الفصل الرابع

اختبار الفروض الفارقة
بالإحصاء اللا بارامترى

الفصل الرابع

اختبار الفروض الفارقة بالإحصاء اللا بارامترى

أولاً : اختبار الفرق بين النسب :

١- *اختبار الفرق بين نسبتين مستقلتين (غير مرتبطتين) :*

يســـتخدم الباحث اختبار الفرق بين نسبتين فى حالة وجود متغيرات تصنيفية (اســـمية أو ترتيبـــية) ، فـــى بحـــثه ، نظراً لأنه من الصعب حساب قيمة المتوسط أو الانحراف المعيارى ، لذا فإن الباحث يستخدم اختبار الفرق بين النسب مع مراعاة أن تكـــون العينات كبيرة ، نظراً لأنه يعتمد فى حسابه على النسبة الحرجة للفرق بين النسبتين ، كما هو موضح فى المعادلة الآتية :

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{\text{الفرق بين النسبتين}}{\text{الخطأ المعيارى لفرق النسبتين}}$$

$$\text{الخطأ المعيارى للنسبة } ق_١ = \sqrt{\frac{ق_١ (١ - ق_١)}{ن_١}}$$

$$\text{الخطأ المعيارى للنسبة } ق_٢ = \sqrt{\frac{ق_٢ (١ - ق_٢)}{ن_٢}}$$

$$\text{الخطأ المعيارى لفرق النسبتين} = \sqrt{\frac{ق_١ (١ - ق_١)}{ن_١} + \frac{ق_٢ (١ - ق_٢)}{ن_٢}}$$

$$\therefore ذ = \frac{ق_١ - ق_٢}{\sqrt{\frac{ق_١ (١ - ق_١)}{ن_١} + \frac{ق_٢ (١ - ق_٢)}{ن_٢}}} \qquad (١)$$

حيث أن :

$ق_١$ = نسبة الأفراد الناجحين أو الموافقين فى العينة الأولى ($ن_١$)

$ق_٢$ = نسبة الأفراد الناجحين أو الموافقين فى العينة الثانية ($ن_٢$)

وبعــد حساب قيمة (ذ) يقارن الباحث هذه القيمة بقيمتى التوزيع الاعتدالى للنسبة الحرجة لدلالة الطرفين (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ علــى الترتيب ، فإذا كانت قيمة (ذ) أقل من القيمة الحرجة للدلالة دل ذلك على عدم وجود فرق دال بين النسبتين ، والعكس صحيح .

ويمكن إيجاد النسبة الحرجة (ذ) أيضاً بطريقة ثانية من المعادلة الآتية :

$$ذ = \frac{أ_١ - أ_٢}{\sqrt{\bar{أ}\ \bar{ب} \left(\frac{ن_١ + ن_٢}{ن_١ \times ن_٢} \right)}} \qquad (٢)$$

حيث أن :

أ $_١$ = نسبة الأفراد الموافقين أو الناجحين فى العينة الأولى (ن$_١$)

أ $_٢$ = نسبة الأفراد الموافقين أو الناجحين فى العينة الثانية (ن$_٢$)

$\bar{أ}$ = المتوسط الوزنى للنسبتين = $\frac{ن_١ أ_١ + ن_٢ أ_٢}{ن_١ + ن_٢}$

$\bar{ب}$ = نسبة الفاشلين أو غير الموافقين فى العينتين (ن$_١$ + ن$_٢$) معاً = ١ − $\bar{أ}$

أمــا إذا كانــت العينتان متساويتين (ن$_١$ = ن$_٢$ = ن) ، فإنه يمكن اختصار المعادلة (٢) السابقة إلى الصورة الآتية :

$$ذ = \frac{أ_١ - أ_٢}{\sqrt{\frac{٢\bar{أ}\bar{ب}}{ن}}}$$

حيث أن :

$\bar{أ}$ = المتوسط الوزنى أو المتوسط العام للنسبتين أ$_١$ ، أ$_٢$ = $\frac{أ_١ + أ_٢}{٢}$

$\bar{ب}$ = متوسط باقى النسبتين فى الجهة الأخرى من التصنيف (١ − $\bar{أ}$)

ن = عدد أفراد أى من المجموعتين (عدد الحالات)

ويمكن أن تأخذ المعادلة (٢) الصورة الآتية :

$$ذ = \frac{أ_١ - أ_٢}{\sqrt{\bar{أ}\ \bar{ب} \left(\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢} \right)}} \qquad (٣)$$

مثال (١٢) :

وضع باحث فرضاً نصه : " لا يوجد فرق دال إحصائياً بين نسبتى صعوبات تعلم الرياضيات لدى الذكور والإناث من تلاميذ المرحلة الإعدادية " . اختبر صحة الفرض من البيانات الآتية :

البيان	الذكور	الإناث
ذوو صعوبات التعلم	٣٧	٣٠
العينة الكلية	١٥٩	١٥١

خطوات الحل باستخدام المعادلة (١) :

(١) نسبة ذوى صعوبات التعلم من الذكور ($ق_١$ أو $أ_١$) = $\frac{٣٧}{١٥٩}$ = ٠,٢٣

(٢) نسبة ذوى صعوبات التعلم من الإناث ($ق_٢$ أو $أ_٢$) = $\frac{٣٠}{١٥١}$ = ٠,٢٠

(٣) النسبة الحرجة :

$$\boxed{ذ = \frac{ق_١ - ق_٢}{\sqrt{\frac{ق_١(١-ق_١)}{ن_١} + \frac{ق_٢(١-ق_٢)}{ن_٢}}}} \quad (١)$$

$$ذ = \frac{٠,٢٣ - ٠,٢٠}{\sqrt{\frac{٠,٢٣(١-٠,٢٣)}{١٥٩} + \frac{٠,٢٠(١-٠,٢٠)}{١٥١}}}$$

$$ذ = \frac{٠,٠٣}{\sqrt{\frac{٠,٢٣ \times ٠,٧٧}{١٥٩} + \frac{٠,٢٠ \times ٠,٨٠}{١٥١}}} = ٠,٦٤$$

(٤) نقارن قيمة النسبة الحرجة (٠,٦٤) بقيمتى التوزيع الاعتدالى للنسبة الحرجة لدلالة الطرفين (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ على الترتيب ، نجد أن قيمة النسبة الحرجة (٠,٦٤) غير دالة إحصائياً ، وبالتالى يمكن قبول الفرض الصفرى السابق ، ورفض الفرض البديل (نسبة ذوى صعوبات التعلم من الذكور لا تساوى نسبة ذوى صعوبات التعلم من الإناث) .

خطوات الحل باستخدام المعادلة (٢) :

(١) نسبة ذوى صعوبات التعلم من الذكور (أ_1) = ٠,٢٣

(٢) نسبة ذوى صعوبات التعلم من الإناث (أ_2) = ٠,٢٠

(٣) المتوسط الوزنى (أَ) للنسبتين :

$$= \frac{\text{ن}_1\,\text{أ}_1 + \text{ن}_2\,\text{أ}_2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2} = \frac{(\text{١٥٩} \times \text{٠,٢٣}) + (\text{١٥١} \times \text{٠,٢٠})}{\text{١٥٩} + \text{١٥١}} = \text{٠,٢٢}$$

(٤) بَ = ١ – أَ = ١ – ٠,٢٢ = ٠,٧٨

(٥) النسبة الحرجة ذ :

$$\boxed{\text{ذ} = \frac{\text{أ}_1 - \text{أ}_2}{\sqrt{\text{أَ}\ \text{بَ} \left(\dfrac{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}{\text{ن}_1 \times \text{ن}_2} \right)}}}$$

$$\text{ذ} = \frac{\text{٠,٢٣} - \text{٠,٢٠}}{\sqrt{\text{٠,٢٢} \times \text{٠,٧٨} \left(\dfrac{\text{٣١٠}}{\text{٢٤٠٠٩}} \right)}}$$

$$\text{ذ} = \frac{\text{٠,٠٣}}{\sqrt{\text{٠,٢٢} \times \text{٠,٧٨} \times \text{٠,٠١٣}}} = \text{٠,٦٤}$$

النسبة الحرجة = ٠,٦٤ وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً من المعادلة (١) .

مثال (١٣) :

طبق أحد الباحثين استفتاء على مجموعتين من الأفراد (ن_1 = ١٠٠ ، ن_2 = ٥٠) وبلغ عدد الذين أجابوا بنعم عن سؤال فى الاستفتاء من العينة الأولى ٦٠ فرداً ، وبلغ عدد الذين أجابوا بنعم عن نفس السؤال من العينة الثانية ٣٥ فرداً ، فهل يوجد فرق دال إحصائياً بين النسبتين ؟

خطوات الحل باستخدام المعادلة (١) :

$$\text{ق}_1 = \frac{\text{٦٠}}{\text{١٠٠}} = \text{٠,٦٠} \quad ; \quad \text{ق}_2 = \frac{\text{٣٥}}{\text{٥٠}} = \text{٠,٧٠}$$

النسبة الحرجة :

$$\text{ذ} = \frac{\text{ق}_{١} - \text{ق}_{٢}}{\sqrt{\dfrac{\text{ق}_{١}\,(\,١ - \text{ق}_{١}\,)}{\text{ن}_{١}} + \dfrac{\text{ق}_{٢}\,(\,١ - \text{ق}_{٢}\,)}{\text{ن}_{٢}}}}$$

$$\text{ذ} = \frac{٠,٦٠ - ٠,٧٠}{\sqrt{\dfrac{٠,٦٠ \times ٠,٤٠}{١٠٠} + \dfrac{٠,٧٠ \times ٠,٣٠}{٥٠}}}$$

$$\text{ذ} = \frac{- ٠,١٠}{\sqrt{٠,٠٠٢٤ + ٠,٠٠٤٢}} = - ١,٢٠$$

بمقارنة قيمة (ذ) = (-١,٢٠) بالقيم الدالة للنسبة الحرجة لدلالة الطرفين (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ نستنتج أن قيمة (ذ) غير دالة إحصائياً ، وبالتالى نقبل الفرض الصفرى ($\text{ق}_{١} = \text{ق}_{٢}$) ، ونرفض الفرض البديل ($\text{ق}_{١} \neq \text{ق}_{٢}$) .

خطوات الحل باستخدام المعادلة (٢) :

$\text{أ}_{١} = ٠,٦٠$ ؛ $\text{أ}_{٢} = ٠,٧٠$

أَ للنسبتين =

$$\frac{\text{ن}_{١}\,\text{أ}_{١} + \text{ن}_{٢}\,\text{أ}_{٢}}{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢}} = \frac{١٠٠ \times ٠,٦٠ + ٥٠ \times ٠,٧٠}{١٠٠ + ٥٠} = ٠,٦٣$$

$\text{بَ} = ١ - \text{أَ} = ١ - ٠,٦٣ = ٠,٣٧$

$$\text{ذ} = \frac{\text{أ}_{١} - \text{أ}_{٢}}{\sqrt{\text{أَ}\ \text{بَ}\ \left(\dfrac{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢}}{\text{ن}_{١} \times \text{ن}_{٢}}\right)}}$$

$$\text{ذ} = \frac{٠,٦٠ - ٠,٧٠}{\sqrt{٠,٦٣ \times ٠,٣٧\ \left(\dfrac{١٥٠}{٥٠٠٠}\right)}}$$

$$ذ = \frac{-٠,١٠}{\sqrt{٠,٦٣ \times ٠,٣٧ \times ٠,٠٣}} = -١,٢٠$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً .

مثال (١٤) :

طبق باحث استبياناً على مجموعتين من طلاب الجامعة (ذكور ، إناث) بلغ عدد كل منها ٤٠٠ ، وحسب نسبة الذين أجابوا بنعم من الذكور عن السؤال الخامس فى الاستبيان فكانت مساوية ٠,٦٨٥ ، وكانت نسبة الإناث مساوية ٠,٨٨٨ احسب الفرق بين النسبتين ؟

خطوات الحل :

$$أَ = \frac{أ_١ + أ_٢}{٢} = \frac{٠,٨٨٨ + ٠,٦٨٥}{٢} = ٠,٧٩$$

$$بَ = ١ - أَ = ١ - ٠,٧٩ = ٠,٢١$$

$$\boxed{النسبة\ الحرجة\ ذ = \frac{أ_١ - أ_٢}{\sqrt{\frac{٢ أَ بَ}{ن}}}}$$

$$ذ = \frac{٠,٨٨٨ - ٠,٦٨٥}{\sqrt{\frac{٢ \times ٠,٧٩ \times ٠,٢١}{٤٠٠}}}$$

$$\therefore النسبة\ الحرجة\ (ذ) = \frac{٠,٢٠٣}{٠,٠٢٩} = ٧$$

وهى دالة عند مستوى ٠,٠١ ، وبالتالى فإن الباحث يرفض الفرض الصفرى ويقبل الفرض البديل .

٢- اختبار الفرق بين نسبتين مرتبطتين :

يمكن اختبار الفرق بين نسبتين عندما تكون العينة واحدة فإذا طبق باحث مقياساً لحب الاستطلاع قبل وبعد التدريب ، فقد يصلح برنامج حب الاستطلاع فى تنمية حب الاستطلاع لدى بعض الأفراد ويفشل مع البعض الآخر ، فإذا كانت البيانات

رقمـية فـإن الباحـث يستخدم اختبار " ت " فى المقارنة بين درجات القياس القبلى ودرجـات القياس البعدى ، أما إذا كانت البيانات التى حصل عليها الباحث اسمية مثل الإجابـة عـن سؤالين من أسئلة أحد الاختبارات بالصواب ، أو الخطأ ، أو تأييد ، أو عدم تأييد أحد المرشحين فى الانتخابات قبل وبعد قيامه بالحملة الدعائية ، فإن العينة فـى هذه الحالة هى نفسها التى أجابت عن أسئلة الاختبار ، أو هى نفسها التى قامت بتأيـيد أو عـدم تأيـيد المرشح فى الانتخابات ، وتستخدم النسبة الحرجة فى اختبار الفرق بشرط أن تكون العينة > ٢٥ من المعادلة الآتية :

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{|\text{ب} - \text{جـ}|}{\sqrt{\text{ب} + \text{جـ}}}$$

مثال (١٥) :

يوضـح الجـدول الآتـى عدد الذين أجابوا إجابة صحيحة ، أو الذين أجابوا إجابـة خاطـئة عن سؤالين من أسئلة أحد الاختبارات العقلية ، فكيف نحسب الفروق بين هذه التكرارات بعد تحويلها إلى نسب ؟

السؤال الأول / السؤال الثانى	صواب	خطأ	مجـ
صواب	٥٥ (أ)	٥ (ب)	أ + ب = ٦٠
خطأ	١٥ (جـ)	٢٥ (د)	جـ + د = ٤٠
مجـ	أ + جـ = ٧٠	ب + د = ٣٠	ن = ١٠٠

خطوات الحل :

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{|٥ - ١٥|}{\sqrt{٥ + ١٥}} = ٢,٢٤$$

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{|٥ - ١٥|}{\sqrt{٥ + ١٥}} = ٢,٢٤$$

إذن قـيمة النسبة الحرجة (٢,٢٤) دالة عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالى فإن الباحـث يـرفض الفرض الصفرى ، نظراً لأن الفرق بين النسبتين دال إحصائياً ، أى يتم قبول الفرض البديل .

ويمكن حل المثال السابق بحساب النسبة الحرجة من المعادلة الآتية :

$$ذ = \frac{ك_1 - ك_2}{\sqrt{\frac{أ + د}{ن}}}$$

حيث أن :

$ك_1$ = نسبة من نجحوا فى المتغير الأول (السؤال الأول)

$$= \frac{أ + جـ}{ن} = \frac{٧٠}{١٠٠} = ٠,٧٠$$

$ك_2$ = نسبة من نجحوا فى المتغير الثانى (السؤال الثانى)

$$= \frac{أ + ب}{ن} = \frac{٦٠}{١٠٠} = ٠,٦٠$$

أ = نســبة من نجح فى المتغير الأول (السؤال الأول) ، وفشل فى المتغير الثانى (أخطأ فى السؤال الثانى)

$$أ = \frac{جـ}{ن} = \frac{١٥}{١٠٠} = ٠,١٥$$

د = نســبة من فشل فى المتغير الأول (أخطأ فى السؤال الأول) ، ونجح فى المتغير الثانى (السؤال الثانى)

$$= \frac{ب}{ن} = \frac{٥}{١٠٠} = ٠,٠٥$$

$$ذ = \frac{ك_1 - ك_2}{\sqrt{\frac{أ + د}{ن}}}$$

$$ذ = \frac{٠,٧٠ - ٠,٦٠}{\sqrt{\frac{٠,١٥ + ٠,٠٥}{١٠٠}}} = \frac{٠,١٠}{\sqrt{\frac{٠,٢٠}{١٠٠}}} = ٢,٢٤$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً .

مثال (١٦) :

إذا كـــان عدد المؤيدين لمرشح ما ٤٠ من بين مائة فرد ، وبعد قيام المرشح بالدعاية زاد العدد إلى ٥٥ فرداً ، فإذا كانت البيانات كما هى فى الجدول الآتى : فهل يوجد تحسن دال فى نسبة التأييد ؟

بعد / قبل	مؤيد	معارض
مؤيد	٢٢	١٨
معارض	٣٣	٢٧

خطوات الحل :

$$\text{النسبة الحرجة (ذ)} = \frac{|\text{ب} - \text{جـ}|}{\sqrt{\text{ب} + \text{جـ}}}$$

$$(\text{ذ}) = \frac{|١٨ - ٣٣|}{\sqrt{١٨ + ٣٣}} = \frac{١٥}{\sqrt{٧,١٤١}} = ٢,١٠$$

إذن قيمة النسبة الحرجة (٢,١٠) دالة عند مستوى ٠,٠٥ ، وهذا يدل على وجود تحسن فى نسبة المؤيدين بعد قيام المرشح بالدعاية الانتخابية .

حل آخر باستخدام المعادلة :

$$\text{ذ} = \frac{\text{ك}_١ - \text{ك}_٢}{\sqrt{\frac{\text{أ} + \text{د}}{\text{ن}}}}$$

$$\text{ك}_١ = \frac{٢٢ + ٣٣}{١٠٠} = ٠,٥٥ \quad ؛ \quad \text{ك}_٢ = \frac{٢٢ + ١٨}{١٠٠} = ٠,٤٠$$

$$\text{أ} = \frac{٣٣}{١٠٠} = ٠,٣٣ \quad ؛ \quad \text{د} = \frac{١٨}{١٠٠} = ٠,١٨$$

$$\text{ذ} = \frac{٠,٥٥ - ٠,٤٠}{\sqrt{\frac{٠,٣٣ + ٠,١٨}{١٠٠}}} = \frac{٠,١٥}{\sqrt{\frac{٠,٥١}{١٠٠}}} = ٢,١٠$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً .

ثانياً : اختبار مربع كاي (كا^2) : *Chi – Square* (X^2)

يتم استخدام (كا^2) في البيانات التى تقع فى تصنيفات متعددة ، والتى يبلغ عددها اثنين ، أو أكثر مثل الإجابة عن أسئلة الاستبيان (نعم – لا ؛ موافق – معترض – موافق بشدة ؛ وغيرها) ، والتى تتطلب الإجابة عنها اختيار بديل من عدة بدائل ، كنوع التخصص الذى يرغب الطالب فى الالتحاق به ، أى أن (كا^2) تستخدم فى حالة البيانات الاسمية ، ويُطلق على اختبار (كا^2) اختبار حسن المطابقة *Goodness of fit* ، نظراً لأنه يستخدم فى حالة الكشف عن دلالة الفروق بين الأعداد الملاحظة ، أو التكرارات الملاحظة من الأشياء ، أو الاستجابات الواقعة فى كل تصنيف والعدد المتوقع المعتمد على الفرض الصفرى ، أو التكرارات المتوقعة (التكرارات النظرية للمتغير موضوع الدراسة فى المجتمع الأصلى) ، والتى يجب أن تكون كبيرة (ألا تقل عن خمسة) ، فإذا كانت قيمة (كا^2) = صفر فهذا يدل على أن عينة البحث ممثلة للمجتمع فى تكراراتها ومتطابقة معه ، أما إذا كانت قيمة (كا^2) > صفر ، فهذا يدل على وجود فروق بين تكرارات العينة الملاحظة وبين تكرارات التوزيع النظرى للمجتمع (التكرارات المتوقعة) ، ويكون الفرض الصفرى هنا حول المجتمع الأصلى الذى نسحب منه العينة ، فهو يفترض عدم وجود فروق دالة إحصائياً بين تكرارات العينة الملاحظة والتكرارات المتوقعة ، فإذا ما تم رفض الفرض الصفرى (تطابق العينة مع المجتمع) ، فيتم قبول الفرض البديل للبحث ، والذى يكون عادة عكس الفرض الصفرى (عدم التطابق) ، أما عدم إمكانية رفض الفرض الصفرى فهذا يدل على رفض الفرض البديل (عدم تطابق العينة مع مجتمعها) ، ويتم حساب كا^2 من المعادلة الآتية :

$$\text{كا}^2 = \frac{\text{مجـ}\,(\text{ك} - \text{كَ})^2}{\text{كَ}}$$

حيث أن : ك = التكرار الملاحظ (التجريبى)

كَ = التكرار النظرى أو التكرار المتوقع (حسب الفرض المختبر)

مثال (١٧) :

احسب قيمة (كا^2) من بيانات الجدول الآتى :

فئات (ف)	أبيض	أحمر	أزرق	أسود
تكرار (ك)	٧	٣	٣	٧

خطوات الحل :

(١) نحسب التكرار النظرى أو التكرار المتوقع (كَ) =

$$\frac{\text{مجموع التكرارات (مجـ ك)}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{٧ + ٣ + ٧ + ٣}{٤} = ٥$$

(٢) نقوم بعمل الجدول الآتى :

ف	ك	كَ	ك – كَ	(ك – كَ)^2	$\frac{(\text{ك – كَ})^2}{\text{كَ}}$
أبيض	٧	٥	+٢	٤	٠,٨
أحمر	٣	٥	–٢	٤	٠,٨
أزرق	٣	٥	–٢	٤	٠,٨
أسود	٧	٥	+٢	٤	٠,٨
مجـ	٢٠				٣,٢٠

(٣) نحسب الفروق بين التكرار التجريبى والتكرار النظرى (ك – كَ) .

(٤) نقوم بتربيع الفروق (ك – كَ)^2 للتخلص من الإشارات السالبة .

(٥) نقسم ناتج مربعات الفروق (ك – كَ)^2 على التكرارات النظرية المقابلة

$$= \frac{(\text{ك – كَ})^2}{\text{كَ}}$$

(٦) نجمع نواتج خارج قسمة $\frac{(\text{ك – كَ})^2}{\text{كَ}}$ لنحصل على قيمة (كا^2)

∴ قيمة (كا^2) = ٣,٢٠

(٧) نكشف عن قيمة (كا^2) المحسوبة فى جدول دلالة (كا^2) لمعرفة القيمة الجدولية (كا^2 الجدولية) ، المقابلة لدرجات حرية (عدد الفئات – ١) = ٣ عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ فنجد أن قيمة (كا^2) الجدولية مساوية ٧,٨٢ عند مستوى ٠,٠٥ .

(٨) إذا كانت (كا^2) المحسوبة < (كا^2) الجدولية ، فهذا يدل على أن الفرق بين التكرار النظرى والتكرار التجريبى (ك – كَ) غير دال إحصائياً ، وبالتالى يمكن قبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل ، أما إذا كانت قيمة (كا^2) المحسوبة ≥ (كا^2) الجدولية عند أى مستوى من مستويات الدلالة (٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١) ، فهذا يدل على أن الفرق بين التكرار النظرى والتكرار التجريبى دال إحصائياً ، وبالتالى يمكن قبول الفرض البديل ورفض الفرض الصفرى .

ويمكن حساب (كا^{2}) من الجدول المزدوج (٢×٢) ، كما هو موضح فى المثال الآتى :

مثال (١٨) :

إذا قسَّمنا عدداً من أطفال الصف السادس الابتدائى مثلاً حسب اختبار للذكاء إلى مجموعتين : إحداهما مرتفعة ، والأخرى منخفضة ، ثم لاحظنا فى نهاية العام الدراسى نجاح ورسوب أطفال المجموعتين ، فكانت النتيجة ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

ذكاء / تحصيل	مرتفع	منخفض	المجموع
ناجح	٤٠ (أ)	١٠ (ب)	٥٠
راسب	٢٠ (جـ)	٣٠ (د)	٥٠
مجـ	٦٠	٤٠	١٠٠

المطلوب : **مقارنة هذه النتيجة بما كان يتوقع لها لو أن الذكاء لا يؤثر فى التحصيل (فرض صفرى) .**

خطوات الحل :

(١) نعد جدولاً آخراً يحتوى على تكرارات فرضية مؤسسة على افتراض الفرض الصفرى (لا يؤثر الذكاء فى التحصيل) ، وفى هذه الحالة يكون عدد الناجحين مساوياً لعدد الراسبين فى كل من فئتى الذكاء ، أى يصبح الجدول التكرارى النظرى على أساس الفرض الصفرى كما يأتى :

ذكاء / تحصيل	مرتفع	منخفض	المجموع
ناجح	٣٠	٢٠	٥٠
راسب	٣٠	٢٠	٥٠
مجـ	٦٠	٤٠	١٠٠

ويمكن الحصول على التكرارات النظرية المقابلة لكل تكرار تجريبى عن طريق ضرب مجموع عمود التكرار الأول × مجموع تكرار صفه وقسمة الناتج على المجموع الكلى للتكرارات على النحو الآتى .

(أ) التكرار النظرى (كَ) المقابل للتكرار التجريبى (٤٠) =

$$\frac{٦٠ \times ٥٠}{١٠٠} = ٣٠$$

(ب) التكرار النظرى (كَ) المقابل للتكرار التجريبى (١٠) =

$$\frac{٤٠ \times ٥٠}{١٠٠} = ٢٠$$

(جـ) التكرار النظرى (كَ) المقابل للتكرار التجريبى (٢٠) =

$$\frac{٦٠ \times ٥٠}{١٠٠} = ٣٠$$

(د) التكرار النظرى (كَ) المقابل للتكرار التجريبى (٣٠) =

$$\frac{٤٠ \times ٥٠}{١٠٠} = ٢٠$$

وهذه نفس التكرارات التى حصلنا عليها سابقاً .

(٢) نعـد مـن الجدولين السابقين جدولاً ثالثاً يشتمل على الفروق بين التكرارات التجريبية والتكرارات النظرية المعتمدة على الفرض الصفرى كما يأتى :

ذكاء / تحصيل	مرتفع	منخفض	المجموع
ناجح	١٠	١٠-	صفر
راسب	١٠-	١٠	صفر
مجـ	صفر	صفر	صفر

(٣) نعـد جـدولاً يشتمل على التكرار التجريبى (ك) ، والتكرار النظرى (كَ) ، لحساب ($كا^٢$) على النحو الآتى :

ك	كَ	ك – كَ	$(ك – كَ)^٢$	$\frac{(ك – كَ)^٢}{كَ}$
٤٠	٣٠	١٠+	١٠٠	٣,٣٣
٢٠	٣٠	١٠-	١٠٠	٣,٣٣
١٠	٢٠	١٠-	١٠٠	٥,٠٠
٣٠	٢٠	١٠+	١٠٠	٥,٠٠
مجـ =١٠٠	مجـ = ١٠٠			مجـ = ١٦,٦٦

$$\therefore كا^٢ = \frac{مجـ (ك – كَ)^٢}{كَ} = ١٦,٦٦$$

(٤) نحسب درجات الحرية * = (عدد الأعمدة – ١) (عدد الصفوف – ١)

= (٢ – ١) (٢ – ١) = ١

(٥) قيمة (كا^{٢}) الجدولية المقابلة لدرجات حرية واحد = ١٠,٨٣ عند مستوى ٠,٠٠١ ، وبالتالى فإن (كا^{٢}) المحسوبة (١٦,٦٦) > (كا^{٢}) الجدولية (١٠,٨٣) عند مستوى ٠,٠٠١ ، أى أن (كا^{٢}) المحسوبة دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠٠١ ، وهذا يجعلنا نرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل (يؤثر الذكاء فى النجاح التحصيلى) .

ويمكن حساب (كا^{٢}) من التكرارات الملاحظة باستخدام المعادلة الآتية :

$$\text{كا}^{٢} = \frac{\text{ن} \left(\text{أ د} - \text{ب جـ} \right)^{٢}}{\left(\text{أ} + \text{ب} \right) \left(\text{جـ} + \text{د} \right) \left(\text{أ} + \text{جـ} \right) \left(\text{ب} + \text{د} \right)}$$

حيث أن :

أ ، ب ، جـ ، د = التكرارات الملاحظة .

ن = مجموع هذه التكرارات

ويمكن حل المثال السابق باستخدام هذه المعادلة على النحو الآتى :

$$\text{كا}^{٢} = \frac{١٠٠ \left(٤٠ \times ٣٠ - ١٠ \times ٢٠ \right)^{٢}}{٥٠ \times ٥٠ \times ٦٠ \times ٤٠}$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{١٠٠ \left(١٠٠٠ \right)^{٢}}{٥٠ \times ٥٠ \times ٦٠ \times ٤٠}$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{١٠٠٠٠٠٠٠}{٥ \times ٥ \times ٦٠ \times ٤٠} = ١٦,٦٦$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً .

ويمكن حساب (كا^{٢}) للجدول التكرارى (ن × ن) بالطريقة العامة بشرط ألا تقل القيمة العددية للتكرار المتوقع لأية خلية من خلايا هذا الجدول عن خمسة ،

---

* درجات الحرية فى حالة اختبار كا^{٢} لحسن المطابقة = عدد الخلايا – ١؛ ودرجات الحرية فى حالة اختبار كا^{٢} لحسن المطابقة مع التوزيع الاعتدالى = عدد الخلايا – ٣ .

فعــندما يقل التكرار المتوقع عن خمسة نضم بعض صفوف الجدول ، أو أعمدته إلى بعضــها الــبعض حتى يصبح تكرارها المتوقع ≤ خمسة ، كما هو موضح فى المثال الآتى :

مثال (١٩) :

يوضــح الجــدول الآتــى اســتجابات الذكــور والإناث عن سؤال من أسئلة استبيان ، احسب (كا^{٢}) .

الاستجابة / النوع	موافق جداً	موافق نوعاً ما	لا أدرى	أرفض تماماً	أرفض جداً	مجـ
ذكور	٥	٣٧	١٣	٢٨	٥	٨٨
إناث	٣	١٧	٨	٢٠	٥	٥٣
مجـ	٨	٥٤	٢١	٤٨	١٠	١٤١

خطوات الحل :

(١) نحسب التكرارات النظرية أو المتوقعة لكل خلية من خلايا الجدول على النحو الآتى :

(أ) التكرار النظرى (كَ) لخلية ذكور موافق جداً

$$= \frac{٨ \times ٨٨}{١٤١} = ٥$$

(ب) التكرار النظرى (كَ) لخلية ذكور موافق نوعاً ما

$$= \frac{٥٤ \times ٨٨}{١٤١} = ٣٣,٧$$

وهكــذا لجميع خلايا الجدول ، حتى نحصل على التكرارات المتوقعة كما هو موضح فى الجدول الآتى :

الاستجابة / النوع	موافق جداً	موافق نوعاً ما	لا أدرى	أرفض تماماً	أرفض جداً	مجـ
ذكور	٥	٣٣,٧	١٣,١	٣٠	٦,٢	٨٨
إناث	٣	٢٠,٣	٧,٩	١٨	٣,٨	٥٣
مجـ	٨	٥٤	٢١	٤٨	١٠	١٤١

(٢) نلاحظ أن التكرار المتوقع للخليتين (إناث – موافق جداً ؛ إناث – أرفض جداً) أقل من خمسة ، لذا فعلينا أن نجمع خلايا عمود " موافق جداً " مع خلايا عمود " موافق نوعاً ما " لنحصل بذلك على عمود " موافق " ، ونجمع خلايا عمود " أرفض نوعاً ما " مع خلايا عمود " أرفض جداً " لنحصل بذلك على عمود " أرفض " حتى نُكون الجدول الآتى الذى يصلح لحساب قيمة (كا^{٢}) .

الاستجابة / النوع	موافق	لا أدرى	أرفض	مجـ
ذكور	٤٢	١٣	٣٣	٨٨
إناث	٢٠	٨	٢٥	٥٣
مجـ	٦٢	٢١	٥٨	١٤١

(٣) نحسب التكرارات المتوقعة للجدول السابق بعد ضم الأعمدة والصفوف ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

الاستجابة / النوع	موافق	لا أدرى	أرفض
ذكور	٣٨,٧	١٣,١١	٣٦,٢٠
إناث	٢٣,٣٠	٧,٨٩	٢١,٨

(٤) نحسب (كا^{٢}) على النحو الآتى :

ك	كَ	ك – كَ	(ك – كَ)^{٢}	$\frac{(ك - كَ)^{٢}}{كَ}$
٤٢	٣٨,٧	٣,٣٠	١٠,٨٩	٠,٢٨٠
٢٠	٢٣,٣٠	٣,٣٠-	١٠,٨٩	٠,٤٧٠
١٣	١٣,١١	٠,١١-	٠,٠١٢	٠,٠٠١
٨	٧,٨٩	٠,١١	٠,٠١٢	٠,٠٠٢
٣٣	٣٦,٢٠	٣,٢٠-	١٠,٢٤	٠,٢٨٠
٢٥	٢١,٨	٣,٢٠	١٠,٢٤	٠,٤٧٠

$$\therefore \quad كا^{٢} = \frac{مجـ\,(ك - كَ)^{٢}}{كَ} = ١,٥٠٣$$

(٥) نحسب درجات الحرية = (عدد الأعمدة – ١) (عدد الصفوف – ١)

= (٣ – ١) (٢ – ١) = ٢

قيمة $(كا^2)$ الجدولية المقابلة لدرجات حرية ٢ عند مستوى ٠,٠٥ تساوى ٥,٩٩ ، وبالتالى فإن قيمة $(كا^2)$ المحسوبة (١,٥٠٣) غير دالة إحصائياً ، أى نستطيع أن نقرر أنه لا توجد فروق دالة إحصائياً بين استجابات الذكور والإناث عن ذلك السؤال .

ويمكن حساب $(كا^2)$ فى حالة احتواء التكرارات المتوقعة على قيمة أقل من خمسة عن طريق تعديل الفرق بين التكرار التجريبى والنظرى (ك – كَ) بطرح قيمة مقدارها (٠,٥) من كل فرق بغض النظر عن الإشارة السالبة (الفرق المطلق) ، وقد اقترح هذا التعديل " ييتس " *Yates* ، وأطلق عليه " تصحيح ييتس " *Yates Correction* (فى : محمود السيد أبو النيل ، ١٩٧٨ ، ص ١٩٢) ، كما هو موضح فى المثال الآتى :

مثال (٣) :

ك	كَ	ك – كَ	(ك – كَ) المعدل	$(ك – كَ)^2$	$\frac{(ك – كَ)^2}{كَ}$
٢	٤	٢–	٢,٢٥	١,٥٠	٠,٥٦
٧	٤	٣+	٦,٢٥	٢,٥٠	٠,٠٦
٣	٤	١–	٠,٢٥	٠,٥٠	٠,٠٦

$$\therefore \quad كا^2 = \frac{مجـ\ (ك – كَ)^2}{كَ} = ١,٦٨$$

درجات الحرية = عدد الحالات – ١ = ٣ – ١ = ٢

∴ $(كا^2)$ المحسوبة (١,٦٨) < $كا^2$ الجدولية (٥,٩٩) المقابلة لدرجات حرية ٢ عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالى فإن الفرق غير دال إحصائياً .

تمارين :

١- أجاب ١٢٠ تلميذاً عن سؤال فى استبيان وكان تكرار القبول ٩٠ وتكرار الرفض ٣٠ ، احسب باستخدام $(كا^2)$ دلالة فرق هذا التكرار .

٢- احسب $(كا^2)$ من بيانات الجدول الآتى :

٤٠	٧٠
٨٠	٩٠

ثالثاً : اختبار كولموجروف – سميرنوف للعينة الواحدة :

Kolmogorov – Smirnof one Sample Test:

يُستخدم اختبار كولموجروف – سميرنوف فى حالة البيانات الاسمية ، أو مقاييس التقدير *Rating Scales* لقياس حُسن المطابقة عن طريق التحقق من صحة الفرض الصفرى (لا توجد فروق بين التكرارات) ، بدلاً من اختبار (كا^2) الخاص بقياس دلالة البيانات التصنيفية ، ويقوم اختبار كولموجروف – سميرنوف على مقارنة التوزيع التكرارى المتجمع (التراكمى) – تحت شرط التوزيع النظرى – مع التوزيع التكرارى المتجمع المُلاحَظ ، ويمثل التوزيع النظرى ما هو متوقع تحت شرط الفرض الصفرى ، ويتم فى هذا الاختبار تحديد النقطة التى يحدث فيها أعلى تباعد *Divergence* (أكبر فرق مطلق) ، بين النسب المتجمعة الملاحظة (المشاهدة) والنسب المتجمعة المتوقعة ، ويستخدم هذا الاختبار الإحصائى فى اختبار نفس الفرض الذى يتم اختباره بواسطة (كا^2) فى حالة العينة الواحدة ، إلا أنه أكثر دقة وسهولة فى إجراء العمليات الحسابية من (كا^2) ، كما أنه يُفضل استخدامه عن (كا^2) عندما يكون حجم العينة $\geq$ ٣٠ فرداً ، ويتم حسابه من المعادلة الآتية :

$$\text{أكبر فرق مطلق } (K.S) = \left(\frac{ك_1}{ن} - \frac{ك'_2}{ن} \right)$$

حيث أن :

ك$_1$: التكرار المتجمع التصاعدى المشاهد أو الملاحظ ،

$\frac{ك_1}{ن}$: التكرار المتجمع الملاحظ النسبى

ك$'_2$: التكرار المتجمع التصاعدى للتكرارات المتوقعة (ك$_2$)

$\frac{ك'_2}{ن}$: التكرار المتجمع التصاعدى النسبى للتكرارات المتوقعة

ن : عدد أفراد العينة = مجموع التكرارات (مجـ ك)

ويتم مقارنة قيمة *K.S* (أكبر فرق مطلق) ، المحسوبة بالقيمة النظرية الجدولية المقابلة لعدد أفراد العينة (ن) من جدول القيم النظرية الخاصة بهذا الاختبار (اختبار كولموجروف – سميرنوف للعينة الواحدة) ، فإذا كانت القيمة المحسوبة *K.S* $\geq$ القيمة النظرية الجدولية فهذا يدل على وجود فرق دال إحصائياً بين التكرار الملاحظ والتكرار المتوقع ، وبالتالى يتم رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل .

مثال (٢١) :

قـام باحـث بدراسـة لمعـرفة رغبة الأطفال فى اختيار اللعبة ، وفى سبيل ذلـك وخـلال جزء من بحثه وضع اللعبة نفسها فى ألوان مختلفة ، وكانت اختيارات الأطفال ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

اللون	أبيض	أصفر	أحمر	أزرق	أخضر
التكرار (ك)	٣	٩	١٦	١	١

تحقق من صحة الفرض الصفرى " اختيار الطفل للعبة لا علاقة له باللون "

خطوات الحل :

(١) التكرارات المتوقعة (ك٢) = $\frac{\text{مجـ ك}}{\text{عدد البدائل}}$ = $\frac{٣٠}{٥}$ = ٦

(٢) نحسب التكرار المتجمع التصاعدى (ك١) للتكرار الملاحظ (ك)

ك١ = ٣ – ١٢ – ٢٨ – ٢٩ – ٣٠

(٣) نحسـب الـتكرار المـتجمع الملاحظ النسبى ($\frac{ك_1}{ن}$) من التكرار المتجمع الملاحظ (ك١) :

$\frac{ك_1}{ن}$ = $\frac{٣}{٣٠}$ ، $\frac{١٢}{٣٠}$ ، $\frac{٢٨}{٣٠}$ ، $\frac{٢٩}{٣٠}$ ، $\frac{٣٠}{٣٠}$

(٤) التكرارات المتوقعة (ك٢) = ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٦

(٥) نحسب التكرار المتجمع المتوقع (كَ٢) للتكرارات المتوقعة (ك٢) :

كَ٢ = ٦ – ١٢ – ١٨ – ٢٤ – ٣٠

(٦) نحسب التكرار المتوقع النسبى ($\frac{كَ_2}{ن}$) للتكرارات المتجمعة المتوقعة (كَ٢)

$\frac{كَ_2}{ن}$ = $\frac{٦}{٣٠}$ ، $\frac{١٢}{٣٠}$ ، $\frac{١٨}{٣٠}$ ، $\frac{٢٤}{٣٠}$ ، $\frac{٣٠}{٣٠}$

(٧) نحسب الفرق المطلق [$\frac{ك_1}{ن}$ - $\frac{كَ_2}{ن}$] = ناتج الخطوة (٣) – ناتج الخطوة (٦) :

[$\frac{ك_1}{ن}$ - $\frac{كَ_2}{ن}$] = $\frac{-٣}{٣٠}$ ، صفر ، $\frac{١٠}{٣٠}$ ، $\frac{٥}{٣٠}$ ، صفر

أكبر فرق = $\frac{-٣}{٣٠}$ + صفر + $\frac{١٠}{٣٠}$ + $\frac{٥}{٣٠}$ + صفر

أكبر فرق = $\frac{١٢}{٣٠}$ = ٠,٤

(٨) نكشـف عن القيمة النظرية بجدول القيم النظرية المقابلة لعدد (ن) = ٣٠ ، نجد أن القيمة النظرية = ٠,٢٤ ، ٠,٢٧ عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ على

الترتيب ، أى أنه توجد اختلافات جوهرية فى اختيارات الأطفال للعب تختلف باختـتلاف اللــون ، بمعنى أن هناك علاقة بين اختيار الطفل للعبة ولونها ، وبذلـــك يـــتم رفض الفرض الصفرى السابق ، ويمكن تلخيص خطوات الحل السابقة فى الجدول الآتى :

اللون	ك	ك١	ك١ / ن	ك٢	كَ٢	كَ٢ / ن	ك١ / ن − كَ٢ / ن
أبيض	٣	٣	٣ / ٣٠	٦	٦	٦ / ٣٠	− ٣ / ٣٠
أصفر	٩	١٢	١٢ / ٣٠	٦	١٢	١٢ / ٣٠	صفر
أحمر	١٦	٢٨	٢٨ / ٣٠	٦	١٨	١٨ / ٣٠	١٠ / ٣٠
أزرق	١	٢٩	٢٩ / ٣٠	٦	٢٤	٢٤ / ٣٠	٥ / ٣٠
أخضر	١	٣٠	٣٠ / ٣٠	٦	٣٠	٣٠ / ٣٠	صفر
مجـ	٣٠						٠,٤

ويمكن حل المثال السابق باستخدام (كا٢) على النحو الآتى :

اللون	ك	كَ	ك − كَ	(ك − كَ)٢	(ك − كَ)٢ / كَ
أبيض	٣	٦	−٣	٩	٩ / ٦
أصفر	٩	٦	+٣	٩	٩ / ٦
أحمر	١٦	٦	+١٠	١٠٠	١٠٠ / ٦
أزرق	١	٦	−٥	٢٥	٢٥ / ٦
أخضر	١	٦	−٥	٢٥	٢٥ / ٦
مجـ	٣٠				٢٨

$$\therefore \text{كا}^{2} = \frac{\text{مجـ}\,(\text{ك} - \text{كَ})^{2}}{\text{كَ}} = ٢٨$$

درجات الحرية = عدد الحالات – ١ = ٥ – ١ = ٤

قيمة (كا^٢^) الجدولية المقابلة لدرجات حرية (٤) = ١٨,٤٦ عند مستوى ٠,٠٠١ ، أى أن قيمة (كا^٢^) المحسوبة (٢٨) > قيمة (كا^٢^) الجدولية (١٨,٤٦) عند مستوى ٠,٠٠١ ، وهذا يدل على وجود فروق دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠٠١ بين اختيارات الأطفال للعب ، تختلف باختلاف اللون ، وبالتالى يمكن رفض الفرض الصفرى .

ونلاحظ فى بعض الأحيان رفض الفرض الصفرى باستخدام اختبار (كا^٢^) ، بينما اختبار كولموجروف – سميرنوف يقبله ، وهذا يدل على دقة اختبار كولموجروف – سميرنوف .

رابعاً : **اختبار كولموجروف – سميرنوف لعينتين مستقلتين** :

Kolmogorov – Smirnof Tow Sample Test:

يمكن استخدام اختبار كولموجروف – سميرنوف لاختبار دلالة الفرق بين مجموعتين مستقلتين (ذكور – إناث ؛ علمى – أدبى ؛ ريف – حضر ، وغيرها) فى متغير تابع نتائج قياسه فى صورة رتب ، وهو يعتمد فى ذلك على نفس فكرة الاختبار فى حالة مجموعة واحدة والتى سبق شرحها ، ويحسب من المعادلة الآتية :

$$\boxed{K = \left(\frac{\text{ك}_{1}}{\text{ن}_{1}} - \frac{\text{ك}_{2}}{\text{ن}_{2}}\right)\sqrt{\frac{\text{ن}_{1} \times \text{ن}_{2}}{\text{ن}_{1} + \text{ن}_{2}}}}$$

$\left[\frac{\text{ك}_{1}}{\text{ن}_{1}} - \frac{\text{ك}_{2}}{\text{ن}_{2}}\right] =$ ف (أكبر فرق مطلق بين التكرارين ك_{1} ، ك_{2} المتجمعين النسبيين)

$$\boxed{K = \text{ف}\sqrt{\frac{\text{ن}_{1} \times \text{ن}_{2}}{\text{ن}_{1} + \text{ن}_{2}}}}$$

حيث أن :

$ك_1$: التكرار المتجمع للعينة ($ن_1$)

$ك_2$: التكرار المتجمع للعينة ($ن_2$)

$\frac{ك_1}{ن_1}$: التكرار المتجمع النسبى للعينة ($ن_1$)

$\frac{ك_2}{ن_2}$: التكرار المتجمع النسبى للعينة ($ن_2$)

نقارن K المحسوبة بالقيم النظرية ($\acute{K}$) الموضحة بالجدول الآتى :

دلالة الطرف الواحد	٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥	٠,٠٠٣	٠,٠٠١	٠,٠٠٠٥
دلالة الطرفين	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠٦	٠,٠٠٢	٠,٠٠١
قيمة $\acute{K}$	١,٢٢	١,٣٦	١,٥٢	١,٦٣	١,٧٣	١,٨٦	١,٩٥

فـإذا كانـت K المحســوبة $\geq$ $\acute{K}$ النظرية (الجدولية) ، عند أى مستوى من مســتويات الدلالــة ، دلّ ذلك على وجود فروق بين المجموعتين فى المتغير التابع ، وبالتالى يتم رفض الفرض الصفرى ، وقبول الفرض البديل .

مثال (٢٢) :

طــبق باحــث اختــباراً فــى مقرر القياس النفسى على طلاب الفرقة الثالثة (الشعب العلمية والشعب الأدبية) بكلية التربية بقنا وحصل على البيانات الآتية :

التقدير / التخصص	ضعيف جداً	ضعيف	مقبول	جيد	جيد جداً	ممتاز
علمـــــى	٤	٤	٩	١١	١٦	٢٠
أدبـــــى	١٢	١٩	١٥	٧	٦	٢

وأراد الباحث التحقق من صحة الفرض : " لا توجد فروق دالة إحصائياً بين تقديــرات طــلاب الشــعب العلمــية وتقديرات طلاب الشعب الأدبية فى مقرر القياس النفسى " .

خطوات الحل :

(١) نحسب التكرار المتجمع لطلاب الشعب العلمية ($ك_1$) :

ك١ = ٤ – ٨ – ١٧ – ٢٨ – ٤٤ – ٦٤

(٢) نحسب التكرار المتجمع النسبى لطلاب الشعب العلمية $\left(\frac{ك_١}{ن_١}\right)$:

$$\frac{ك_١}{ن_١} = \frac{٤}{٦٤} ، \frac{٨}{٦٤} ، \frac{١٧}{٦٤} ، \frac{٢٨}{٦٤} ، \frac{٤٤}{٦٤} ، \frac{٦٤}{٦٤}$$

(٣) نحسب التكرار المتجمع لطلاب الشعب الأدبية ($ك_٢$) :

$ك_٢$ = ١٢ – ٣١ – ٤٦ – ٥٣ – ٥٩ – ٦١

(٤) نحسب التكرار المتجمع النسبى لطلاب الشعب الأدبية $\left(\frac{ك_٢}{ن_٢}\right)$:

$$\frac{ك_٢}{ن_٢} = \frac{١٢}{٦١} ، \frac{٣١}{٦١} ، \frac{٤٦}{٦١} ، \frac{٥٣}{٦١} ، \frac{٥٩}{٦١} ، \frac{٦١}{٦١}$$

(٥) نحسب الفرق المطلق $\left[\frac{ك_١}{ن_١} - \frac{ك_٢}{ن_٢} \right]$

$$ف = \left(\frac{٤}{٦٤} - \frac{١٢}{٦١}\right) + \left(\frac{٨}{٦٤} - \frac{٣١}{٦١}\right) + \left(\frac{١٧}{٦٤} - \frac{٤٦}{٦١}\right) +$$

$$\left(\frac{٢٨}{٦٤} - \frac{٥٣}{٦١}\right) + \left(\frac{٤٤}{٦٤} - \frac{٥٩}{٦١}\right) + \left(\frac{٦٤}{٦٤} - \frac{٦١}{٦١}\right)$$

ف = ٠,١٣ + ٠,٣٨ + ٠,٤٩ + ٠,٤٣ + ٠,٢٨ + صفر

∴ أكبر فرق مطلق (ف) = ٠,٤٩

(٦) نعوض فى المعادلة :

$$\boxed{K = ف \sqrt{\frac{ن_١ \times ن_٢}{ن_١ + ن_٢}}}$$

$$K = ٠,٤٩ \sqrt{\frac{٦٤ \times ٦١}{٦٤ + ٦١}} = ٠,٤٩ \sqrt{٣١,٢٣}$$

$$K = ٠,٤٩ \times ٥,٥٨ = ٢,٧٣$$

(٧) نستخرج قيمة $\acute{K}$ النظرية من جدول القيم النظرية ، وطبقاً لدلالة الطرفين فإن القيمة النظرية اللازمة للدلالة عند مستوى ٠,٠٠١ تساوى ١,٩٥ ، وبالتالى فإن K المحسوبة > $\acute{K}$ الجدولية عند مستوى ٠,٠٠١ ، أى توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠٠١ بين تقديرات طلاب الشعب العلمية وتقديرات طلاب الشعب الأدبية فى مقرر القياس النفسى .

(٨) يمكن تلخيص الخطوات السابقة فى الجدول الآتى :

التقديرات	التخصص علمى	التخصص أدبى	ك١ علمى	ك١ / ن١	ك٢ أدبى	ك٢ / ن٢	ك١ / ن١ − ك٢ / ن٢
ضعيف جداً	٤	١٢	٤	٤ / ٦٤	١٢	١٢ / ٦١	٠,١٣
ضعيف	٤	١٩	٨	٨ / ٦٤	٣١	٣١ / ٦١	٠,٣٨
مقبول	٩	١٥	١٧	١٧ / ٦٤	٤٦	٤٦ / ٦١	ف = ٠,٤٩
جيد	١١	٧	٢٨	٢٨ / ٦٤	٥٣	٥٣ / ٦١	٠,٤٣
جيد جداً	١٦	٦	٤٤	٤٤ / ٦٤	٥٩	٥٩ / ٦١	٠,٢٨
ممتاز	٢٠	٢	٦٤	٦٤ / ٦٤	٦١	٦١ / ٦١	صفر

خامساً : اختبار مان - ويتنى (يو) : *Mann –Whitney U Test*

يلجأ الباحث إلى استخدام اختبار مان – ويتنى لحساب الفروق بين عينتين ، أو مجموعتين مستقلتين عندما يتعذر عليه استخدام اختبار " ت " ، أى عندما لا تتحقق شروط استخدام اختبار " ت " (العينات العشوائية ، تجانس التباين ، إعتدالية التوزيع ، استقلالية العينات ، وغيرها) ، وأيضاً عندما تكون البيانات التى حصل عليها الباحث لمتغيرات بحثه فى صورة رتب ، أو درجات يمكن تحويلها إلى رتب ، ويعد اختبار مان – ويتنى من أقوى الاختبارات اللابارامترية للعينات الصغيرة وأقدمها ومن أقوى البدائل عندما يتعذر على الباحث استخدام اختبار " ت " .

وتوجد ثلاثة أنواع من المعالجة فى هذا الاختبار هى : عندما يكون عدد أفراد العينات < ٩ ، وعندما تكون العينات ذات حجم متوسط (٩ < ن < ٢٠) ، وعندما يزيد أفراد العينة عن ٢٠ (ن > ٢٠) .

١ – عندما يكون عدد أفراد كل مجموعة (ن١ ، ن٢) < ٩ :

نقوم بدمج درجات المجموعتين معاً ، ونرتبها ترتيباً طبيعياً ، ثم نحدد المجموعة ذات الحجم الأصغر ، ونحسب قيمة *U* لهذه المجموعة عن طريق حساب عدد المرات التى فيها درجة من المجموعة الثانية تسبق درجة من المجموعة الأولى وبعد تحديد ن١ ، ن٢ ، *U* نكشف فى الجداول المعدة لذلك ، فإذا كانت

U المحســوبة $\geq U$ الجدولــية عــند مستوى الدلالة المختار (α) ، فإنه يتم فى هذه الحالــة رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل بأنه توجد فروق دالة بين أفراد المجموعتيــن فــى المتغير التابع ، أما إذا كانت U المحسوبة $> U$ الجدولية فإنه يتم قــبول الفرض الصفرى " لا توجد فروق " ورفض الفرض البديل (نلاحظ أن الكشف عن دلالة U عكس الكشف عن دلالة اختبار " ت " ، ودلالة كا^{2}) .

مثال (٢٣) :

حصل باحث فى بحثه على البيانات الآتية :

المجموعة التجريبية (ت)	٧٨	٦٤	٧٥	٤٥	٨٢
المجموعة الضابطة (ض)	١١٠	٧٠	٥٣	٥١	—

المطلوب : حساب الفروق بين المجموعتين باستخدام اختبار مان – ويتنى .

خطوات الحل :

(١) نرتب درجات أفراد المجموعتين معاً ترتيباً طبيعياً .

(٢) نحــدد المجموعة الصغرى وهى المجموعة الضابطة ن$_{1}$ فى مثالنا بافتراض أن المجموعــة التجريبــية (ن$_{2}$) هى الأكبر (نرمز عادة للمجموعة الكبرى بالرمز ن$_{2}$)

(٣) نضــع الرمــز (ت) لكــل درجة من درجات المجموعة الأولى (ن$_{1}$) ، ونضع الرمز (ض) لكل درجة من درجات المجموعة الثانية (ن$_{2}$) ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

٤٥	٥١	٥٣	٦٤	٧٠	٧٥	٧٨	٨٢	١١٠
ت	ض	ض	ت	ض	ت	ت	ت	ض

(٤) نحســب قــيمة U للمجموعــة الصغرى (ن$_{1}$) عن طريق فحص المجموعة الضــابطة (ض) ، أو المجموعــة الثانــية (ن$_{2}$) ، وذلك بحساب عدد مرات درجــات المجموعــة التجريبــية (ت) الــتى تسبق كل درجة فى المجموعة الضابطة (ض) .

U = عد مرات ت التى تسبق كل ض = ١ + ١ + ٢ + ٥ = ٩

∴ U = ٩ ، $ن_١$ = ٤ ، $ن_٢$ الكبرى = ٥

∴ قيمة U الجدولية المقابلة لــ $ن_١$ = ٤ ، $ن_٢$ = ٥ عند مستوى ٠,٠٥ (أدنى مســتوى لدلالة الطرفين متفق عليه فى العلوم السلوكية) تساوى واحد ، أى أن U المحســوبة > U الجدولية ، وهنا يتم قبول الفرض الصفرى ، ورفض الفرض البديل .

٢- *عندما تكون ٩ ≤ ن ≤ ٢٠ :*

يتم استخدام اختبار مان – ويتنى فى هذه الحالة وفقاً للخطوات الآتية :

أ – نقوم بتسجيل درجات أفراد كل مجموعة فى جدول ، ثم تحويل هذه الدرجات إلى رتب (ر) ، بحيث يُكتب أمام كل درجة رتبتها فى العينتين معاً ، وليس مجــرد رتبــتها فــى مجموعــتها التى تنتمى إليها ، مع مراعاة أن الدرجة الصــغرى تــأخذ الرتــبة ١ ، فالأكــبر ٢ ، فالأكبر ٣ وهكذا ، وفى حالة الدرجات المتساوية فإنها تعطى متوسط الرتب المتتالية التى تحتلها (راجع طريقة حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان فى الفصل السادس) .

ب- نجمــع رتــب درجات كل مجموعة ($ن_١$ ، $ن_٢$) ونرمز له بالرمز مجــ $ر_١$ للمجموعــة الأولــى ومجــ $ر_٢$ للمجموعة الثانية (لمراجعة الحل نُذَكِّر بأن مجــ $ر_١$ + مجــ $ر_٢$ = $\frac{(ن_١ + ن_٢)(ن_١ + ن_٢ + ١)}{٢}$) .

جــ- نحسب $U_١$ ، $U_٢$ من المعادلات الآتية :

$$U_١ = ن_١ ن_٢ + \frac{ن_١ (ن_١ + ١)}{٢} - مجـ ر_١$$

$$U_٢ = ن_١ ن_٢ + \frac{ن_٢ (ن_٢ + ١)}{٢} - مجـ ر_٢$$

[للمراجعة : $U_١ + U_٢ = ن_١ \times ن_٢$]

د – نحدد U الصغرى سواء كانت $U_١$ أو $U_٢$ ، ونكشف فى الجداول عن قيمة U الجدولــية المقابلة لعدد أفراد المجموعة الأولى $ن_١$ ، وعدد أفراد المجموعة الثانــية $ن_٢$ ، فإذا كانت U الصغرى المحسوبة ≥ U الجدولية يكون للفرق بيــن المجموعتيــن دلالــة إحصائية ، وهنا نرفض الفرض الصفرى ونقبل

الفــرض البديل ، أما إذا كانت U الصغرى المحسوبة > U الجدولية ، فهذا يــدل على أن الفرق بين المجموعتين غير دال إحصائياً ، وهنا نقبل الفرض الصفرى ونرفض الفرض البديل .

مثال (٢٤) :

قــام باحــث باختــيار مجموعتيــن مــن الأطفــال بطريقة عشوائية وكانت المجموعــتان متكافئتيــن ، أطلق على مجموعة منها مجموعة تجريبية وأطلق على الأخــرى مسمى المجموعة الضابطة ، ثم تعرضت المجموعة التجريبية لبرنامج تنمية التفكير الابتكارى وبعد انتهاء البرنامج قام الباحث بقياس التفكير الابتكارى لدى أفراد المجموعتين (التجريبية والضابطة) وحصل على البيانات الآتية :

مجموعة تجريبية	١٧	١٧	١٤	١١	١١	٨	٦	٤	--	--
مجموعة ضابطة	١٢	١٢	١١	١٠	٦	٥	٥	٤	٢	٢

وأراد الباحــث اختــبار صحة الفرض " البرنامج ذو فعالية فى تنمية التفكير الابتكارى لدى الأطفال " .

خطوات الحل :

نطبق خطوات الحل السابقة حتى نحصل على الجدول الآتى :

المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة	
الدرجة	الرتبة (ر ١)	الدرجة	الرتبة (ر ٢)
١٧	١٧,٥	١٢	١٤,٥
١٧	١٧,٥	١٢	١٤,٥
١٤	١٦	١١	١٢
١١	١٢	١٠	١٠
١١	١٢	٦	٧,٥
٨	٩	٥	٥,٥
٦	٧,٥	٥	٥,٥
٤	٣,٥	٤	٣,٥
—	—	٢	١,٥
—	—	٢	١,٥
ن$_{١}$ = ٨	مجـ ر$_{١}$ = ٩٥	ن$_{٢}$ = ١٠	مجـ ر$_{٢}$ = ٧٦

نلاحظ من الجدول السابق أن مجـ ر$_1$ + مجـ ر$_2$ = ٩٥ + ٧٦ = ١٧١

$$\text{مجـ ر}_1 + \text{مجـ ر}_2 = \frac{(٨ + ١٠)(٨ + ١٠ + ١)}{٢} = \frac{١٨ \times ١٩}{٢} = ١٧١$$

$$\boxed{U_1 = \text{ن}_1 \text{ن}_2 + \frac{\text{ن}_1(\text{ن}_1 + ١)}{٢} - \text{مجـ ر}_1}$$

$$U_1 = ٨ \times ١٠ + \frac{٨ \times ٩}{٢} - ٩٥$$

$$U_1 = ٨٠ + ٣٦ - ٩٥ = ٢١$$

$$\boxed{U_2 = \text{ن}_1 \text{ن}_2 + \frac{\text{ن}_2(\text{ن}_2 + ١)}{٢} - \text{مجـ ر}_2}$$

$$U_2 = ٨ \times ١٠ + \frac{١٠ \times ١١}{٢} - ٧٦$$

$$U_2 = ٨٠ + ٥٥ - ٧٦ = ٥٩$$

[لمراجعة الحل نتذكر أن $U_1 + U_2$ = ن$_1$ × ن$_2$ = ٢١ + ٥٩ = ٨ × ١٠ = ٨٠]

∴ U_1 = ٢١ هـي القـيمة الصغرى ، ن$_1$ = ٨ ، ن$_2$ = ١٠ ، قيمة U الجدولية (عند ن$_1$ = ٨ ، ن$_2$ = ١٠ ومستوى دلالة الطرفين ٠,٠٥) = ١٧ ، وبالتالى فـإن U_1 المحسـوبة > U الجدولـية ، وهذا يدل على أنه لا توجد فروق ذات دلالـة إحصائية بين رتب درجات المجموعة التجريبية ورتب درجات المجموعة الضـابطة ، وبالتالى يتم رفض الفرض السابق : " البرنامج ذو فعالية فى تنمية التفكير الابتكارى لدى الأطفال " وقبول الفرض الصفرى " ليس للبرنامج فعالية فى تنمية التفكير الابتكارى لدى الأطفال " .

ويمكن حل مثال (٢٣) السابق بالطريقة الآتية :

المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة	
الدرجة	الرتبة (ر ١)	الدرجة	الرتبة (ر ٢)
١١٠	٩	٧٨	٧
٧٠	٥	٦٤	٤
٥٣	٣	٧٥	٦
٥١	٢	٤٥	١
		٨٢	٨
$ن_١ = ٤$	$مجـ ر_١ = ١٩$	$ن_٢ = ٥$	$مجـ ر_٢ = ٢٦$

$$U_١ = ن_١ ن_٢ + \frac{ن_١ (ن_١ + ١)}{٢} - مجـ ر_١$$

$$U_١ = ٤ \times ٥ + \frac{٤ \times ٥}{٢} - ١٩$$

$$U_١ = ٢٠ + ١٠ - ١٩ = ١١$$

$$U_٢ = ن١ \times ن٢ - U_١ = ٢٠ - ١١ = ٩$$

$\therefore U_٢$ (الصغرى) = ٩ ، $ن_١ = ٤$ ، $ن_٢ = ٥$

قيمة U الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ لدلالة الطرفين المقابلة لـ (٤ ، ٥) تساوى ١ ، ومن هنا فإن $U_٢ > U$ الجدولية ، وبالتالى يتم قبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل .

٣- *عندما تكون ن > ٢٠ :*

يتبع الباحث فى هذه الحالة نفس خطوات الحالة الثانية (٩ $\leq$ ن $\leq$ ٢٠) التى سبق شرحها ثم يأخذ U الصغرى ويعوض بها فى المعادلة الآتية :

$$\boxed{\text{الدرجة المعيارية ذ} = \frac{U\ (\text{الصغرى}) - \frac{ن_١ \times ن_٢}{٢}}{\sqrt{\frac{ن_١ ن_٢ (ن_١ + ن_٢ + ١)}{١٢}}}}$$

وتخضع دلالة (ذ) للقيم المعيارية (± ١,٦٤٥ ، ± ٢,٣٣) عند مستويى ٠,٠٢٥ ، ٠,٠٠٥ لدلالة الطرف الواحد ؛ والقيم (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ لدلالة الطرفين .

نلاحظ من المعادلة السابقة ما يأتى :

$\frac{ن_١ \times ن_٢}{٢}$ = المتوسط ؛ $\sqrt{\frac{ن_١ ن_٢ (ن_١ + ن_٢ + ١)}{١٢}}$ = الانحراف المعيارى (ع)

$$\therefore \text{الدرجة المعيارية (ذ)} = \frac{U - \text{المتوسط}}{\text{ع}}$$

ويكتفى معظم الباحثين بمعرفة الفروق ودلالتها عند استخدام اختبار " مان – ويتنى " ، إلا أن الباحث الماهر يقوم بحساب قوة العلاقة بين المتغير المستقل (التجريبى) ، والمتغير التابع عندما تكون الفروق دالة إحصائياً ، نظراً لأنها تشير إلى وجود علاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع ، ويمكن حساب قوة العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع عن طريق حساب معامل الارتباط الثنائى للرتب *Rank Biserial Correlation* الذى اقترحه *Glass* من المعادلة الآتية :

$$\text{ق}_U = \frac{2\,(\text{م ر}_1 - \text{م ر}_2)}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}$$

حيث أن :

ق_U = قوة العلاقة (معامل الارتباط الثنائى للرتب)

م ر_1 = متوسط رتب المجموعة الأولى (ن_1) = $\frac{\text{مجـ ر}_1}{\text{ن}_1}$

م ر_2 = متوسط رتب المجموعة الثانية (ن_2) = $\frac{\text{مجـ ر}_2}{\text{ن}_2}$

ويحكم الباحث على قيمة ق_U (قوية ، متوسطة ، ضعيفة) طبقاً لمحكات الحكم على قيمة معاملات الارتباط الموضحة فى الفصل الخامس .

تمرين :

طبق باحث مقياساً فى مفهوم الذات لدى الأطفال على مجموعة تجريبية وأخرى ضابطة بعد التدريب تتكون كل منها من ٩ أطفال فحصل على البيانات الآتية :

المجموعة الضابطة	٢١	٨٢	٢٦	٨٨	٥٥	٢٤	٤٦	٥٥	٣٢
المجموعة التجريبية	١٨	٩٩	٣٣	٦٢	٨٢	٩	٤٢	٣٢	٢٦

- هل توجد فروق بين درجات المجموعتين فى مفهوم الذات باستخدام اختبار " مان – ويتنى " ؟

سادساً : اختبار ويلكوكسون للفرق بين رتب قيم مرتبطة :

Wilcoxon – Matched Paired Signed-Ranks Test:

يستخدم الباحثون اختبار " ويلكوكسون " عندما يتعذر عليهم استخدام اختبار " ت " لمتوسطين مرتبطين (عينة واحدة) ، أى عندما يتعذر عليهم تحقيق شروط استخدام اختبار " ت " لمتوسطين مرتبطين – كما وضحنا سابقاً – ويصلح اختبار ويلكوكسون فى حالة المقارنة بين درجات المجموعة التجريبية فى القياسين القبلى والبعدى ، كما يصلح فى حساب الفروق بين درجات مجموعة من الأفراد فى اختبار ما ، ودرجات نفس المجموعة من الأفراد فى اختبار آخر ، وبصفة عامة يصلح هذا الاختبار للمجموعات المتكافئة التى يناظر كل فرد فى إحدى المجموعات فرداً آخر فى المجموعات المتكافئة ، وأطلقت " رمزية الغريب " (١٩٨٩) على هذا الاختبار اختبار الأزواج المترتبة المتماثلة ، نظراً لأن هذا الاختبار يعتمد على ترتيب الفروق بين كل زوجين من الدرجات التى يحصل عليها الفرد فى الظاهرتين موضوع البحث .

ولا يستخدم هذا الاختبار فى التصنيفات الاسمية ، أى يشترط أن تكون الدرجات فى شكل أرقام عددية ، ويستخدم اختبار " ويلكوكسون " فى حالة العينات المكونة من ٦ أفراد إلى ٥٠ فرداً ، ويتم استخدامه على النحو الآتى :

١- عندما تكون ٦ ≤ ن ≤ ٢٥ :

لتوضيح طريقة استخدام اختبار " ويلكوكسون " نعرض المثال الآتى :

مثال (٢٥) :

طبق باحث اختباراً للقلق على (١٠) طلاب من الطلاب مرتفعى القلق (قياس قبلى) ، وبعد أن استخدم معهم أسلوباً للعلاج السلوكى لتخفيف القلق لديهم ، قام بتطبيق اختبار القلق عليهم مرة ثانية (قياس بعدى) ، فحصل الباحث على البيانات الآتية :

قياس قبلى	٢٨	٤٥	٢٧	٣٣	٢٦	٣١	٣٥	٢٨	٢٦	٣٤
قياس بعدى	٢٧	٤٥	٢٤	٢٣	٣٤	٢٣	٢٩	٣٠	٣١	٢٧

لمعرفة الفروق بين درجات القياسين القبلى والبعدى نتبع الخطوات الآتية :

قياس قبلى	قياس بعدى	الفروق	الرتب	رتب الفروق الموجبة	رتب الفروق السالبة
٢٨	٢٧	١	١	١	
٤٥	٤٥	صفر			
٢٧	٢٤	٣	٣	٣	
٣٣	٢٣	١٠	٩	٩	
٢٦	٣٤	-٨	٧,٥		٧,٥
٣١	٢٣	٨	٧,٥	٧,٥	
٣٥	٢٩	٦	٥	٥	
٢٨	٣٠	-٢	٢		٢
٢٦	٣١	-٥	٤		٤
٣٤	٢٧	٧	٦	٦	
				T_+ = ٣١,٥	T_- = ١٣,٥

(١) نضع درجات القياس القبلى والقياس البعدى فى عمودين .

(٢) نحسب الفروق بين درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى (نطرح درجات القياس البعدى من درجات القياس القبلى) ، كما هو موضح فى العمود الثالث .

(٣) نضع رتباً للفروق (بغض النظر عن الإشارات السالبة وافتراض أن الفروق مطلقة) ، فنعطى الرتبة (١) لأصغر فرق ، ثم الرتبة (٢) للفرق الذى يليه ، ... وهكذا ، وإهمال الفروق الصفرية ، كما هو موضح فى العمود الرابع .

(٤) نسجل رتب الفروق الموجبة فى العمود الخامس ومجموعها (T_+) = ٣١,٥ .

(٥) نسجل رتب الفروق السالبة فى العمود السادس ومجموعها (T_-) = ١٣,٥ .

(٦) نحدد القيمة الصغرى (T_+ أو T_-) ، ففى مثالنا T_- هى القيمة الصغرى ، ثم نحدد عدد الأزواج (ن) ، نظراً لأن الأزواج التى لها فروق صفرية يتم استبعادها من العدد (ن) ، ففى المثال السابق عدد الأزواج (ن) = ١٠ - ١ = ٩ .

(٧) نستخرج من جدول " ويلكوكسون " قيمة T النظرية (الجدولية) المقابلة لـ (ن) = ٩ عند مستوى ٠,٠٥ ، أو مستوى ٠,٠١ لدلالة الطرفين ،

نجد أن (T = ٥ ؛ ٢) على الترتيب ، فإذا كانت T_1 الصغرى المحسوبة $\geq$ T الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ لدلالة الطرفين ، فهذا يدل على وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى ، ففى مثالنا T_1 الصغرى = ١٣,٥ ، فهذا يدل على عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى ، وبالتالى يتم قبول الفرض الصفرى " لا توجد فروق دالة إحصائياً بين درجات القلق فى القياسين القبلى والبعدى " .

١- *عندما تكون (ن > ٢٥) :*

عندما تكون العينة > ٢٥ فقد يقترب التوزيع من التوزيع الاعتدالى ، لذا يتم حساب الدرجة المعيارية على النحو الآتى :

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{ن} (\text{ن} + ١)}{٤}$$

$$\text{الانحراف المعيارى (ع)} = \sqrt{\frac{\text{ن} (\text{ن} + ١) (٢ \text{ن} + ١)}{٢٤}}$$

$$\text{الدرجة المعيارية (ذ)} = \frac{\text{الانحراف عن المتوسط}}{\text{ع}}$$

$$\text{الانحراف عن المتوسط} = T \text{ (الصغرى)} - \frac{\text{ن} (\text{ن} + ١)}{٤}$$

$$\boxed{\therefore \quad \text{ذ} = \frac{T \text{ (الصغرى)} - \frac{\text{ن} (\text{ن} + ١)}{٤}}{\sqrt{\frac{\text{ن} (\text{ن} + ١) (٢ \text{ن} + ١)}{٢٤}}}}$$

لذا فإنه يجب على الباحث اتباع نفس الخطوات السابقة حتى يستطيع أن يحدد القيمة الصغرى من القيمتين T_1 أو T_2 ، ثم يعوض عنها فى المعادلة السابقة ، ويقارن قيمة (ذ) المحسوبة بالقيم المعيارية (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ لدلالة الطرفين ؛ والقيم (± ١,٦٤٥ ، ± ٢,٣٣) لدلالة الطرف الواحد (٠,٠٢٥ ، ٠,٠٠٥) .

ولمـــا كانـــت الفـــروق الدالـــة إحصـــائياً تـــدل علـــى وجـــود العلاقـــة بين المتغـــير المســـتقل والمتغـــير الـــتابع ، لـــذا يجـــب على الباحث أن يحسب قوة هذه العلاقـــة بيـــن المتغيريـــن ، فعندما يستخدم الباحث اختبار " ويلكوكسن " فى معرفة الفـــروق وكانـــت الفـــروق دالـــة إحصـــائياً فإنه يستطيع أن يحسب قوة العلاقة بين المتغيريـــن المستقل والتابع باستخدام معامل الارتباط الثنائى لرتب الأزواج المرتبطة ***Matched-Pairs Rank Biserial Correlation*** الـــذى يـــتم حســـابه من المعادلة الآتية :

$$\text{قوة العلاقة } (ق_T) = \frac{٤\, T_{١}}{ن\,(ن - ١)} - ١$$

حيث أن :

$T_{١}$ = مجموع الرتب ذات الإشارات الموجبة

ن = عدد أزواج الدرجات

وقـــد تكون قيمة $ق_T$ سالبة ، فهذا يدل على أن مجموع الرتب ذات الإشارات السالبة > مجموع الرتب ذات الإشارات الموجبة ($T_{٢} > T_{١}$) .

تمرين :

طـــبق باحث مقياس السيطرة على مجموعة من الأفراد المتزوجين ، فحصل على البيانات الآتية :

الزوج	٢٥	٩	١٧	٨	-١	١٥	١٤	٨	٦
الزوجة	١٨	١٤	١٦	٣	-١٣	١٠	١١	-٣	صفر

المطلوب : حساب دلالة الفروق باستخدام اختبار ويلكوكسن .

سابعاً : اختبار الوسيط *The Median Test*

يُستخدم اختبار الوسيط فى المقارنة بين وسيطى مجموعتين مستقلتين لاختبار الفرض الصفرى ، عندما يتعذر على الباحث استخدام اختبار " ت " لعينتين مستقلتين ، وتقوم فكرته على حساب وسيط درجات المجموعتين معاً والذى يتم حسابه عن طريق ترتيب درجات المجموعتين ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً ، فإذا كان عدد الدرجات ($ن_١ + ن_٢ = ن$) فردياً ، فتكون الدرجة التى تقع فى منتصف الدرجات المرتبة تصاعدياً أو تنازليا هى قيمة الوسيط ورتبتها = [(ن + ١) ÷ ٢] ، أما إذا كان عدد الدرجات ($ن_١ + ن_٢ = ن$) زوجياً ، فيكون متوسط الدرجتين اللتين تقعان فى المنتصف (رتبة كل منها = ن ÷ ٢) هى قيمة الوسيط ، ثم يقوم الباحث بوضع إشارات موجبة (+) أمام كل درجة أكبر من الوسيط (أعلى من الوسيط) ، ووضع إشارات سالبة (-) أمام كل درجة تساوى أو أدنى من الوسيط (أقل من الوسيط) ، ثم يحسب الباحث عدد الإشارات الموجبة والسالبة لكل مجموعة من المجموعتين ، ثم يقوم بتكوين الجدول المزدوج على النحو الآتى :

المجموعة	+	-	المجموع
الأولى	أ	ب	أ + ب
الثانية	جـ	د	جـ + د
المجموع	أ + جـ	ب + د	ن

حيث أن :

أ + جـ = عدد الإشارات الموجبة للمجموعتين ($ن_١ + ن_٢$)

ب + د = عدد الإشارات السالبة للمجموعتين ($ن_١ + ن_٢$)

ن =مجموع أفراد المجموعتين ($ن_١ + ن_٢$)

أ + ب = مجموع الإشارات الموجبة والسالبة للمجموعة الأولى ($ن_١$)

جـ + د = مجموع الإشارات الموجبة والسالبة للمجموعة الثانية ($ن_٢$)

يقوم الباحث بحساب ($كا^٢$) من المعادلة الآتية :

$$كا^٢ = \frac{ن\,(\,أ\,د - ب\,جـ\,)^٢}{(\,أ + ب\,)\,(\,جـ + د\,)\,(\,أ + جـ\,)\,(\,ب + د\,)}$$

وفى حالة وجود تكرارات فى الجدول المزدوج أقل من خمسة نطبق المعادلة المصححة للمعادلة السابقة على النحو الآتى :

$$(كا^{٢}) = \frac{ن\ (\ أ\ د\ -\ ب\ جـ\ -\ \frac{ن}{٢}\ )^{٢}}{(\ أ + ب\ )\ (\ جـ + د\ )\ (\ أ + جـ\ )\ (\ ب + د\ )}$$

ويتم حساب درجات الحرية = (عدد الأعمدة – ١) (عدد الصفوف – ١) ، أى أن درجـات الحـرية فى هذه الحالة تساوى واحد ، ويكشف فى جدول ($كا^{٢}$) عن القيمة النظرية ($كا^{٢}$ الجدولية) المقابلة لدرجات حرية (١) ، فإذا كانت ($كا^{٢}$) المحسوبة ≤ ($كا^{٢}$) الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ فهذا يدل على وجود فروق دالة إحصائياً بين وسيطى درجات المجموعتين ، لصالح المجموعة ذات الوسيط الأكبر ، وبالتالى يتم رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل . أما إذا كانت ($كا^{٢}$) المحسوبة < ($كا^{٢}$) الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ (أدنى مستوى للدلالة) ، فيتم فى هذه الحالة قبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل .

مثال (٢٦) :

طبق باحث اختباراً فى التحصيل على مجموعتين من التلاميذ فحصل على الدرجات الآتية مرتبة من الأدنى إلى الأعلى .

المجموعة الأولى	١٠	١٠	١٠	١٢	١٥	١٧	١٧	١٩	٢٠	٢٢	٢٥	٢٦
المجموعة الثانية	٦	٧	٨	٨	١٢	١٦	١٩	١٩	٢٢	--	--	--

المطلوب : حساب الفروق بين وسيطى درجات المجموعتين .

خطوات الحل :

(١) نعيد ترتيب درجات مجموعتى التلاميذ تنازليا أو تصاعدياً ، وبالتالى نجد أن قيمة الوسيط = ١٦ (الدرجة التى تقع فى منتصف التوزيع ، وترتيبها فى التوزيع التصاعدى أو التنازلى = ١١) .

(٢) إشارات المجموعة الأولى هى : – ، – ، – ، – ، – ، + ، + ، + ، + ، + ، + ، + .

(٣) إشارات المجموعة الثانية هى : – ، – ، – ، – ، – ، – ، + ، + ، + .

(٤) نعد الجدول المزدوج (٢ × ٢) على النحو الآتى :

المجموعة	+	-	المجموع
الأولى	٧	٥	١٢
الثانية	٣	٦	٩
المجموع	١٠	١١	٢١

نلاحظ من الجدول السابق وجود تكرار < من ٥ فى خانة الإشارات الموجبة للمجموعة الثانية ، ومن هنا نستخدم معادلة (كا^{٢}) المصححة على النحو الآتى :

$$\text{كا}^{٢} = \frac{\text{ن} \left(|\text{أ د} - \text{ب جـ}| - \frac{\text{ن}}{٢} \right)^{٢}}{(\text{أ} + \text{ب})(\text{جـ} + \text{د})(\text{أ} + \text{جـ})(\text{ب} + \text{د})}$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{٢١ \left(|٧ \times ٦ - ٥ \times ٣| - \frac{٢١}{٢} \right)^{٢}}{١٢ \times ٩ \times ١٠ \times ١١}$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{٢١ \, (١٦{,}٥)^{٢}}{١١٨٨٠} = ٠{,}٤٨$$

(كا^{٢}) الجدولية المقابلة لدرجات حرية (١) = ٣,٨٤ عند مستوى ٠,٠٥ .

∴ (كا^{٢}) المحسوبة (٠,٤٨) غير دالة إحصائياً ، وبالتالى يتم قبول الفرض الصفرى (تطابق توزيعى الأصل للمجموعتين) ، ورفض الفرض البديل .

ثامناً : اختبار الإشارة Sign Test

يســتخدم اختــبار الإشارة كبديل لابارامترى فى حالة عدم تمكن الباحث من اســتخدام اختبار " ت " لمتوسطين مرتبطين ، أى أن اختبار الإشارة يستخدم فى حالة عينتين مرتبطتين ، ويتم حسابه من المعادلة الآتية :

$$ذ = \frac{ق - ١}{\sqrt{ن}}$$

حيث أن :

ق = الفرق بين عدد الإشارات الموجبة والسالبة .

ن = عدد أفراد العينة مستبعداً منها عدد الحالات التى تحصل على فروق صفرية

مثال (٢٧) :

احسب دلالة الفروق بين درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى لعدد عشرة تلاميذ فى اختبار الحساب من البيانات الآتية :

القياس القبلى	٧	٣	٧	٥	٨	٤	٥	٢	٣	٦
القياس البعدى	١٠	٥	٦	٧	١٠	٦	٧	٨	٦	٥

خطوات الحل :

(١) نسجل درجات القياس القبلى ودرجات القياس البعدى فى عمودين .

(٢) نحسب الفروق بين درجات القياسين القبلى والبعدى (نطرح درجات القياس الــبعدى مــن درجات القياس القبلى) ، ونسجل فقط إشارة الفرق موجبة أو سالبة – ولا يهمنا قيمة الفرق – فى عمود ثالث .

(٣) نحســب عــدد الإشــارات الموجبة وعدد الإشارات السالبة ، ونحسب الفرق بينهم لنحصل على قيمة (ق) .

(٤) نستبعد عدد الحالات ذات الفروق الصفرية (إن وجدت) من العدد (ن) .

(٥) نحســب قيمة (ذ) ، ونستخدم قيم النسبة الحرجة (± ١,٩٦ ، ± ٢,٥٨) عــند مســتويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ لدلالــة الطرفين ، أو القيم (± ١,٦٤٥ ، ± ٢,٣٣) عــند مســتويى ٠,٠٢٥ ، ٠,٠٠٥ لدلالة الطرف الواحد للحكم على دلالة قيمة (ذ) المحسوبة ، كما هو فى الجدول الآتى :

القياس القبلى	القياس البعدى	إشارات الفروق
٧	١٠	–
٣	٥	–
٧	٦	+
٥	٧	–
٨	١٠	–
٤	٦	–
٥	٧	–
٢	٨	–
٣	٦	–
٦	٥	+

عدد الإشارات الموجبة = ٢ ، عدد الإشارات السالبة = ٨

∴ ق = ٨ – ٢ = ٦

$$ذ = \frac{٦ - ١}{\sqrt{١٠}} = \frac{٥}{\sqrt{١٠}} = ١,٥٨$$

∴ قيمة ذ (١,٥٨) < القيمة الجدولية لدلالة الطرفين والطرف الواحد عند مستويى ٠,٠٥ ؛ ٠,٠٢٥ ، بالتالى يتم قبول الفرض الصفرى ورفض الفرض البديل .

مثال (٢٨) :

حصـــل عشـــرة تلامـــيذ فـــى اختبارى الجبر والهندسة على الدرجات الآتية :

الجبر	١٩	١٩	٢٦	١٥	١٨	٣٠	١٧	٣٠	٢٦	٢٨
الهندسة	١٤	١٩	٣٠	٧	١٣	٢٠	١٧	٢٩	١٨	٢١

المطلوب : اختبار دلالة الفروق بين الدرجات .

خطوات الحل :

الجبر	الهندسة	إشارات الفروق
١٩	١٤	+
١٩	١٩	صفر
٢٦	٣٠	−
١٥	٧	+
١٨	١٣	+
٣٠	٢٠	+
١٧	١٧	صفر
٣٠	٢٩	+
٢٦	١٨	+
٢٨	٢١	+

عدد الإشارات الموجبة = ٧ ؛ عدد الإشارات السالبة = ١

عدد الفروق الصفرية = ٢

ق = ٧ − ١ = ٦

ن = عدد أفراد العينة − عدد الفروق الصفرية

ن = ١٠ − ٢ = ٨

$$ذ = \frac{٦ - ١}{\sqrt{٨}} = \frac{٥}{\sqrt{٨}} = ١,٧٧$$

∴ قيمة (ذ) دالة عند مستوى ٠,٠٥ لدلالة الطرف الواحد ، فإذا كان هذا المستوى من الدلالة مقبولاً لدى الباحث فإنه يرفض الفرض الصفرى ويقبل الفرض البديل .

تاسعاً : **اختبار كروسكال – واليز** : ***The Kruskal – Wallis Test:***

يستخدم الباحث اختبار كروسكال – واليز عندما يتعذر عليه استخدام تحليل التباين أحادى الاتجاه البارامترى ، أى عندما لا تتحقق شروط استخدام تحليل التباين أحادى الاتجاه (الاعتدالية ، تجانس تباين العينات مع المجتمعات المسحوبة منها ، واستقلالية العينات ، وغيرها) ، ويستخدم اختبار كروسكال – واليز فى المقارنة بين عدة عينات مستقلة بحيث تكون البيانات رتبية ، أو يمكن تحويلها إلى رتب ، ويُعد هذا الاختبار توسيعاً لاختبار ويلكوكسن إلى أى عدد من المجموعات المستقلة (أكثر من مجموعتين) ، ويعتمد على الفرض الصفرى " أى العينات المستقلة (ك) مشتقة من نفس الأصل الإحصائى " ، بمعنى أن العينات تنتمى إلى مجتمعات متشابهة ، ويعتمد هذا الاختبار على رتب الأفراد فى المجموعات ، أى يتم دمج درجات المجموعات (ك) معاً باعتبارها مجموعة واحدة ، ثم وضع رتبة لكل درجة ، بحيث أصغر درجة تأخذ الرتبة (١) ، ثم الدرجة التى تليها تأخذ الرتبة (٢) وهكذا ، فإذا كان الفرض الصفرى صحيحاً يكون متوسط الرتب (متوسط رتب المجموعات المدمجة باعتبارها مجموعة واحدة) ، مساوياً لمتوسطات رتب المجموعات الأخرى ، ثم نحسب مجموع رتب كل مجموعة : مجموع رتب المجموعة الأولى $(ن_١)$ = $مجـ ر_١$ ، مجموع رتب المجموعة الثانية $(ن_٢)$ = $مجـ ر_٢$ ، مجموع رتب المجموعة الثالثة $(ن_٣)$ = $مجـ ر_٣$ ، وهكذا . ثم نحسب القيم الآتية :

$$م_١ = \frac{(مجـ ر_١)^٢}{ن_١}$$

$$م_٢ = \frac{(مجـ ر_٢)^٢}{ن_٢}$$

$$م_٣ = \frac{(مجـ ر_٣)^٢}{ن_٣}$$ .... وهكذا

ثم نعوض فى المعادلة الآتية :

$$هـ = \frac{12 \times مجـ\ م}{ن\ (ن + 1)} - 3\ (ن + 1)$$

حيث أن :

مجـ م = م$_1$ + م$_2$ + م$_3$ + ... + م ى

$$= \frac{(مجـ\ ر_1)^2}{ن_1} + \frac{(مجـ\ ر_2)^2}{ن_2} + \frac{(مجـ\ ر_3)^2}{ن_3} + \ldots\ldots + \frac{(مجـ\ ر_ى)^2}{ن_ى}$$

ن = ن$_1$ + ن$_2$ + ن$_3$ + ... + ن ى

ثـم نقـارن قيمة هـ المحسوبة بقيمة كا^2 الجدولية المقابلة لدرجات حرية = عدد المجموعات – 1

وعندما توجد رتب مكررة فإنه يمكن التعويض فى المعادلة الآتية :

$$هـ = \frac{\dfrac{12 \times مجـ\ م}{ن\ (ن + 1)} - 3\ (ن + 1)}{1 - \dfrac{مجـ\ ت}{(ن^3 - ن)}}$$

حيث أن :

$$[\ 1 - \frac{مجـ\ ت}{(ن^3 - ن)}\ ] = \text{معامل التصحيح}$$

مجـ ت = [(ت$^3_1$ – ت$_1$) + (ت$^3_2$ – ت$_2$) + (ت$^3_3$ – ت$_3$) + ...]

ت$_1$ = عدد التكرارات المتشابهة فى المجموعة الأولى (ن$_1$)

ت$_2$ = عدد التكرارات المتشابهة فى المجموعة الثانية (ن$_2$)

ت$_3$ = عدد التكرارات المتشابهة فى المجموعة الثالثة (ن$_3$)

مثال (٢٩) :

طـبق باحـث اختباراً فى التحصيل على ثلاث مجموعات من التلاميذ فحصل على الدرجات الآتية :

مجموعة (١)	٣	٧	١١	١٦	٢٢	٢٩	٣١	٣٦	--
مجموعة (٢)	٣	٤	٧	١٨	١٩	٣٢	--	--	--
مجموعة (٣)	٢٢	٣٨	٤٦	٤٧	٤٧	٥٠	٥٣	٥٤	٥٦

المطلوب : حساب الفروق بين درجات المجموعات الثلاث .

خطوات الحــل :

المجموعة (١)	$ر_١$	المجموعة (٢)	$ر_٢$	المجموعة (٣)	$ر_٣$
٣	١,٥	٣	١,٥	٢٢	١٠,٥
٧	٤,٥	٤	٣	٣٨	١٦
١١	٦	٧	٤,٥	٤٦	١٧
١٦	٧	١٨	٨	٤٧	١٨,٥
٢٢	١٠,٥	١٩	٩	٤٧	١٨,٥
٢٩	١٢	٣٢	١٤	٥٠	٢٠
٣١	١٣	—	—	٥٣	٢١
٣٦	١٥	—	—	٥٤	٢٢
—	—	—	—	٥٦	٢٣
$ن_١$ = ٨	مجـ $ر_١$ = ٦٩,٥	$ن_٢$ = ٦	مجـ $ر_٢$ = ٤٠	$ن_٣$ = ٩	مجـ $ر_٣$ = ١٦٦,٥

(١) $ن_١$ = ٨ ، $ن_٢$ = ٦

$ن_٣$ = ٩ ؛ ن (الكلية) = ٢٣

(٢) نحسب كل من :

$$م_١ = \frac{(مجـ ر_١)^٢}{ن_١} = \frac{(٦٩,٥)^٢}{٨} = ٦٠٣,٧٨$$

$$م_٢ = \frac{(مجـ ر_٢)^٢}{ن_٢} = \frac{(٤٠)^٢}{٦} = ٢٦٦,٦٧$$

$$م_٣ = \frac{(مجـ ر_٣)^٢}{ن_٣} = \frac{(١٦٦,٥)^٢}{٩} = ٣٠٨٠,٢٥$$

(٣) نحسب مجــ م = مجــ ($م_١$ + $م_٢$ + $م_٣$) = ٣٩٥٠,٧٠

(٤) نحسب عدد مجموعات القيم المتساوية (مجــ ت) = ($ت_١^٣ - ت_١$)

$= ٢^٣ - ٢ = ٨ - ٢ = ٦$

(٥) نحسب :

$$هـ = \frac{\frac{١٢ \times ٣٩٥٠,٧}{٢٣ \times ٢٤} - ٣ \times ٢٤}{١ - \frac{٦}{(٢٣)^٢ - ٢٣}}$$

$$هـ = \frac{٨٥,٨٨ - ٧٢}{١ - \frac{٦}{١٢١٤٤}} = ١٣,٨٨$$

وبالكشف عن دلالة هـ (١٣,٨٨) فى جدول قيم كا^٢ المقابلة لدرجات حرية (٢) نجد أنها دالة عند مستوى ٠,٠١ (كا^٢ الجدولية = ١١,٣٤) ، وهذا يؤدى إلى رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البديل .

عاشراً : اختبار فريدمان لتحليل التباين فى اتجاهين بواسطة الرتب :

Fridman two – way ANOVA by Ranks Test:

ابتكر " فريدمان " أسلوباً إحصائياً لاختبار دلالة الفروق بين رتب أكثر من مجموعتين مرتبطتين ، أو بين مجموعات متشابهة من الأفراد *Matched Groups* (المتجانسين فى بعض المتغيرات مثل : العمر ، الذكاء ، المستوى الاجتماعى والاقتصادى ، ... وغيرها) ، ويستخدم أيضاً فى التجارب التى يتم فيها إعادة القياس عدداً من المرات على نفس المجموعة ، ويعتمد اختبار " فريدمان " على افتراض أن مجموعات القيم المرتبطة تأتى من مجتمعات متشابهة (الفرض الصفرى) ، باستخدام البيانات الرتبية بدلاً من بيانات النسبة أو المسافة ، وفى هذه الحالة تكون البيانات عبارة عن ترتيب الأفراد أنفسهم فى عدد من الشروط التجريبية المختلفة .

مثال (٣٠) :

فيما يلى درجات ثمانية تلاميذ فى التذكر ، والمطلوب حساب دلالة الفروق بين الدرجات .

التلاميذ (ن)	القيـــــاس			
	الأول	الثانى	الثالث	الرابع
١	٧	٧	٤	٣
٢	٨	٨	٥	٦
٣	٩	٧	٤	٣
٤	٨	٦	٣	٣
٥	١٠	٥	٢	١
٦	١٠	٦	٣	٢
٧	٩	٥	٤	٢
٨	١١	٦	٣	٢

خطوات الحل :

(١)نُعـــد جـــدولاً يتم فيه ترتيب درجات كل صف على حده ، بحيث أصغر درجة تـــأخذ الرتـــبة (١) ، والدرجـــة التى تليها تأخذ الرتبة (٢) ، وهكذا كما هو موضح فى الجدول الآتى :

ن	رتب القيـــــاس			
	الأول	الثانى	الثالث	الرابع
١	٣,٥	٣,٥	٢	١
٢	٣,٥	٣,٥	١	٢
٣	٤	٣	٢	١
٤	٤	٣	١,٥	١,٥
٥	٤	٣	٢	١
٦	٤	٣	٢	١
٧	٤	٣	٢	١
٨	٤	٣	٢	١
مجـــ	ر ع$_{1}$ = ٣١	ر ع$_{2}$ = ٢٥	ر ع$_{3}$ = ١٤,٥	ر ع$_{4}$ = ٩,٥

(٢) نجمــع رتب كل عمود (ر ع$_1$ = ٣١,٥ ، ر ع$_2$ = ٢٥ ، ر ع$_3$ = ١٤,٥ ، ر ع$_4$ = ٩,٥) .

(٣) نحسب متوسط مجاميع الرتب (م$_ع$) من المعادلة الآتية :

$$\text{م}_{\text{ع}} = \frac{\text{مجموع رتب الأعمدة}}{\text{عدد الأعمدة}}$$

$$\text{م}_{\text{ع}} = \frac{٣١ + ٢٥ + ١٤,٥ + ٩,٥}{٤} = ٢٠$$

(٤) نحســب مجموع مربعات انحراف مجموع رتب كل عمود عن متوسط الرتب (م ع) وليكن س :

$$\text{س} = \text{مجـ} [(\text{مجـ ر ع}_1 - \text{م}_{\text{ع}})^2 + (\text{مجـ ر ع}_2 - \text{م}_{\text{ع}})^2 + (\text{مجـ ر ع}_3 - \text{م}_{\text{ع}})^2 + (\text{مجـ ر ع}_4 - \text{م}_{\text{ع}})^2]$$

$$= (٣١ - ٢٠)^2 + (٢٥ - ٢٠)^2 + (١٤,٥ - ٢٠)^2 + (٩,٥ - ٢٠)^2$$

$$= ٢٨٦,٥$$

(٥) نختــبر الفــرض الصــفرى على أساس أن مجاميع رتب الأعمدة (القياسات المختلفة) متساوية ، أى أن قيمة (س) = صفر ، من المعادلة الآتية :

$$\text{كا}^2 = \frac{١٢ \times \text{س}}{\text{ن} \times \text{ع} (\text{ع} + ١)}$$

درجات الحرية = ع − ١

حيث أن :

ن = عدد التلاميذ أو عدد الصفوف

ع = عدد الأعمدة أو عدد البدائل أو عدد الاختيارات

$$\text{كا}^2 = \frac{١٢ \times ٢٨٦,٥}{٨ \times ٤ \times ٥} = \frac{٣٤٣٨}{١٦٠} = ٢١,٤٩$$

(٦) نقــارن قــيمة (كــا^2) المحســوبة (٢١,٤٩) بقيمة (كا^2) الجدولية المقابلة لدرجــات حرية (٤ − ١ = ٣) عند مستويات ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١ ،

فــإذا كانت (كا^{٢}) المحسوبة $\leq$ (كا^{٢}) الجدولية عند أى مستوى من مستويات الدلالــة الســابقة نــرفض الفــرض الصــفرى ، ونقبل الفرض البديل بأن المجموعــات الأربع لا تنتمى إلى مجتمعات متشابهة بسبب وجود فروق دالة إحصائياً بينها .

∵ (كــا^{٢}) الجدولــية المقابلــة لدرجــات حــرية (٣) = ١٦,٢٧ عــند مستوى ٠,٠٠١ .

∴ (كا^{٢}) المحسوبة > (كا^{٢}) الجدولية ، وبالتالى يتم رفض الفرض الصفرى .

ويمكن تبسيط المعادلة السابقة على النحو الآتى :

$$\boxed{\text{كا}^{٢} = \frac{١٢}{\text{ن} \times \text{ع}\,(\text{ع}+١)} \times \text{مجــ ر}^{٢}_{\text{ع}} - ٣\text{ن}\,(\text{ع}+١)}$$

حيث أن :

مجــ ر$^{٢}_{ع}$ = مربع مجموع رتب كل عمود .

ويمكن تطبيق هذه المعادلة على مثالنا السابق على النحو الآتى :

$$\text{كا}^{٢} = \frac{١٢}{٨ \times ٤ \times ٥} \times [(٣١)^{٢}+(٢٥)^{٢}+(١٤,٥)^{٢}+(٩,٥)^{٢}] - ٣ \times ٨ \times ٥$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{١٢}{١٦٠} \times [(٩٦١ + ٦٢٥ + ٢١٠,٢٥ + ٩٠,٢٥)] - ١٢٠$$

$$\text{كا}^{٢} = ١٤١,٥ - ١٢٠ = ٢١,٥$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها سابقاً .

مثال (٣١) :

أجــرى باحــث تجــربة تضــمنت أربعة أنواع من طرائق التدريس (التعلم الــتعاونى ، النمذجة ، الإلقاء ، لعب الدور) على ثلاث مجموعات من التلاميذ ، وكل مجموعة تتكون من أربعة تلاميذ متجانسين ، وتعرضت كل مجموعة للأنواع الأربعة من طرائق التدريس السابقة وحصل الباحث على البيانات الآتية :

المجموعات / الطريقة	التعاونى (١)	النمذجة (٢)	الإلقاء (٣)	لعب الدور (٤)
الأولى	٨	٨	٣	٦
الثانية	٩	٧	٢	٨
الثالثة	٩	٨	٤	٧

المطلوب : المقارنة بين درجات مجموعات التلاميذ فى طرائق التدريس الأربعة

خطوات الحل :

(١) نكون جدول الرتب على النحو الآتى :

المجموعات / الطريقة	التعاونى (١)	النمذجة (٢)	الإلقاء (٣)	لعب الدور (٤)
الأولى	٣,٥	٣,٥	١	٢
الثانية	٤	٢	١	٣
الثالثة	٤	٣	١	٢
المجموع	١١,٥	٨,٥	٣	٧

(٢) متوسط مجاميع رتب الأعمدة (م ع) = $\frac{١١,٥ + ٨,٥ + ٣ + ٧}{٤}$

$= \frac{٣٠}{٤} = ٧,٥$

(٣) نحسب س :

س = $(١١,٥-٧,٥)^٢ + (٨,٥-٧,٥)^٢ + (٣-٧,٥)^٢ + (٧-٧,٥)^٢$

$= (٤)^٢ + (١)^٢ + (-٤,٥)^٢ + (-٠,٥)^٢$

$= ١٦ + ١ + ٢٠,٢٥ + ٠,٢٥ = ٣٧,٥$

(٤) نحسب كا^٢ :

كا^٢ = $\frac{١٢ \times س}{ن \times ع (ع + ١)} = \frac{١٢ \times ٣٧,٥}{٣ \times ٤ \times ٥}$

كا^٢ = $\frac{٤٥٠}{٦٠} = ٧,٥$

ويمكن تطبيق المعادلة :

$$كا^2 = \frac{12}{ن \times ع (ع + 1)} \times مجـ ر^2_ع - 3ن (ع + 1)$$

$$كا^2 = \frac{12}{3 \times 4 \times 5} \times [(11,5)^2+(8,5)^2+(3)^2+(7)^2] - (3 \times 3 \times 5)$$

$$كا^2 = \frac{12}{60} \times (262,5) - 45 = 52,5 - 45 = 7,5$$

(5) درجات الحرية = عدد المجوعات (الصفوف) – 1 = 2

($كا^2$) الجدولية المقابلة لدرجات حرية (2) عند مستوى 0,05 = 5,99 .

∴ ($كا^2$) المحسوبة > ($كا^2$) الجدولية عند مستوى 0,05 ، وبالتالى يمكن القول أنه توجد فروق دالة إحصائياً بين رتب درجات مجموعات التلاميذ الثلاث فى طرائق التدريس الأربعة ، أى نرفض الفرض الصفرى ونقبل الفرض البديل .

(6) لمعرفة اتجاه دلالة الفروق نستخدم المقارنة المتعددة المتوسطات بين كل مجموعتين على حده فى حالة البيانات الرتبية ومنها اختبار الإشارة الذى سبق عرضه .

تمرين :

استخدم اختبار فريدمان لتحليل الفروق بين مجموعات القيم الآتية :

التلاميذ	المجموعات			
	(1)	(2)	(3)	(4)
1	5	9	4	1
2	6	8	7	2
3	9	10	8	7
4	5	10	4	2
5	8	6	4	1
6	10	8	7	5
7	14	12	13	10

الحادى عشر : اختبار كوكران *Cochran Q Test*

اقـــترح " كوكران " *Cochran* عام ١٩٥٠ اختباراً يصلح للاستخدام فى حالة حصـــول الباحـــث على بيانات اسمية من معالجات متعددة ، أو قياسات متكررة على مجموعـــات مرتـــبطة (غـــير مســـتقلة) ، أو مجموعـــة واحدة من الأفراد ، بحيث تـــأخذ التصـــنيفات الدرجـــة (١ ، صفر) مثل : (ناجح ، راسب) ، يأخذ " ناجح " الدرجة (١) ، ويأخذ " راسب " الدرجة (صفر) ، وهكذا . وأطلق عليه مسمى " اختبار كيو " *Q Test* ، ويتم حسابه من المعادلة الآتية :

$$\text{كيو} = \frac{\text{ك}\,(\text{ك}-1)\times\text{مجـ}\,[(\text{مجـ س}_{1}-\text{مَ})^{2}+(\text{مجـ س}_{2}-\text{مَ})^{2}+\dots+(\text{مجـ س}_{\text{ك}}-\text{مَ})^{2}]}{\text{ك}\,(\text{مجـ س})-\text{مجـ س}^{2}}$$

درجات الحرية = ك − ١

حيث أن :

ك = عدد المعالجات

مجـ س_1 = مجموع درجات المعالجة الأولى

مجـ س_2 = مجموع درجات المعالجة الثانية

مجـ $\text{س}_{\text{ك}}$ = مجموع درجات المعالجة الأخيرة (ك)

مجـ س = مجموع درجات المعالجات (ك)

= مجـ س_1 + مجـ س_2 + ... + مجـ $\text{س}_{\text{ك}}$

مجـ س^2 = مجموع مربعات درجات المعالجات

ويـــتم اختـــبار دلالـــة (كيو) من جدول (كا^2) بدرجات حرية = ك − ١ ، فإذا كانـــت قـــيمة (كـــيو) المحسوبة ≥ قيمة (كا^2) الجدولية عند مستوى دلالة معين *(α)* فهـــذا يـــدل على وجود فروق دالة بين المعالجات المختلفة ، وبالتالى يرفض الباحث الفرض الصفرى ، ويقبل الفرض البديل .

مثال (٣٢) :

طـــبق باحـــث ثلاثـــة بـــرامج مختلفة لحب الاستطلاع على ثلاث مجموعات مـــن التلامـــيذ كـــل مجموعة مكونة من ١١ تلميذاً (المجموعات الثلاث متماثلة) ، وبعـــد انـــتهاء الـــتجربة طـــبق الباحث مقياساً لحب الاستطلاع فحصل على البيانات الآتية :

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
١	صفر	١
١	١	١
صفر	صفر	١
صفر	صفر	١
١	صفر	١
١	١	١
١	١	١
صفر	صفر	١
صفر	صفر	صفر
١	صفر	١
١	١	صفر

وأراد الباحث أن يختبر الفرض الصفرى : " لا يختلف حب الاستطلاع لدى التلاميذ باختلاف نوع البرنامج المستخدم " .

خطوات الحل :

(١) نعيد تكوين الجدول السابق على النحو الآتى :

المجموعة الأولى ($س_١$)	المجموعة الثانية ($س_٢$)	المجموعة الثالثة ($س_٣$)	المجموع (س)	مربع المجموع ($س^٢$)
١	صفر	١	٢	٤
١	١	١	٣	٩
صفر	صفر	١	١	١
صفر	صفر	١	١	١
١	صفر	١	٢	٤
١	١	١	٣	٩
١	١	١	٣	٩
صفر	صفر	١	١	١
صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
١	صفر	١	٢	٤
١	١	صفر	٢	٤
مجـ $س_١$ = ٧	مجـ $س_٢$ = ٤	مجـ $س_٣$ = ٩	مجـ س = ٢٠	مجـ $س^٢$ = ٤٦

(٢) نحسب متوسط درجات المعالجات (مَ) :

$$\text{م} = \frac{٧ + ٤ + ٩}{٣} = \frac{٢٠}{٣} = ٦,٦٧$$

(٣) نحسب قيمة (كيو) من البيانات السابقة على النحو الآتى :

$$\text{كيو} = \frac{٣\ (٣-١) \times \text{مجـ}\ [\ (٧-٦,٦٧)^{٢} + (٤-٦,٦٧)^{٢} + (٩-٦,٦٧)^{٢}}{٣ \times ٢٠ - ٤٦}$$

$$\text{كيو} = \frac{٦ \times \text{مجـ}\ [\ (٠,٣٣)^{٢} + (-٢,٦٧)^{٢} + (٢,٣٣)^{٢}}{٦٠ - ٤٦}$$

$$\text{كيو} = \frac{٦ \times ١٢,٦٦٧}{١٤} = \frac{٧٦,٠٠٢}{١٤} = ٥,٤٢٩$$

(٤) درجات الحرية = ك – ١ = ٣ – ١ = ٢

(٥) نحسب قيمة (كا^{٢}) الجدولية المقابلة لدرجات حرية (٢) ، عند مستوى ٠,٠٥ نجدها مساوية ٥,٩٩ ، وعند مستوى ٠,٠١ = ٩,٢١ .

∴ قيمة كيو المحسوبة (٥,٤٢٩) < قيمة (كا^{٢}) الجدولية (٥,٩٩) عند أدنى مستوى للدلالة (٠,٠٥) ، وبالتالى يقرر الباحث أن حب الاستطلاع لدى التلاميذ لا يختلف باختلاف نوع البرنامج المستخدم ، أى أن الباحث يقبل الفرض الصفرى ويرفض الفرض البديل .