	٣٥

اثبت أن التدريب فعال في تنمية حب الاستطلاع لدى التلاميذ مع حساب حجم التأثير .

### ثالثاً : تحليل التباين – أحادى الاتجاه :

#### *One Way – Analysis of Variance (ANOVA):*

يُستخدم تحليل التباين أحادى الاتجاه فى الكشف عن الفروق بين درجات مجموعتين أو أكثر من الأفراد فى خصائص الشخصية فى حالة وجود متغيرين أحدهما متغير مستقل ( تصنيفى ) ، يتضمن عدة مستويات هى المجموعات ، والثانى متغير تابع ، لذا سُمى بتحليل التباين الأحادى لأنه يتضمن متغيراً مستقلاً واحداً ، ومتغيراً تابعاً واحداً .

ويرجع الفضل إلى العالم " فيشر " *Fisher* الذى ابتكر تحليل التباين ، وقام " بيرت " *Burt* بتطبيقه فى مجالات العلوم النفسية والتربوية ، ويعد تحليل التباين من أهم الطرق المستخدمة فى البحث العلمى فى مجال التربية وعلم النفس ، فهو يصلح لتحليل نتائج عدد من التجارب المتوازنة كل منها تحدث فى ظروف موحدة وعلى مجموعة متجانسة أكثر تجانساً فى الواقع من المجتمع الأصلي ، ويعطى تقديراً لعوامل الخطأ المنتظم الخاص بالفروق الناتجة من اختلاف المجتمعات الأصلية التى أُشتقت منها العينات ، ويعطى أيضاً تقديراً لا بأس به لنوع آخر من الأخطاء التى تُحدث فروقاً منتظمة ذات تأثير ثابت فى أداء مجموعات التجربة المشتركة فى كل طريقة ، ويساعد على تحليل الفروق فى أداء الأفراد والجماعات إلى أكثر من عنصر ، ويساعد على قياس الدلالة الإحصائية فى الأداء . كما أنه يصلح لمعرفة الفروق القائمة بين البنين والبنات فى الذكاء والقدرات العقلية الطائفية ، وفى السمات المزاجية ، وفى النواحي التحصيلية المختلفة ، ويصلح أيضاً فى قياس مدى تجانس عينات المختبرين ، والمفردات التى تتألف منها الاختبارات النفسية .

ويرجع شيوع استخدام تحليل التباين فى البحوث العلمية إلى معرفة وقدرة الباحثين على استخدامه وتفسير نتائجه ، وتوافر بعض الحزم الإحصائية التى تُسهل استخدامه ، كما أنه لا يتقيد بعدد المجموعات الذى يمكن مقارنته ، وعند استخدامه فى المقارنة بين أكثر من مجموعتين فإنه يمكن التحكم والسيطرة على تقديرات خطأ النوع الأول .

ويُقصد بتحليل التباين تقسيم تباين المتغير التابع إلى قسمين فى حالة وجود متغير مستقل واحد ، أو إلى عدة أقسام فى حالة أكثر من متغير مستقل ، ويرجع أحد هذه الأقسام إلى المتغير المستقل ، أو المتغيرات المستقلة ويُطلق عليه بالأثر

الرئيسى فى تباين المتغير التابع وهو تباين منتظم معلوم مصدره ، ويرجع القسم الثانى - فى حالة وجود متغير مستقل واحد - إلى تباين غير منتظم مصدره درجات الأفراد يُطلق عليه تباين الخطأ *Error Variance* ، أو التباين داخل المجموعات *Within Groups* ، بينما يُطلق على التباين الرئيسى مسمى التباين بين المجموعات *Between Groups* وعندما لا يؤثر المتغير المستقل فى المتغير التابع فإن التباين بين المجموعات يرجع إلى أخطاء المعاينة *Sampling Error* ، ومن ثم فإن النسبة الفائية (ف) تساوى واحد تقريباً . أما إذا كان المتغير المستقل يؤثر فى المتغير التابع فإن التباين بين المجموعات يزداد أكثر مما هو متوقع عن أخطاء المعاينة ، وبالتالي فإن تباين بين المجموعات يكون أكبر من التباين داخل المجموعات ، أو تباين الخطأ ، وتزداد قيمة النسبة الفائية (ف) عن الواحد ، أى أن قيمة النسبة الفائية ترتبط ارتباطاً طردياً بزيادة تأثير المتغير المستقل فى المتغير التابع .

#### ١- تحليل التباين بين مجموعتين :

الباحث الذى يستخدم هذا النوع من تحليل التباين عليه تكوين الجدول الآتى :

ف	متوسط المربعات (التباين)	مجموع المربعات	درجات الحرية	مصدر التباين
التباين الصغير   التباين الكبير	$\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2}$	$ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2$	$ن_1 + ن_2 - 2$	داخل المجموعات
	$\frac{ن_1 ح_1^2 + ن_2 ح_2^2}{1 - 2}$	$ن_1 ح_1^2 + ن_2 ح_2^2$	$1 - 2$	بين المجموعات
		$ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2 + ن_1 ح_1^2 + ن_2 ح_2^2$	$ن_1 + ن_2 - 1$	المجموع

( أ ) نحسب درجات حرية مجموع المربعات الداخلية :

درجات الحرية الداخلية = عدد أفراد المجموعات - عدد المجموعات

$$= ن_1 + ن_2 - 2$$

( ب ) نحسب درجات حرية مجموع المربعات بين المجموعات :

درجات الحرية البينية = عدد المجموعات - عدد القيود =  $2 - 1$

عدد القيود = 1 ، نظراً لأن متوسطى المجموعتين ينتسبان إلى متوسط عام

*Grand Mean* واحد ( المتوسط الوزنى ) .

ونحسب من الخطوتين ( أ ) ، ( ب ) درجات حرية المجموع الكلي للمربعات =

$$\text{عدد أفراد المجموعات} - 1 = 1 - 1 + 1 = 1$$

( ج ) نحسب مجموع المربعات داخل المجموعات :

مجموع المربعات الداخلية = عدد أفراد العينة الأولى (  $n_1$  ) × تباينها (  $e_1^2$  ) +

عدد أفراد العينة الثانية (  $n_2$  ) × تباينها (  $e_2^2$  )

$$\text{مجموع المربعات الداخلية} = n_1 e_1^2 + n_2 e_2^2$$

ويطلق أحياناً على مجموع المربعات داخل المجموعات مسمى

مجموع مربعات الخطأ .

( د ) نحسب المتوسط العام أو المتوسط الوزني لمتوسطات المجموعات :

$$\text{المتوسط الوزني للمجموعتين ( م )} = \frac{n_1 \bar{m}_1 + n_2 \bar{m}_2}{n_1 + n_2}$$

( هـ ) نحسب مجموع المربعات بين المجموعات :

$$\text{مجموع المربعات البينية} = n_1 \bar{c}_1^2 + n_2 \bar{c}_2^2$$

حيث أن :  $\bar{c}_1 = (\bar{m} - \bar{m}_1)$  ،  $\bar{c}_2 = (\bar{m} - \bar{m}_2)$  ، أى أن مجموع المربعات

بين المجموعات = المجموع الوزني لمربعات الفروق بين متوسط كل

مجموعة والمتوسط العام للمجموعات (  $\bar{m}$  ) .

( و ) نحسب المجموع الكلي للمربعات :

المجموع الكلي للمربعات = مجموع المربعات داخل المجموعات

+ مجموع المربعات بين المجموعات

( ز ) نحسب متوسط المربعات ( التباين ) داخل المجموعات :

$$\text{التباين الداخلى} = \frac{\text{مجموع المربعات داخل المجموعات}}{\text{درجات الحرية المناظرة}} = \text{( تباين الخطأ )}$$

$$\text{التباين الداخلى} = \frac{n_1 e_1^2 + n_2 e_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

( ح ) نحسب متوسط المربعات ( التباين ) بين المجموعات :

$$\frac{\text{التباين البيني}}{\text{درجات الحرية المناظرة}} = \frac{\text{مجموع المربعات بين المجموعات}}{\text{درجات الحرية المناظرة}}$$
$$\frac{\text{التباين البيني}}{1} = \frac{ن_1 ح_1^2 + ن_2 ح_2^2}{1}$$

( ط ) نحسب قيمة النسبة الفائية ( ف ) من خارج قسمة التباين الكبير على التباين الصغير :

$$ف = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

( ي ) نحسب دلالة الفروق من الجداول الإحصائية على النحو الآتى :

نكشف فى جداول النسبة الفائية المتضمنة فى الجداول الإحصائية عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، لدرجات حرية التباين الكبير (البسط) ، ودرجات حرية التباين الصغير (المقام) ، ونحدد قيمة ف الجدولية ، فإذا كانت " ف " (المحسوبة) > " ف " الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ ، فهذا يدل على عدم وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطات درجات المجموعات ، وبالتالي يمكن قبول الفرض الصفري الذى ينص على عدم وجود فروق بين درجات المجموعات ، ورفض الفرض البديل الذى ينص على وجود فروق بين درجات المجموعات .

أما إذا كانت " ف " (المحسوبة) ≤ " ف " الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ ، أو ٠,٠١ ، فهذا يدل على وجود فروق دالة إحصائياً بين متوسطات درجات المجموعات ، بمعنى أن الفروق جوهرية ولا ترجع للصدفة ، أو إلى أخطاء القياس ، وهنا يمكن تأكيد ، أو قبول الفروض البديلة ، والتي تنص على وجود فروق بين متوسطات درجات المجموعات ، وبالتالي يتم رفض الفروض الصفريّة .

مثال (٧) :

اختبر دلالة الفرق بين متوسطى درجات تحصيل البنين ودرجات تحصيل البنات فى اختبار تحصيلى من البيانات الآتية :

البنات	البنون
٥ = ٢ن	٥ = ١ن
١٧ = ٢م	٢٠ = ١م
٢,١٠ = ٢ع	١,٧٨٨ = ١ع

خطوات الحل :

$$(١) \text{ درجات الحرية الداخلية} = ١ن + ٢ن - ١٠ = ٢ - ١٠ = ٨$$

$$(٢) \text{ درجات الحرية البينية} = \text{عدد المجموعات} - ١ = ٢ - ١ = ١$$

$$(٣) \text{ مجموع المربعات الداخلية} = ١ع١ + ٢ع٢ =$$

$$٣٨ = ٢(٢,١٠)٥ + (١,٧٨٨)٥ =$$

$$(٤) \text{ المتوسط الوزنى (م)} = \frac{١٧ + ٢٠}{٢} = \frac{٢٢ + ١٤}{٢} = ١٨,٥$$

$$(٥) \text{ نحسب ح}_١ = (١م - م) = ١,٥ = ١٨,٥ - ٢٠$$

$$\text{نحسب ح}_٢ = (٢م - م) = ١,٥ = ١٨,٥ - ١٧$$

$$\text{مجموع المربعات البينية} = ١ح١ + ٢ح٢ =$$

$$٢٢,٥ = (١,٥)٥ + (١,٥)٥ =$$

(٦) نحسب التباين داخل وبين المجموعتين :

$$\text{التباين الداخلى} = \frac{\text{مجموع المربعات الداخلية}}{\text{درجات الحرية المناظرة}} = \frac{٣٨}{٨} = ٤,٧٥$$

$$\text{التباين البينى} = \frac{\text{مجموع المربعات البينية}}{\text{درجات الحرية المناظرة}} = \frac{٢٢,٥}{١} = ٢٢,٥$$

(٧) نحسب النسبة الفائية (ف) :

$$\text{ف} = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \frac{٢٢,٥}{٤,٧٥} = ٤,٧٣٧$$

(٨) نقوم بتكوين الجدول الآتى :

مصدر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف	الدلالة
داخل المجموعات	٨	٣٨	٤,٧٥	٤,٧٤	غير دالة
بين المجموعات	١	٢٢,٥	٢٢,٥		
المجموع	٩	٦٠,٥			

(٩) نكشف فى الجداول الإحصائية عن قيمة ف الجدولية عند درجات حرية التباين الكبير (١) ، ودرجات حرية التباين الصغير (٨) عند مستوى ٠,٠٥ نجد أن ف = ٥,٣٢ ، وبالتالي لا يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات تحصيل البنين ودرجات تحصيل البنات فى اختبار الحساب ، أى يمكن قبول الفرض الصفري ورفض الفرض البديل .

٢- تحليل التباين بين ثلاث مجموعات :

$$(أ) \text{ درجات الحرية الداخلية} = ٣ - ٢ن + ٢ن + ١ن = ٣$$

$$(ب) \text{ درجات الحرية البينية} = \text{عدد المجموعات} - ١ = ٣ - ١ = ٢$$

$$(ج) \text{ مجموع المربعات الداخلية: } ١ن \text{ ع } ١ + ٢ن \text{ ع } ٢ + ٢ن \text{ ع } ٢$$

$$(د) \text{ مجموع المربعات البينية: } ١ن \text{ ح } ١ + ٢ن \text{ ح } ٢ + ٢ن \text{ ح } ٢$$

$$\text{حيث أن } ٢م = (م - ٢م)$$

(هـ) نحسب التباين الداخلى :

$$\frac{١ن \text{ ع } ١ + ٢ن \text{ ع } ٢ + ٢ن \text{ ع } ٢}{٣ - ٢ن + ٢ن + ١ن} = \text{التباين الداخلى}$$

(و) نحسب التباين البينى :

$$\frac{١ن \text{ ح } ١ + ٢ن \text{ ح } ٢ + ٢ن \text{ ح } ٢}{٢} = \text{التباين البينى}$$

(ز) نحسب النسبة الفائية (ف) :

$$\text{ف} = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

ونتبع نفس الخطوات السابقة فى الكشف عن " ف " الجدولية ومقارنة قيمة " ف " المحسوبة بقيمة " ف " الجدولية .

## • المقارنات المتعددة بين المتوسطات :

إن تحليل التباين يوضح فقط ما إذا كانت توجد أو لا توجد فروق بين المعالجات ، أو المجموعات ، ويجب علينا في حالة وجود فروق جوهرية بين المعالجات ، أو المجموعات أن نوضح أى المعالجات أو المجموعات التى تسببت فى وجود هذه الفروق ( أى المجموعات تختلف عن الأخرى ) ؛ وذلك بمعرفة اتجاه دلالة الفروق بين المتوسطات فى حالة أكثر من معالجتين ، أو مجموعتين ، فيجب أن يستخدم الباحث اختبارات المتابعة *Follow-Up Tests* ( المقارنات المتعددة بين المتوسطات ) والتي منها :

### أ - اختبار توكى : *Tukey HSD Test*

قدم "توكى" هذه الطريقة عام ١٩٥٣ والتي تعتمد على تحديد خطأ التجربة كلها ( لجميع المقارنات الممكنة لأزواج المتوسطات ) \* ، بالقيمة  $(\alpha)$  وذلك لتقليل خطأ المقارنة الواحدة كلما زاد عدد المقارنات ، وأطلق "توكى" عليها مسمى *HSD* اختصاراً لـ *Honestly Significant Difference* ( أدق فرق معنى ) ، ويكون الفرق بين المتوسطين دالاً إذا كانت قيمته أكبر من قيمة *HSD* التى يمكن حسابها من المعادلة الآتية :

$$q = HSD = \frac{\text{تباين الخطأ ( التباين داخل المجموعات )}}{n}$$

حيث أن :

$q$  = قيمة  $q$  الجدولية التى نستخرجها من جدول مدى إحصاءة \* ت  
*Studentized Range Statistic* - المرفق بالجدول الإحصائية فى هذا الكتاب - المقابلة لدرجات حرية = ( عدد المتوسطات ، درجات حرية تباين الخطأ ) ، عند نفس مستوى دلالة النسبة الفاتية (ف) الناتجة عن تحليل التباين المستخدم فى الدراسة ،  $n$  = عدد الأفراد فى المجموعة الواحدة

\* عدد المقارنات الممكنة بين أزواج المتوسطات =  $\frac{k(k-1)}{2}$  ، حيث  $k$  = عدد المجموعات

ويستخدم اختبار "توكي" في حالة إعتدالية التوزيع في كل المعالجات ،  
أو المجموعات ، وفي حالة تجانس التباين ، وأيضاً في حالة تساوي (ن) في كل  
المعالجات ، أو المجموعات ، ويتم اختبار الفرض الصفري (  $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_m$  )  
بالمقارنة الثنائية بين أكبر وأصغر متوسطين ، وبالتالي يُعد اختبار "توكي" بديلاً  
لاختبار تحليل التباين ( اختبار ف ) ، فهو يجيب كما يجيب اختبار (ف) عن  
الفرض الصفري العام ، كما يُعد اختبار "توكي" أحد اختبارات المقارنات البعدية ،  
ويمكن التعبير عنه في صورة نسبة على النحو الآتي :

$$q = \frac{m - m}{\frac{\text{تباين الخطأ}}{n}}$$

حيث أن :

$q$  = مدى إحصاءة (ت) المحسوبة .

$m$  = أكبر متوسط محسوب للمعالجات ، أو المجموعات المختلفة .

$m$  = أصغر متوسط محسوب للمعالجات ، أو المجموعات المختلفة .

ونستخدم المعادلة السابقة بعد ترتيب متوسطات المجموعات ترتيباً  
تصاعدياً ، ثم نحسب الفرق بين كل متوسط وغيره من المتوسطات الأخرى ،  
ونقسم الناتج على المقدار  $\frac{\text{تباين الخطأ}}{n}$  وبذلك نحصل على قيمة  $q$  المحسوبة ، ثم  
نقارن هذه القيمة (  $q$  المحسوبة ) بقيمة  $q$  الجدولية المقابلة لدرجات حرية ( ٢ ،  
درجات حرية تباين الخطأ ) عند نفس مستوى دلالة النسبة الفائية (ف) الناتجة عن  
تحليل التباين ، فإذا كانت قيمة  $q$  المحسوبة < قيمة  $q$  الجدولية دل ذلك على وجود فرق  
جوهرى بين المتوسطين اللذين نقارن بينهما ، أو بين المتوسطات موضوع المقارنة .

ب- طريقة ( مدى ) شيفيه : *Scheffé Method*

قدم " شيفيه " هذه الطريقة عام ١٩٥٣ ، وهي طريقة أكثر تحفظاً من  
طريقة "توكي" للمقارنات الثنائية ، لكنها أكثر حساسية للمقارنات المركبة ،  
ويُفضل استخدامها للمقارنات غير الثنائية ، وللعينات غير المتساوية ، وللمقارنات  
بين أي عدد من المتوسطات بعد استخدام تحليل التباين ، لذا تُعد هذه الطريقة  
إحدى طرق المقارنات البعدية .

وتحدد طريقة " شيفيه " مساحة أكبر من المساحة التي تحددها طريقة " توكى " لقبول الفرض الصفري ، أى أن القيمة الحرجة التي تحددها طريقة " شيفيه " أكبر من القيمة الحرجة التي تحددها طريقة " توكى " لقبول الفرض الصفري ، وهذا السبب الذى جعل طريقة " شيفيه " أكثر تحفظاً ، بالإضافة إلى أن خطأ النوع الأول للمقارنة الواحدة فى طريقة " شيفيه " يقل كثيراً عن طريقة " توكى " مما يزيد من قوة طريقة " شيفيه " عن الطرق الأخرى .

ويستخدم الباحث طريقة " توكى " أو طريقة " شيفيه " فى حالة ما إذا كان حجم المجموعة أكبر من ١٥ فرداً ، وفى حالة عدم وجود فروق دالة باستخدام طريقة " شيفيه " ، فيجب على الباحث أن يستخدم طريقة " توكى " .

ويحسب الفرق بين أى متوسطين من المعادلة الآتية :

$$F = \frac{(m-1)(n_1 \times n_2)}{d \cdot (n_1 + n_2)}$$

ويمكن أن تأخذ المعادلة السابقة بعد قسمة كل من البسط والمقام على

(  $n_1 \times n_2$  ) الصورة الآتية :

$$F = \frac{(m-1)}{d \cdot (\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}$$

حيث أن :

$m$  ،  $m$  = متوسطى المجموعتين المطلوب المقارنة بينهما

$d$  . ح = تباين الخطأ ( التباين داخل المجموعات )

ونحسب دلالة الفرق بين كل متوسطين على حده على النحو الآتى :

(١) نستخرج من جدول النسبة الفاتية قيمة " ف " الجدولية المقابلة لدرجات حرية

التباين الصغير (المقام) ، ودرجات حرية التباين الكبير (البسط) ، عند نفس

مستوى دلالة الفروق الناتجة عن تحليل التباين ، ثم نضرب هذه القيمة (ف) ×

درجات حرية بين المجموعات ( عدد المجموعات - ١ ) ، وبالتالي نحصل على

قيمة (ف) الجدولية الجديدة .

(٢) نقارن " ف " المحسوبة بالقيمة الجدولية الجديدة (ف) ، فإذا كانت " ف " ≤ " ف " دل ذلك على وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطى المجموعتين ، لصالح المجموعة ذات المتوسط الأكبر .  
ويمكن حساب مدى " شيفيه " (R.S) أيضاً فى حالة عدم تساوى المجموعات من المعادلة الآتية :

$$(1) \quad R.S = \sqrt{\pm} \text{ ف } (1 - ك) \times \text{الخطأ المعياري}$$

$$(2) \quad \left| \frac{\text{تباين الخطأ}}{\sqrt{n_1 + n_2}} \right| = \text{الخطأ المعياري لكل مقارنة}$$

بالتعويض من المعادلة (٢) فى المعادلة (١) عن قيمة الخطأ المعياري نحصل على المعادلة الآتية :

$$(3) \quad R.S = \sqrt{\pm} \text{ ف } (1 - ك) \times \frac{\text{تباين الخطأ}}{\sqrt{n_1 + n_2}}$$

حيث أن :

$$R.S = \text{مدى شيفيه}$$

ف = ف الجدولية المقابلة لدرجات حرية بين المجموعات ، أو درجات حرية البسط (ك - ١) ، ودرجات حرية داخل المجموعات ، أو درجات حرية المقام (ن<sub>١</sub> + ن<sub>٢</sub> - ك) ، عند نفس مستوى دلالة (ف) الناتجة عن تحليل التباين المستخدم .

ك = عدد المجموعات ، ن<sub>١</sub> ، ن<sub>٢</sub> = عدد الأفراد فى كل مجموعة .

وعندما تتساوى أعداد الأفراد فى جميع المجموعات (ن<sub>١</sub> = ن<sub>٢</sub> = ... = ن)

فإن المعادلة (٣) تأخذ الصورة الآتية :

$$(4) \quad R.S = \sqrt{\pm} \text{ ف } (1 - ك) \times \frac{\text{تباين الخطأ} \times 2}{n}$$

ويصبح الخطأ المعياري لكل المقارنات مساوياً  $\left| \frac{\text{تباين الخطأ} \times 2}{n} \right|$

فإذا كان الفرق بين المتوسطين المطلوب المقارنة بينهما ≤ مدى شيفيه

(R.S) دل ذلك على أن هذا الفرق دال إحصائياً لصالح المتوسط الأكبر .

جـ اختبار أدنى فرق دال : *Least Significant Difference Test (LSD)*

يُعد اختبار أدنى فرق دال (*LSD*) الذي اقترحه " فيشر " *Fisher* عام ١٩٤٨ أول الطرق الإحصائية لاختبار الفروق بين المقارنات الثنائية بعد إجراء تحليل التباين وحساب النسبة الفائية (ف) الدالة إحصائياً ، ويحسب أدنى فرق دال من المعادلات الآتية :

(١) عندما تكون العينات أو المجموعات متساوية :

$$LSD = t \times \sqrt{\frac{2}{n}} \times \sigma$$

حيث أن :

ت = الجدولية المقابلة لدرجات حرية داخل المجموعات ( درجات حرية تباين الخطأ ) عند نفس مستوى دلالة النسبة الفائية (ف) الناتجة من تحليل التباين .

$$\sigma = \sqrt{\text{تباين الخطأ}} \quad \therefore \sigma = \sqrt{\text{تباين الخطأ}}$$

$$\therefore LSD = t \times \sqrt{\frac{2 \times \text{تباين الخطأ}}{n}}$$

(٢) عندما تكون العينات أو المجموعات غير متساوية :

$$LSD = t \times \sqrt{\frac{\text{تباين الخطأ}}{n_1 + n_2}}$$

ويكون الفرق بين المتوسطين دالاً إحصائياً إذا كانت قيمة هذا الفرق أكبر من قيمة *LSD* .

٣- تحليل التباين من الدرجات الخام مباشرة :

مثال (٨) :

أراد باحث أن يختبر فعالية أربع طرق من طرق التدريس ( لعب الدور ، النمذجة ، الإلقاء ، التعلم التعاوني ) على أربع مجموعات من تلاميذ الصف الثاني بالمرحلة الإعدادية ، وذلك لمعرفة تأثير هذه الطرق على تحصيل هؤلاء التلاميذ في مادة الرياضيات ، وبعد انتهاء التجربة حصل الباحث على البيانات الآتية :

مجموعة (٤) التعاونية	مجموعة (٣) الإلقاء	مجموعة (٢) النمجة	مجموعة (١) لعب الدور
٢٠	٤	١٧	٨
١٥	٤	١٦	٩
١٧	٢	١٤	٧
١٧	٢	٩	١٠
١٦	٩	٨	١٢
١٦	١	٨	٩
١٥	٥	٧	٤
٢١	٦	١٢	١٠
١٤	٤	١١	١١
٢٢	٨	١٠	٨

خطوات الحل :

أ - نكون جدولاً ونسجل فيه مجموع درجات كل مجموعة ومجموع مربعات هذه الدرجات على النحو الآتي :

مجموعة (٤) التعاونية		مجموعة (٣) الإلقاء		مجموعة (٢) النمجة		مجموعة (١) لعب الدور	
س١	س٢	س٢	س٣	س٢	س٣	س١	س٢
٤٠٠	٢٠	١٦	٤	٢٨٩	١٧	٦٤	٨
٢٢٥	١٥	١٦	٤	٢٥٦	١٦	٨١	٩
٢٨٩	١٧	٨	٢	١٩٦	١٤	٤٩	٧
٢٨٩	١٧	٨	٢	٨١	٩	١٠٠	١٠
٢٥٦	١٦	٨١	٩	٦٤	٨	١٤٤	١٢
٢٥٦	١٦	١	١	٦٤	٨	٨١	٩
٢٢٥	١٥	٢٥	٥	٤٩	٧	١٦	٤
٤٤١	٢١	٣٦	٦	١٤٤	١٢	١٠٠	١٠
١٩٦	١٤	١٦	٤	١٢١	١١	١٢١	١١
٤٨٤	٢٢	٦٤	٨	١٠٠	١٠	٦٤	٨
مجم س١ = ٣٠٦١	مجم س٢ = ١٧٣	مجم س٢ = ٢٦٣	مجم س٣ = ٤٥	مجم س٢ = ١٣٦٤	مجم س٣ = ١١٢	مجم س١ = ٨٢٠	مجم س٢ = ٨٨

ب- مجموع المربعات داخل المجموعات :

نصيب مجموع المربعات داخل كل مجموعة من المعادلات الآتية :

$$\text{مجموع المربعات داخل المجموعة الأولى} = \text{مجم س}^١ - \frac{(\text{مجم س}^١)^2}{n}$$

$$= ٨٢٠ - \frac{(٨٨)^2}{١٠}$$

$$= ٨٢٠ - ٧٧٤,٤ = ٤٥,٦$$

مجموع المربعات داخل المجموعة الثانية = مج س<sup>٢</sup> -  $\frac{(\text{مج س})^2}{ن}$

$$\frac{^2(112)}{١٠} - ١٣٦٤ =$$

$$١٠٩,٦ = ١٢٥٤,٤ - ١٣٦٤ =$$

مجموع المربعات داخل المجموعة الثالثة = مج س<sup>٢</sup> -  $\frac{(\text{مج س})^2}{ن}$

$$\frac{^2(٤٥)}{١٠} - ٢٦٣ =$$

$$٦٠,٥ = ٢٠٢,٥ - ٢٦٣ =$$

مجموع المربعات داخل المجموعة الرابعة = مج س<sup>٢</sup> -  $\frac{(\text{مج س})^2}{ن}$

$$\frac{^2(173)}{١٠} - ٣٠٦١ =$$

$$٦٨,١ = ٢٩٩٢,٩ - ٣٠٦١ =$$

∴ مجموع المربعات داخل المجموعات الأربع =

$$٢٨٣,٨ = ٦٨,١ + ٦٠,٥ + ١٠٩,٦ + ٤٥,٦ =$$

ويمكن حساب مجموع المربعات داخل المجموعات مباشرة من المعادلة الآتية :

مجموع المربعات داخل المجموعات =

$$\frac{\text{مربع مجموع درجات كل مجموعة}}{\text{عدد أفراد المجموعات}} - \text{مجموع مربعات درجات المجموعات}$$

$$= \text{مج س}_١^٢ + \text{مج س}_٢^٢ + \text{مج س}_٣^٢ + \text{مج س}_٤^٢ -$$

$$\left[ \frac{^2(١٧٣)}{١٠} + \frac{^2(١١٢)}{٢٠} + \frac{^2(٨٨)}{١٠} + \frac{^2(٤٥)}{١٠} \right] -$$

$$= ٨٢٠ + ١٣٦٤ + ٢٦٣ + ٣٠٦١ - \left[ \frac{^2(173)}{١٠} + \frac{^2(٤٥)}{١٠} + \frac{^2(112)}{١٠} + \frac{^2(٨٨)}{١٠} \right] =$$

$$= ٥٥٠٨ - ٥٢٢٤,٢ = ٢٨٣,٨$$

∴ مجموع المربعات داخل المجموعات = ٢٨٣,٨ وهي نفس القيمة التي

حصلنا عليها من الخطوة (ب) .

ج- مجموع المربعات بين المجموعات :

نحسب المتوسط العام لدرجات المجموعات الأربع (م) من المعادلة الآتية :

$$10,45 = \frac{418}{40} = \frac{\text{المجموع الكلي للدرجات}}{\text{عدد أفراد المجموعات}} = \bar{M}$$

نحسب متوسط درجات كل مجموعة على النحو الآتي :

$$8,8 = \frac{88}{10} = \frac{\text{مجموع } 10 \text{ ن}}{10} = (1م)$$

$$11,2 = \frac{112}{10} = \frac{\text{مجموع } 10 \text{ ن}}{10} = (2م)$$

$$4,5 = \frac{45}{10} = \frac{\text{مجموع } 10 \text{ ن}}{10} = (3م)$$

$$17,3 = \frac{173}{10} = \frac{\text{مجموع } 10 \text{ ن}}{10} = (4م)$$

∴ مجموع المربعات بين المجموعات =

$$\begin{aligned} & 10(1م - 4م)^2 + 10(2م - 4م)^2 + 10(3م - 4م)^2 + 10(4م - 4م)^2 \\ & + 10(10,45 - 11,2)^2 + 10(10,45 - 8,8)^2 = \\ 856,1 & = 10(10,45 - 17,3)^2 + 10(10,45 - 4,5)^2 \end{aligned}$$

ويمكن حساب مجموع المربعات بين المجموعات مباشرة من المعادلة الآتية :

$$\text{مجموع المربعات بين المجموعات} = \text{مجموع} \left[ \frac{(\text{مجموع } 10 \text{ ن})^2}{10} + \frac{(\text{مجموع } 10 \text{ ن})^2}{10} + \frac{(\text{مجموع } 10 \text{ ن})^2}{10} + \frac{(\text{مجموع } 10 \text{ ن})^2}{10} \right] - \frac{\text{مربع المجموع الكلي للدرجات}}{\text{عدد الأفراد الكلي}}$$

$$\begin{aligned} & \frac{10(418)^2}{40} - \left[ \frac{10(173)^2}{10} + \frac{10(45)^2}{10} + \frac{10(112)^2}{10} + \frac{10(88)^2}{10} \right] = \\ 856,1 & = 4368,1 - 5224,2 = \end{aligned}$$

∴ مجموع المربعات بين المجموعات = 856,1 وهي نفس القيمة التي حصلنا

عليها من الخطوة (ج) .

د - المجموع الكلي للمربعات :

نحسب المجموع الكلي للمربعات من المعادلة الآتية :

المجموع الكلي للمربعات = مجموع المربعات داخل المجموعات + مجموع

المربعات بين المجموعات

$$1139,9 = 856,1 + 283,8 =$$

ويمكن حساب المجموع الكلي للمربعات مباشرة من المعادلة الآتية :

$$\frac{\text{مربع المجموع الكلي للدرجات}}{\text{عدد الأفراد الكلي}} = \text{مجس}^2_1 + \text{مجس}^2_2 + \text{مجس}^2_3 + \text{مجس}^2_4$$

$$= 820 + 1374 + 263 + 30.61 - \frac{(418)^2}{40}$$

$$= 1139.9 = 4368.1 - 550.8$$

∴ المجموع الكلي للمربعات = 1139.9 وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها

من الخطوة ( د ) .

ويمكن حساب مجموع المربعات داخل المجموعات عن طريق طرح

مجموع المربعات بين المجموعات من المجموع الكلي للمربعات ، أى أن :

مجموع المربعات داخل المجموعات = المجموع الكلي للمربعات -

مجموع المربعات بين المجموعات

كما أن مجموع المربعات بين المجموعات = المجموع الكلي للمربعات -

مجموع المربعات داخل المجموعات

هـ- درجات الحرية :

درجات حرية التباين داخل المجموعات = عدد الأفراد الكلي - عدد المجموعات (ك)

$$= 40 - 4 = 36$$

درجات حرية التباين بين المجموعات = عدد المجموعات - 1 = 4 - 1 = 3

درجات حرية المجموع الكلي للمربعات =

درجات حرية داخل المجموعات + درجات حرية بين المجموعات =

عدد الأفراد الكلي في المجموعات - 1

و - متوسط المربعات ( التباين ) :

متوسط المربعات (التباين) داخل المجموعات =  $\frac{\text{مجموع المربعات داخل المجموعات}}{\text{درجات الحرية للداخلية}}$

$$= \frac{283.8}{36} = 7.88$$

ويُطلق على متوسط المربعات أو التباين داخل المجموعات تباين الخطأ

$$\frac{\text{مجموع المربعات بين المجموعات}}{\text{درجات الحرية البينية}} = \text{متوسط المربعات بين المجموعات} = \frac{856,1}{3} = 285,37$$

ز - النسبة الفائية (ف) :

$$ف = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \frac{285,3}{7,88} = 36,21$$

ثم نكشف فى جداول النسبة الفائية عند درجات حرية البسط (التباين الكبير) = 3 ، ودرجات حرية المقام (التباين الصغير) = 36 ومستويات الدلالة 0,05 ، 0,01 ، 0,001 ، نجد أن قيمة النسبة الفائية (ف) الجدولية = 6,83 ، أى أن قيمة " ف " المحسوبة (36,21) < قيمة " ف " الجدولية عند مستوى 0,01 ، أى توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطات درجات تحصيل تلاميذ المجموعات الأربع فى طرق التدريس المستخدمة ، ومن هنا يتم رفض الفرض الصفري وقبول الفرض البديل .

ح - لا يكتفى الباحث بمعرفة دلالة الفروق ، بل يجب عليه حساب حجم

التأثير عن طريق حساب مربع معامل إيتا ( $\eta^2$ ) :

$$\eta^2 = \frac{\text{مجموع المربعات بين المجموعات}}{\text{المجموع الكلى للمربعات}} = \frac{856,1}{1139,9} = 0,75$$

∴ التباين المفسر = 75 % وهذا يدل على حجم تأثير كبير .

ط- يقوم الباحث بتفريغ البيانات السابقة فى جدول على النحو الآتى :

$\eta^2$	الدلالة	ف	م. المربعات	مجم. المربعات	درجات الحرية	مصدر التباين
0,75 تأثير كبير	0,01	36,21	285,37	856,1	3	بين المجموعات
			7,88	283,8	36	داخل المجموعات (الخطأ)
			—	1139,9	39	المجموع الكلى

والباحث هنا لا يكتفى بمعرفة دلالة الفروق بين متوسطات درجات تحصيل تلاميذ المجموعات وحجم تأثيرها ، بل يجب عليه أيضاً معرفة أية طريقة من طرق التدريس الأربع تسببت فى وجود هذه الفروق ، وذلك باستخدام اختبارات المتابعة والتي منها طريقة توكى (HSD) .

$$\frac{\text{تباين الخطأ}}{n} \times q = HSD$$

قيمة  $q$  الجدولية المقابلة لدرجات حرية تباين الخطأ (٣٦) ، وعدد المتوسطات (٤) عند مستوى ٠,٠١ = ٤,٧٥ .

$$\frac{7,88}{10} \times 4,75 = HSD \therefore$$

$$4,23 = 0,89 \times 4,75 =$$

ى - يُكوّن الباحث مصفوفة الفروق بين متوسطات درجات تحصيل المجموعات الأربع على النحو الآتى :

HSD	الفروق بين المتوسطات			المتوسطات
	١م	٢م	٣م	
٤,٢٣	٨,٥٠	٤,٣٠	٢,٤٠	٨,٨٠ = ١م
	٦,١٠	٦,٧٠		١١,٢٠ = ٢م
	١٢,٨			٤,٥٠ = ٣م
				١٧,٣٠ = ٤م

ثم يقارن الباحث الفروق بين المتوسطات بقيمة  $HSD$  (٤,٢٣) عند مستوى ٠,٠١ ، فيكون الفرق بين المتوسطين دالاً إذا كانت قيمته  $\leq$  قيمة  $HSD$  ، وبالتالي نجد أنه :

- (١) لا توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الأولى ( لعب الدور ) ، ودرجات تحصيل المجموعة الثانية ( النمذجة ) .
- (٢) توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الأولى ( لعب الدور ) ، ودرجات تحصيل المجموعة الثالثة ( الإلقاء ) ، لصالح المجموعة الأولى .
- (٣) توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الأولى ( لعب الدور ) ، ودرجات تحصيل المجموعة الرابعة ( التعلم التعاونى ) ، لصالح المجموعة الرابعة .

(٤) توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الثانية ( النمذجة ) ودرجات تحصيل المجموعة الثالثة ( الإلقاء ) ، لصالح المجموعة الثانية .

(٥) توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الثانية ( النمذجة ) ، ودرجات تحصيل المجموعة الرابعة ( التعلم التعاونى ) ، لصالح المجموعة الرابعة .

(٦) توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات تحصيل المجموعة الثالثة ( الإلقاء ) ، ودرجات تحصيل المجموعة الرابعة ( التعلم التعاونى ) ، لصالح المجموعة الرابعة .

وبالتالى يمكن أن يقرر الباحث أن طرق التدريس التى تؤثر تأثيراً موجباً فى تحصيل التلاميذ لمادة الرياضيات على الترتيب هى : التعلم التعاونى ، التعلم بالنمذجة ، التعلم عن طريق لعب الدور ، وأقل الطرق تأثيراً هى طريقة الإلقاء .

مثال (٩) :

قام باحث بإعداد برنامج لتنمية التفكير الابتكارى لدى أطفال الروضة ، وقام بتطبيقه على عينة عشوائية مكونة من ٢١ طفلاً تم تقسيمهم بطريقة عشوائية إلى ثلاث مجموعات ، وبعد انتهاء البرنامج قام الباحث بتطبيق مقياس التفكير الابتكارى على مجموعات التلاميذ لمعرفة أياً من المجموعات حققت أكثر استفادة من البرنامج ، فحصل على البيانات الآتية :

١٠	١٢	٦	٨	١٦	١٨	١٢	المجموعة (١)
١٠	١٧	١٢	١٨	١٦	١٧	١٨	المجموعة (٢)
١٤	١٢	٦	٤	١٤	٤	٦	المجموعة (٣)

خطوات الحل :

(١) نكون جدولاً يتضمن البيانات الآتية :

المجموعة (٣)		المجموعة (٢)		المجموعة (١)	
س <sup>٢</sup>	س	س <sup>٢</sup>	س	س <sup>٢</sup>	س
٣٦	٦	٣٢٤	١٨	١٤٤	١٢
١٦	٤	٢٨٩	١٧	٣٢٤	١٨
١٩٦	١٤	٢٥٦	١٦	٢٥٦	١٦
١٦	٤	٣٢٤	١٨	٦٤	٨
٣٦	٦	١٤٤	١٢	٣٦	٦
١٤٤	١٢	٢٨٩	١٧	١٤٤	١٢
١٩٦	١٤	١٠٠	١٠	١٠٠	١٠
مج س <sup>٢</sup>	مج س	مج س <sup>٢</sup>	مج س	مج س <sup>٢</sup>	مج س
٦٤٠	٦٠	١٧٢٦	١٠٨	١٠٦٨	٨٢

(٢) مجموع المربعات داخل المجموعات =

$$\left[ \frac{1(10)}{1} + \frac{1(108)}{1} + \frac{1(82)}{1} \right] - 640 + 1726 + 1068 = 292,86 = 3141,14 - 3434 =$$

(٣) مجموع المربعات بين المجموعات =

$$\frac{1(10 + 108 + 82)}{21} - \left[ \frac{1(10)}{1} + \frac{1(108)}{1} + \frac{1(82)}{1} \right] = 164,95 = 2976,19 - 3141,14 =$$

(٤) مجموع المربعات الكلى = ناتج (٢) + ناتج (٣)

$$457,81 = 164,95 + 292,86 =$$

(٥) درجات الحرية داخل المجموعات = ٢١ - ٣ = ١٨

درجات الحرية بين المجموعات = ٣ - ١ = ٢

درجات الحرية للمجموع الكلى للمربعات = ٢١ - ١ = ٢٠

$$16,27 = \frac{292,86}{18} = \text{تباين الخطأ} \quad (٦)$$

$$82,48 = \frac{164,95}{2} = \text{التباين بين المجموعات} \quad (٧)$$

$$5,07 = \frac{82,48}{16,27} = \text{ف} \quad (٨)$$

$$0,36 = \frac{164,95}{457,81} = (F^2) = \text{مربع معامل إيتا} \quad (٩)$$

(١٠) يفرغ الباحث النتائج السابقة في الجدول الآتي :

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	مجموع المربعات	ف	الدلالة	$\eta^2$
بين المجموعات	٢	١٦٤,٩٥	٨٢,٤٨	٥,٠٧	٠,٠٥	٠,٣٦
داخل المجموعات	١٨	٢٩٢,٨٦	١٦,٢٧			
المجموع الكلي	٢٠	٤٥٧,٨١				مرتفع

نلاحظ من الجدول السابق وجود فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥ بين متوسطات درجات المجموعات الثلاث في التفكير الابتكاري مع وجود حجم تأثير مرتفع . ولمعرفة اتجاه دلالة الفروق بين متوسطات الدرجات يمكن استخدام مدى شيفيه على النحو الآتي :

$$RS = \pm \sqrt{f(ك - ١) \times \text{تباين الخطأ} \times \frac{٢}{ن}}$$

$$RS = \pm \sqrt{٣,٥٥(٣ - ١) \times ١٦,٢٧ \times \frac{٢}{٢٠}}$$

$$RS = \pm ٥,٧٤ \text{ عند مستوى } ٠,٠٥$$

R.S	الفروق بين المتوسطات		المتوسطات
	٢م	٣م	
٥,٧٤	٣,١٤	٣,٧٢	١م = ١١,٧١
	٦,٨٦		٢م = ١٥,٤٣
			٣م = ٨,٥٧

نلاحظ من الجدول السابق أنه لا توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطي درجات المجموعتين ( ١ ، ٢ ) ، ومتوسطي درجات المجموعتين ( ١ ، ٣ ) ، بينما توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥ بين متوسطي درجات المجموعة ( ٢ ) ، ودرجات المجموعة ( ٣ ) ، لصالح المجموعة ( ٢ ) ، أي أن المجموعة ( ٢ ) أكثر المجموعات الثلاث استفادة من برنامج التفكير الابتكاري .

تمارين :

١- طبق باحث اختباراً في التحصيل لقياس مستوى تحصيل ثلاث مجموعات من التلاميذ فحصل على البيانات الآتية :

الأولى	الثانية	الثالثة
١٢	١٨	٦
١٨	١٧	٤
١٦	١٦	١٤
٨	١٨	٤
٦	١٢	٦
١٢	١٧	١٢
١٠	١٠	١٤

اختبر دلالة الفروق بين درجات المجموعات الثلاث باستخدام تحليل التباين .

٢- اختبر دلالة الفروق بين درجات البنين والبنات في القدرة على التذكر من البيانات الآتية باستخدام تحليل التباين .

درجات البنون	درجات البنات
٦	٧
٧	٦
١٥	٢
١٥	٨
١١	٧
١٢	٦

## رابعاً : تحليل التباين المتعدد : *Multi Analysis of Variance (MANOVA)*

علمنا مما سبق أن التباين البسيط يصلح فقط في حالة متغير مستقل واحد ومتغير تابع واحد ، لذا أطلق عليه تحليل التباين أحادي الاتجاه ، أما إذا كان الباحث بصدد إيجاد الفروق بين مجموعات دراسته في أكثر من متغير تابع ، فطيه أن يستخدم تحليل التباين لمتغيرات تابعة متعددة .

ويعد تحليل التباين المتعدد *Multivariate ANOVA* امتداداً لتحليل التباين البسيط *ANOVA* ويتوزى تماماً معه ، والفرق الوحيد بينهما أن تحليل التباين المتعدد يتعامل مع عدة متغيرات تابعة في آن واحد ، بينما تحليل التباين البسيط يتعامل مع متغير تابع واحد في المرة الواحدة .

مثال (١٠) :

أجرى باحث دراسة على ثلاث مجموعات من طلاب المرحلة الثانوية تم اختيارهم بطريقة عشوائية ، وطبق عليهم اختبارين للذاكرة ، أحدهما يقيس التذكر قصير الأمد ، والثاني يقيس التذكر طويل الأمد ، وأراد الباحث اختبار الفرض الصفري بأن الأصول الكلية للثلاثة التي أُسْتُقَت منها عينات (مجموعات) الدراسة لها متوسطات متساوية في اختباري الذاكرة من البيانات الآتية :

المجموعة الثالثة التذكر		المجموعة الثانية التذكر		المجموعة الأولى التذكر	
تقدير (ق) (ط)	طول (ط)	تقدير (ق) (ط)	طول (ط)	تقدير (ق) (ط)	طول (ط)
٥	٦	٢	٣	٢	٤
٨	٨	٤	٤	٦	٧
٤	٧	٢	٢	٤	٥
٥	٦	١	١	١	٢
٧	٩	٣	٤	٣	٦

خطوات الحل :

يتبع الباحث نفس الخطوات التي تم شرحها عند استخدام تحليل التباين البسيط من الدرجات الخام مباشرة لكل متغير تابع على حده ، بعد تكوين الجدول الآتي :

المجموعة الثالثة				المجموعة الثانية				المجموعة الأولى			
ق <sub>٢</sub>	ق <sub>١</sub>	ط <sub>٢</sub>	ط <sub>١</sub>	ق <sub>٢</sub>	ق <sub>١</sub>	ط <sub>٢</sub>	ط <sub>١</sub>	ق <sub>٢</sub>	ق <sub>١</sub>	ط <sub>٢</sub>	ط <sub>١</sub>
٦	٣٦	٥	٢٥	٣	٩	٢	٤	٤	١٦	٢	٤
٨	٦٤	٨	٦٤	٤	١٦	٤	١٦	٦	٤٩	٦	٣٦
٧	٤٩	٤	١٦	٢	٤	٢	٤	٤	٢٥	٤	١٦
٦	٣٦	٥	٢٥	١	١	١	١	١	٤	١	١
٩	٨١	٧	٤٩	٤	١٦	٣	٩	٣	٣٦	٣	٩
ق <sub>٢</sub>	ق <sub>١</sub>	ط <sub>٢</sub>	ط <sub>١</sub>	ق <sub>٢</sub>	ق <sub>١</sub>	ط <sub>٢</sub>	ط <sub>١</sub>	ق <sub>٢</sub>	ق <sub>١</sub>	ط <sub>٢</sub>	ط <sub>١</sub>
٣٦	٢٦٦	٢٩	١٧٩	١٤	٤٦	١٢	٣٤	٦٦	١٣٠	١٦	٦٦

أ - بالنسبة للمتغير التابع الأول ( التذكر قصير الأمد ق ) :

(١) مجموع المربعات داخل المجموعات =

$$\left[ \frac{'(٣٦)}{٥} + \frac{'(١٤)}{٥} + \frac{'(٢٤)}{٥} \right] - ٢٦٦ + ٤٦ + ١٣٠$$

$$٢٨,٤ = ٤١٣,٦ - ٤٤٢ =$$

(٢) مجموع المربعات بين المجموعات :

$$٢ \left( \frac{٣٦ + ١٤ + ٢٤}{١٥} \right) - \frac{'(٣٦)}{٥} + \frac{'(١٤)}{٥} + \frac{'(٢٤)}{٥} =$$

$$٤٨,٥٣ = ٣٦٥,٠٧ - ٤١٣,٦ =$$

ب- بالنسبة للمتغير التابع الثاني ( التذكر طويل الأمد ط ) :

(١) مجموع المربعات داخل المجموعات =

$$\left[ \frac{'(٢٩)}{٥} + \frac{'(١٢)}{٥} + \frac{'(١٦)}{٥} \right] - ١٧٩ + ٣٤ + ٦٦$$

$$٣٠,٨ = ٢٤٨,٢ - ٢٧٩ =$$

(٢) مجموع المربعات بين المجموعات =

$$٢ \left( \frac{٢٩ + ١٢ + ١٦}{١٥} \right) - \frac{'(٢٩)}{٥} + \frac{'(١٢)}{٥} + \frac{'(١٦)}{٥} =$$

$$٣١,٦ = ٢١٦,٦ - ٢٤٨,٢ =$$

ج- بالنسبة لحاصل ضرب القوم المتناظرة للمتغيرين ( ق × ط ) :

(١) يقوم الباحث بإعداد الجدول الآتي :

المجموعة الثالثة			المجموعة الثانية			المجموعة الأولى		
ق <sub>٢</sub> × ط	ط	ق <sub>١</sub>	ق <sub>٢</sub> × ط	ط	ق <sub>١</sub>	ق <sub>٢</sub> × ط	ط	ق <sub>١</sub>
٣٠	٥	٦	٦	٢	٣	٨	٢	٤
٦٤	٨	٨	١٦	٤	٤	٤٢	٦	٧
٢٨	٤	٧	٤	٢	٢	٢٠	٤	٥
٣٠	٥	٦	١	١	١	٢	١	٢
٦٣	٧	٩	١٢	٣	٤	١٨	٣	٦
مجم ق <sub>٢</sub> × ط	مجم ط	مجم ق <sub>١</sub>	مجم ق <sub>٢</sub> × ط	مجم ط	مجم ق <sub>١</sub>	مجم ق <sub>٢</sub> × ط	مجم ط	مجم ق <sub>١</sub>
٢١٥	٢٩	٣٦	٣٩	١٢	١٤	٩٠	١٦	٢٤

مجم ق (المجموع الكلي لدرجات المتغير الأول (ق) في المجموعات الثلاث) =

$$\text{مجم ق} = \text{مجم ق}_1 + \text{مجم ق}_2 = 74$$

مجم ط (المجموع الكلي لدرجات المتغير الثاني (ط) في المجموعات الثلاث) =

$$\text{مجم ط} = \text{مجم ط}_1 + \text{مجم ط}_2 = 57$$

(٢) نحسب مجموع حاصل ضرب الدرجات المتناظرة في المجموعات الثلاث :

$$\text{مجم (ق × ط)} = \text{مجم (ق}_1 \times \text{ط}_1) + \text{مجم (ق}_2 \times \text{ط}_2) + \text{مجم (ق}_3 \times \text{ط}_3) =$$

$$344 = 215 + 39 + 90 =$$

(٣) مجموع المربعات بين المجموعات :

$$= \left( \frac{\text{مجم ق}_1 \times \text{مجم ط}_1}{n} \right) + \left( \frac{\text{مجم ق}_2 \times \text{مجم ط}_2}{n} \right) + \left( \frac{\text{مجم ق}_3 \times \text{مجم ط}_3}{n} \right) =$$

$$- \left( \frac{\text{مجم ق} \times \text{مجم ط}}{n} \right) -$$

$$= \left( \frac{57 \times 74}{10} \right) - \left( \frac{29 \times 36}{10} \right) + \left( \frac{12 \times 14}{10} \right) + \left( \frac{16 \times 24}{10} \right) =$$

$$= \left( \frac{4218}{10} \right) - \left( \frac{1044}{10} \right) + \left( \frac{168}{10} \right) + \left( \frac{384}{10} \right) =$$

$$38 = 281,2 - 319,2 = 281,2 - 208,8 + 33,6 + 76,8 =$$

(٤) المجموع الكلي للمربعات في المجموعات الثلاث =

$$\text{مجموع حاصل ضرب الدرجات المتناظرة} - \left( \frac{\text{مجم ق} \times \text{مجم ط}}{n} \right) =$$

$$62,8 = 281,2 - 344 =$$

(٥) مجموع المربعات داخل المجموعات =

المجموع الكلي للمربعات - مجموع المربعات بين المجموعات

$$٢٤,٨ = ٣٨ - ٦٢,٨ =$$

د- نعد مصفوفة مربعات بين المجموعات ( $S_D$ ) والتي تتكون من ثلاثة عناصر هي الختات القطرية لكل من المتغير التابع الأول ( تذكر قصير الأمد ق ) ، والمتغير التابع الثنى ( تذكر طويل الأمد ط ) ، وكذلك حاصل ضرب القيم المتناظرة للمتغيرين خارج الختات القطرية على النحو الآتى :

$$\begin{bmatrix} ٣٨ & ٤٨,٥٢ \\ ٣١,٦ & ٣٨ \end{bmatrix} = S_D$$

هـ- نعد مصفوفة مربعات داخل المجموعات ( $S_W$ ) والتي تتكون من عناصر مصفوفة بين المجموعات ( $S_D$ ) ما عدا أنها لداخل المجموعات على النحو

$$\begin{bmatrix} ٢٤,٨ & ٢٨,٤ \\ ٣٠,٨ & ٢٤,٨ \end{bmatrix} = S_W \quad \text{الآتى :}$$

و - نحسب قيمة المبدأ ( $\lambda$ ) والتي تنحصر فيما بين صفر ، ١ من المعادلة الآتية :

$$\frac{[ S_W ]}{[ S_D + S_W ]} = \lambda$$

$$\begin{bmatrix} ٢٤,٨ & ٢٨,٤ \\ ٣٠,٨ & ٢٤,٨ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣٨ & ٤٨,٥٢ \\ ٣١,٦ & ٣٨ \end{bmatrix} = S_D + S_W$$

$$\begin{bmatrix} ٦٢,٨٠ & ٧٦,٩٢ \\ ٦٢,٤٠ & ٦٢,٨٠ \end{bmatrix} =$$

$$٦٢,٨٠ \times ٦٢,٨٠ - ٦٢,٤٠ \times ٧٦,٩٢ =$$

$$٨٥٦,٥٩ = ٣٩٤٣,٨٤ - ٤٨٠٠,٤٣ =$$

$$٢٤,٨ \times ٢٤,٨ - ٣٠,٨ \times ٢٨,٤ = \begin{bmatrix} ٢٤,٨ & ٢٨,٤ \\ ٣٠,٨ & ٢٤,٨ \end{bmatrix} = S_W$$

$$٢٥٩,٦٨ = ٦١٥,٠٤ - ٨٧٤,٧٢ =$$

$$٠,٣٠٢ = \frac{٢٥٩,٦٨}{٨٥٦,٥٩} = \lambda \quad \therefore$$

ز - نحسب قيمة (ف) من المعادلة الآتية :

$$\text{ف} = \frac{(1 - 4 - 4 \times 5) \times \sqrt{\lambda} - 1}{1 - 4} \times \frac{\sqrt{\lambda} - 1}{\lambda}$$

حيث أن :

ن = عدد الأفراد في المجموعة الواحدة ، ك = عدد المجموعات

$$\text{ف} = \frac{1 - 4 - 4 \times 5}{1 - 4} \times \frac{\sqrt{0,3 \times 3} - 1}{0,3 \times 3}$$

$$= \frac{11}{2} \times \frac{0,00 - 1}{0,00} =$$

$$= 4,5 = 4,499 = 0,5 \times \frac{0,40}{0,00}$$

ج- نحسب درجات الحرية :

(١) درجات الحرية بين المجموعات :

= غ (ك - ١) = ٢ × ٢ = ٤ ، حيث أن غ = عدد المتغيرات التابعة

(٢) درجات الحرية داخل المجموعات :

$$= غ (ن \times ك - ك - ١) = ٢٢ = ١١ \times ٢ - (١ - ك - ك)$$

درجات الحرية = (٤ ، ٢٢) ، حيث أن درجات حرية البسط (التباين

الكبير) = ٤ ، ودرجات حرية المقام (التباين الصغير) = ٢٢ ، وبالكشف

عن قيمة "ف" الجدولية المقابلة لدرجات حرية (٤ ، ٢٢) عند مستوى

٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، نجد أنها تساوى على الترتيب ٢,٨٢ ، ٤,٣١ ، وبالتالي فإن

قيمة "ف" المحسوبة (٤,٥) < قيمة "ف" الجدولية عند مستوى ٠,٠١ .

∴ توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطات درجات المجموعات الثلاث في كل

متغير من المتغيرين التابعين (التذكر قصير الأمد ، التذكر طويل الأمد) .

وتوجد طريقة أخرى لتحديد دلالة المبادا (λ) ابتكرها "بارتليت" Partlet

عن طريق حساب كا (سيأتى شرح كا بالتفصيل في الفصل الرابع) من

المعادلة الآتية :

$$\text{كا} = (ن - ١) \times \frac{غ + ك}{2}$$

درجات الحرية = غ (ك - ١)

حيث أن :

ن = عدد الأفراد في المجموعات = ١٥ ، غ = عدد المتغيرات التابعة = ٢  
 ك = عدد المجموعات = ٣ ، -λ = معكوس المبادا المحسوبة

$$\therefore \text{كا}^2 = (1 - 15) - \frac{3+2}{2} \times (-0,303)$$

$$14,758 = 0,303 \times \frac{5}{2} + 14 =$$

ثم نقوم بالكشف عن قيمة كا<sup>٢</sup> الجدولية المقابلة لدرجات حرية [ غ × (ك - ١) = (٣ - ١) × ٢ = ٤ ] نجدها تساوى ١٣,٣ عند مستوى ٠,٠١ ، وبالتالي فإن كا<sup>٢</sup> المحسوبة (١٤,٧٥٨) < كا<sup>٢</sup> الجدولية ، أى أنه توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين تلاميذ المجموعات الثلاث فى التذكر قصير الأمد والتذكر طويل الأمد ، وبناءً على ذلك يتم رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل .

ط- يقوم الباحث بتفريغ البيانات التى حصل عليها فى جدول على النحو الآتى :

المتغيرات	مصدر التباين	د. ح	مجموع المربعات	متوسط المربعات	ف	الدلالة	د. ح	ف الكلية	الدلالة
تذكر قصير (ق)	بين المجموعات	٢	٤٨,٥٣	٢٤,٢٧	١٠,٢٤	٠,٠١	(٠,٠١)	٤,٥	٠,٠١
	دخول المجموعات	١٢	٢٨,٤٠	٢,٣٧					
تذكر طويل (ط)	بين المجموعات	٢	٣١,٦٠	١٥,٨٠	٦,١٥	٠,٠٥			
	دخول المجموعات	١٢	٣٠,٨٠	٢,٥٧					
حاصل الضرب ق × ط	بين المجموعات		٣٨,٠٠		$\lambda = 0,303$				
	دخول المجموعات		٢٤,٨٠						

وإذا استخدم الباحث كا<sup>٢</sup> فى تحديد دلالة المبادا (λ) يصبح الجدول على

النحو الآتى :

المتغيرات	مصدر التباين	د. ح	مجموع المربعات	متوسطات المربعات	ف	الدلالة	د. ح	كا	الدلالة
تذكر قصير (ق)	بين المجموعات	٢	٤٨,٥٣	٢٤,٢٧	١٠,٢٤	٠,٠١	٤	١٤,٧٥٨	٠,٠١
	داخل المجموعات	١٢	٢٨,٤٠	٢,٣٧					
تذكر طويل (ط)	بين المجموعات	٢	٣١,٦٠						
	داخل المجموعات	١٢	٣٠,٨٠						
حاصل للضرب ث × ط	بين المجموعات		٣٨,٠٠		٠,٣٠٣ = $\lambda$				
	داخل المجموعات		٢٤,٨٠						

ي- يقوم الباحث بعد ذلك باستخدام اختبارات المتابعة لتحديد دلالة الفروق بين المتوسطات ، فإذا استخدم الباحث اختبار "توكي" (HSD) ، فطيه تكوين جدول الفروق بين المتوسطات وحساب قيمة HSD على النحو الآتي :

HSD	q	الفروق بين المتوسطات		المتوسطات	
		٢م	١م		
٣,٤٧	$\sqrt{\frac{2(0.01)}{12}} = 0.04$ $\sqrt{\frac{2(0.01)}{12}} = 0.04$ $\sqrt{\frac{2(0.01)}{12}} = 0.04$	٢,٤	٢	٤,٨ = ١م	تذكر قصير
		٤,٤		٢,٨ = ٢م	
				٧,٢ = ٣م	
٢,٧٠	$\sqrt{\frac{2(0.05)}{12}} = 0.09$ $\sqrt{\frac{2(0.05)}{12}} = 0.09$ $\sqrt{\frac{2(0.05)}{12}} = 0.09$	٢,٦	٠,٨	٣,٢ = ١م	تذكر طويل
		٣,٤		٢,٤ = ٢م	
				٥,٨ = ٣م	

نلاحظ من الجدول السابق أنه توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطي درجات المجموعة (٢) ودرجات المجموعة (٣) في التذكر قصير الأمد ، لصالح المجموعة (٣) ، كما توجد فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥ بين متوسطي درجات المجموعة (٢) ودرجات المجموعة (٣) في التذكر طويل الأمد ، لصالح المجموعة (٣) .

• العلاقة بين اختبار "ت" وتحليل التباين :

بعض الباحثين في حالة استخدامهم لتحليل التباين بين مجموعتين ووجود فروق دالة فإتهم يستخدمون اختبار "ت" لتوجيه دلالة الفروق ، وهذا خطأ شاع في البحوث والدراسات النفسية والتربوية ، نظراً لأن دلالة الفروق يجب توجيهها مباشرة إلى المتوسط الأكبر ، كما أنه يمكن حساب قيمة "ت" من (ف) التي أسفر عنها تحليل التباين من المعادلة :  $t = \frac{f}{\sqrt{f}}$  ، أو  $f = t^2$  إذا كانت "ت" دالة ( انظر الفصل الخامس ) ، ويتشابه تحليل التباين مع اختبار "ت" في توافر شروط التوزيع الاعتدالي ، تجانس التباين وعشوائية العينات واستقلالها .

• حجم التأثير في حالة استخدام تحليل التباين :

يكتفى بعض الباحثين بمعرفة دلالة النسبة الفائية (ف) الناتجة عن إجراء تحليل التباين الأحادي لقبول ، أو رفض الفرض الصفري ، فإذا كانت (ف) دالة إحصائياً فإتينا نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل ، إلا أن مستويات الدلالة ( ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ ) مهما كانت كبيرة فإتينا لا توضح حجم تأثير المتغير المستقل في المتغير التابع ، لأن الفروق الناتجة ، تتأثر بحجم العينات ، فهي تزداد بزيادة حجم العينات والعكس صحيح ، ويلجأ البعض الآخر من الباحثين إلى حساب حجم تأثير المتغير المستقل في المتغير التابع حتى يمكن معرفة نسبة التباين في المتغير التابع التي يمكن تفسيرها نتيجة لتأثير المتغير المستقل ، ويستخدم هؤلاء الباحثون عدة طرق لحساب حجم تأثير المتغير المستقل في المتغير التابع ( التباين المفسر ) منها مربع معامل إيتا ( $\eta^2$ ) ومربع معامل أوميغا ( $\omega^2$ ) :

$$\text{حجم التأثير } (\eta^2) = \frac{\text{مجموع المربعات بين المجموعات}}{\text{المجموع الكلي للمربعات}}$$

ويمكن حساب مربع معامل أوميغا ( $\omega^2$ ) بالنسبة لتحليل التباين كما يأتي :

$$(\omega^2) = \frac{\text{مجموع المربعات البينية} - (\text{عدد المجموعات} - 1) \times \text{التباين الداخلي}}{\text{المجموع الكلي للمربعات} + \text{التباين الداخلي}}$$

$$(*) \quad t = r \sqrt{\frac{2-n}{r-1}} \quad , \quad f = \frac{r^2(2-n)}{r-1}$$

ويمكن حساب  $(\omega^2)$  من النسبة الفئوية (ف) كما يلي :

$$\omega^2 = \frac{\text{درجات الحرية البينية} \times (ف - 1)}{(\text{درجات الحرية الداخلية} - 1) + (ف \times \text{درجات الحرية البينية})}$$

وتفسر قيمة كل من  $(\eta^2)$  ،  $(\omega^2)$  كنسبة مئوية بعد ضرب الناتج  $\times 100$  في ضوء المحكات التي سبق ذكرها في الفصل الثالث عند حساب حجم التأثير بواسطة اختبار " ت " .

تمارين :

١- إذا علمت أن درجات مجموعتين من البنين والبنات في اختبار القدرة على

التذكر هي :

درجات البنين	٩	١٠	١٥	١٢	١٦
درجات البنات	٦	٥	٧	٨	٩

احسب الفروق ودلالاتها وحجم تأثيرها باستخدام تحليل التباين الأحادي .

٢- اختبر صحة الفرض " لا يختلف تحصيل طلاب الفرقة الثالثة بكلية التربية في

مقرر علم نفس التعلم باختلاف تخصصهم الأكاديمي ( علمي ، أدبي ) " من

البيانات التالية باستخدام تحليل التباين الأحادي .

علمي	أدبي
٣٠٠ = ١ن	٣٦٠ = ٢ن
٣٧,٥ = ١م	٣٦,٥ = ٢م
٥ = ١ع	٤,٨ = ٢ع

## خامساً : تحليل التباين (ANCOVA) : *Analysis of Covariance*

يستخدم الباحثون تحليل التباين عندما تكون عينات ، أو مجموعات البحث متكافئة ( يتم التكافؤ بين المجموعات عن طريق المزاوجة ، أو العشوائية ) ، وبالتالي يتضح تأثير المتغير المستقل في المتغير التابع دون أن تؤثر متغيرات أخرى في المتغير التابع ، أى أن التأثير في المتغير التابع يعزى إلى المتغير المستقل فقط ، أما إذا لم يتمكن الباحث لظروف خاصة التحقق من التكافؤ بين العينات ، أو المجموعات فإنه يمكن أن يستخدم تحليل التباين ، وبالتالي فإن تحليل التباين يعد خطوة مكملة لتحليل التباين للتأكد من أن الفروق بين المتوسطات ترجع فقط إلى تأثير المتغير المستقل ، وليست لتأثيرات متغيرات أخرى لم نستطيع ضبط تأثيرها في المتغير التابع ، ويُطلق على المتغيرات الأخرى المتغيرات المصاحبة ، أو المتغيرات الملازمة *Covariates* ، لذا يسمى تحليل التباين أحياناً بتحليل التباين التلازمى الذى توصل إليه " فيشر " *Fisher* صاحب تحليل التباين البسيط .

فإذا استخدم باحث أسلوب تحليل التباين ودلت النتائج على وجود فروق جوهرية ( دالة إحصائياً ) بين متوسطات درجات مجموعات بحثه ، فهل تصبح هذه الفروق جوهرية بعد عزل تأثير المتغيرات المصاحبة في المتغير التابع ؟ فإذا كانت الإجابة " نعم " فهذا يدل على أن المتغير المستقل يؤثر في المتغير التابع ، أما إذا كانت الإجابة " لا " فهذا يدل على أن الفروق الجوهرية بين متوسطات درجات المجموعات ، تعزى إلى تأثير المتغيرات المصاحبة التى تم عزلها ، وليست راجعة إلى تأثير المتغير المستقل .

إن المتغير المصاحب الذى يجب أخذه فى الاعتبار ألا تقل قيمة معامل ارتباطه بالمتغير التابع عن ٠,٣٠ ، أى يجب ألا تقل نسبة تباينه المفسر فى المتغير التابع عن ٩ % ، وعندما نرغب فى عزل *Covariates* أثر متغيرين على متغير تابع لدراسة متغيرات أخرى ، وكان معامل الارتباط بين هذين المتغيرين قوياً ( ٠,٨ أو أكثر ) ، فعندما يتم عزل أحدهما يتم أتوماتيكياً عزل المتغير الآخر ، نظراً لأن هذين المتغيرين كما لو كانا يقيسان شيئاً واحداً .

مثال ( ١١ ) :

أراد باحث دراسة أثر نوع التخصص الأكاديمي ( علمي ، أدبي ) كمتغير مستقل على قلق الاختبار كمتغير تابع ، وتأكد من الإطار النظري لدراسته والبحوث والدراسات السابقة أن الخجل *Shyness* ( متغير مصاحب ) يؤثر في متغير قلق الاختبار ، ولم يتمكن الباحث من تحقيق التكافؤ بين مجموعات دراسته في المتغير المصاحب ( الخجل ) لظروف معينة ، لذا لجأ هذا الباحث إلى الضبط الإحصائي بين مجموعات دراسته في متغير الخجل ، فقام بتطبيق مقياساً خاصاً بقلق الاختبار ومقياساً خاصاً بالخجل وحصل على البيانات الآتية :

الخجل (ص)		قلق الاختبار (س)	
أدبي	علمي	أدبي	علمي
١٥	٢٠	٦	١٠
١٦	١٣	٧	٨
١١	٢٥	٤	١٢
١٢	١٥	٥	٩
١١	١٨	٨	٧
١٤	١٩	٦	٨
١٦	١٧	١٠	١١
١١	١٦	٥	٩
١٤	٢٠	٧	١٠
١٠	٢٢	٤	١١

خطوات الحل :

(١) نقوم بإجراء تحليل التباين البسيط من الدرجات الخام مباشرة لمعرفة تأثير نوع التخصص ( علمي ، أدبي ) على قلق الاختبار ، أي لمعرفة دلالة الفروق بين متوسطي درجات الشعب العلمية ودرجات الشعب الأدبية في قلق الاختبار نكون الجدول الآتي :

قلق الاختبار (س)			
أدبي		علمي	
س <sup>٢</sup>	س	س <sup>٢</sup>	س
٣٦	٦	١٠٠	١٠
٤٩	٧	٦٤	٨
١٦	٤	١٤٤	١٢
٢٥	٥	٨١	٩
٦٤	٨	٤٩	٧
٣٦	٦	٦٤	٨
١٠٠	١٠	١٢١	١١
٢٥	٥	٨١	٩٩
٤٩	٧	١٠٠	١٠
١٦	٤	١٢١	١١
مجـ س <sup>٢</sup> ٤١٦ =	مجـ س ٦٢ =	مجـ س <sup>٢</sup> ٩٢٥ =	مجـ س ٩٥ =

أ- مجموع المربعات داخل المجموعتين ( علمي ، أدبي ) :

$$[ \frac{{}^2(٦٢)}{١٠} + \frac{{}^2(٩٥)}{١٠} ] - ٤١٦ + ٩٢٥ =$$

$$[ \frac{٣٨٤٤}{١٠} + \frac{٩٠٢٥}{١٠} ] - ١٣٤١ =$$

$$٥٤,١ = ١٢٨٦,٩ - ١٣٤١ =$$

ب- مجموع المربعات بين المجموعتين ( علمي ، أدبي ) :

$$\frac{{}^2(١٥٧)}{٢٠} - ١٢٨٦,٩ =$$

$$٥٤,٤٥ = ١٢٣٢,٤٥ - ١٢٨٦,٩ =$$

ج- نمرغ البيانات السابقة بالنسبة لقلق الاختبار في الجدول الآتي :

المتغير	مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع مربعات	التباين	ف	الدلالة
قلق الاختبار	بين المجموعات	١	٥٤,٤٥	٥٤,٤٥	١٨,٠٩	٠,٠١
	داخل المجموعات	١٨	٥٤,١٠	٣,٠١		
	المجموع الكلي	١٩	١٠٨,٥٥			

نلاحظ من الجدول السابق أنه يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات قلق الاختبار لدى طلاب الشعب العلمية ودرجات طلاب الشعب الأدبية ، لصالح طلاب الشعب العلمية ( م للشعب العلمية = ٩,٥ ، م للشعب الأدبية = ٦,٢ ) .

وهذا يدل على أن نوع التخصص ( علمى ، أدبى ) يؤثر فى درجات قلق الاختبار ، فإذا تم عزل تأثير المتغير المصاحب ( الخجل ) ، فهل يظل المتغير المستقل ( نوع التخصص ) مؤثراً فى المتغير التابع ( قلق الاختبار ) ؟  
(٢) نقوم بإجراء تحليل التباين البسيط لمعرفة تأثير المتغير المستقل ( نوع التخصص ) على المتغير المصاحب ( الخجل ) بعد تكوين الجدول الآتى :

الخجل (ص)			
أدبى		علمى	
ص <sup>٢</sup>	ص <sup>١</sup>	ص <sup>١</sup>	ص <sup>٢</sup>
٢٢٥	١٥	٤٠٠	٢٠
٢٥٦	١٦	١٦٩	١٣
١٢١	١١	٦٢٥	٢٥
١٤٤	١٢	٢٢٥	١٥
١٢١	١١	٣٢٤	١٨
١٩٦	١٤	٣٦١	١٩
٢٥٦	١٦	٢٨٩	١٧
١٢١	١١	٢٥٦	١٦
١٩٦	١٤	٤٠٠	٢٠
١٠٠	١٠	٤٨٤	٢٢
مجـ ص <sup>١</sup>	مجـ ص <sup>٢</sup>	مجـ ص <sup>١</sup>	مجـ ص <sup>٢</sup>
١٧٣٦	١٣٠	٣٥٣٣	١٨٥

أ - مجموع المربعات داخل المجموعتين ( علمى ، أدبى ) فى المتغير

المصاحب ( الخجل ) =

$$\left[ \frac{{}^2(130)}{10} + \frac{{}^2(185)}{10} \right] - 1736 + 3533$$

$$\left[ \frac{16900}{10} + \frac{34225}{10} \right] - 5269 =$$

$$106,5 = 5112,5 - 5269 =$$

ب- مجموع المربعات بين المجموعتين ( علمي ، أدبي ) في المتغير

المصاحب ( الخجل ) =

$$\frac{(315)^2}{20} - 5112,5 = \frac{(130 + 185)^2}{20} - 5112,5$$

$$151,25 = 4961,25 - 5112,5 =$$

ج- نفرغ البيانات السابقة بالنسبة للمتغير المصاحب ( الخجل ) في

الجدول الآتي :

المتغير	مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف	الدلالة
315	بين المجموعات	1	151,25	151,25	17,41	0,01
	داخل المجموعات	18	156,50	8,69		
	المجموع الكلي	19	307,75			

نلاحظ من الجدول السابق أن المتغير السابق ( نوع التخصص ) يؤثر

في المتغير المصاحب ( الخجل ) ، أي يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى

0,01 بين متوسطي درجات الخجل لدى طلاب الشعب العلمية وطلاب الشعب

الأدبية ، لصالح طلاب الشعب العلمية ( متوسط درجات الشعب العلمية =

18,5 ، متوسط درجات الشعب الأدبية = 13 ) ، وبمعنى آخر فإن طلاب

الشعب العلمية أكثر خجلاً من طلاب الشعب الأدبية .

(3) نقوم بإجراء تحليل التباين لحاصل ضرب درجات قلق الاختبار (س)

× درجات الخجل (ص) ، بعد تكوين الجدول الآتي :

أدبي			علمي		
القلق × الخجل (س <sub>1</sub> × س <sub>2</sub> )	الخجل س <sub>2</sub>	القلق س <sub>1</sub>	القلق × الخجل (س <sub>1</sub> × س <sub>2</sub> )	الخجل س <sub>2</sub>	القلق س <sub>1</sub>
90	15	6	200	20	10
112	16	7	104	13	8
44	11	4	300	25	12
60	12	5	135	15	9
88	11	8	126	18	7
84	14	6	152	19	8
160	16	10	187	17	11
55	11	5	144	16	9
98	14	7	200	20	10
40	10	4	242	22	11
مجـ (س <sub>2</sub> × س <sub>1</sub> ) 831 =	مجـ س <sub>2</sub> 130 =	مجـ س <sub>1</sub> 62 =	مجـ (س <sub>1</sub> × س <sub>2</sub> ) 1790 =	مجـ س <sub>2</sub> 185 =	مجـ س <sub>1</sub> 95 =

أ - مجموع المربعات لحاصل ضرب (س×ص) بين المجموعتين =

$$\left( \frac{\text{مـ} \times \text{مـ} \times \text{مـ}}{\text{ن}} \right) - \left( \frac{\text{مـ} \times \text{مـ} \times \text{مـ}}{\text{ن}} \right) + \left( \frac{\text{مـ} \times \text{مـ} \times \text{مـ}}{\text{ن}} \right)$$

حيث أن :

$$\text{مـ} \text{ س} = \text{مـ} \text{ س}_1 + \text{مـ} \text{ س}_2$$

$$\text{مـ} \text{ ص} = \text{مـ} \text{ ص}_1 + \text{مـ} \text{ ص}_2$$

$$\text{ن} = \text{عدد أفراد المجموعات} = \text{ن}_1 + \text{ن}_2$$

$$\frac{310 \times 107}{20} - \frac{130 \times 62}{10} + \frac{180 \times 90}{10} =$$

$$90,75 = 2472,75 - 806,00 + 1707,50 =$$

ب- مجموع المربعات الكلي لحاصل الضرب (س×ص) =

$$\text{مـ} \text{ (س}_1 \times \text{ص}_1) + \text{مـ} \text{ (س}_2 \times \text{ص}_2) - \frac{\text{مـ} \times \text{مـ} \times \text{مـ}}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}$$

$$\frac{310 \times 107}{20} - 831 + 1790 =$$

$$148,25 = 2472,75 - 2621 =$$

ج- مجموع المربعات لحاصل الضرب (س×ص) داخل المجموعتين =

مجموع المربعات الكلي لحاصل الضرب (س × ص) -

مجموع المربعات لحاصل الضرب بين المجموعتين

$$57,50 = 90,75 - 148,25 =$$

(٤) نقوم بتعديل مجموع المربعات في تحليل التباين الخاص بالمتغير التابع

الأساسى (قلق الاختبار) بعد عزل تأثير المتغير المصاحب (الخلج) على

النحو الآتى :

أ - المجموع الكلي المعدل لمربعات المتغير الأساسى (قلق الاختبار) =

المجموع الكلي لمربعات هذا المتغير -

$$\frac{[\text{مجموع المربعات الكلي لحاصل الضرب (س×ص)}]^2}{\text{المجموع الكلي لمربعات المتغير المصاحب (الخلج)}}$$

$$\frac{37,135 = 71,415 - 108,55 = \frac{148,25}{307,75} - 108,55 =$$

$$37,135 = 71,415 - 108,55 = \frac{148,25}{307,75} - 108,55 =$$

ب- مجموع المربعات المعدل داخل المجموعتين بالنسبة لقلق الاختبار =

مجموع مربعات هذا المتغير داخل المجموعات -

[مجموع مربعات حاصل الضرب (س×ص) داخل المجموعات]

مجموع المربعات داخل المجموعات بالنسبة للخلج

$$= 54,100 - \frac{(57.00)^2}{106.0} = 26,126 - 54,100 = 32,97$$

ج- مجموع المربعات المعدل بين المجموعتين بالنسبة لقلق الاختبار =

المجموع الكلي المعدل لمربعات هذا المتغير -

مجموع المربعات المعدل داخل المجموعتين بالنسبة لهذا المتغير

$$= 37,135 - 32,970 = 4,165$$

(5) نكون جدولاً لتحليل التباين يوضح تأثير المتغير المستقل (نوع التخصص)

على قلق الاختبار (المتغير التابع) بعد عزل تأثير المتغير المصاحب (الخلج)

على قلق الاختبار كما يأتي :

الدالة	ف	التباين	مجموع المربعات	درجة الحرية	مصدر التباين
		4,165	4,165	1	بين المجموعات
غير دالة	2,148	1,939	32,97	17	داخل المجموعات
			37,135	18	المجموع الكلي

نلاحظ من الجدول السابق ما يأتي :

أ - درجات حرية داخل المجموعات تقل بمعدل درجة واحدة لكل متغير مصاحب .

ب- درجات حرية بين المجموعات تبقى كما هي .

ج- لا يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات قلق الاختبار لدى

طلاب الشعب العلمية وطلاب الشعب الأدبية بعد عزل تأثير الخلج كمتغير

مصاحب على قلق الاختبار ، أى أن نوع التخصص الأكاديمي ( علمي ،

أدبي ) لا يؤثر في درجات قلق الاختبار بعد عزل تأثير الخلج على قلق

الاختبار .

د - عند استخدام الحزمة الإحصائية في العلوم الاجتماعية (Spss) سوف

نحصل على الجدول الآتى :

			Unique Method				
			Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
<i>ANXIETY</i>	<i>Covariates</i>	<i>SHYNESS</i>	21.126	1	21.126	10.892	0.004
	<i>Main Effects</i>	<i>ACADEMIC</i>	4.161	1	4.161	2.145	0.161
	<i>Model</i>		75.576	2	37.788	19.482	0.000
	<i>Residual</i>		32.974	17	1.940		
	<i>Total</i>		108.550	19	5.713		

a- *ANXIETY* by *ACADEMIC* with *SHYNESS*.

b- All effects entered simultaneously.

وما يهم الباحث في هذا الجدول دلالة التأثيرات الرئيسية *Main Effects* (ف = ٢,١٤٥ ، غير دالة) بعد عزل تأثير المتغير المصاحب على المتغير التابع الأساسي ، وهذا يتفق مع خطوات الحل التي سبق شرحها والنتائج التي تم التوصل إليها يدوياً بالآلة الحاسبة مع وجود فروق بسيطة في القيم العددية نتيجة التقريب .