

الفصل الخامس

اختبار الفروض الإرتباطية
بالإحصاء البارامتري

الفصل الخامس

اختبار الفروض الارتباطية بالإحصاء البارامترى

مقدمة :

تشير معاملات الارتباط إلى مقدار التغير الاقترانى بين ظاهرتين ، ويتم استخدام معاملات الارتباط البارامترية (معامل ارتباط بيرسون ، معامل الارتباط الثنائى ، معامل الارتباط الثنائى الأصيل ، معامل الارتباط الجزئى ، معامل الارتباط المتعدد ، ، وغيرها) ، فى اختبار صحة الفروض الارتباطية (العلاقية) ، سواء كانت فروضاً صفرية ، أو فروضاً مباشرة تقريرية (فروض موجهة أو فروض غير موجهة) فى حالة تحقيق التوزيع الإعتدالى لدرجات العينات ، وتجانس التباين ، وخطية العلاقة (متغيرات متصلة) ، وغيرها من الشروط .

وقيمة معامل الارتباط تشير إلى درجة العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة ، وليس إلى تفسير هذه العلاقة ، بمعنى أن الباحث يجد صعوبة فى تفسير الفروض الارتباطية ، لأنه لا ينبغى استنتاج وجود علاقة عليّة بين المتغيرين المرتبطين ، فوجود معامل ارتباط مرتفع بين متغيرين (س ، ص) ، لا يعنى أن المتغير (س) سبب فى وجود المتغير (ص) ، أو العكس نظراً لأن هذين المتغيرين ارتبطا ببعضهما لأنهما معاً نتيجة لمتغير ثالث ، ومثال لذلك إذا كانت لدينا عينة من الأطفال تقع أعمارهم فى مدى معين ، فقد ترتبط قياسات ذكائهم مع قياسات السلوك الحركى لديهم ، ليس لأن السلوك الحركى يرتبط عادة بالذكاء ، ولكن لأن كلا من المتغيرين يرتبطان بالعمر ، فالخطأ الشائع الذى يقع فيه بعض الباحثين هو تفسير معاملات الارتباط على أنها علاقات سببية (علاقة العلة بالمعلول) ، فالفروض الارتباطية التى تتناول العلاقات بين المتغيرات لا تحدد علاقة العلة بالمعلول ، أى لا يمكن استنتاج علاقة سببية بين متغيرين عن طريق وجود ارتباط دال إحصائياً أو وجود فروق دالة إحصائياً بين المجموعات ، وتوجد بعض الأساليب الإحصائية التى تفسر العلاقات السببية منها تحليل المسار وتحليل التغيرات.

وتتراوح قيمة معامل الارتباط فيما بين $+1$ ، -1 ، فالعلاقة الموجبة تعنى وجود تغير اقترانى إيجابى بين المتغير المستقل والمتغير التابع (علاقة طردية) ، بينما العلاقة السالبة تدل على وجود تغير اقترانى سلبى بين المتغير المستقل والمتغير

التابع (علاقة عكسية) ، وإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوى صفراً ، أو تقترب من الصفر ، أو كانت صغيرة جداً بحيث تكون غير دالة إحصائياً ، فهذا يدل على عدم وجود علاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع ، ونحب أن نؤكد على أن قيمة معامل الارتباط غير الدالة إحصائياً تُعامل في تفسير النتائج على أنها لا توجد علاقة بين الظاهرتين موضوع الدراسة .

ويعتمد التحليل العاملي ومعاملات الانحدار على معاملات الارتباط بين المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة ، كما تفيد معاملات الارتباط في حساب ثبات وصدق أدوات القياس في العلوم السلوكية والاجتماعية ، وتحديد قوة الارتباط بين ظاهرتين ، أو متغيرين .

أولاً : معامل ارتباط بيرسون :

Pearson's Product-Moment Correlation

يُستخدم معامل ارتباط بيرسون في حساب قيمة العلاقة بين متغيرين متصلين ، وتتوزع قيمهما توزيعاً إعتدالياً بشرط ألا يقل عدد الأفراد عن ٣٠ فرداً ، ويمكن حسابه بالطرق الآتية :

١ - حساب الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية :

يلجأ كثير من الباحثين إلى حساب معامل الارتباط من الدرجات الخام لسهولة (سيأتي توضيح ذلك) ، والبعض الآخر يحول الدرجات الخام إلى درجات معيارية حيث أن :

$$\frac{\text{الدرجة الخام} - \text{متوسط الدرجات}}{\text{الانحراف المعياري للدرجات}} = \text{الدرجة المعيارية (ذ)}$$

$$\text{ذ} = \frac{\text{م} - \text{س}}{\text{ع}}$$

$$\text{معامل الارتباط (ر)} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة}}{\text{عدد الأفراد}}$$

$$\text{ر} = \frac{\text{مجم} (\text{ذ س} \times \text{ذ ص})}{\text{ن}}$$

درجات الحرية = ن - ٢

حيث أن :

ذ س = درجة معيارية من درجات الاختبار الأول (س)

ذ ص = الدرجة المعيارية من درجات الاختبار الثاني (ص)

المقابلة للدرجة المعيارية ذ س على الاختبار الأول

مثال (٣٣) :

طبق باحث اختبارين في التحصيل (اختبار في الجبر "س" ، اختبار في الهندسة "ص") ، على خمسة تلاميذ من تلاميذ المرحلة الاعدادية ، كانت درجاتهم على النحو الآتي :

س	٢	٣	٥	٧	٨
ص	٥	٧	٦	١٠	١٢

المطلوب :

حساب قيمة العلاقة بين درجات التلاميذ في الاختبارين بواسطة طريقة الدرجات المعيارية وتوضيح دلالتها الإحصائية .

خطوات الحل :

نحسب الدرجات المعيارية المقابلة للدرجات الخام في الاختبار (س)

على النحو الآتي :

$$(١) \text{ متوسط درجات التلاميذ في الاختبار س (م) } = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}}$$

$$\text{م} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$$

(٢) نحسب (ح) انحراف درجات الاختبار (س) عن متوسطها (م)

$$\text{ح} = \text{س} - \text{م} = ٣- ، ٢- ، صفر ، ٢+ ، ٣+$$

(٣) نحسب الانحراف المعياري (ع) لدرجات الاختبار (س)

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{مجموع ح}^2}{\text{ن}}} = \sqrt{\frac{٢٦}{٥}} = ٢,٢٨$$

(٤) نحسب الدرجات المعيارية للدرجات (س) من القانون الآتي :

$$\text{ذ س} = \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$$

$$= -١,٣٢ ، -٠,٨٨ ، صفر ، ٠,٨٨ ، ١,٣٢$$

(٥) نحسب متوسط درجات الاختبار (ص) :

$$\bar{v} = \frac{\sum v}{n} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}} = \text{م.ص}$$

(٦) نحسب انحراف الدرجات (ص) عن متوسطها (م.ص) :

$$\sum (v - \bar{v}) = \text{م.ص} - \text{ص} = \text{ح.ص}$$

$$\sum (v - \bar{v})^2 = \frac{\sum (v - \bar{v})^2}{n} = \frac{\text{م.ح.ص}^2}{n}$$

$$2,61 = \frac{20}{5} \sqrt{\quad} = \frac{\text{م.ح.ص}^2}{n}$$

$$\frac{\sum (v - \bar{v})^2}{n} = \text{نحسب ن.ص}$$

$$1,53, 0,77, 0,77-, 38-, 1,15- =$$

(٩) نضرب الدرجات المعيارية (ن.ص) × الدرجات المعيارية (ن.م) المناظرة

لها حتى نحصل على مج (ن.ص × ن.م) ، كما هو موضح فى الجدول

الآتى :

ن.ص × ن.م	ن.م	ح.ص	ن.ص	ح.م	ص	س
1,5180	1,15-	3-	1,32-	3-	5	2
0,3344	0,38-	1-	0,88-	2-	7	3
صفر	0,77-	2-	صفر	صفر	6	5
0,6776	0,77+	2+	0,88+	2+	10	7
2,0196	1,53+	4+	1,32+	3+	12	8

$$\text{م.ج (ن.ص × ن.م)} = 4,0496$$

$$0,91 = \frac{4,0496}{5} = \text{ر} \therefore$$

ولمعرفة الدلالة الإحصائية لقيمة معامل الارتباط الناتج (0,91) نحسب

درجات الحرية لمعامل الارتباط :

$$\text{درجات الحرية} = n - 2 = 5 - 2 = 3$$

بالكشف فى الجداول الإحصائية عن قيمتى معامل الارتباط الجدولية

المقابلة لدرجات حرية 3 عند مستويى 0,05 ، 0,01 نجدهما تساويان

0,878 ، 0,956 على الترتيب .

∴ قيمة معامل الارتباط (0,91) أقل من القيمة الجدولية (0,956) عند مستوى (0,01) ، وأكبر من القيمة الجدولية (0,878) عند مستوى (0,05) ، وبالتالي يمكن القول أن قيمة معامل الارتباط المحسوبة دالة عند مستوى (0,05) ، أي يمكن رفض الفرض الصفرى " لا توجد علاقة دالة إحصائية بين درجات التلاميذ في اختبارى الجبر (س) ، والهندسة (ص) " ، وقبول الفرض البديل " توجد علاقة دالة إحصائية بين درجات التلاميذ في اختبارى الجبر (س) ، والهندسة (ص) " .

٢- حساب الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية :

$$(1) \quad r = \frac{\text{مجم} (ذس \times ذص)}{n}$$

$$(2) \quad ذس = \frac{ص - م - ص}{ع} = \frac{ص - م - ص}{ع}$$

$$(3) \quad \text{بالمثل : ذص} = \frac{ص - م - ص}{ع} = \frac{ص - م - ص}{ع}$$

بالتعويض من المعادلة (٢) ، (٣) فى المعادلة (١) نحصل على المعادلة الآتية :

$$r = \frac{\text{مجم} (ص \times ص - ص \times ص)}{ن \times ع \times ع}$$

درجات الحرية = ن - ٢

مثال (٣٤) :

احسب قيمة معامل الارتباط من المثال (٣٣) بواسطة طريقة الانحرافات المعيارية .

خطوات الحل :

س	ص	ص - م	ص - م	ص × ص - ص × ص
٢	٥	٣-	٣-	٩
٣	٧	٢-	٢-	٢
٥	٦	٢-	صفر	صفر
٧	١٠	٢+	٢+	٤
٨	١٢	٤+	٣+	١٢

$$r = \frac{\text{مجم} (ص \times ص - ص \times ص)}{ن \times ع \times ع} = \frac{٢٧}{٢,٦١ \times ٢,٢٨ \times ٥} = ٠,٩١ \text{ تقريباً}$$

٣- حساب الارتباط بطريقة الانحرافات :

تعتمد هذه الطريقة على الانحرافات ومربعاتها دون اعتمادها على الانحراف المعياري .

$$(1) \quad r = \frac{\text{مجم} (ح \times ع)}{ن \times ع \times ح}$$

$$(2) \quad r = \frac{\text{مجم} ح'}{ن} \sqrt{\frac{\text{مجم} ع'}{ن}}$$

$$(3) \quad r = \frac{\text{مجم} ع'}{ن} \sqrt{\frac{\text{مجم} ح'}{ن}}$$

بالتعويض من المعادلة (٢) ، (٣) في المعادلة (١) عن قيمة كل من ع ، ع' نحصل على المعادلة الآتية :

$$r = \frac{\text{مجم} (ح \times ع)}{ن \times \sqrt{\frac{\text{مجم} ع'}{ن}} \times \sqrt{\frac{\text{مجم} ح'}{ن}}}$$

$$\therefore r = \frac{\text{مجم} (ح \times ع)}{\sqrt{\text{مجم} ح' \times \text{مجم} ع'}} \quad \text{درجات الحرية} = ن - ٢$$

مثال (٣٥) :

احسب قيمة معامل الارتباط من المثال (٣٣) بطريقة الانحرافات .

خطوات الحل :

س	ص	ح	ح × ع	ح ^٢	ع ^٢
٢	٥	٣-	٩	٩	٩
٣	٧	١-	٢	٤	١
٥	٦	٢-	صفر	صفر	٤
٧	١٠	٢+	٤	٤	٤
٨	١٢	٤+	١٢	٩	١٦
	مجم		٢٧	٢٦	٣٤

$$r = \frac{٢٧}{\sqrt{٣٤ \times ٢٦}} = ٠,٩١ \text{ تقريباً}$$

٤- حساب ارتباط الدرجات الخام بالطريقة العامة :

تعتمد هذه الطريقة على الدرجات الخام ومربعات هذه الدرجات ، وتتميز هذه الطريقة بدقتها وسرعة حسابها ، ويتم حساب معامل الارتباط من المعادلة الآتية :

$$r = \frac{\sum (س \times ص) - \frac{\sum س \times \sum ص}{n}}{\sqrt{[\sum س^2 - \frac{(\sum س)^2}{n}][\sum ص^2 - \frac{(\sum ص)^2}{n}]}}$$

حيث أن :

مجموع حاصل ضرب درجات المتغير المستقل \times درجات المتغير التابع من المناظرة .

مجموع درجات المتغير المستقل (س)

مجموع درجات المتغير التابع (ص)

مجموع مربعات درجات المتغير المستقل (س)

مجموع مربعات درجات المتغير التابع (ص)

مربع مجموع درجات المتغير المستقل (س)

مربع مجموع درجات المتغير التابع (ص)

n = عدد الأفراد الذين طبق عليهم البحث .

مثال (٣٦) :

احسب قيمة معامل الارتباط من المثال (٣٣) بالطريقة العامة .

خطوات الحل :

س	ص	س × ص	س ^٢	ص ^٢
٢	٥	١٠	٤	٢٥
٣	٧	٢١	٩	٤٩
٥	٦	٣٠	٢٥	٣٦
٧	١٠	٧٠	٤٩	١٠٠
٨	١٢	٩٦	٦٤	١٤٤
مجموع س = ٢٥	مجموع ص = ٤٠	مجموع س × ص = ٢٢٧	مجموع س ^٢ = ١٥١	مجموع ص ^٢ = ٣٥٤

$$r = \frac{٤٠ \times ٢٥ - ٢٢٧ \times ٥}{\sqrt{[٤٠(٤٠) - ٣٥٤ \times ٥][٢٥(٢٥) - ١٥١ \times ٥]}}$$

$$r = \frac{١٠٠٠ - ١١٣٥}{\sqrt{[١٦٠٠ - ١٧٧٠][٦٢٥ - ٧٥٥]}} = ٠,٩١ \text{ تقريباً}$$

ثانياً : معامل الارتباط الثنائي : *Biserial Correlation*

يُستخدم معامل الارتباط الثنائي في إيجاد العلاقة بين متغيرين أحدهما متغير منفصل (ذكور ، إناث ؛ علمي ، أدبي ؛ راسب ، ناجح ؛ فقراء ، أغنياء ... ، وغيرها) ، والثاني متغير متصل *Continous* (درجات محتملة لا تنقطع) ، أي أن معامل الارتباط الثنائي يُستخدم في حساب العلاقة بين متغيرين أحدهما اسمي (متغير منفصل) ، والثاني كمي (متغير متصل) ، وأن كلا منهما موزع توزيعاً اعتدالياً في مجتمع الأصل .

يضع كثير من الباحثين فروضاً فارقة مثل : " يختلف التحصيل الدراسي لدى التلاميذ باختلاف نوع التلاميذ (ذكور ، إناث) " أو " لا توجد فروق دالة إحصائية بين متوسطي درجات التلاميذ الذكور ودرجات التلميذات في التحصيل الدراسي " .

ويقوم هؤلاء الباحثون باختبار مثل هذه الفروض باستخدام الأساليب الإحصائية البارامترية ، أو اللابارامترية المستخدمة في الكشف عن الفروق بين متوسطات درجات المجموعات ، والبعض الآخر من الباحثين وهم الأكثر صواباً يصيغون الفرضين السابقين في صورة علاقة إرتباطية بين متوسطي درجات المجموعتين ، مثل : " توجد علاقة بين نوع التلاميذ (ذكور ، إناث) ودرجات تحصيلهم الدراسي " أو " لا توجد علاقة بين نوع التلاميذ (ذكور ، إناث) ودرجات تحصيلهم الدراسي " . ويقوم هؤلاء الباحثون باختبار هذه الفروض باستخدام معامل الارتباط الثنائي سواء كانت فروضاً فارقة (كما في الحالة الأولى) ، أو فروضاً علاقية (كما في الحالة الثانية) ، نظراً لأن أحد المتغيرين ، أو المتغير المستقل (متغير اسمي) ، والمتغير الثاني (التابع) متغير كمي (متصل) ، باستخدام المعادلة الآتية :

$$\text{معامل الارتباط الثنائي (رث)} = \frac{r_{12} - r_{1c}}{c} = \frac{r_{12} \times n_1}{n(n-1)}$$

درجات الحرية = $n - 2$

حيث أن :

r_{12} = متوسط درجات تحصيل التلاميذ الذكور (بافتراض أنه المتوسط الأكبر)

r_{1c} = متوسط درجات تحصيل التلميذات

c = الانحراف المعياري لدرجات التلاميذ الذكور والإناث معاً في المتغير التابع أو المتصل (التحصيل الدراسي)

n_1 = عدد التلاميذ الذكور

n_2 = عدد التلميذات

n = العدد الكلي للتلاميذ ($n_1 + n_2$)

مثال (٣٧) :

طبق باحث اختباراً في التحصيل على مجموعة من طلاب الجامعة (طلبة ، طالبات) مكونة من ١٥ طالباً وطالبة ، وحصل على البيانات الآتية :

درجات التحصيل	نوع الطلاب	درجات التحصيل	نوع الطلاب
٦٤	طالب	٥٩	طالب
٦٦	طالب	٦٧	طالبة
٦٣	طالب	٦٣	طالب
٦١	طالبة	٦٥	طالب
٦٢	طالب	٥٥	طالبة
٦٣	طالبة	٧٢	طالب
٦٠	طالبة	٦٢	طالبة
		٦٠	طالبة

وأراد هذا الباحث دراسة العلاقة بين نوع الطلاب ودرجات تحصيلهم

الدراسي .

خطوات الحل :

(١) نحسب عدد الطلاب الذكور (ن_١) = ٨

(٢) نحسب عدد الطالبات (ن_٢) = ٧

(٣) نحسب متوسط درجات الطلاب الذكور (م_١) = ٦٤,٢٥

(٤) نحسب متوسط درجات الطالبات (م_٢) = ٦١,١٤

(٥) نحسب الانحراف المعياري لدرجات الطلاب في التحصيل = ٣,٩١

(٦) نطبق معادلة الارتباط الثنائي :

$$\frac{2 \times 10}{(10 - 10)} \left| \frac{24 - 14}{8} = \text{معامل الارتباط الثنائي (ر)} \right.$$

$$\frac{7 \times 8}{14 \times 10} \left| \frac{61,14 - 64,25}{3,91} = \text{ر} \right.$$

∴ ر = ٠,٤١

نكشف في جداول دلالة معامل الارتباط عند درجات حرية (ن - ٢ = ١٣) نجد أن القيمة الجدولية مساوية ٠,٥١٤ عند مستوى ٠,٠٥ ، إن لا توجد علاقة دالة إحصائياً بين نوع الطلاب (طلبة ، طالبات) ، ودرجات تحصيلهم الدراسي ، أي أنه يتم قبول الفرض الصفرى .

ويمكن حساب معامل الارتباط الثنائى أيضاً من المعادلات الآتية :

$$r = \frac{m - 14}{c} = \frac{15 \times 8}{14 \times 7}$$

حيث أن :

١٤ = متوسط درجات تحصيل الذكور

م = متوسط درجات الجنسين معاً (طلبة + طالبات) ، على المتغير التابع

$$r = \frac{62,80 - 64,25}{3,91} = \frac{15 \times 8}{14 \times 7} = 0,41$$

ويمكن حساب معامل الارتباط الثنائى (ر) من المعادلة الآتية :

$$r = \frac{m - 24}{c} = \frac{15 \times 7}{14 \times 8}$$

حيث أن :

٢٤ = متوسط درجات تحصيل الطالبات .

$$\text{معامل الارتباط الثنائى (ر)} = \frac{61,14 - 62,80}{3,91} = \frac{15 \times 7}{14 \times 8}$$

$$\therefore r = 0,41$$

نلاحظ من المعادلات السابقة أن معامل الارتباط الثنائى يُستخدم فى حالة وجود فروق بين المتوسطين (١٤ ، ٢٤) ، بينما عندما يكون متوسط تحصيل الطلبة مثلاً يساوى متوسط تحصيل الطالبات (١٤ = ٢٤) ، فى المتغير التابع المتصل ، فإن قيمة معامل الارتباط الثنائى (ر) تساوى صفراً .

ثالثاً : معامل الارتباط الثنائي الأصيل :

Point-Biserial Correlation

يُستخدم معامل الارتباط الثنائي الأصيل أو الخاص في نفس الأغراض التي يُستخدم فيها معامل الارتباط الثنائي ، وبصفة خاصة إذا أردنا حساب ارتباط درجات كل سؤال من أسئلة الاختبار (ثنائي الإجابة) ، بالدرجة الكلية للاختبار ، كما يُستخدم معامل الارتباط الثنائي الأصيل في حساب صدق أدوات القياس السلوكية في حالة حساب صدق تمييز الأداة باستخدام المقارنة الطرفية (أعلى وأدنى ٢٧ % من الدرجات الكلية للاختبار) ، نظراً لأن طريقة المقارنة الطرفية (صدق التمييز) تعطى مؤشراً لصدق الأداة ، وليست القيمة العددية لمعامل الصدق ، ويمكن حساب معامل الارتباط الثنائي الأصيل من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل الارتباط الثنائي الأصيل (رت)} = \frac{r_2 - r_1}{c} \sqrt{a \times b}$$

درجات الحرية = ن - ٢

مثال (٣٨) :

احسب العلاقة بين نوع الطلاب ودرجات تحصيلهم الدراسي من المثال (٣٧) الذي تم عرضه في حالة الارتباط الثنائي .

خطوات الحل :

$$١م = \text{متوسط تحصيل الطلاب الذكور} = ٦٤,٢٥$$

$$٢م = \text{متوسط تحصيل الطالبات} = ٦١,٤٠$$

$$ع = \text{الانحراف المعياري لدرجات الجنسين معاً} = ٣,٩١$$

$$أ = \text{نسبة الطلبة : العدد الكلي للطلاب} = \frac{١٥}{٢٥ + ١٥} = \frac{٨}{٣٠} = ٠,٥٣$$

$$ب = \text{نسبة الطالبات : العدد الكلي للطلاب} = \frac{١٥}{٢٥ + ١٥} = \frac{٧}{٣٠} = ٠,٤٧$$

$$\text{أي أن } ب = ١ - أ$$

$$\text{معامل الارتباط الثنائي الأصيل (رت)} = \frac{٦١,١٤ - ٦٤,٢٥}{٣,٩١} \sqrt{٠,٤٧ \times ٠,٥٣}$$

$$\therefore \text{رت} = ٠,٤٠$$

مثال (٣٩) :

احسب معامل الارتباط الثنائي الأصيل بين درجات الاختبار ودرجات سؤاله الأول إذا علمت أن :

$$١م (متوسط درجات الإجابات الصحيحة عن السؤال) = ٢٧$$

$$٢م (متوسط درجات الإجابات الخاطئة عن نفس السؤال) = ٢٤,٤٤$$

$$ع (الانحراف المعياري لدرجات الاختبار الكلية) = ٢,٣٣$$

أ (نسبة الطلاب الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال : العدد الكلي

$$\text{للطلاب} = ٠,٣٦$$

ب : (نسبة الطلاب الذين أجابوا إجابة خاطئة عن السؤال : العدد الكلي

$$\text{للطلاب} = ٠,٦٤$$

خطوات الحل :

$$\text{معامل الارتباط الثنائي الأصيل (ر)} = \frac{٢٤ - ١٤}{ع} \sqrt{١ \times ب}$$

$$\text{معامل الارتباط الثنائي الأصيل (ر)} = \frac{٢٤,٤٤ - ٢٧}{٢,٣٣} \sqrt{٠,٦٤ \times ٠,٣٦}$$

معامل الارتباط الثنائي الأصيل (ر) = ٠,٥٣ تقريباً

ونكشف في جدول دلالة معامل الارتباط عند درجات حرية (ن - ٢) ، أي عند درجات حرية (١٠٠ - ٢) = ٩٨ ، نجد أن قيمة معامل الارتباط الثنائي الأصيل دالة عند مستوى ٠,٠١ .

إن يمكن القول أنه توجد علاقة موجبة دالة إحصائياً بين درجات الطلاب على السؤال الأول ودرجاتهم الكلية في الاختبار .

مثال (٤٠) :

طبق باحث اختباراً في الذكاء على عينة حجمها ٢٠٠ طالب وطالبة من طلاب الجامعة ، وقام بترتيب درجات الطلاب الكلية في الاختبار ترتيباً تنازلياً ، وأخذ نسبة أعلى وأدنى ٢٧ % من الدرجات . أحسب معامل صدق الاختبار من البيانات الآتية :

أدنى ٢٧ %	أعلى ٢٧ %
ن = ٢ = ٥٤	ن = ١ = ٥٤
م = ٢ = ٩٨	م = ١ = ١١٥
الانحراف المعياري (ع) لدرجات الطلاب الكلية في الاختبار = ٨	

خطوات الحل :

يُحسب معامل صدق الاختبار عن طريق حساب معامل الارتباط الثنائي الأصلي بين متوسطى درجات ذكاء أعلى ٢٧ % من الطلاب ، ودرجات ذكاء أدنى ٢٧ % من الطلاب على النحو الآتى :

$$\text{معامل الارتباط الثنائي الأصلي (ر)} = \frac{٢٢ - ١٢}{ع} \sqrt{أ \times ب}$$

$$ر = \frac{٩٨ - ١١٥}{٨} \sqrt{٠,٢٧ \times ٠,٢٧} = ٠,٥٧ \text{ تقريباً}$$

∴ معامل صدق الاختبار = ٠,٥٧

ولمعرفة الدلالة الإحصائية لمعامل الصدق ، نكشف فى جدول دلالة معاملات الارتباط عند درجات حرية (ن - ٢ = ١٩٨) ، نجد أن قيمة معامل الصدق (٠,٥٧) دالة إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ .

رابعاً : معامل الارتباط الجزئى : Partial Correlation

يلجأ الباحث إلى استخدام معامل الارتباط الجزئى إذا كانت الظاهرة التى يقوم بدراستها تتضمن متغيرين مستقلين ومتغيراً تابعاً حتى يضمن عزل تأثير أحد المتغيرين المستقلين دون تأثيره فى قيمة الارتباط بين المتغير المستقل الثانى والمتغير التابع ، أو يستخدمه الباحث فى حالة ضبط بعض المتغيرات التى يمكن أن تؤثر فى المتغير التابع ، أى أن معامل الارتباط الجزئى يركز على عزل المتغيرات للتعرف على الآثار المتبقية .

فإذا أراد باحث دراسة " الذكاء الاجتماعى والاتجاهات نحو السياحة وعلاقتها بمستوى الطموح لدى طلاب المعاهد والكليات السياحية " وقام بصياغة عدة فروض منها :

١- توجد علاقة دالة إحصائياً بين الذكاء الاجتماعى ومستوى الطموح لدى طلاب عينة الدراسة بعد عزل تأثير الاتجاهات نحو السياحة فى مستوى الطموح .

٢- توجد علاقة دالة إحصائياً بين الاتجاهات نحو السياحة ومستوى الطموح لدى طلاب عينة الدراسة بعد عزل تأثير الذكاء الاجتماعى فى مستوى الطموح .

فاختبار صحة الفرضين السابقين يتطلب استخدام معامل الارتباط الجزئى ، فإذا رمزنا للذكاء الاجتماعى بالرمز (أ) ، والاتجاهات نحو السياحة بالرمز (ب) ، ومستوى الطموح كمتغير تابع بالرمز (ج) ، فعلينا أن نحسب معاملات الارتباط البسيطة بطريقة بيرسون بين المتغيرات الثلاثة على النحو الآتى : ر ا ب ، ر ا ج ، ر ب ج ، ويمكن اختبار صحة الفرض (١) باستخدام المعادلة الآتية :

$$r_{a.b} = \frac{r_{a.b} - r_{a.c} \times r_{b.c}}{\sqrt{[1 - (r_{a.c})^2][1 - (r_{b.c})^2]}}$$

ويدل الرمز ر ا ج . ب على قيمة معامل الارتباط بين الذكاء الاجتماعى ومستوى الطموح بعد عزل تأثير الاتجاهات نحو السياحة فى مستوى الطموح . ولاختبار صحة الفرض (٢) نستخدم المعادلة الآتية :

$$\frac{r_{ab} - r_a r_b}{\sqrt{[1 - (r_a)^2][1 - (r_b)^2]}} = r_{a.b}$$

مثال (٤١) :

إذا كان معامل ارتباط الذكاء الاجتماعي (أ) بالاتجاهات نحو السياحة (ب) ، ومستوى الطموح (ج) = ٠,٧٦ ، ٠,٢٨ ، على الترتيب ، ومعامل ارتباط الاتجاهات نحو السياحة بمستوى الطموح = ٠,١٨ . أحسب معاملات الارتباط الجزئية بعد عزل تأثير كل متغير من هذه المتغيرات من الارتباطات الأخرى .

خطوات الحل :

$$r_{ab} = ٠,٧٦ \quad r_{aj} = ٠,٢٨ \quad r_{bj} = ٠,١٨$$

$$r_{a.b} = \frac{٠,٧٦ - ٠,٢٨ \times ٠,١٨}{\sqrt{[1 - (٠,٢٨)^2][1 - (٠,١٨)^2]}} = ٠,٧٥$$

$$r_{a.j} = \frac{٠,٢٨ - ٠,١٨ \times ٠,٧٦}{\sqrt{[1 - (٠,١٨)^2][1 - (٠,٧٦)^2]}} = ٠,٢٢$$

$$r_{b.j} = \frac{٠,١٨ - ٠,٧٦ \times ٠,٢٨}{\sqrt{[1 - (٠,٢٨)^2][1 - (٠,٧٦)^2]}} = ٠,٠٥$$

يتضح من النتائج السابقة أن معاملات الارتباط الجزئية تدل على أن ارتباط الاتجاهات نحو السياحة (ب) بمستوى الطموح (ج) يعتمد على ارتباط الذكاء الاجتماعي (أ) بمستوى الطموح (ج) ، وارتباط الذكاء الاجتماعي بالاتجاهات نحو السياحة ، أي أن الذكاء الاجتماعي هو القدر المشترك بين متغيري الاتجاهات نحو السياحة ومستوى الطموح .

أما إذا كان لدينا أربعة متغيرات (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤) ونريد استبعاد تأثير متغيرين (٣ ، ٤) مثلاً من العلاقة بين المتغيرين (١ ، ٢) فيمكن استخدام المعادلة الآتية :

$$\frac{r_{12} - r_{13} r_{23}}{\sqrt{[1 - (r_{13})^2][1 - (r_{23})^2]}} = r_{12.34}$$

وتوجد طرق أخرى لاستبعاد أثر متغير مستقل غير مرغوب فيه منها طريقة تحليل التباين .

ويؤخذ على معاملات الارتباط صعوبة تفسيرها ، واعتماد دلالتها الإحصائية على حجم العينة ، نظراً لأن درجات حرية معاملات الارتباط = حجم العينة - ٢ ، لذا فقد تكون قيمة معامل الارتباط صغيرة جداً إلا أنها دالة إحصائياً ، ومن هنا يلجأ الباحثون إلى إيجاد حجم التأثير في حالة اختبار الفروض العلاقية بحساب مربع معامل الارتباط ، أو معامل التحديد (r^2) *Coefficient of Determination* لمعرفة نسبة التباين في المتغير التابع ($100 \times r^2$) ، التي يمكن تفسيرها من خلال ارتباط الظاهرتين (نسبة التباين المشترك بين الظاهرتين) ، والتي ترجع إلى تأثير المتغير المستقل في المتغير التابع .

ونذكر في هذا المجال علاقة الارتباط بالاغتراب *Alienation* ، نظراً لأن العلاقة بين الارتباط والاغتراب علاقة وثيقة ، فالاغتراب يهدف إلى معرفة مدى استقلال الظواهر العددية وابتعادها ، أو انفصالها ، فهو بذلك يقيس عكس ما يقيسه الارتباط ، أي أنه يدل على مدى اختفاء التغير الإقتراني بين الظواهر .

وقد ذكر " كيللي " *Kelley* (في : فؤاد البهي ، ١٩٨٦ ، ص ٤٠٦) معادلة تدل على علاقة الاغتراب بالارتباط هي :

$$\text{الاغتراب (غ)} = \sqrt{1 - \text{مربع معامل الارتباط}} = \sqrt{1 - r^2}$$

فإذا كان معامل الارتباط بين ظاهرتين مساوياً ٠,٨ فإن معامل اغترابهما $\sqrt{1 - 0,64} = \sqrt{0,36} = 0,6$ ، وبالتالي فإن معامل ارتباط هاتين الظاهرتين (٠,٨) أكبر من معامل استقلالهما ، أي أننا نستطيع أن نقول أن مدى ارتباط هاتين الظاهرتين أكثر من مدى استقلالهما ، وبالتالي نستطيع أن نقرر وجود علاقة بين الظاهرتين .

لذا فإن معامل الارتباط الذي يساوي أو يزيد عن ٠,٧ يدل على وجود علاقة بين الظاهرتين ، ويؤدي إلى التنبؤ الاحتمالي الصحيح ، نظراً لأن الاحتمال يعتمد في جوهره على معاملات الارتباط ، أما إذا كانت قيمة معامل الارتباط تقل عن ٠,٧ ، فهذا يدل على وجود علاقة ضعيفة بين الظاهرتين ، وينأى بالاحتمال عن التنبؤ الصحيح .

ونعتمد على الاغتراب في حساب النسبة المنوية للثقة في الارتباط والتي يطلق عليها الباحثون مسمى التباين المفسر . فإذا كان معامل ارتباط ظاهرتين (ر) = ٠,٤ ، فإن الاغتراب (غ) = $\sqrt{٠,١٦ - ٠,٩٢}$ تقريباً .

لذا فإن نسبة التباين المشترك بين الظاهرتين (التباين المفسر) الناتج عن ارتباطهما = ١٦ % ، ونسبة استقلالهما = ٨٤ % ، وبالتالي نستطيع أن نقرر بأنه لا توجد علاقة بين الظاهرتين موضوع الدراسة .

وقد اقترح " جيلفورد " *Guilford* تفسيراً لمعاملات الارتباط الدالة إحصائياً المحكات الآتية :

أ - إذا كانت قيمة معامل الارتباط $\geq ٠,٢$ ، فهذا يدل على علاقة ضعيفة وغير مهمة .

ب- إذا كانت قيمة معامل الارتباط محصورة فيما بين ٠,٢ ، ٠,٣٩ ، فهذا يدل على أن هذه القيمة ضعيفة والعلاقة ضعيفة .

ج- إذا كانت قيمة معامل الارتباط محصورة فيما بين ٠,٤ ، ٠,٦٩ ، فهذا يدل على وجود علاقة متوسطة ومهمة .

د - إذا كانت قيمة معامل الارتباط محصورة فيما بين ٠,٧ ، ٠,٨٩ ، فهذا يدل على أن هذه القيمة مرتفعة وعلاقة قوية ومهمة .

هـ- إذا كانت قيمة معامل الارتباط أكبر من ٠,٩ ، فهذا يدل على أن القيمة مرتفعة جداً وعلاقة شبه تامة .

ويقترح المؤلف المحكات الآتية للحكم على قوة العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة في حالة معاملات الارتباط الدالة إحصائياً :

أ - إذا كانت نسبة التباين المفسر ($١٠٠ \times ر^٢$) أكبر من ٦٠ % ، فهذا يدل على وجود علاقة قوية بين المتغير المستقل والمتغير التابع .

ب- إذا كانت نسبة التباين المفسر تساوى أو أكبر من ٥٠ % وأقل من ٦٠ % ، فهذا يدل على وجود علاقة متوسطة بين المتغيرين .

ج- إذا كانت نسبة التباين المفسر أقل من ٥٠ % ، فهذا يدل على وجود علاقة ضعيفة بين المتغيرين .

وبما أن الارتباط الجزئي يهدف إلى عزل أثر أحد المتغيرات من ارتباط المتغيرين الآخرين ، إذن توجد علاقة بين الارتباط الجزئي والاعتراب تتضح من معادلة الارتباط الجزئي الآتية :

$$(1) \quad \frac{r_{ab} - r_{aj} \times r_{bj}}{\sqrt{[1 - (r_{aj})^2][1 - (r_{bj})^2]}} = r_{ab.j}$$

ويحسب اغتراب الارتباط r_{aj} ، r_{bj} من المعادلتين :

$$(2) \quad \sqrt{1 - (r_{aj})^2} = \text{غ } aj$$

$$(3) \quad \sqrt{1 - (r_{bj})^2} = \text{غ } bj$$

وبالتعويض من المعادلتين (٢ ، ٣) عن قيمة $\text{غ } aj$ ، $\text{غ } bj$ في المعادلة (١) نحصل على المعادلة الآتية :

$$\frac{r_{ab} - r_{aj} \times r_{bj}}{\text{غ } aj \times \text{غ } bj} = \text{معامل الارتباط الجزئي } (r_{ab.j})$$

تمارين :

١- إذا علمت أن : $r_{ab} = ٠,٧٢$ ، $r_{aj} = ٠,٦٠$ ، $r_{bj} = ٠,٥٤$ فلحسب

معاملات الارتباط الجزئية : $r_{ab.j}$ ، $r_{aj.b}$ ، $r_{bj.a}$.

٢- احسب اغتراب معاملات الارتباط الآتية : $r_{ab} = ٠,٦٢$ ، $r_{aj} = ٠,٥٠$ ،

$r_{bj} = ٠,٤٥$

خامساً : معامل الارتباط المتعدد : *Multiple Correlation*

يستخدم معامل ارتباط المتعدد في إيجاد العلاقة بين متغير ما وبين متغيرين أو أكثر في حالة ضمه معاً ، ويلجأ الباحث إلى استخدامه في حالة ما إذا كانت المشكلة التي يقوم بدراستها تتضمن متغيراً مستقلاً واحداً ومتغيرين تابعين أو أكثر في حالة ضمه معاً حتى يصل إلى معامل عددي واحد يوضح العلاقة بين المتغير المستقل والمتغيرات التابعة لموضوع الدراسة ، أو في حالة متغيرين مستقلين أو أكثر عند ضمهما معاً ومتغير تابع واحد . فمعامل الارتباط المتعدد يوضح مدى اعتماد ظاهرة ما على عدد من الظواهر ، لذا فهو ذو فائدة كبرى في البحوث التجريبية بصفة عامة ، والبحوث النفسية والتربوية والاجتماعية على وجه الخصوص ، نظراً لأن مشاكل الارتباط فيها ما هي إلا مشاكل من الارتباط المتعدد .

ويعتمد معامل الارتباط المتعدد كخطوة أولية على معاملات الارتباط البسيطة بين المتغير المستقل وكل متغير من المتغيرات التابعة ، والتي ينتج عنها المصفوفة الارتباطية *Correlation Matrix* ، بشرط ألا يقل حجم العينة عن ٥٠ فرداً ، وعندما تقترب قيمة معامل الارتباط المتعدد من الواحد (تنحصر قيمة معامل الارتباط المتعدد بين صفر ، ١) فيجب إعادة تصحيحها .

١ - معامل الارتباط المتعدد بين متغير مستقل ومتغيرين تابعين :

إذا أراد باحث مثلاً دراسة " الذكاء وعلاقته بالتحصيل الدراسي والاتجاه نحو المدرسة " ، فالذكاء يمثل المتغير المستقل (١) ، ويمثل التحصيل والاتجاه نحو المدرسة المتغيرين التابعين (٢ ، ٣) على الترتيب ، فيصبح المطلوب حساب الارتباط بين الذكاء من ناحية وهذين المتغيرين (٢ ، ٣) معاً ، أي التحصيل الدراسي والاتجاه نحو المدرسة . والخطوة الأولى يبدأ الباحث بحساب معامل الارتباط البسيط (ارتباط بيرسون) ، بين كل متغير وآخر من متغيرات الدراسة حتى يحصل على ثلاثة ارتباطات ، وبافتراض أن هذه الارتباطات كانت على النحو الآتي :

$$(١) \text{ الذكاء بالتحصيل الدراسي } (r_{١٢}) = ٠,٦٥$$

$$(٢) \text{ الذكاء بالاتجاه نحو المدرسة } (r_{١٣}) = ٠,٥٥$$

$$(٣) \text{ التحصيل الدراسي بالاتجاه نحو المدرسة } (r_{٢٣}) = ٠,٧٠$$

فيتم حساب معامل الارتباط المتعدد من الارتباطات السابقة بالتعويض في

المعادلة الآتية :

$$\frac{\sqrt{r_{12} \times r_{13} \times r_{23} - (r_{12})^2 - (r_{13})^2}}{\sqrt{(r_{23})^2 - 1}} = (r_{12,13})$$

$$\therefore r_{12,13} = \frac{r_{12} \times r_{13} \times r_{23} - (r_{12})^2 - (r_{13})^2}{\sqrt{(r_{23})^2 - 1}}$$

$$\frac{\sqrt{(0,70 \times 0,55 \times 0,65) - (0,55)^2 - (0,65)^2}}{\sqrt{(0,70)^2 - 1}} = r_{12,13}$$

$$\frac{\sqrt{0,50 - 0,30 + 0,42}}{\sqrt{0,49 - 1}} = r_{12,13}$$

$$\sqrt{0,431} = \frac{0,50 - 0,72}{0,51} = r_{12,13}$$

∴ معامل الارتباط المتعدد (r_{12,13}) = 0,657 ؛ r_{12,13}² = 0,432

نلاحظ أن الارتباط بين الذكاء والثاني (التحصيل والاتجاه) = 0,657 .

فإذا كانت عينة الدراسة مكونة من 200 تلميذ مثلاً ، فإن درجات الحرية

= ن - 2 = 200 - 2 = 198 ، وبالكشف عن قيمة معامل الارتباط الجدولية

المقابلة لدرجات حرية 198 نجد أن معامل الارتباط المتعدد (0,657) دال إحصائياً

عند مستوى 0,01 ، ويمكن استخدام معادلة التصحيح للحصول على مربع معامل

الارتباط المتعدد المعدل *Adjusted R²* من المعادلة الآتية :

$$r^2 \text{ المعدل} = 1 - \left(\frac{1 - n}{1 - k - n} \right) (r^2 - 1)$$

حيث أن :

ن = حجم العينة ك = عدد المتغيرات المستقلة

r² = مربع معامل الارتباط المتعدد

٢- معامل الارتباط المتعدد بين متغير مستقل وأكثر من متغيرين تابعين :

إذا أراد باحث أن يدرس مشكلة " الكفاية الإنتاجية وعلاقتها ببعض المتغيرات

لدى العمال " على النحو الآتي :

(١) الكفاية الإنتاجية (متغير مستقل)

(٢) الذكاء (متغير تابع)

(٣) القدرات الخاصة بالعمل (متغير تابع)

(٤) العلاقة بالرؤساء (متغير تابع)

(٥) العلاقة بالزملاء (متغير تابع)

(٦) الاتجاه نحو العمل (متغير تابع)

(٧) المكانة الاجتماعية (متغير تابع)

يقوم الباحث في هذه الحالة بحساب معاملات الارتباط المتعددة الآتية :

(أ) معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية (١) ، والذكاء والقدرات

(٢ ، ٣) معاً ، وبافتراض أن معامل الارتباط المتعدد (ر ١ . ٣٢) كان مساوياً

(٠ ، ٣١) .

(ب) معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية (١) ، والعلاقة بالرؤساء ،

والعلاقة بالزملاء (٤ ، ٥) معاً . وبافتراض أن معامل الارتباط المتعدد

(ر ١ . ٥٤) كان مساوياً (٠ ، ٥٥) .

(جـ) معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية (١) ، والاتجاه نحو العمل

والمكانة الاجتماعية (٦ ، ٧) معاً ، وبافتراض أن معامل الارتباط المتعدد

(ر ١ . ٧٦) كان مساوياً (٠ ، ٤٢) .

(د) يقوم الباحث بتحويل معاملات الارتباط المتعددة السابقة إلى مقابلاتها

اللوغاريتمية من الجداول الإحصائية على النحو الآتي :

المقابلات اللوغاريتمية	معاملات الارتباط المتعددة
$z = ٠,٣٢$	$r_{١.٣٢} = ٠,٣١$
$z = ٠,٦٢$	$r_{١.٥٤} = ٠,٥٥$
$z = ٠,٤٥$	$r_{١.٧٦} = ٠,٤٢$

(هـ) يقوم الباحث بحساب متوسط المقابلات اللوغاريتمية .

$$\text{المتوسط} = \frac{0,32 + 0,62 + 0,54}{3} = 0,46$$

(و) يكشف الباحث فى الجداول الإحصائية عن قيمة معامل الارتباط المقابلة للقيمة اللوغاريتمية (0,46) ، والتي تساوى (0,43) ، وبالتالي يكون معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية والمتغيرات الستة معاً مساوياً (0,43) ، ثم يقوم الباحث بالكشف عن دلالاته الإحصائية كما وضحنا سابقاً .

3- معامل الارتباط المتعدد بين متغيرين مستقلين أو أكثر ومتغير تابع واحد .
يمكن حساب معامل الارتباط المتعدد لعدة متغيرات مستقلة مجتمعة معاً ومتغير تابع واحد ، نظراً لأن معامل الارتباط المتعدد فى هذه الحالة يوضح العلاقة الخطية بين متغير تابع ودالة خطية لمجموعة متغيرات مستقلة .

فإذا أراد باحث دراسة علاقة التنشئة الاجتماعية بكافة متغيراتها بتحصيل الطلاب ، فهنا يجد الباحث أمامه كثير من المتغيرات التي تتكون منها التنشئة الاجتماعية (الأسرة ، جماعة الأقران ، وسائل الإعلام ، الأقارب ، وغيرها) ، وبالتالي تنشأ لديه الحاجة إلى أسلوب إحصائي يعالج أكثر من متغيرين اثنين لإيجاد الارتباطات بين المتغيرات حتى يمكن التوصل إلى قيمة رقمية واحدة توضح علاقة التنشئة الاجتماعية بكافة متغيراتها بالتحصيل لدى الطلاب .

ويصلح معامل الارتباط المتعدد فى إيجاد العلاقة بين أى عدد من المتغيرات المستقلة ومتغير تابع واحد ، ونبدأ بأبسط نموذج وهو معامل الارتباط المتعدد بين ثلاثة متغيرات أحدهما متغير تابع والآخران متغيران مستقلان .

مثال (٤٢) :

أراد أحد الباحثين إيجاد علاقة الميل الهندسى والقدرة الاستدلالية لدى افراد عينة دراسته بتحصيلهم فى مادة الرياضيات بعد أن حسب علاقة كل من الميل الهندسى والقدرة الاستدلالية بالتحصيل ، فكانت 0,68 ، 0,32 على الترتيب ، وكانت علاقة الميل الهندسى بالقدرة الاستدلالية = 0,75 .

$$\text{معامل الارتباط المتعدد } r_{3.(21)} = \sqrt{\frac{r_{12} \times r_{23} \times r_{13}^2 - r_{12}^2 r_{13} + r_{13}^2 r_{12}}{r_{13}^2 - 1}}$$

حيث أن :

ر (٢١) ٣ = معامل الارتباط المتعدد بين المتغيرين المستقلين [الميل الهندسي

(١) ، القدرة الاستدلالية (٢)] ، والمتغير التابع [التحصيل (٣)]

ر ٢١ معامل ارتباط المتغير المستقل الأول (الميل الهندسي) بالمتغير التابع
(التحصيل)

ر ٢٢ معامل ارتباط المتغير المستقل الثاني (القدرة الاستدلالية) بالمتغير التابع
(التحصيل)

ر ٢١ معامل الارتباط بين المتغيرين المستقلين (الميل الهندسي ، القدرة
الاستدلالية)

$$0,74 = \frac{\sqrt{(0,75 \times 0,32 \times 0,68)^2 - (0,32)^2 + (0,68)^2}}{\sqrt{(0,75)^2 - 1}} = r_{(21)} \therefore$$

$\therefore r_{(21)} = 0,55$ ، ويمكن الحصول على r^2 المعدل من المعادلة الآتية :

$$r_{(21)}^2 \text{ المعدل} = 1 - \left(\frac{1-n}{1-k-n} \right) (r_{(21)}^2 - 1)$$

وإذا كان لدينا أكثر من ثلاثة متغيرات ، وليكن مثلاً خمسة متغيرات ، فإننا نتبع نفس الخطوات التي تم ذكرها عند إيجاد معامل الارتباط المتعدد في حالة وجود أكثر من متغيرين تابعين على النحو الآتي :

(أ) إذا كانت المتغيرات المستقلة هي : القدرة الاستدلالية (١) ، الذكاء (٢) ،

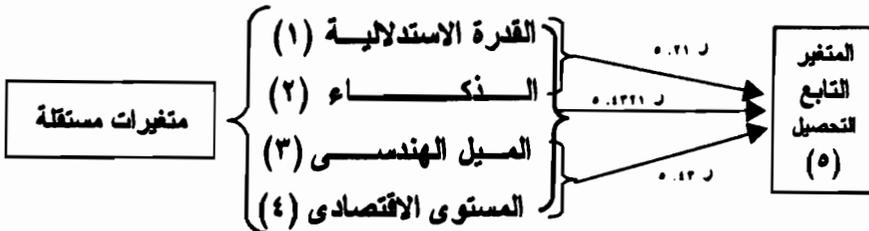
الميل الهندسي (٣) ، والمستوى الاقتصادي (٤) ، والمتغير التابع التحصيل

(٥) ، نحسب معامل الارتباط المتعدد بين كل من القدرة الاستدلالية والذكاء

والتحصيل = $r_{٢١} = 0,5$ ، ومعامل الارتباط المتعدد بين كل من الميل الهندسي

والمستوى الاقتصادي والتحصيل = $r_{٤٣} = 0,٤٣$ ، كما هو موضح في الشكل

الآتي :



(ب) نقوم بتحويل معاملات الارتباطات المتعددة (ر ٠.٢١ ، ر ٠.٤٣) إلى مقابلاتها اللوغاريتمية من الجدول الخاص بذلك .

(ج) نحسب متوسط المقابلات اللوغاريتمية لمعاملات الارتباطات المتعددة =
مج المقابلات اللوغاريتمية
عددها

(د) نستخرج من الجدول معامل الارتباط المقابل لمتوسط المقابلات اللوغاريتمية فيكون هو معامل الارتباط المتعدد بين المتغيرات المستقلة معاً والمتغير التابع (ر ٠.٤٣٢١) .

مثال (٤٣) :

نفترض أن معامل الارتباط المتعدد بين كل من القدرة الاستدلالية والذكاء = ٠,٥٣ ، ومعامل الارتباط المتعدد بين كل من الميل الهندسي والمستوى الاقتصادي = ٠,٣٩ ، فما قيمة معامل الارتباط المتعدد بين المتغيرات المستقلة مجتمعة (القدرة الاستدلالية ، الذكاء ، الميل الهندسي ، والمستوى الاقتصادي) والتحصيل الدراسي ؟

خطوات الحل :

∴ ر ٠.٢١ = (علاقة القدرة الاستدلالية والذكاء بالتحصيل) = ٠,٥٣

∴ ر ٠.٤٣ = (علاقة الميل الهندسي والمستوى الاقتصادي بالتحصيل) = ٠,٣٩

∴ المقابلات اللوغاريتمية (ز) لمعاملات الارتباط المتعدد ٠,٥٣ ، ٠,٣٩ =
 ٠,٥٩ ، ٠,٤١ على الترتيب .

$$\text{متوسط (ز)} = \frac{٠,٥٩ + ٠,٤١}{٢} = \frac{١,٠٠}{٢} = ٠,٥٠$$

معامل الارتباط المتعدد (ر ٠.٤٣٢١) المقابل لـ ٠,٥٠ = ٠,٤٦

∴ معامل الارتباط المتعدد بين المتغيرات المستقلة معاً والتحصيل

الدراسي = ٠,٤٦

ونختبر دلالة معامل الارتباط المتعدد باستخدام اختبار " ف " من المعادلة الآتية :

$$F = \frac{r^2 (n - k - 1)}{(1 - r^2) k}$$

درجات الحرية = (ك ، ن - ك - ١)

حيث أن :

ك = عدد المتغيرات المستقلة (درجات حرية البسط)

ن - ك - ١ = عدد الأفراد - عدد المتغيرات المستقلة - ١ (درجات حرية المقام)

فإذا كانت ف المحسوبة \leq ف الجدولية المقابلة لدرجات حرية البسط (ك) ،

و درجات حرية المقام (ن - ك - ١) عند مستوى (α) فهذا يدل على أن معامل الارتباط المتعدد دال إحصائياً عند هذا المستوى .

• العلاقة بين اختبار "ت" ومعاملات الارتباط :

يمكن اختبار دلالة معامل الارتباط البسيط بين متغيرين من معادلة كندال

الآتية :

$$t = r \sqrt{\frac{n-2}{r^2-1}}$$

درجات الحرية = ن - ٢

حيث أن : ر = قيمة معامل الارتباط ، ن = حجم العينة ≤ ١٠

نكشف في جدول الدلالة الإحصائية لاختبار " ت " عند درجات حرية =

ن - ٢ لمعرفة ت الجدولية عند مستويات الدلالة الشائعة الاستخدام (٠,٠٥ ،

٠,٠١ ، ٠,٠٠١) لدلالة الطرفين ، ثم نقارن بين القيمة المحسوبة (ت) والقيمة

الجدولية (ت') ، كما وضحنا سابقاً . ومن الأخطاء الشائعة في البحوث النفسية

والتربوية والاجتماعية أن يضع الباحث فرضاً فارقاً وفرضاً ارتباطياً لنفس البيانات

مثل : توجد علاقة بين الذكاء والتحصيل لدى طلاب الجامعة ، نلاحظ أن هذا الفرض

هو نفسه الفرض " توجد فروق بين متوسطي درجات تحصيل الطلاب مرتفعي

ومنخفضي الذكاء " .

مثال (٤٤) :

حسب باحث علاقة الذكاء بالتحصيل الدراسي لدى عينة عددها ٤٢

تلميذاً من تلاميذ المرحلة الإعدادية فكان مساوياً ٠,٦ وأراد أن يختبر دلالة معامل

الارتباط .

$$t = 0,6 \sqrt{\frac{40}{0,36-1}} = 0,6 \sqrt{\frac{40}{-0,64}} = 4,743$$

ت الجدولية المقابلة لدرجات حرية ٤٠ عند مستوى ٠,٠١ = ٢,٤٢
 ∴ معامل الارتباط بين الذكاء والتحصيل دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠١
 ويمكن اختبار دلالة معامل الارتباط الجزئي في حالة ثلاثة متغيرات باستخدام
 اختبار " ت " من المعادلات الآتية :

$$T = \frac{r_{٢١}}{\sqrt{\frac{(r_{٢١})^2 - 1}{3 - n}}}$$

درجات الحرية = ٣ - ن

وفي هذه الحالة يمكن اختبار دلالة الارتباط بين المتغيرين (١ ، ٢) مثلاً بعد
 حذف أثر المتغير الثالث (٣) ، ويمكن اختبار دلالة الارتباط بين المتغيرين
 (١ ، ٣) بعد حذف أثر المتغير الثاني (٢) من المعادلة الآتية :

$$T = \frac{r_{٣١}}{\sqrt{\frac{(r_{٣١})^2 - 1}{3 - n}}}$$

درجات الحرية = ٣ - ن

ودلالة الارتباط بين المتغيرين (٢ ، ٣) بعد عزل تأثير المتغير الأول (١)
 يتم اختبارها من المعادلة الآتية :

$$T = \frac{r_{٢٣}}{\sqrt{\frac{(r_{٢٣})^2 - 1}{3 - n}}}$$

درجات الحرية = ٣ - ن

• العلاقة بين تحليل التباين ومعاملات الارتباط :

يمكن اختبار دلالة معامل الارتباط البسيط بين متغيرين بواسطة اختبار " ف "
 أو تحليل التباين من المعادلة الآتية :

$$F = \frac{r^2 (n - 2)}{1 - r^2}$$

درجات الحرية = (١ ، ن - ٢)

وتتبع الدلالة اختبار هارتلى (النسبة الفائية ف) عند درجات حرية

البسط = ١ ، ودرجات حرية المقام = ن - ٢

ويمكن اختبار دلالة معامل الارتباط المتعدد بواسطة اختبار " ف " من

المعادلة الآتية :

$$F = \frac{R^2 (n - k - 1)}{k (R^2 - 1)}$$

درجات الحرية = (ك ، ن - ك - ١)

حيث أن :

ك = عدد المتغيرات المستقلة ، ن = حجم العينة

ر^٢ = مربع معامل الارتباط المتعدد

* سبق توضيح هذه المعادلة .