

الفصل السادس

اختبار الفروض الارتباطية
بالإحصاء اللابارامترى

الفصل السادس اختبار الفروض الارتباطية بالإحصاء اللابارامترى

أولاً : معامل ارتباط فروق الرتب لسبيرمان :

Spearman's Rank Differences correlation:

يستخدم معامل ارتباط سبيرمان في حالة ما إذا كان المتغيران ينقسم كل منهما إلى فئات منفصلة ، أو إذا كان المتغيران في صورة رتب ، أو إذا كان المتغيران متصلين وفضل استخدام الرتب بدلاً من الدرجات الخام ، ويعد معامل ارتباط سبيرمان حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون الذي يستخدم مع المتغيرات التي يكون قياسها من مستوى المسافة أو النسبة ، كما وضحنا سابقاً ، إلا أن طريقة حساب كل من المعاملين تختلف تماماً .

ويفضل استخدام معامل سبيرمان في حالة العينات التي يكون حجمها (١٠) أفراد فأقل ، ومن الممكن استخدامه بوجه خاص حينما لا يتجاوز حجم العينة عن (٣٠) فرداً ، ويعتمد في حسابه على فروق رتب الأفراد على كلا المتغيرين (المستقل ، التابع) ؛ ولا يعتمد على الدرجات الخام ، ويعد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان من أقدم طرق الارتباط اللابارامترية وأفضلها ، ويمكن حسابه من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل ارتباط الرتب} = 1 - \frac{6 \text{ مج ف}^2}{n(n^2 - 1)}$$

درجات الحرية = n

حيث أن :

مج ف^٢ = مجموع مربعات فروق الرتب n = عدد الأفراد

مثال (٤٥) :

اختبر صحة الفرض : " توجد علاقة دالة إحصائية بين درجات التلاميذ في

اختبارى الجبر والهندسة " من البيانات الآتية بطريقة معامل ارتباط الرتب .

٧٧	٨٠	٧٧	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٥	اختبار الجبر (س)
٥٢	٥٤	٥٥	٥٤	٥٨	٦٠	٥٥	٧٢	اختبار الهندسة (س)

خطوات الحل :

يُفضل لإيجاد رتب كل من (س) ، (ص) عمل الجدولين الآتيين حتى نضمن

صحة الترتيب :

١- إيجاد رتب (س) :

نرتب درجات التلاميذ في الجبر ترتيباً تنازلياً ونرتب درجات التلاميذ في الهندسة ترتيباً تنازلياً أيضاً ، فإذا رتبنا درجات الظاهرة الأولى (درجات س) تصاعدياً ، فيجب ترتيب درجات الظاهرة الثانية (درجات ص) تصاعدياً أيضاً .

٧٥	٧٥	٧٦	٧٧	٧٧	٧٧	٧٨	٨٠	الترتيب التنازلي
٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	مسلسل
٧,٥	٧,٥	٦	٤	٤	٤	٢	١	الرتب

نلاحظ من الجدول السابق ما يأتي :

(أ) السطر الأفقى الأول : يتم فيه ترتيب مفردات الظاهرة (س) ترتيباً تنازلياً ، أو تصاعدياً .

(ب) السطر الأفقى الثانى : يتم فيه إعطاء أرقام مسلسلة للظاهرة (س) .

(ج) السطر الثالث خاص للرتب : والرتبة تمثل المسلسل ، ولكن إذا كانت

الظاهرة مكررة فتعطى كل ظاهرة متوسط المسلسل ، فمثلاً الدرجة ٧٧

مكررة ثلاث مرات ومسلسلها ٣ ، ٤ ، ٥ فتأخذ كل منها متوسط

$$\text{التسلسل } = \left(\frac{٥ + ٤ + ٣}{٣} \right) = ٤ ، وهكذا .$$

٢- إيجاد رتب (ص) :

٥٢	٥٤	٥٤	٥٥	٥٥	٥٨	٦٠	٧٢	الترتيب التنازلي
٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	مسلسل
٨	٦,٥	٦,٥	٤,٥	٤,٥	٣	٢	١	الرتب

٣- نكون الجدول الآتي :

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف ^٢
٧٥	٧٢	٧,٥	١	٦,٥	٤٢,٢٥
٧٥	٥٥	٧,٥	٤,٥	٣	٩,٠٠
٧٦	٦٠	٦	٢	٤	١٦,٠٠
٧٧	٥٨	٤	٣	١	١,٠٠
٧٨	٥٤	٢	٦,٥	٤,٥-	٢٠,٢٥
٧٧	٥٥	٤	٤,٥	٠,٥-	٠,٢٥
٨٠	٥٤	١	٦,٥	٥,٥-	٣٠,٢٥
٧٧	٥٢	٤	٨	٤-	١٦,٠٠

$$\text{مجموع } f^2 = ١٣٥$$

$$\therefore r = ١ - \frac{١٣٥ \times ٦}{(١ - ٦٤) \times ٨}$$

$$= ٠,٦٠٧ = \frac{١٣٥ \times ٦}{٦٣ \times ٨} - ١$$

$$\text{درجات الحرية} = n = ٨$$

بالكشف فى الجداول الإحصائية الخاصة بمعامل ارتباط سبيرمان عند درجات حرية تساوى ٨ نجد أن قيمة r المحسوبة غير دالة ، نظراً لأن قيمة r المحسوبة أقل من القيمة الجدولية (٠,٧٣٨) عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالي يمكن رفض الفرض السابق وقبول الفرض البديل ، حيث لا توجد فروق دالة إحصائياً بين درجات التلاميذ فى اختبارى الجبر والهندسة .

مثال (٤٦) :

فيما يلى تقديرات عشرة طلاب بالفرقة الأولى بكلية التربية فى مادة الرياضيات (س) ، ومادة الكيمياء (ص) ، احسب قيمة العلاقة بين تقديرات الطلاب فى المادتين .

الرياضيات	ضعف	متنق	ضعف	ضعف ف جداً	مقبول	مقبول	مقبول	جيد جداً	جيد	مقبول
الكيمياء	جيد	جيد جداً	ضعف	مقبول	مقبول <td>جيد</td> <td>مقبول <td>متنق</td> <td>مقبول</td> <td>ضعف</td> </td>	جيد	مقبول <td>متنق</td> <td>مقبول</td> <td>ضعف</td>	متنق	مقبول	ضعف

خطوات الحل :

١- إيجاد رتب (س) :

الترتيب التنزلي	ممتاز	جيد جدا	جيد	جيد	مقبول	مقبول	مقبول	ضعيف	ضعيف جدا
مسلسل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
الرتب	١	٢	٣,٥	٣,٥	٦	٦	٦	٨,٥	٨,٥

٢- إيجاد رتب (ص) :

الترتيب التنزلي	ممتاز	جيد جدا	جيد جدا	جيد	مقبول	مقبول	مقبول	مقبول	ضعيف	ضعيف جدا
مسلسل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الرتب	١	٢,٥	٢,٥	٤	٦,٥	٦,٥	٦,٥	٦,٥	٩	١٠

٣- نكون بعد ذلك الجدول الآتي :

الرياضيات (س)	الكيمياء (ص)	رتب (س)	رتب (ص)	ف	ف ^٢
ضعيف	جيد	٨,٥	٤	٤,٥+	٢٠,٢٥
ممتاز	جيد جدا	١	٢,٥	١,٥-	٢,٢٥
ضعيف	ضعيف جدا	٨,٥	١٠	١,٥-	٢,٢٥
ضعيف جدا	مقبول	١٠	٦,٥	٣,٥+	١٢,٢٥
مقبول	مقبول	٦	٦,٥	٠,٥-	٠,٢٥
مقبول	جيد جدا	٦	٢,٥	٣,٥+	١٢,٢٥
جيد جدا	مقبول	٢	٦,٥	٤,٥-	٢٠,٢٥
جيد	ممتاز	٣,٥	١	٢,٥+	٦,٢٥
جيد	مقبول	٣,٥	٦,٥	٣,٠-	٩,٠٠
مقبول	ضعيف	٦	٩	٣,٠-	٩,٠٠

$$\text{مجم ف}^2 = 94$$

$$\therefore r = 1 - \frac{\sum f^2}{n(n-1)}$$

$$= 1 - \frac{94 \times 6}{99 \times 10} = 0,57 - 1 = 0,43$$

نلاحظ مما سبق أن :

(١) معامل ارتباط الرتب لسبير مان يصلح لإيجاد الارتباط لبيانات رقمية كمثال

(٤٥) ، أو لبيانات وصفية كمثال (٤٦) .

(٢) مجموع الفروق عن متوسطها (مجم ف) = صفر دائماً

(٣) مجموع رتب المتغير الأول (مجـ س) = مجموع رتب المتغير الثاني (مجـ ص) .

(٤) تتراوح قيمة معامل ارتباط الرتب فيما بين $1+$ ، $1-$ ، ونحصل على الارتباط التام الموجب ($1+$) ، إذا كانت جميع الرتب في المتغيرين متساوية (ترتيب الحالات واحد تماماً في المتغيرين) ، أما الارتباط التام السالب ($1-$) ، نحصل عليه إذا كان ترتيب الأفراد في المتغير الأول عكس ترتيبهم في المتغير الثاني ، بمعنى أن الفرد الذي حصل على الرتبة الأولى في المتغير (س) كانت رتبته الأخيرة في المتغير الثاني (ص) ، وهكذا .

(٥) لتفسير معنى الارتباط نربع معامل ارتباط الرتب (r^2) ، نظراً لأن r^2 تفسر نسبة التباين في المتغير التابع التي ترجع إلى تأثير المتغير المستقل (التباين المشترك بين المتغيرين) .

ويمكن استخدام معادلة كندال لاختبار دلالة معامل ارتباط سبيرمان عندما يكون حجم العينة ≤ 10 :

$$T = r \sqrt{\frac{n-1}{r-1}}$$

ثم نحدد قيمة T الجدولية عند درجات حرية $n - 2$ ، ونقارن بين T المحسوبة مع T الجدولية ، كما سبق توضيح ذلك .

تمارين :

١- احسب معامل ارتباط الرتب بين س ، ص من البيانات الآتية :

س	٤	٥	٥	٦	٩	١٠	٩	١١	٩	١٢
ص	٢	٤	٥	٩	٧	٤	٨	١٠	١٠	١١

٢- فيما يلي تقديرات عشرة طالبة بكلية العلوم في مادتي الرياضيات (س) ، والكيمياء (ص) . احسب قيمة العلاقة بين تقديرات الطلبة في المادتين .

س	جيد جداً	مقبول	جيد	ضعف جداً	ضعف	مقبول	متنزل	ضعف	جيد جداً	مقبول
ص	جيد	ضعف	جيد	مقبول	متنزل	جيد جداً	ضعف	ضعف جداً	جيد	جيد

ثانياً : معامل ارتباط فاي (ϕ) : Phi Coefficient

يستخدم معامل ارتباط فاي (ϕ) في حساب العلاقة بين متغيرين منفصلين (اسميين) ، أي يستخدم في الحالات التي يُقسم فيها كل من المتغيرين إلى نوعين مختلفين مثل الصفات ومعكوساتها (ذكور - إناث ؛ علمي - أدبي ؛ صواب - خطأ ؛ نعم - لا ؛ راسب - ناجح ؛ ضعيف - متفوق ؛ وغيرها) ، لذا فهو يصلح لتحليل مفردات أسئلة الاختبارات النفسية ؛ ويصلح في حساب العلاقة بين الآباء والأبناء ، والعلاقة بين المعطين وتلاميذهم ، وغيرها . ويمكن أن يستخدم في حساب العلاقة بين المتغيرات المتصلة ، أو المستمرة بعد تحويلها إلى متغيرات ثنائية كما هو الحال في حالة تحليل التباين الثنائي (سيأتى الحديث عنه) .

مثال (٤٧) :

إذا كانت لدينا إجابة ثنائية (نعم - لا) عن سؤالين مختلفين (س ، ص) ، احسب العلاقة بين الإجابات عن هذين السؤالين من البيانات الآتية :

ص \ س	س	لا	المجموع
نعم	٥ (أ)	٩ (ب)	١٤
لا	١٣ (ج)	٤ (د)	١٧
المجموع	١٨	١٣	٣١

خطوات الحل :

نحسب معامل ارتباط فاي (ϕ) من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل ارتباط فاي } (\phi) = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

$$\text{معامل ارتباط فاي } (\phi) = \frac{13 \times 9 - 4 \times 5}{\sqrt{13 \times 18 \times 17 \times 14}} = 0,41$$

حل آخر :

نحول التكرارات إلى نسب من المجموع الكلي (٣١) على النحو الآتي :

ص	س	نعم	لا	مجـ النسب
نعم	٠,١٦ (أ)	٠,٢٩ (ب)	٠,٤٥ (هـ)	
لا	٠,٤٢ (جـ)	٠,١٣ (د)	٠,٥٥ (ى)	
مجـ النسب	٠,٥٨ (هـ)	٠,٤٢ (ى)	١,٠٠	

نحسب معامل ارتباط فاي (\emptyset) من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل ارتباط فاي } (\emptyset) = \frac{\text{أد} - \text{بج}}{\sqrt{\text{هـ} \times \text{ى} \times \text{هـ} \times \text{ى}}}$$

$$= \frac{٠,٤٢ \times ٠,٢٩ - ٠,١٣ \times ٠,١٦}{\sqrt{٠,٤٢ \times ٠,٥٨ \times ٠,٥٥ \times ٠,٤٥}}$$

معامل ارتباط فاي (\emptyset) = ٠,٤١

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها سابقاً .

ويتم حساب الدلالة الإحصائية لمعامل ارتباط فاي (\emptyset) بطريقتين هما :

١- استخدام 'كا' :

يتم حساب الدلالة الإحصائية لمعامل ارتباط فاي (\emptyset) من علاقته

بـ ('كا') من المعادلة الآتية :

$$\frac{\text{كا}^2}{\text{ن}} = \emptyset$$

$$\text{كا}^2 = \text{ن} \times (\emptyset)^2 = ٠,١٧ \times ٣١ = ٥,٢٧$$

درجات حرية 'كا' = (عدد الصفوف - ١) (عدد الأعمدة - ١)

$$\text{درجات حرية 'كا'} = ١ \times ١ = ١$$

نكشف عن قيمة 'كا' الجدولية المقابلة لدرجات حرية (١) فى

الجدول الإحصائية الخاصة بـ 'كا' عند مستويات ٠,٠٠١ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٥

نجدها مساوية ٣,٨٤ ، ٦,٦٤ ، ١٠,٨٣ على الترتيب .

∴ قيمة كا^٢ (٥,٢٧) < كا^٢ الجدولية (٣,٨٤) عند مستوى ٠,٠٥ .

∴ معامل ارتباط (ϕ) دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠٥ ، وبالتالي يمكن

القول أنه توجد علاقة سالبة دالة إحصائياً بين استجابات الأفراد عن

السؤال (س) واستجاباتهم عن السؤال (ص) .

٢- حساب دلالة (ϕ) من الدرجة المعيارية (ذ) :

$$\text{ذ} = \sqrt{\frac{\phi}{n}}$$

$$\therefore \text{ذ} = \sqrt{\frac{٠,٤١}{٣١}} = ٠,٢٨$$

نقارن قيمة (ذ) المحسوبة بالقيم اللازمة للدلالة الإحصائية

للنسبة الحرجة عند مستويي ٠,٠٥ ، ٠,٠١ (±١,٩٦ ، ±٢,٥٨) لدلالة

الطرفين .

∴ قيمة (ذ) المحسوبة (-٠,٢٨) دالة عند مستوى ٠,٠٥

تمرين :

احسب معامل ارتباط (ϕ) و كا^٢ من البيانات الآتية :

مرتفع	منخفض	ص س
٧٣	٤٩	منخفض
٩١	٣٧	مرتفع

ثالثاً : معامل الارتباط الرباعي :

Tetrachoric Correlation Coefficient

لا يختلف معامل الارتباط الرباعي في فكرته العامة عن معامل (Φ) ، وتمثل

الاختلافات المحدودة بينهما في الآتي :

١- أن يكون المتغيران في معامل الارتباط الرباعي متغيرين متصلين أصلاً ، قسم كل منهما إلى فئتين فقط عند نقطة معينة على متصل الدرجات ، بحيث تصبح درجة الفرد على أي متغير منهما إما " منخفضة أو مرتفعة " ، " أقل من المتوسط أو أعلى من المتوسط " ، وهكذا وفقاً لمحك نقطة التقسيم ، وبذلك تتحول درجات أفراد العينة إلى تكرارات لهذا التقسيم الثنائي للمتغير .

٢- أن يؤدي هذا التصنيف الثنائي للدرجات إلى تكرارات متقاربة في فئتي الجدول ، بحيث لا تبعد تكرارات الفئة بعداً كبيراً عن ٥٠ % من التكرارات الخاصة بالمتغير ، ولا يصلح معامل الارتباط الرباعي في حالة ما إذا زادت التكرارات في إحدى خلايا الجدول عن ٩٠ % من تكرارات المتغير ، أو نقصت في خلية أخرى عن ١٠ % .

٣- أن يكون توزيع الدرجات الأصلية لكل من المتغيرين توزيعاً اعتدالياً ، أو قريباً جداً من التوزيع الاعتدالي ، بحيث يصوغ الباحث افتراض أن البيانات التي يعالجها مسحوبة من مجموعة أصلية ذات توزيع اعتدالي نموذجي ، لذا كلما كانت العينة كبيرة ، كلما كان التوزيع اعتدالياً ، ويجب ألا تقل العينة عن ٢٠٠ فرد .

فإذا طبق باحث اختباراً لقياس الذكاء الوجداني على عينة حجمها ٢٠٠ فرد ، وقام بتقسيم الأفراد طبقاً لدرجاتهم التي تقع أعلى وأدنى من متوسط الدرجات إلى مجموعتين مرتفعي الذكاء الوجداني ، ومنخفضي الذكاء الوجداني ، ثم طبق الباحث على نفس العينة من الأفراد مقياساً لقياس سمة الانبساط ، وتم تقسيم الأفراد عن طريق متوسط الدرجات على الاختبار إلى منبسطين ومنطويين ، وقام بتدوين تكرارات أفراد العينة في هذين المتغيرين ، كما هو موضح في الجدول الآتي :

النسبة	مجـ	منخفضون	مرتفعون	الذكاء الانبساط
% ٥٠	١٠٠	٦٠ (ب)	٤٠ (أ)	منبسطون
% ٥٠	١٠٠	٦٥ (د)	٣٥ (جـ)	منطويون
	٢٠٠	١٢٥	٧٥	مجـ
		% ٦٢	% ٣٨	النسبة

نستخدم عادة معادلة من الدرجة الثانية ذات مجهولين لحساب قيمة معامل الارتباط الرباعي (ر) هي :

$$(1) \quad r = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a^2 - c^2)(b^2 - d^2)}}$$

حيث أن :

ص = ارتفاع المنحنى الاعتدالي عند نقطة التقسيم ٥٠ ، % ٥٠

ص' = ارتفاع المنحنى الاعتدالي عند نقطة التقسيم ٣٨ ، % ٦٢

س ، س' = الدرجتين المعياريتين عند نقطتي التقسيم (ص ، ص')

ر = معامل الارتباط الرباعي

وهذه المعادلة يمكن حلها بواسطة التحليل - في بعض الأحيان - إلا أن

الطريقة العامة لحلها هي :

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

والمعادلة (١) معادلة طويلة تتطلب كمية عمل كبيرة ، فقد قام "ديفيدوف

وجوهين" (Devidoff & Goheen, 1953) بوضع جدول مبسط لتحديد قيمة معامل

الارتباط الرباعي من بيانات الجدول السابق هي :

$$r = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a^2 - c^2)(b^2 - d^2)}} = \frac{40 \times 65 - 35 \times 60}{\sqrt{(40^2 - 35^2)(65^2 - 60^2)}} = 1,24$$

ويلاحظ أن هذه القيمة تقريبية ، وإن كانت الفروق بينها وبين القيمة الناتجة عن التعويض في معادلة الدرجة الثانية (المعادلة ١) ، فروقاً ضئيلة لا تقارن بحجم الوفرة في الوقت والجهد واحتمال التعرض للأخطاء .

ويمكن حساب معامل الارتباط الرباعي عن طريق حساب معامل ارتباط (θ) وبالكشف في الجداول الإحصائية الخاصة بقيمة معامل الارتباط الرباعي المقابلة لمعامل ارتباط (θ) ، نحصل على قيمة تقريبية لمعامل الارتباط الرباعي .

فيمكن حساب معامل ارتباط (θ) من مثالنا السابق على النحو الآتي :

$$0,05 = \frac{35 \times 60 - 65 \times 40}{75 \times 125 \times 100 \times 100} \sqrt{\quad} = \theta$$

قيمة معامل الارتباط الرباعي (ر ب) المقابلة لمعامل ارتباط (θ) المساوي $(0,05)$ تساوي $0,08$ ، وهي قيمة تقريبية .

رابعاً : معامل الاقتران الرباعي : *Coefficient of Assoeiation*

اقترح " يول " *Yule* معاملاً للاقتران الرباعي يمكن استخدامه في الحالات التي يصعب فيها استخدام الارتباط الرباعي ، وهو قد لا يرقى إلى دقة معاملات الارتباط الأخرى ، إلا أنه يقترب من معامل ارتباط بيرسون إذا تم ضربه $\times 0,75$.
وتعتمد طريقة حساب الاقتران الرباعي على خارج قسمة فرق الخلايا المتشابهة على حاصل جمعها من المعادلة الآتية :

$$\frac{\text{الاقتران الرباعي (ر)} = \frac{ad - bc}{ad + bc}}$$

$$r = \frac{(35 \times 60) - (65 \times 40)}{(35 \times 60) + (65 \times 40)} = \frac{500}{4700}$$

$$r = \frac{5}{47} = 0,11$$

وتميل القيم العددية لمعامل الاقتران الرباعي (ر) إلى أن تكون أكبر من القيم العددية لمعاملات الارتباط الأخرى ، لذا فإنه من الأفضل أن يقترب معامل الاقتران الرباعي من معامل ارتباط بيرسون بضره في $0,75$ أي أن :

$$r = 0,75 \times 0,11 = 0,08$$

نلاحظ أن القيمة الناتجة ($0,08$) تساوى تقريباً قيمة معامل الارتباط الرباعي التي حصلنا عليها من نفس البيانات .

تمرين :

احسب معامل الارتباط الرباعي ومعامل الاقتران الرباعي من البيانات

الآتية :

متفوق	ضعيف	ص س
0,20	0,27	ضعيف
0,23	0,30	متفوق

خامساً : معامل ارتباط التوافق :

Contingency Coefficient of Correlation:

يستخدم معامل ارتباط التوافق في حساب العلاقة بين المتغيرات ثنائية التقسيم غير القابلة للقياس العددي بعد رصدها في صورة جداول تكرارية مزدوجة عدد خلايا أعمدها أو صفوفها أكبر أو تساوي اثنين ($2 \leq$) مثل : الحالة الاجتماعية (متزوج ، أعزب ، مطلق) ؛ لون البشرة (أبيض ، قمحي ، أسود) ؛ الجنسية (مصري ، سعودي ، سوري) ، وغيرها من المتغيرات التي لا نستطيع قياسها قياساً كميّاً ، أي أن معامل ارتباط التوافق يستخدم في حساب العلاقة بين المتغيرات التي يتم وصفها وصفاً كيفياً ، ويحسب من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل ارتباط التوافق (ق)} = \sqrt{1 - \frac{1}{\text{ج}}}$$

حيث أن :

$$\text{ج} = \text{مجم} \left[\frac{\text{مربع تكرار كل خلية}}{\text{مجم التكرارات لعمود تلك الخلية} \times \text{مجم التكرارات لصف نفس الخلية}} \right]$$

مثال (٤١) :

إذا أردنا حساب العلاقة بين لون العيون لدى الآباء ولونها لدى أبنائهم من

بيانات الجدول الآتي :

مجم	بنية	خضراء	زرقاء	الأبناء الآباء
١٠	٤	٤	٢	زرقاء
١٠	٦	١	٣	خضراء
١٠	٣	٢	٥	بنية
٣٠	١٣	٧	١٠	مجم

خطوات الحل :

حساب ج :

$$(١) \text{ بالنسبة للتكرار (٢) } = \frac{4}{10 \times 10} = 0,04$$

$$(٢) \text{ بالنسبة للتكرار (٣) } = \frac{9}{10 \times 10} = 0,09$$

$$٠,٢٥ = \frac{٢٥}{١٠ \times ١٠} = (٥) \text{ بالنسبة للتكرار}$$

$$٠,٢٣ = \frac{١٦}{١٠ \times ٧} = (٤) \text{ بالنسبة للتكرار}$$

$$٠,٠١ = \frac{١}{١٠ \times ٧} = (١) \text{ بالنسبة للتكرار}$$

$$٠,٠٦ = \frac{٤}{١٠ \times ١٣} = (٢) \text{ بالنسبة للتكرار}$$

$$٠,١٢ = \frac{١٦}{١٠ \times ١٣} = (٤) \text{ بالنسبة للتكرار}$$

$$٠,٢٨ = \frac{٣٦}{١٠ \times ١٣} = (٦) \text{ بالنسبة للتكرار}$$

$$٠,٠٧ = \frac{٩}{١٠ \times ١٣} = (٣) \text{ بالنسبة للتكرار}$$

$$\therefore \text{ حـ } = ٠,٠٦ + ٠,٠١ + ٠,٢٣ + ٠,٢٥ + ٠,٠٩ + ٠,٠٤ =$$

$$١,١٥ = ٠,٠٧ + ٠,٢٨ + ٠,١٢ +$$

$$\text{معامل ارتباط التوافق (ق) } = \sqrt{\frac{١}{\text{حـ}}}$$

$$٠,٣٦ = \sqrt{\frac{١}{١,١٥}} =$$

نحسب الدلالة الإحصائية لمعامل التوافق عن طريق حساب كا^٢ ،
ونقارن القيمة المحسوبة بالقيمة الجدولية لـ كا^٢ المقابلة لدرجات حرية =
(عدد الأعمدة - ١) (عدد الصفوف - ١)

$$\boxed{\text{كا}^2 \text{ (المحسوبة)} = \frac{\text{ن} \times \text{ق}^2}{\text{ق} - ١}}$$

حيث أن :

ن = عدد أفراد العينة ق = مربع معامل التوافق المحسوب

$$\therefore \text{كا}^2 = \frac{30 \times (0,36)^2}{(0,36)^2 - 1} = 4,48$$

قيمة كا² المقابلة لدرجات حرية 4 عند مستويي 0,05 ، 0,01 = 9,49 ،
13,28 على الترتيب .

∴ قيمة كا² المحسوبة (4,48) غير دالة إحصائياً .

∴ معامل ارتباط التوافق (0,36) غير دال إحصائياً ، وبالتالي يمكن القول بأنه

لا توجد علاقة دالة بين الخصائص الوراثية للون العيون عند الآباء ولونها

لدى أبنائهم .

ويمكن حساب معامل ارتباط التوافق بمعرفة (كا²) من المعادلة الآتية :

$$\sqrt{\frac{\text{كا}^2}{\text{كا}^2 + \text{ن}}} = \text{ق}$$

ونستطيع الحكم على قوة معامل التوافق من ناتج المعادلة الآتية :

$$\sqrt{\frac{\text{ق}^2}{\text{ق}^2 - 1}} = \text{قوة معامل التوافق}$$

وتخضع قوة معامل التوافق لمحكات الحكم على قيمة نسبة الارتباط

(ω^2 ، η^2) التي تم ذكرها في الفصل الثالث .

تمرين :

احسب معامل ارتباط التوافق من البيانات الآتية :

س	ص	راسب	ناجح
راسب	0,27	0,20	
ناجح	0,30	0,23	

سادساً : معامل ارتباط كندال :

Kendal's Correlation Coefficient

يستخدم معامل ارتباط كندال في حساب العلاقة بين متغيرين في القياس الرتبي ، أى أنه يستخدم فى نفس الأغراض التى يستخدم فيها معامل ارتباط " سبيرمان " ، إلا أن معامل كندال أفضل كثيراً من معامل سبيرمان فى قياس ارتباط الرتب ، وقيمته أقل من قيمتى معامل بيرسون ومعامل سبيرمان ، ويتم حسابه من المعادلة الآتية :

$$r = \frac{\text{مجد}}{\frac{1}{2}n(n-1)}$$

حيث أن :

مجد = مجموع الفروق فى عدد الرتب ن = عدد أزواج القيم (العينة)

مثال (٤٩) :

إذا علمت أن رتب ١٢ طالباً فى كل من الطموح والإبداع ، كما هى موضحة

بالتبويب الآتى :

الفرد	أ	ب	ث	د	ت	ج	ر	ح	س	ل	ك	و
رتبة الطموح	٣	٤	٢	١	٨	١١	١٠	٦	٧	١٢	٥	٩
رتبة الإبداع	٢	٦	٥	١	١٠	٩	٨	٣	٤	١٢	٧	١١

احسب معامل ارتباط كندال من البيانات السابقة

خطوات الحل :

(١) نرتب المتغير الأول (الطموح) ترتيباً طبيعياً ، ثم نرتب رتب المتغير الثانى (الإبداع) طبقاً لذلك .

الفرد	د	ث	أ	ب	ك	ح	س	ت	و	ر	ج	د
رتبة الطموح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
رتبة الإبداع	١	٥	٢	٦	٧	٣	٤	١٠	١١	٨	٩	١٢

(٢) نوجد الفرق بين عدد الرتب التى تقع على يسار ، أو أسفل الترتيب الأول ،

وعدد الرتب التى تقع على يمين ، أو أعلى الترتيب الأول بالنسبة لتوزيع

المتغير الذى لم يرتب ترتيباً طبيعياً (الإبداع) ، ثم ننتقل إلى الترتيب الثانى ونوجد الفرق بين عدد الرتب على يمينه وعدد الرتب على يساره على النحو الآتى :

- بالنسبة للرتبة ١ : د = ١١ - صفر = ١١
- بالنسبة للرتبة ٥ : د = ٧ - صفر = ٧
- بالنسبة للرتبة ٢ : د = ٩ - ١ = ٨
- بالنسبة للرتبة ٦ : د = ٦ - صفر = ٦
- بالنسبة للرتبة ٧ : د = ٥ - صفر = ٥
- بالنسبة للرتبة ٣ : د = ٦ - ٣ = ٣
- بالنسبة للرتبة ٤ : د = ٥ - ٣ = ٢
- بالنسبة للرتبة ١٠ : د = ٢ - صفر = ٢
- بالنسبة للرتبة ١١ : د = ١ - صفر = ١
- بالنسبة للرتبة ٨ : د = ٢ - ٢ = صفر
- بالنسبة للرتبة ٩ : د = ١ - ٢ = -١
- بالنسبة للرتبة ١٢ : د = صفر

.. مجد = ٤٤ ، ن = ١٢

$$٠,٦٧ = \frac{٤٤}{١١ \times ١٢ \times \frac{١}{٩}} = \frac{\text{مجد}}{(١ - ن) \frac{١}{٩}} = ر$$

ويمكن حساب دلالة معامل كندال من قيمة ذ على النحو الآتى :

$$\boxed{\text{ذ} = \frac{ر}{\frac{(٥ + ن٢) ٢}{(١ - ن) ٩}}}$$

$$١٣,٧٢ = \frac{٠,٦٧}{\frac{٥٨}{١١٨٨}} = \frac{٠,٦٧}{\frac{(٥ + ٢٤) ٢}{١١ \times ١٢ \times ٩}} = \text{ذ}$$

نقارن قيمة (ذ) المحسوبة (١٣,٧٢) بقيمة (ذ) الجدولية (± ١,٩٦ ، ±

٢,٥٨) عند مستويى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ على الترتيب .

نجد قيمة (ذ) دالة عند مستوى ٠,٠١ ، وبالتالي فإن معامل ارتباط كندال

(٠,٦٧) دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ .

سابعاً : معامل إتفاق كندال :

Kendall Coefficient of Concordance

يقوم بعض الباحثين بإعداد بعض أدوات القياس السلوكية مثل : الاختبار ، الاستبيان ، وبطاقة الملاحظة ، وغيرها من أدوات القياس ، ثم يقومون بعرض هذه الأدوات على مجموعة من الخبراء المتخصصين فى المجال الذى أعدت فيه أداة القياس لأخذ آرائهم والإفادة منها فى إعداد الأداة موضوع البحث ، وهذا ما يطلق عليه صدق المحكمين ، إلا أن بعض الباحثين يقومون بكتابة عبارات براءة فى بحوثهم مثل : " تم أخذ العبارات التى اتفق عليها ٩٠ % من المحكمين " دون إجراء تحليل إحصائى جيد يؤكد صحة العبارة السابقة ، لذا يجب على الباحثين تحديد درجة اتفاق المحكمين على عبارات الأداة السلوكية تحديداً إحصائياً ، وهنا يفضل حساب معامل اتفاق كندال بين المحكمين من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل اتفاق كندال (r)} = \frac{12 \times \text{مجم ف}^2}{m^2 \times (n - 1)}$$

حيث أن :

مجم ف^٢ = مجموع مربعات الفروق عن المتوسط الخاص بالصفوف

م = عدد المحكمين

ن = حجم العينة ، أو عدد بنود أداة القياس

مثال (٥٠) :

نفترض أن باحثاً قام بإعداد اختبار لقياس سمة المثابرة لدى طلاب الجامعة مثلاً ويتكون هذا الاختبار من عشرة بنود ، أو عشرة أبعاد ، ثم قام الباحث بعرض هذا الاختبار على مجموعة من المحكمين عددهم خمسة وطلب منهم ترتيب هذه البنود العشرة ، أو الأبعاد العشرة من حيث جودة ، أو صحة قياس كل منها لسمة المثابرة ، وحصل الباحث على تقديرات هؤلاء المحكمين ، كما هو موضح فى الجدول الآتى :

ف ^٢	ف	مجموع رتب كل بند أو بعد	تقديرات المحكمين					البنود أو الأبعاد
			(٥)	(٤)	(٣)	(٢)	(١)	
٢٤٠,٢٥	١٥,٥	١٢	٤	٣	٢	١	٢	١
٣٤٢,٢٥	١٨,٥	٩	٢	٢	١	٣	١	٢
١٥٦,٢٥	١٢,٥	١٥	٣	١	٤	٤	٣	٣
٤٢,٢٥	٦,٥	٢١	١	٥	٥	٥	٥	٤
٦,٢٥	٢,٥	٢٥	٦	٧	٦	٢	٤	٥
٢,٢٥	١,٥	٢٩	٧	٤	٣	٨	٧	٦
١٢,٢٥	٣,٥	٣١	٥	٦	٨	٦	٦	٧
١٣٢,٢٥	١١,٥	٣٩	٩	٨	٧	٧	٨	٨
٣٤٢,٢٥	١٨,٥	٤٦	٨	٩	١٠	١٠	٩	٩
٤٢٠,٢٥	٢٠,٥	٤٨	١١	١٠	٩	٨	١٠	١٠

المطلوب : كيف يحدد الباحث درجة اتفاق المحكمين على هذه البنود أو الأبعاد ؟
خطوات الحل :

- ١- يضع الباحث فى العمود الأول أرقام البنود ، أو الأبعاد العشرة ، والتي تمثل العينة الخاصة بالدراسة (ن) .
- ٢- بما أن لكل بند أو بعد خمس رتب وضعها خمسة محكمين مختلفين ، يقوم الباحث بإعداد خمسة أعمدة يضع فى كل عمود الرتب الخاصة بكل محكم من المحكمين الخمسة .
- ٣- يقوم الباحث بإعداد عمود سادس يجمع فيه الرتب الخاصة بكل بند ، أو بعد ، فنلاحظ أن مجموع رتب البند ، أو البعد الأول للمحكمين الخمسة = ١٢ ، ومجموع رتب البند ، أو البعد الثانى للمحكمين الخمسة = ٩ ، وهكذا لكل البنود ، أو الأبعاد .
- ٤- يقوم الباحث بجمع هذه الرتب حتى يحصل على المجموع الكلى لهذه الرتب ، والذي يساوى فى مثالنا ٢٧٥ رتبة ، ولكى يتأكد الباحث من صحة هذا المجموع (مجموع الرتب) ، يمكن مطابقة المجموع الذى حصل عليه (٢٧٥) بناتج المعادلة الآتية :

$$\frac{م \times ن (ن + 1)}{2} = \text{مجموع الرتب (م-ر)}$$

$$\frac{10 \times 11}{2} = \text{م-ر}$$

$$275 = \frac{110 \times 5}{2} =$$

∴ مجموع الرتب (م-ر) = 275

5- يقوم الباحث بحساب متوسط الرتب ، أي متوسط رتب الصفوف ، والذي يساوي المجموع الكلي للرتب (275) مقسوماً على مجموع الصفوف أو مجموع البنود ، أو مجموع الأبعاد (ن = 10) ، وبالتالي يكون متوسط الرتب في مثلنا هذا = $275 \div 10 = 27.5$.

6- يقوم الباحث بإعداد عمود سابع يسجل فيه الفرق (ف) بين مجموع رتب كل صف ومتوسط الرتب (27.5) . فالفرق بين مجموع رتب الصف الأول ومتوسط الرتب = $27.5 - 12 = 15.5$ ، والفرق بين مجموع رتب الصف الثاني ومتوسط الرتب = $27.5 - 9 = 18.5$ ، وهكذا لكل الصفوف .

7- يقوم الباحث بإعداد عمود ثامن يسجل فيه مربعات قيم الفروق (ف) حتى يحصل على (ف²) ، ومنه يحصل للباحث على مجموع مربعات الفروق (م-ج ف²) .

8- يقوم الباحث بالتعويض في المعادلة الآتية :

$$r = \frac{12 \times \text{م-ج ف}^2}{م \times ن (ن - 1)}$$

$$r = \frac{1696.5 \times 12}{10 \times 11 \times 9} = 0.82$$

ويشير معامل ارتباط كندال (0.82) إلى وجود ارتباط ، أو اتفاق مرتفع بين تكديرات المحكمين الخمسة لهذه البنود أو الأبعاد .

وتتراوح قيم معامل اتفاق كندال فيما بين صفر ، + ١ ، وتدل القيمة صفر على وجود اختلاف تام بين المحكمين ، وتدل القيمة + ١ على اتفاق تام بين تقديرات المحكمين .

٩- يقوم الباحث بعد حساب معامل اتفاق كندال بتقدير الدلالة الإحصائية لهذا المعامل باستخدام المعادلة الآتية :

$$F = \frac{r_e(1-m)}{r_e-1}$$

$$F = \frac{4 \times 0,82}{0,18} = \frac{(1-5) \times 0,82}{0,82-1}$$

$$F = 18,22$$

١٠- يقارن الباحث قيمة ف المحسوبة (١٨,٢٢) بقيمة ف الجدولية من جدول قيم ف النظرية عند درجات حرية البسط = عدد المحكمين - ١ ، ودرجات حرية المقام = عدد البنود أو الأبعاد - ١ ، أى أن درجات حرية البسط فى مثالنا = ٥ - ١ = ٤ ، ودرجات حرية المقام = ١٠ - ١ = ٩ عند مستوى وقيمة ف الجدولية المقابلة لدرجات حرية (٤ ، ٩) عند مستوى ٠,٠١ ، ٠,٠٥ ، ٠,١ ، ٠,٥ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، أى أن ف المحسوبة (١٨,٢٢) < ف الجدولية (٦,٤٢٢) عند مستوى ٠,٠١ ، أى يوجد اتفاق جوهري دال عند مستوى ٠,٠١ بين آراء (رتب) المحكمين للبنود ، أو الأبعاد التى يتكون منها مقياس المثابرة .

١١- يمكن أن يلخص الباحث الخطوات السابقة فى الجدول الآتى :

المتغيرات	العدد	ر _e كندال	ف	د. ح	الدلالة
المحكمون	٥	٠,٨٢	١٨,٢٢	٤	٠,٠١
البنود	١٠			٩	