الباب الثالث

خواص المادة

Properties of matter

3.1 خواص المادة الصلبة Properties of solids

تتركب المادة من ذرات أو جزيئات يربط بينها قوى تكون صغيرة جداً في حال الغازات وتكون أكبر في حال السوائل وتكون كبيرة جداً في حال المواد الصلبة، هذه القوى تحدد شكل وحجم المادة . ففي حال الغازات والسوائل ونتيجة لصغر قوى الربط فإن ذراتها وجزيئاتها تتحرك عشوائياً ولا يكون لها ترتيب منتظم يحدد شكلها أو حجمها بل يشكلها الوسط الحاوي لها . وهذا بخلاف الحالة الصلبة ذات قوى الربط العالي الذي يحدد معه شكل وحجم المادة.

والمواد الصلبة إما بلورية Crystals أو غير بلورية NonCrystals :

أولاً – المواد الصلبة البلورية وفيها تترتب الذرات بانتظام على شكل خلايا ، تتكرر في كل الاتجاهات مكونة الجسم .

ثانياً – مواد غير بلورية مثل الزجاج وهي شبيهة بسائل عالي التبريد إذ أن لها صفات قريبة من صفات السوائل .

3.2 قوى الربط في المواد الصلبة Binding Forces

تحافظ المادة الصلبة على شكلها الثابت نتيجة لمحصلة قوى كبرى بعضها قوى جذب والأخرى قوى طرد ونقوم هنا بإعطاء لمحة عن قوى الجذب وهي ثلاث قوى :

أ– قوى كولومب Coulompic Forces : وتنشأ من تجاذب الشحنات الكهربية المختلفة على الذرات المتجاورة كما يحصل في بعض المركبات مثل كلوريد الصوديوم $NaCl$.

ب– قوى فان درفال Vander Waals Forces : وتحدث نتيجة لدوران

الإلكترونات في مساراتها حول النواة،محدثة ثنائيات قطب كهربائية تتجاذب مع بعضها بقوى غالبا ما تكون ضعيفة كما في الشمع.

جـ – قوى التبادل Exchange Forces: وتنشأ عندما ينتقل إلكترون من ذرة إلى أخرى تجاورها كما يحدث في الاتحاد الكيميائي لذرتين وهذا الانتقال يسبب تلاصق الذرتين بقوى ربط كبيرة .

أما قوى الطرد فتنتج عن تنافر السحب الإلكترونية المحيطة بكل ذرة مع مثيلاتها للذرات المجاورة وهذه القوى تصبح كبيرة جداً عند اقتراب الذرات من بعضها بدرجة كبيرة .

3.3 منحنى طاقة الوضع Potential Energy Curve

لتمثيل قوى الربط بين الذرات نعتبر جزيء ثنائي الذرة في جسم صلب بين ذرتيه قوى جذب ويمكن تمثيلها بمعادلة الجهد

$$U_1(r) = -\frac{a}{r^n} \qquad (3.1)$$

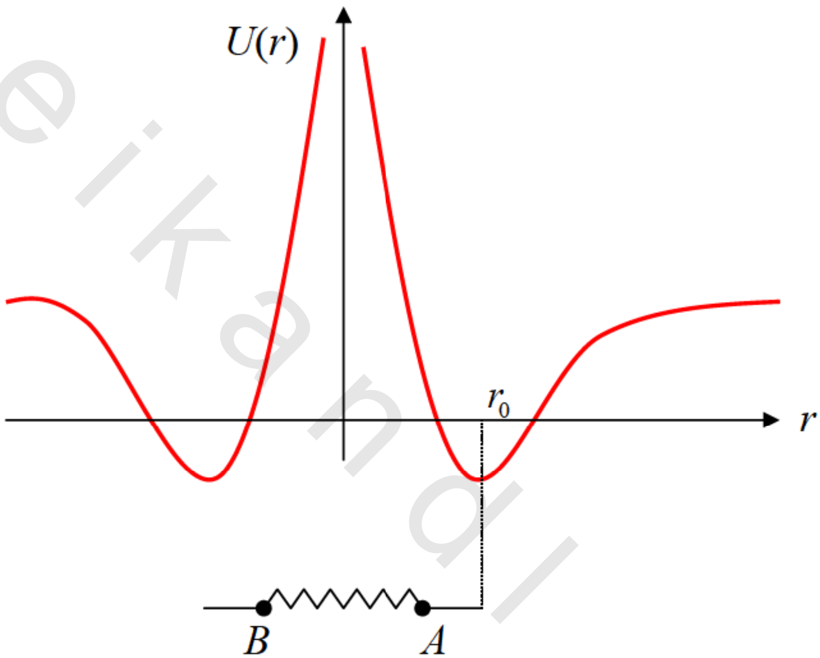
وقوى تنافر ويمكن تمثيلها بمعادلة مشابهة

$$U_2(r) = \frac{b}{r^m} \qquad (3.2)$$

حيث إن n و m ثوابت تتغير حسب حالة المادة فمثلاً في حالة $n = 1$ يكون الجهد $U_1(r)$ كولومبي ، ويمكن ضم المعادلتين (3.1) و (3.2) ليمثلا الجهد الكلي للجزيء

$$U(r) = -\frac{a}{r^n} + \frac{b}{r^m}$$

هذا ويمثل كل جهد في الشكل (3.1) بئر الجهد للذرتين A و B والتي تهتز فيها الذرة اهتزازاً توافقياً حول نقطة اتزانها



شكل (3.1) يمثل بئر الجهد لذرتين

وهذه الحركة تزداد بزيادة درجة الحرارة ومن ثم تزيد السعة والتي تسبب التمدد بالحرارة في الأجسام الصلبة.

مثال 3.1

تتغير طاقة الوضع لجزيء ثنائي وفقاً للمعادلة :

$$U(r) = -\frac{a}{r} + \frac{b}{r^2}$$

أ- استنتج قيمة r عندما تكون الطاقة أقل ما يمكن وكذلك عند القيمة الصفرية لها.

ب- استنتج القوة بين الذرتين وكذلك طاقة التحلل للجزيء.

الحل :

أ- للحصول على أقل طاقة نفاضل بالنسبة للإزاحة ونساوى بالصفر

$$\left(\frac{dU}{dr}\right)_{r=r_0} = \frac{a}{r_0^{2}} - \frac{2b}{r_0^{3}} = 0$$

ومنها نجد أن:

$$r_0 = \frac{2b}{a}$$

$$U_{\min}(r) = -\frac{a^2}{2b} + \frac{a^2}{4b} = -\frac{a^2}{4b}$$

قيمة r عند القيمة الصفرية

$$0 = -\frac{a}{r} + \frac{b}{r^2}$$

ومنها نجد أن:

$$r = \frac{b}{a}$$

ب- نعلم أن:

$$F = -\frac{dU}{dr} = -\frac{a}{r^2} + \frac{2b}{r^3}$$

ويلاحظ أنه عند $r = \frac{2b}{a}$ تكون القوة تساوي الصفر ، وعليه فإن القوة موجبة لقيم إزاحة أقل من $\frac{2b}{a}$ أي يكون هناك تنافر وعندما تكون الإزاحة أكبر من $\frac{2b}{a}$ تبدأ قوى التجاذب بين الذرتين.

أي أن طاقة التحلل هي الشغل اللازم لفصل ذرتين نهائياً

$$E_\infty = U(\infty) - U(r_0)$$

$$= 0 - \left(-\frac{a}{\frac{2b}{a}} + \frac{b}{\frac{4b^2}{a^2}} \right) = \frac{a^2}{4b}$$

أي أن طاقة التحلل للجزيء تكون أكبر من $U(\infty)$.

3.4 أنواع الجوامد المتبلورة Kinds of Crystallized Solids

1- البلورات الأيونية Ionic Crystals

ومن أمثلتها كلوريد الصوديوم Na Cl ، إذ يوجد بذرة الصوديوم إلكترون واحد في مداره الخارجي ، بينما المداران الأول $1s^2$ والثاني $2s^2 \ 2p^2$ مشبعين بالإلكترونات . لذلك إذا أزيل هذا الإلكترون من ذرة الصوديوم يصير تركيبها مثل ذرة النيون وهذا التركيب أكثر استقراراً .

وبالنظر إلي التركيب الإكتروني لذرة الكلور نجد أنه ينقصها إلكترون واحد في مدارها الثالث لتتشبع إلكترونياً وتصير مثل ذرة الأرجون الأكثر استقراراً . لذلك فإن اتحاد ذرتي الصوديوم والكلور يتم سريعاً ويكون ملح الطعام المتكون على الصورة الأيونية $Na^+ Cl^-$ وتكون قوى الربط الرئيسية بين الأيونات في هذا التركيب هي القوى الكولومية بين الشحنات المختلفة على الأيونات المتجاورة .ونظرا لأن كلوريد الصوديوم ملح متعادل كهربيا بالرغم من تكوينه من أيونات موجبة وسالبة ، لذلك يجب أن تكون الأيونات متراصة تبادلياً في أي اتجاه ، أي أن كل أيون صوديوم

يحيط به ستة أيونات كلور ، كأقرب جيران ويكون التركيب البلوري هو التكعيبي البسيط Simple Cubic .

2 – البلورات الجزيئية Molecular Crystals

يكون الترابط بينها بقوى فان درفال Vander Waal Forces ، جميع ذرات البلورة متشابهة ومتعادلة كهربياً ، وتحمل الذرة شحنات سالبة تكوّن ثنائي قطب كهربي electric dipole . تترتب ثنائيات القطب في الذرات المتجاورة بحيث تكون الشحنات المختلفة أقرب ما يمكن دائماً ، وتكون القوى الكهربية المحصلة هي الفرق بين قوى التجاذب والتنافر بين الشحنات المختلفة والمتشابهة . ويكون الجذب أكبر قليلاً من التنافر لقرب الشحنات المختلفة عن الشحنات المتماثلة .

يكون الترابط هنا ضعيفاً ولذلك تكون درجة انصهار مثل هذه المواد صغيرة كما في الشمع مثلاً.

3 – البلورات التساهمية Covalent Crystals

في هذه البلورات تكون الكثافة الكهربية بين الذرات المتجاورة كبيرة وتشترك الإلكترونات بين الذرات لتشبيع قشرتها الخارجية . ومثال ذلك ذرة الكربون حيث يوجد أربعة إلكترونات في قشرتها الثانية التي تتشبع بعدد ثمانية إلكترونات ، فإذا توزعت ذرات الكربون بحيث يكون لكل ذرة كربون أربع ذرات كأقرب جيران ، يمكن أن تشترك كل ذرتين متجاورتين في إلكترونين وتصبح بذلك جميع ذرات الكربون في الجسم الصلب وكأن بأغلفتها الخارجية عدد ثمانية إلكترونات لكل وليس أربعة فقط ، وهذا الوضع مستقر وينشأ عن ذلك قوى تساهمية كبيرة كما في حالة الماس .

4 – البلورات الفلزية Metal Crystals

تتميز الفلزات بعدد صغير من الإلكترونات في الأغلفة الخارجية ، بينما تكون الأغلفة الداخلية مشبعة مما يجعل ترابط الإلكترونات الخارجية بالنواة ضعيفاً.

ولذلك تتكون سحابة من الإلكترونات تحيط بأيونات هذه الذرات ،وتكون قوى التجاذب بين الأيونات والسحابة الإلكترونية هي القوى الأساسية للترابط بين ذرات الفلز .وتتميز هذه الرابطة بأنها مرنة Flexible ويعود ذلك لعدم وجود ربط مباشر بين الذرات وبعضها ، كما في الحالات السابقة وإنما يجيء الربط بين الأيون والسحابة الإلكترونية المحيطة به .

* * *

3.5 التركيب البلوري للأجسام الصلبة Crystal Structure

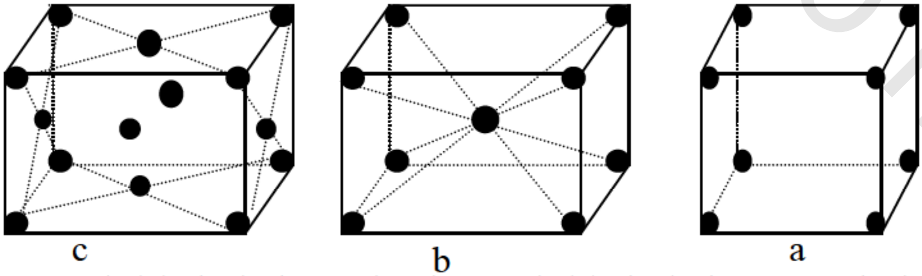
تترتب الذرات داخل شبيكات الأجسام البلورية ترتيباً منتظماً ، لتكون خلايا متماثلة إذا أُزيح أي منها في الاتجاه x أو الاتجاه y أو الاتجاه z في الفراغ لا يتغير الترتيب الذري ، ونقط الاتزان لذراتها تامة التماثل. ويتركب الجسم البلوري من عدد كبير من الخلايا المتراصة ، وقد وجد برافيه من دراسات هندسية لترتيب عدد لانهائي من النقاط بشكل منتظم أن هناك سبعة أنظمة بلورية تنتظم بداخلها أربع عشرة وحدة خلية ، يمكن أن تترتب النقاط ترتيباً في الفراغ كما هو الحال في الشبيكة البلورية.

ومن أهم هذه الأنظمة البلورية النظام التكعيبي الذي تترتب ذرات معظم الأنظمة المعرفة من الفلزات على صورته. وخلية هذا النظام على شكل مكعب تترتب فيه الذرات كالتالي :

أ–التكعيبي البسيط : وتوجد ذرة النظام في كل ركن من الأركان الثمانية للمكعب كما بالشكل (3.2a).

ب– التكعيبي متمركز الجسم وتوجد ذرة النظام في مركز المكعب بالإضافة إلى الذرات في الأركان الثمانية كما بالشكل (3.2b).

ج– التكعيبي متمركز الوجه: ويوجد بمركز كل وجه من أوجه الخلية ذرة بالإضافة إلى الذرات في الأركان الثمانية كما بالشكل (3.2c).



الشكل (3.2) يمثل الشكل (a) التكعيبي البسيط ، ويمثل الشكل (b) التكعيبي بزيادة ذرة في مركزه ، ويمثل الشكل (c) التكعيبي متمركز الوجه.

3.6 الإجهاد Stress

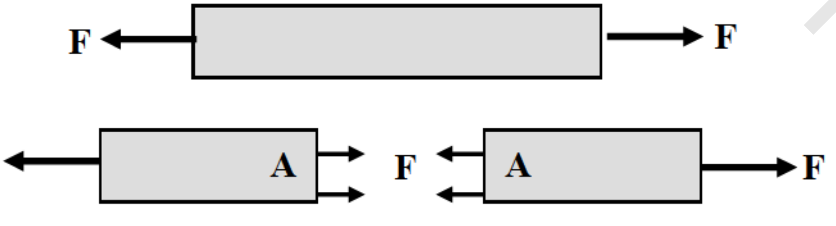
عندما ندرس تأثير القوى على الأجسام بأنواعها فإننا لا نتعرض للتشوُّهات في هذه الأجسام نتيجة لهذا التأثير. وفي الواقع فإن كل الأجسام قابلة للتشوُّه وذلك بتغيُّر الشكل أو الحجم أو كلاهما ويقل هذا التشوُّه في الأجسام ذات قوى الربط العالية بين ذراتها.

وسوف ندرس خصائص المرونة للأجسام الصلبة اعتماداً على معرفة الإجهاد Stress والانفعال Strain لهذه المواد.

يُعرف الإجهاد بأنه الكمية المتناسبة طرداً مع القوة المسبِّبة للتشوُّه والواقعة على مساحة من الجسم.

$$\text{الإجهاد} = \frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}} = \frac{F}{A} \qquad (3.3)$$

والإجهاد هنا يسمى بالإجهاد الطولي Tensile Stress وذلك لأن كل جزء من المادة يسحب الجزء التالي له ويسمى كذلك بالإجهاد العمودي وذلك لأن القوة المسبّبة للإجهاد عمودية على المساحة. انظر الشكل (3.3) ، أما وحدات الإجهاد فهي النيوتن لكل متر مربع أي الباسكال Pascal وهي نفس وحدة الضغط وتقاس كذلك بالداين لكل سم مربع.



شكل (3.3) إجهاد طولي فيه القوة عمودية على المقطع

مثـال 3.2

علِّق جسم كتلته $100.0\ kg$ من طرف سلك مدلى نصف قطر مقطعه $1.0\ mm$.
عين قيمة الإجهاد العمودي الواقع على مقطع السلك.

الحـل :

نعوض في معادلة الإجهاد عن وزن الجسم ومساحة مقطع السلك.

$$Stress = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{100.0\,kg \times 9.8\,m/s^2}{\pi\left(1.0\times10^{-3}m\right)^2} = 3.12\times10^8\ Pa$$

مثـال 3.3

تحمل يد جسماً كتلته $5.0\ kg$ ، معتبراً اليد دائرة نصف قطرها $6.0\ cm$ ،
احسب الإجهاد الواقع عليها.

الحـل :

بالتعويض عن وزن الجسم ومساحة اليد في المعادلة :

$$Stress = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{5.0\,kg \times 9.8\,m/s^2}{\pi\left(6.0\times10^{-2}m\right)^2} = 4.33\times10^3\ Pa$$

والآن ندرس الإجهاد الواقع على مقطع مائل من القضيب وله اتجاه اختياري. في هذه الحالة تكون المساحة المعرضة للإجهاد أكبر من المساحة العمودية على اتجاه القوة، انظر الشكل (3.4) ، ويمكن تحليل القوة إلى مركبتين إحداهما عمودية على السطح المائل $F_\perp$ وتسبِّب الإجهاد العمودي، أما الأخرى فإنها تلامس السطح المائل $F_{\parallel}$ وتسبِّب الإجهاد القصي على المقطع.

$$\text{الإجهاد العمودي} = \frac{F_\perp}{A'}$$

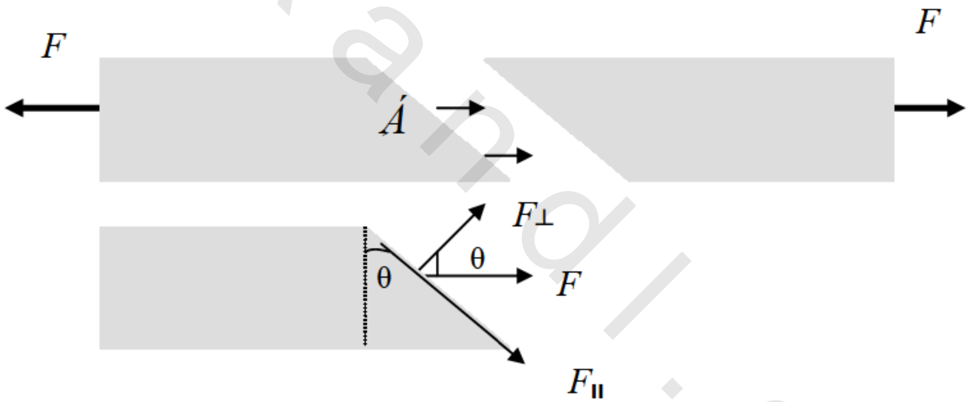
$$\text{الإجهاد القصي} = \frac{F_{II}}{A'}$$

ومن الشكل يمكن إعادة كتابة المعادلتين أعلاه بالصيغتين

$$\text{الإجهاد العمودي} = \frac{F\cos\theta}{A'} \quad (3.4)$$

$$\text{الإجهاد القصي} = \frac{F\sin\theta}{A'} \quad (3.5)$$

حيث A' هو مساحة السطح المائل



شكل (3.4) إجهاد طولي فيه القوة تؤثر على سطح مائل

مثال :

لدينا جسم يميل مقطعه عن الرأس بزاوية 36.9^6 وله مساحة قدرها 20cm^2 .
إذا سحب الجسم بقوة أفقية قدرها 10^4N، احسب الإجهاد العمودي على وجه الجسم وكذلك احسب الإجهاد الموازي له.

الحل:

نعين الإجهادين العمودي والموازي على التوالي باستخدام المعادلتين (3.4) و (3.5) ونرمز لهما بالرمزين $S_{\perp}$, S_{11}.

$$S_{\perp}=\frac{F_{\perp}}{A^{´}}=\frac{F\cos\theta}{A^{´}}=10^{4}N\cos\theta$$

$$=\frac{10^{4}N\cos 36.9}{20\times10^{-4}\ m^{2}}=3x10^{6}\rho_{a}$$

$$S_{11}=\frac{F_{11}}{A^{´}}=\frac{F\sin\theta}{A^{´}}=\frac{10^{4}N\cos 36.9}{20\times10^{-4}m^{2}}=4\times10^{6}N$$

* * *

3.7 الانفعال Strain

يُعرف الانفعال بأنه التغيُّر النسبي في أبعاد أو حجم الجسم المُجهَد. والانفعال إما أن يكون انفعالاً طولياً أو انفعالاً مساحياً أو انفعالاً حجمياً، وسوف نتعرَّض للحالات الثلاث على النحو التالي:

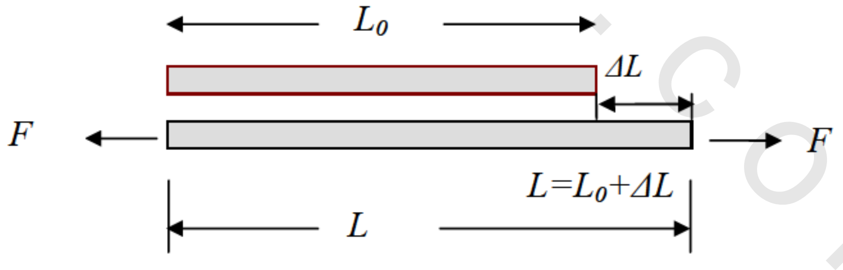
النوع الأول: الانفعال الطولي Tensile Strain

لنأخذ قضيباً طوله L_0 واستطال بمقدار ΔL عند التأثير عليه بقوتين متساويتين ومتعاكستين حيث $\Delta L = L - L_0$ و L هو الطول بعد التأثير، انظر الشكل (3.5) .

ومن التعريف فإن الانفعال الطولي للقضيب يعطى بالعلاقة:

$$\text{الانفعال الطولي} = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} \qquad (3.6)$$

ولو ضغطنا القضيب فإن الانفعال يعطى بنفس الطريقة، أي أنه النسبة بين النقص في الطول والطول الأصلي.



شكل (3.5) إجهاد طولي استطال فيه الجسم بمقدار ΔL عند التأثير عليه بقوة قدرها F

النوع الثاني : الانفعال القصي Shear Strain

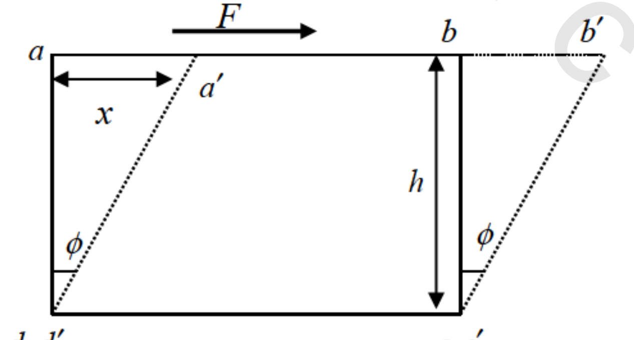
لنأخذ جسماً مثبت القاعدة ونؤثر على سطحه العلوي بقوة ملامسة للسطح. هذه القوة تحدث تشوهاً عاماً في الجسم وهذا التشوُّه يكون أوضح على السطح العلوي ويقل مع الابتعاد عنه ويمثل الانفعال بالشكل (3.6). وفيه يمثِّل الشكل $abcd$ حالة الجسم قبل الإجهاد ويمثل $a'b'c'd'$ حالة بعد الإجهاد. علماً بأن قاعدته متينة ويمثلها الركنان d,d' و c,c' ويُعرف الانفعال القصي **بأنه النسبة بين الإزاحة للركن العلوي والارتفاع والممثل بظل الزاوية** ϕ المبينة في الشكل.

$$\tan\phi = \frac{x}{h} = \text{الانفعال القصي} \qquad (3.7)$$

وحيث إن $h >> x$ فإن الزاوية ϕ صغيرة جداً وعليه فإن الانفعال يُقرب بالصيغة

$$\frac{x}{h} = \phi \qquad (3.8)$$

وقيمة الزاوية في المعادلة (3.8) مقدرة بالريديان .



شكل (3.6) جسم ثبتت قاعدته وأثرت على سطحه الموازي قوة مماسية محدثة انفعالاً قصياً

مثـال 3.4

جسم من الفولاذ أبعاده $5.0cm$ و $20.0cm$و $20.0cm$ ومثبت القاعدة. أثرت على وجهه العلوي قوة لتصبح أبعاده 5.0cm و $20.5cm$ و 20.0cm. احسب الانفعال القصي.

الحل:

نلاحظ أن الاستطالة في طول الوجه العلوي هي 0.5cm ومن المعادلة (3.9) يكون الانفعال القصي $\phi = \frac{x}{h} = \frac{.05cm}{20.0cm} = 0.025rad = 1.43^{\circ}$

النوع الثالث : الانفعال الحجمي Volume Strain

ويحدث هذا الانفعال عند الضغط على كامل الجسم ويحدِث تغيراً فيه مقداره ΔV ويُعرف بأنه النسبة بين التغير في الحجم والحجم الأصلي.

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_0}{V_0} \qquad (3.9)$$

مثال 3.5

كرة من الرصاص حجمها $2.0m^3$ غُمرت في البحر فنقص حجمها بمقدار 5.0% من الحجم الأصلي . احسب الانفعال والنقص في نصف قطرها.

الحل:

نعلم أن الانفعال الحجمي له الصيغة

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{0.95V_0 - V_0}{V_0} = -0,05$$

ولمعرفة النقص في نصف القطر فإن الحجم بعد الغمر هو:

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 - 0.05V_0 = 1.95m^3$$

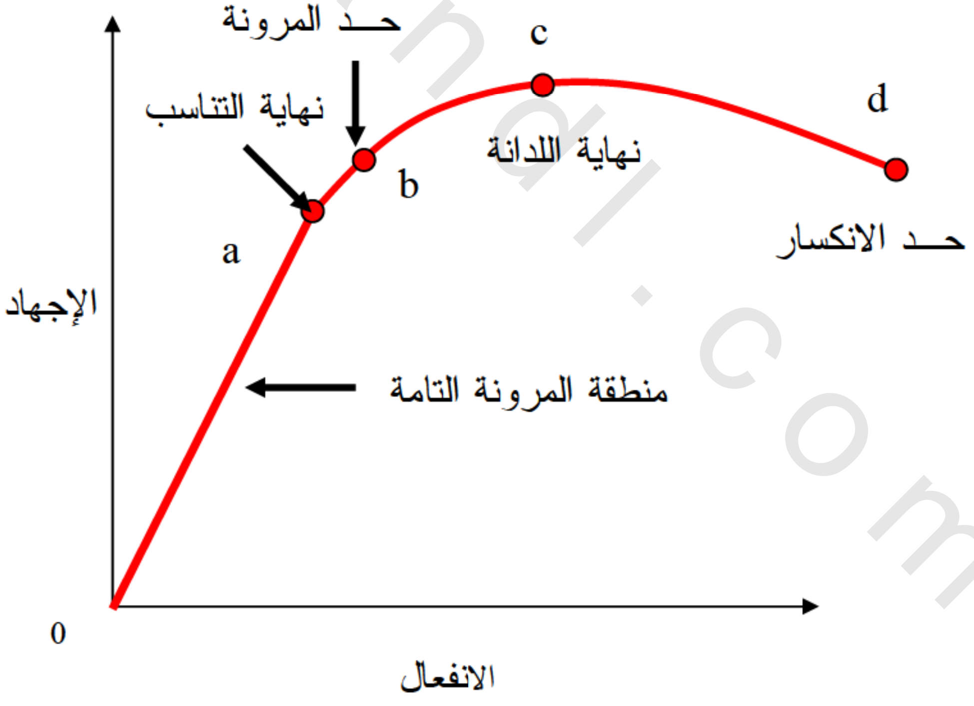
وحيث إن:

$$1.95m^3 = \frac{4}{3}\pi r_2^3 \quad \text{و} \quad 2.0m^3 = \frac{4}{3}\pi r_1^3$$

فإن $\Delta r = 6.6mm$ ويمثل النقص في نصف القطر.

3.8 المرونة واللدانة Elasticity and Plasticity

لو أجرينا تجربة بسيطة بتعليق أجسام في سلك مدلي حيث نبدأ بأجسام صغيرة ثم نزيد الوزن بالتدريج وفي كل مرة نسجل الوزن وما يقابله من استطالة وبدراسة النتائج نجد أن أوزان الأجسام الصغيرة تتناسب طرداً مع الاستطالة أي أن الإجهاد يتناسب طرداً مع الانفعال وبرفع هذه الأثقال يعود السلك إلى حالته السابقة.

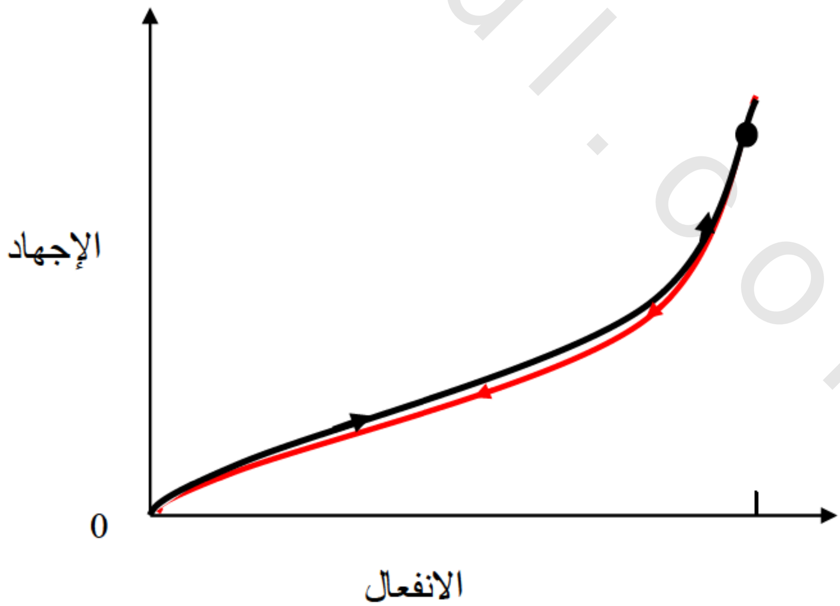


شكل (3.7) منحنى المرونة الذي يبين العلاقة بين الإجهاد والانفعال

وفي هذا الجزء من التجربة يتحقق قانون هوك Hooke’s law المعروف ويتمثل في الجزء oa من الرسم، انظر الشكل (3.7).

إذا كبر الجسم المعلّق قليلاً فإن الإجهاد لا يتناسب مع الانفعال لكن لا زال الجسم مرناً ويعود إلى حالته السابقة عند رفع الثقل ويمثل على الرسم بالجزء ab ونسمي النقطة b بحد المرونة أو نهاية المرونة التامة. بعد هذه النقطة نجد أن أي إضافة في الوزن يقابلها زيادة أكبر في الاستطالة أي أن الانفعال أكبر من سابقه في المنطقة ob ويمثل على الرسم بالجزء bc وتسمى منطقة اللدانة وبرفع الثقل عن السلك نجد تشوهاً دائماً أي أن السلك لم يعد إلى طوله السابق وبجانب ذلك فلو أجرينا التجربة بطريقة عكسية أي أن نخفّف الأوزان بالتدريج فإننا لا نحصل على الاستطالة المقابلة لنفس الأوزان. أي أن الجسم أصبح لدناً وحصل به تشوُّه دائم ويمثل بالشكل (3.8)

بعد النقطة c نجد أنه بزيادة الوزن (أي بزيادة الإجهاد) زيادة بسيطة فإن الاستطالة تزداد باضطراد (أي يزداد الانفعال) إلى أن يصل الجسم إلى نقطة ينكسر عندها fracture point وتمثل بالنقطة d على الرسم.



شكل (3.8) مخطط بين الإجهاد والانفعال يبين لدانة جسم

3.9 معاملات المرونة Elastic Module

1 – معامل المرونة الطولي Young's Modulus

من دراستنا السابقة للمرونة لاحظنا علاقة طردية بين الإجهاد والانفعال وذلك لقيم إجهاد لا يتعدى فيها انفعال الجسم حد المرونة. وتسمَّى النسبة بين الإجهاد والانفعال بمعامل المرونة وهذا المعامل إما أن يكون طولياً وهذا خاص بالأجسام الصلبة ويسمى في هذه الحالة معامل يونج Young's Modulus ويشار إليه بالرمز Y

$$Y = \frac{\text{الإجهاد الطولي}}{\text{الانفعال الطولي}} = \frac{F_\perp / A}{\Delta L / L_0} = \frac{L_0 F_\perp}{A \Delta L} \qquad (3.10)$$

حيث $F_\perp$ هي القوة المؤثرة على الجسم وعمودية على مقطعه و ΔL هي الاستطالة الناتجة عن تأثير هذه القوة. A هي مساحة المقطع و L_0 هو طول الجسم قبل التأثير، هذا وفي حالة بقاء نسبة الإجهاد إلى الانفعال ثابتة أي أنها في حدود المرونة التامة فإن هذه النسبة تعبّر عن قانون هوك Hooke's Law والذي له الصيغة:

$$F_\perp = k\, \Delta L = kx \qquad (3.11)$$

وبمقارنة المعادلتين أعلاه نجد أن:

$$K = \frac{YA}{L_0} \qquad (3.12)$$

وحيث إن الانفعال هو نسبة بين طولين لا وحدة له، فإن معامل يونج يأخذ نفس وحدة الإجهاد وهي نيوتن/متر مربع N/m^2 أي الباسكال.

كما أنه في حالة الإجهاد الطولي يصاحب الاستطالة نقص في أبعاد الجسم العمودية على اتجاه الإجهاد، وهذا النقص يتناسب طرداً مع الاستطالة.

مثال 3.6 :

احسب الوزن اللازم تعليقه في سلك نحاسي مساحة مقطعه $1.0mm^2$ ليستطيل بمقدار يساوي عشر طوله الأصلي.

الحل:

لدينا من المعادلة. (3.10)
$$F=\frac{YA\Delta L}{L_0}$$

وحيث إن:

$$\Delta L=0.1L_0, A=1.0\times10^{-6}m^2, Y=1.1\times10^{11}Pa$$

فإن:

$$F=\frac{1.1\times10^{11}\times10^{-6}\times0.1L_0}{L_0}=1.1\times10^4 Pa$$

مثال 3.7 :

قضيب متجانس كتلته $10.0kg$. علق أفقيا بثلاثة أسلاك من الفولاذ قطر مقطع كل منها $1.0mm$، وأطوال اثنين منها $150.0cm$ بينما طول الثالث $150.02cm$. ربط السلك الأطول من منتصف القضيب بينما ربط السلكان الآخران من الأطراف .

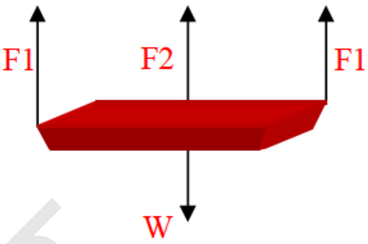
أ- احسب الاستطالة في كل سلك.

ب- احسب ما يحمله كل سلك من وزن القضيب.

الحل :

أ-حيث إن القضيب أفقي فإن الاستطالة في كل من السلكين عند الأطراف هي ΔL بينما الاستطالة في السلك الثالث هي $(\Delta L-0.02)$ cm وحيث إن: $Y=\frac{F/A}{\Delta L/L_0}$ فإن $F_1=\frac{AY\Delta L}{L_0}$ بينما

$$F_2=\frac{AY(\Delta l-0.02)}{L_0+0.02}\approx\frac{AY(\Delta L-0.02)}{L_0}$$



وبما أن القضيب في حالة اتزان فإن:

$$W = 2F_1 + F_2 = \frac{AY}{L_0}(3\Delta L - 0.02)$$

وبإعادة ترتيب هذه الصيغة تكون الاستطالة :

$$\Delta L = \frac{1}{3}(\frac{L_0 W}{AY} + 0.02)$$

وبالتعويض من المعطيات الآتية :

$$Y = 2.0\times10^{12}\,dyne/cm^2, W = 9.8\times10^6\,dyne, L_0 = 150.0cm, A = 7.85\times10^{-3}cm^2$$

فإن :

$$\Delta L = \frac{1}{3}(\frac{150\times9.8\times10^6}{7.85\times10^{-3}\times2\times10^{12}} + 0.02)cm = 0.379mm$$

أما الاستطالة في السلك الأطول فإنها $(0.379 - 0.2)mm = 0.179mm$

ب–ولمعرفة الوزن الذي يتحمله كل سلك فنستخدم النسبة بين القوتين :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\Delta L}{\Delta L - 0.02} = \frac{0.379}{0.179} = 2.12$$

إذن :

$$2.0\times2.12F_2 + F_2 = 98.0N$$

أي أن :

$F_1 = 39.65N$ بينما $F_2 = 18.7N$

أي أن السلك الأطول يحمل $1.9kg$ بينما يحمل كل سلك آخر $4.05kg$

2 – معامل المرونة القصي The Shear Modulus

النوع الثاني من معاملات المرونة هو معامل المرونة القصي أو المساحي Shear modulus ويرمز له بالرمز S ويُعرف في حدود عمل قانون هوك بأنه النسبة بين

الإجهاد القصي والانفعال القصي.

$$S = \frac{\text{الإجهاد القصي}}{\text{الانفعال القصي}} = \frac{F_{II}/A}{x/h}$$

$$= \frac{hF_{II}}{Ax} = \frac{F/A}{\tan\phi} = \frac{F/A}{\phi} \qquad (3.13)$$

و ϕ محسوبة هنا بالراديان. حيث إن واحد راديان يساوي 57.3°

هذا المعامل يأخذ في الغالب حوالي نصف قيمة معامل المرونة الطولي لنفس المادة. كما أن له مسميات أخرى مثل معامل الصلابة The Modulus of Rigidity أو معامل التشويه Torsion modulus وأهمية هذا المعامل مرتبطة بالمواد الصلبة فقط.

مثال 3.8

جسم من الفولاذ أبعاده $5.0cm$ و $20.0cm$ و $20.0cm$ ومثبت القاعدة. أثرت على وجهه العلوي قوة قدرها $10.0^{8}N$. احسب الإزاحة الأفقية لسطحه العلوي.

الحل :

تحسب الإزاحة من المعادلة 3.13:

$$x = \frac{hF}{AS} = \frac{0.2m \times 10^{8}N}{(0.2m \times 0.05m) \times 0.84 \times 10^{11} N.m^{-2}} = 0.02m$$

3 – معامل المرونة الحجمي The Bulk Modulus

النوع الثالث من معاملات المرونة هو **معامل المرونة الحجمي** والذي يصف استجابة المادة للضغط المتجانس عليها، نفرض أن القوى الخارجية تؤثر على الجسم

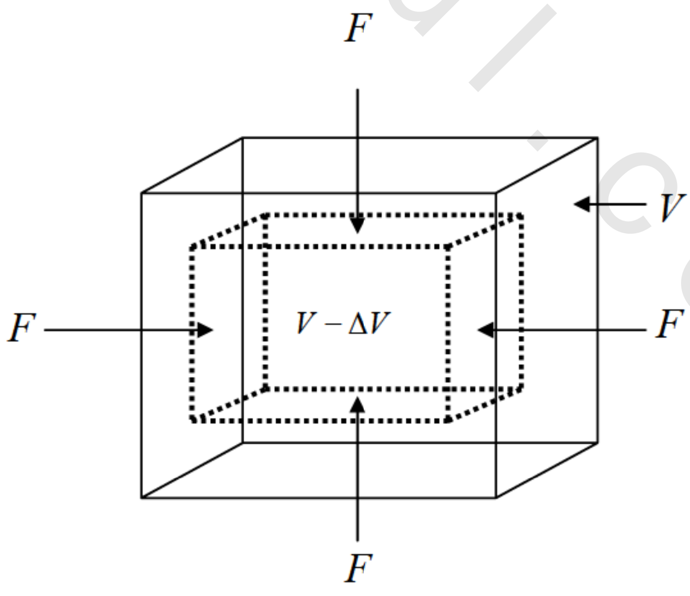
بزوايا قائمة على كل أوجهه (انظر شكل 3.9) ويتوزع أثرها على كامل المساحة .
ونتيجة لهذا التأثير فإن الحجم يتغير فقط بينما لا يتغير الشكل .

ونعرف الإجهاد الحجمي (Δp) بأنه النسبة بين قيمة القوه العمودية F على السطح وقيمة مساحة السطح A ، وهذه هي الضغط $\Delta p = F/A$ ، أما الانفعال الحجمي فإنه ناتج قسمة التغير في الحجم ΔV على الحجم الأصلي V_0 ونعرف معامل المرونة الحجمي كما عُرِّف في المعادلة (3.11) ونرمز له بالرمز B

$$B = \frac{\text{إجهاد حجمي}}{\text{انفعال حجمي}} = -\frac{F/A}{\Delta V/V_0}$$

$$= -\frac{dp}{dV/V_0} \qquad (3.14)$$

وهنا لا زالت B موجبة حيث إن ΔV سالبة. ويسمى مقلوب معامل المرونة الحجمي بمعامل الانضغاط k Compressibility أي أن $k = \frac{1}{B}$



شكل (3.9)

مثال 3.9

سائل حجمه $0.5m^3$ وقع تحت ضغط قدره $0.2x10^8\ Pa$. احسب معامل الانضغاط له إذا أصبح حجمه $0.46m^3$.

الحل :

من العلاقة (3.14) نستنتج قيمة معامل المرونة الحجمي B :

$$B = -\frac{2.0\times10^8 Pa}{(0.46-0.5)m^3/0.5m^3} = +\frac{2.0\times10^8 Pa}{0.04/0.5} = +2.5\times10^9 Pa$$

وبأخذ مقلوب معامل المرونة نحصل على معامل الانضغاط:

$$k = \frac{1}{B} = 4\times10^{-8}(Pa)^{-1}$$

مثال 3.10

كرة من الرصاص حجمها $0.5m^3$ غُمرت في البحر إلى عمق $2000.0m$. احسب النقص في حجم الكرة وكذلك الزيادة في كثافتها علماً بأن معامل المرونة الحجمي للرصاص هو $7.7\times10^9\ N/m^2$.

الحل :

1- لحساب النقص في حجم الكرة نستخدم المعادلة (3.15) والتي فيها

$$\Delta V = -\frac{V\ \Delta p}{B}$$

ونحسب Δp من المعادلة

$$\Delta p = \rho gh$$

حيث ρ هي كثافة الماء و h هو عمقه.

$$\Delta p = \left(10.0^3 kg/m^3 \times 9.8m/s^2 \times 2.0\times10^3 m\right)$$

$$= 1.96\times10^7 Pa$$

إذن النقص في حجم الكرة على عمق $2000.0m$ هو:

$$\Delta V = -\left(\frac{0.5\times 1.96\times 10^{7}}{7.7\times 10^{9}}\right) m^{3}$$

$$= -1.27\times 10^{-3}\ m^{3}$$

والإشارة السالبة تدل على النقص في الحجم بسبب الضغط.

2– ولحساب الزيادة في كثافة مادة الكرة فإن:

$$\Delta\rho = \rho - \rho_0 = \frac{m}{V-\Delta V} - \frac{m}{V} = \frac{m}{V}\left(\frac{1}{1-\frac{\Delta V}{V}} - 1\right) =$$

$$= \rho_0\left(\frac{1}{1-\frac{1.27\times 10^{-3}}{0.5}} - 1\right) = 11.3\times 10^{3}\, kg/m^{3}\times 2.56\times 10^{-3} = 28.928 kg/m^{3}$$

4 – نسبة بواسون Poisson's Ratio

نتيجة التأثير بقوة F على سلك طوله L_0 ونصف قطر مقطعه R فإنه يحدث انفعال طولي مقداره $\frac{\Delta L}{L_0}$ ويصاحبه انفعال في اتجاه متعامد مع القوة قدره $\frac{\Delta R}{R}$ ويسمى بالانفعال المستعرض ووجد أن:

$$\frac{\Delta R}{R} = -\sigma \frac{\Delta L}{L_0} \tag{3.15}$$

ويسمى ثابت التناسب σ نسبة بواسون وهو ثابت يميز كل مادة. ويعرف بأنه النسبة بين الانفعالين المستعرض والطولي.

أما الإشارة السالبة فتعني أن الزيادة في الطول يصاحبها انكماش في القطر والعكس عند إحداث ضغط للسلك لينقص طوله ويزيد قطر مقطعه. وهي نسبة لا أبعاد لها تأخذ قيمة أقل من 0.5 وذلك حسب الآتي :

نعلم أن حجم السلك هو:

$$V = \pi R^2 L$$

وبمفاضلة المعادلة نحصل على:

$$2\pi RLdR + \pi R^2 dL = 0$$

أي أن:

$$\frac{dL}{L} = -2\frac{dR}{R}$$

أي أن نسبة بواسون هي:

$$\sigma = -\frac{dR}{R} / \frac{dL}{L} = \frac{1}{2}$$

وبمقارنتها بالمعادلة (3.15) يتضح أن $\sigma = 0.5$ وهي قيمة كبرى ونرى من الجدول (3.1) أن قيم σ تتراوح بين *0.15*و *0.45*

مثال 3.11

سلك من النحاس طوله $1.0m$ ومساحة مقطعه $1.0mm^2$ علق به جسم وزنه $5.0\times10^3 N$. احسب النقص في نصف قطر مقطعه.

الحل :

لدينا من المعادلة (3.15)

$$\Delta R = \sigma \frac{R\Delta L}{L}$$

وبحساب الاستطالة من المعادلة

$$\Delta L = \frac{FL}{AY} = (\frac{5.0\times10^3\times1.0}{1.0\times10^{-6}\times1.1\ \times10^{11}})m = 4.5cm$$

وحيث إن $A = \pi R^2$ فإن $R = 0.56mm$

إذن

$$\Delta R = (\frac{0.32\times0.56\times45}{1000})mm = 8.1\times10^{-3}mm$$

جدول (3.1) قيم تقريبية لثوابت المرونة

المـادة	معامل يونج Y $10^{11}Pa$	معامل المرونة القصي S $10^{11}Pa$	معامل المرونة الحجمي B $10^{11}Pa$	نسبة بواسون
الألمنيوم	0.7	0.3	0.7	0.16
النحاس الأصفر	0.91	0.36	0.61	0.26
النحاس	1.1	0.42	1.4	0.32
الزجاج	0.55	0.23	0.37	0.19
الحديد	1.9	0.7	1.0	0.27
الرصاص	0.16	0.056	0.077	0.43
النيكل	2.1	0.77	2.6	0.36
الفولاذ	2.0	0.84	1.6	0.19
التنجستن	3.6	1.5	2.0	0.20

* * *

3.10 العلاقة بين معاملات المرونة

Relation Between Elastic Module

1 – العلاقة بين معامل المرونة الطولي ومعامل المرونة الحجمي

The Relation Between The Young's modulus and The Bulk modulus

لتسهيل الاستنتاج نفرض أن قوى قيمة كل منها F تؤثر على أوجه مكعب طول ضلعه الوحدة . فإذا اعتبرنا الاستطالة باتجاه محور x فإن :

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{F}{\Delta L}$$

أي أن الزيادة في كل ضلع هي:

$$\Delta L = \frac{F}{Y} \tag{3.16}$$

نفرض أن الانفعال المستعرض الناتج عن إحدى القوى هو:

$$\frac{\Delta W}{L} = \Delta W$$

وبالتعويض في معادلة بواسون فإن:

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta L} \tag{3.17}$$

من المعادلتين (3.16) و (3.17) نرى أن النقص في أي ضلع نتيجة لتأثير القوة F العمودية عليه هو:

$$\Delta W = \frac{\sigma F}{Y} \tag{3.18}$$

وحيث إن أي ضلع يزداد طوله نتيجة القوة الموازية وفي نفس الوقت ينقص

نتيجة تأثير القوتين المتعامدتين عليه فإن طول الضلع الجديد يصبح بالتعويض من (3.17) و (3.18)؛

$$L+\Delta L-2\Delta W=1+\frac{F}{Y}-\frac{2\sigma F}{Y} \tag{3.19}$$

وبالتعويض به فإن الحجم الجديد للمكعب هو:

$$V'=\left[1+\frac{F}{Y}(1-2\sigma)\right]^3=V+\Delta V$$

أي أن:

$$V+\Delta V\cong 1+\frac{3F}{Y}(1-2\sigma) \tag{3.20}$$

ولكن $V = 1$ ، إذن الزيادة في الحجم هي:

$$\Delta V=\frac{3F}{Y}(1-2\sigma) \tag{3.21}$$

لكن

$$B=\frac{F/A}{\Delta V/V}=\frac{F}{\Delta V}$$

$$B=\frac{F}{\frac{3F}{Y}(1-2\sigma)}$$

أي أن:

$$B=\frac{Y}{3(1-2\sigma)} \tag{3.22}$$

وحيث إن Y و B موجبتان دائماً فإن σ تكون دائماً أقل من النصف .

2- العلاقة بين معامل المرونة الطولي ومعامل المرونة القصي

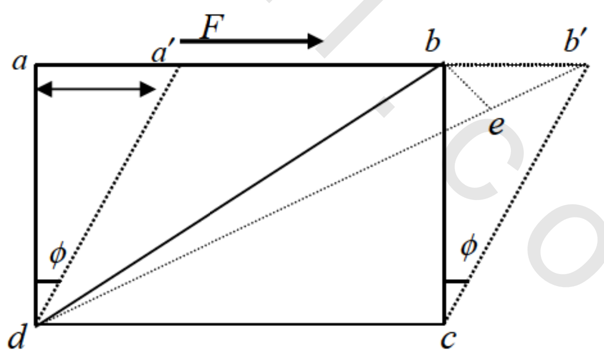
The Relation Between The Young's modulus and The Shear modulus

إذا أثرت قوة مماسة للسطح العلوي لمكعب طول ضلعه L ومثبت سطحه السفلي فإنه ينشأ إجهاد قصي قدره $\frac{F}{A}$ وكذلك انفعال قصي قدره $\frac{x}{L}$ يصاحب هذا الانفعال استطالة في القطر db تتساوى تقريباً مع الانكماش في القطر الآخر شكل(3.10).

الاستطالة النسبية في القطر db هي $\frac{eb'}{db}$

$$\frac{eb'}{db} = \frac{bb'/\sqrt{2}}{\sqrt{2}bc} = \frac{1}{2}\frac{bb'}{bc} = \frac{1}{2}\phi \qquad (3.23)$$

أي أن الاستطالة النسبية في القطر تساوي نصف انفعال القص وكذلك يمكن إثبات أن الانكماش النسبي في القطر ac يساوي نصف انفعال القص.



شكل (3.10) قوة مماسية أثرت على سطح علوي لمكعب محدثة إجهاد و انفعال قصيين

وهذا يعني " أن انفعال القص ϕ يكافئ الاستطالة النسبية في القطر مضافاً إليها انكماش نسبي في القطر الآخر عمودي عليه وكل منها يساوي نصف انفعال القص ".

نفرض الآن أن على المكعب قوى شد على وجهين متقابلين وقوى ضاغطة على وجهين آخرين عموديين على الأولين والاستطالة تساوي :

$$\Delta W + \Delta L$$

والانكماش يساوي :

$$\sigma \frac{F}{Y} + \frac{F}{Y}$$

وهما متعامدان ومتساويان ويساويان قصاً قدره ϕ لكن نعلم أن معامل الصلابة ، معامل المرونة القصي ، يعطى بالمعادلة :

$$S = \frac{F}{\phi}$$

لكن من المعادلة (3.23) نجد أن :

$$\phi = 2\left[\frac{F}{Y} + \sigma \frac{F}{Y}\right]$$

وبذلك فإن معامل الصلابة يأخذ الصيغة

$$S = \frac{Y}{2(1+\sigma)} \qquad (3.24)$$

ومنها نرى أن $\frac{Y}{3} \le S \le \frac{Y}{2}$ وذلك لقيم $0.0 \le \sigma \le 0.5$

وبحذف نسبة بواسون من المعادلتين (3.22) و (3.24) نحصل على العلاقة بين معاملات المرونة الثلاثة

$$Y = \frac{9BS}{3B+S} = \frac{3S}{1+\dfrac{S}{3B}} \qquad (3.25)$$

$$Y = \frac{9S}{3 + SK} \qquad (3.26)$$

حيث K هو معامل الانضغاط

(3.11) الطاقة المختزنة في الأجسام المنفعلة

The Stored Energy in Strained bodies

1 – الطاقة المختزنة في حال الانفعال الطولي

The stored energy in a tensile strain

نفرض سلكاً حلزونياً أثرّت عليه قوة استطالة F فاستطال بمقدار x والعلاقة بين F و x حسب قانون هوك هي :

$$F = kx$$

حيث $k = \frac{AY}{L}$ وحيث إن x تتغير تبعاً للقوة فإن الشغل المبذول لاستطالة السلك بمقدار x_0 هو:

$$W = \int_0^{x_0} F dx = \frac{1}{2} k x_0^2 \qquad (3.27)$$

وهذا يعادل الطاقة المختزنة في السلك والتي يمكن كتابتها بالصورة الآتية :

$$W = \frac{1}{2}\left(\frac{AY}{L}\right) x_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{Yx_0}{L}\right)\left(\frac{x_0}{L}\right)(AL)$$

$$= \frac{1}{2} \times stress \times strain \times volume \qquad (3.28)$$

وهذا يعادل الطاقة المختزلة نتيجة الإجهاد الطولي.

2– الطاقة المختزنة في حال الانفعال القصي

The stored energy in a shear strain

إذا أثرت قوة مماسية F على سطح جسم مثبت القاعدة فأحدثت زاوية قص

قدرها ϕ وحيث إن العلاقة بينهما وبين معامل القص تعطى بالعلاقة :

$$S = \frac{F/A}{\phi}$$

أي أن :

$$F = SA\phi$$

فإن الشغل المبذول من هذه القوة لإحداث إزاحة dx هو:

$$dW = F\,dx$$

لكن

$$\phi = \frac{x}{L}$$

وبتفاضلهما فإن:

$$dx = L\,d\phi$$

إذن

$$dW = FL\,d\phi = SAL\phi\,d\phi$$

وبإجراء التكامل فإن الشغل الكلي المبذول هو:

$$W = \int_0^{\phi_0} dW = \frac{1}{2}SAL\phi_0^2 = \frac{1}{2}(S\phi_0)(\phi_0)(AL)$$

$$= \frac{1}{2}\times stress \times strain \times volume \qquad (3.29)$$

وهذا يعادل الطاقة المختزلة نتيجة الإجهاد القصي.

3 – الطاقة المختزنة في حال الانفعال الحجمي The Stored Energy in The bulk modulus

نفرض غازاً حجمه V أثرنا عليه بفارق ضغط قدره ΔP فنقص حجمه

بمقدار ΔV ليعطي معامل المرونة كما سبق بالعلاقة:

$$B = V\frac{\Delta P}{\Delta V}$$

أي أن:

$$\Delta P = B\frac{\Delta V}{V}$$

الشغل الناتج من هذا الضغط لإحداث تغير في الحجم قدره ΔV هو:

$$\Delta W = \Delta P\, dV$$

حيث dV هو جزء صغير من ΔV.

وبإجراء التكامل يكون الشغل الكلي لإحداث تغير في الحجم قدره ΔV هو:

$$\begin{aligned} W &= \int B\frac{\Delta V}{V}dV = \frac{B}{2V}(\Delta V)^2 \\ &= \frac{1}{2}\frac{B}{V}(\Delta V)\times\frac{\Delta V}{V}\times V \\ &= \frac{1}{2}\times stress\times strain\times volume \end{aligned} \tag{3.31}$$

وهذا يعادل الطاقة المختزلة نتيجة الإجهاد الحجمي.

ويلاحظ أنه في الحالات الثلاث السابقة حصلنا على نفس النتيجة للطاقة المختزنة. أي أن الطاقة المختزنة = $\frac{1}{2}$ × (الإجهاد × الانفعال × الحجم).

مثال 3.12

قضيب من الفولاذ مساحة مقطعه $0.2cm^2$ أثرت على طرفيه قوة ضاغطة فنقص طوله بنسبة 0.2% من الطول الأصلي. احسب القوة المؤثرة على كل من طرفي القضيب. علماً بأن معامل يونج للمادة هو $2.0\times10^{11}Pa$.

الحـل:

نعلم أن:

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

أي أن القوة:

$$F = \frac{Y \Delta L A}{L} = \frac{Y \times 2.0 \times 10^{-3} L}{L} \times A$$

$$= 8.0 \times 10^{4}\, N$$

مثال 3.13

سلك مساحة مقطعه $7.0 \times 10^{-5}\, m^2$ وطوله $0.5m$ ثبت أفقياً بين نقطتين. علِّق من منتصفه جسم وزنه $100.0N$ فانخفض منتصف السلك رأسياً بمقدار $5.0mm$

احسب :

1- الإجهاد في السلك. 2- الانفعال الناتج.

3- معامل يونج لمادة السلك. 4- الطاقة المختزنة في السلك.

الحل :

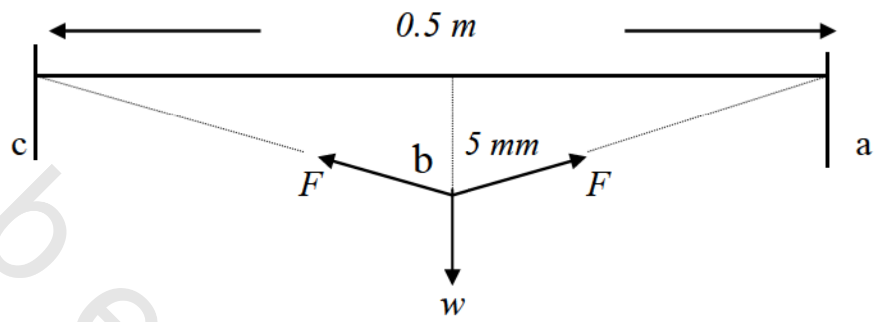
1- حيث إن الجسم المعلَّق في حالة اتزان فإن:

$$W = 2F \sin \Theta$$

ولحساب القوة المؤثرة على السلك يكون

$$F = \frac{W}{2 \sin \Theta} = \frac{100.0N}{2 \times 0.02}$$

الإجهاد $= \frac{F}{A} = \frac{2500N}{7.0 \times 10^{-5} m^2} = 3.57 \times 10^{7}\, Pa$



2 – لحساب الانفعال نحسب طولي الضلعين ab و bc وتحسب الاستطالة حسب المعادلة

$$\Delta L = 2ab - 0.5$$

لكن من المثلث قائم الزاوية نحسب ab ونجد أن:

$$\Delta L \approx 0.1mm$$

$$strian = \frac{\Delta L}{L} = 2.0\times10^{-4}$$

3– معامل يونج

$$Y = \frac{stress}{strain} = \frac{3.57\times10^{7}}{2.0\times10^{-4}} = 1.78\times10^{11}\ Pa$$

4 – الطاقة المختزنة في السلك

$$U = \frac{1}{2}\times stress\times strain\times volume$$

$$= \frac{1}{2}\frac{F}{A}\times\frac{\Delta L}{L}AL$$

$$= \frac{1}{2}F\Delta L = \frac{1}{2}\times 2500\,N\times1\times10^{-4}m\ = 0.125\ J$$

مســـــائل

1 – سلك من النحاس طوله $0.4m$ ومساحة مقطعه $0.4cm^2$ أثرت علـــــيه قـوة مقدارهـــا $10.0^4\ N$. احسب النقص الحاصل في نصف قطر المقطع.

2–علّق جسم وزنه $50.0N$ من طرف سلك طوله $0.5m$ ونصف قطر مقطعه $0.5\ mm$ ومعامل مرونته الطولي $3.0\times10^{11}\,Pa$. احسب الاستطالة في السلك وكمية الطاقة التي خزنت به.

3– مكعب طول ضلعه $10.0cm$. ثبتت قاعدته ثم أثرت على سطحه العلوي قوة مماسية مقدارها $4000.0N$. احسب مقدار الانفعال ومقدار الإزاحة للسطح العلوي. علماً بأن معامل المرونة القصي له هو $2.5\times10^{11}\,Pa$.

4 – أنبوبة منتظمة بها ماء وتتدلى رأسياً وتتعرض لشد بواسطة ثقل. أوجد نسبة بواسون لها، علماً أن متر من الأنبوبة استطال بمقدار $0.06cm$ بينما يزداد طول متر من الماء داخلها بمقدار $0.04cm$.

5– ربط جسم كتلته $20.0kg$ من طرف سلك فولاذ طوله قبل الربط $0.5m$ حرك ليدور في دائرة رأسية. سرعته الزاوية عند أسفل الدائرة $2.0rev/s$.احسب الاستطالة في السلك عندما يكون الثقل عند اسفل نقطة في الدائرة. علماً أن مساحة مقطع السلك هي $0.02cm^2$.

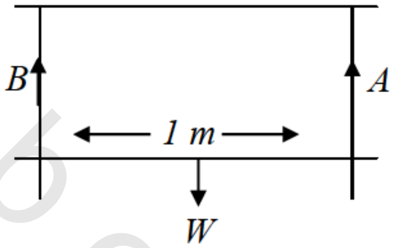
6– احسب كثافة الماء في قاع محيط عمقه $5.0km$. علماً أن معامل المرونة الحجمي للماء هو $0.5\times10^{11}\,Pa$.

7– سلكان A و B لهما نفس الطول ومن مادتين مختلفتين الأول مساحة مقطعه $2.0mm^2$ ومعامل يـــونج له $2.0\times10^{11}\,Pa$ والثاني مساحة مقطعه $3.0mm^2$ ومعامل يــــــونج له $1.6\times10^{11}\,Pa$ ، علق السلكان رأسياً وعلق بطـــرفيهما قضيب مهمل الوزن طوله $1.0m$ ، ويتحرك عليه جسم وزنه W حدد موقع

تعليق الثقل W بحيث:

(1) يتساوى الإجهاد في السلكين.

(2) يتساوى الانفعال في السلكين.



8- قضيب طوله L ومساحة مقطعه A ومعامل يونج له Y تؤثر عليه قوة F ويحصل له إجهاد Q وانفعال P اشتق صيغة لطاقة الوضع لكل وحدة حجم لجسم مرن بدلالة Q و P .

9- نبله لها وتران متوازيان من المطاط طول كل منهما $15.0cm$ ومساحة مقطعه $5.0cm^2$ وضع بين الوترين حجر كتلته $30.0g$ وقذف بشد الوترين مسافة $5cm$. عين سرعة قذف الحجر، علماً أن معامل المرونة للمطاط هو $10.0^7 Pa$.

10- سلكان أحدهما من الفولاذ والآخر من النحاس، لكل منهما طول $0.5m$ ومساحة مقطعه $4.0\ mm^2$ ربطا ببعضهما وعلق بهما جسم وزنه $5.0\times10^4 N$.

أ-احسب الاستطالة في كل منهما.

ب-احسب نسبة بواسون لكل منهما،علماً بأن التغيُّر في نصف القطر هو$0.1mm$.

ج- احسب الطاقة المختزنة في كل منهما.

11- صفيحة مربعة الشكل كتلتها m علقت أفقياً بخمسة أسلاك متساوية الطول. أحدهما من الحديد عند مركز المربع ومساحة مقطعه A_1 والأربعة الأخرى من النحاس عند أطراف الصفيحة ومساحة مقطع كل منهما A_2 . إذا علم أن سلك الحديد يتحمل نصف وزن الصفيحة وأن معامل يونج للحديد هو

$2.0\times10^{11}\,Pa$ ومعامل يونج للنحاس $1.2\times10^{11}\,Pa$ فاحسب A_1/A_2.

12– وضع جسم كتلته $100.0\ kg$ على أسطوانة طولها $1.0\ m$ ونصف قطر قاعدتها $20.0cm$ ومعامل المرونة الطولي لمادتها $2.0\times10^{11}\,Pa$. احسب النقص في طول الأسطوانة وكذلك كمية الطاقة المخزونة بداخلها.

13– في المسألة 12 كانت نسبة بواسون لمادة الأسطوانة 0.2 . احسب معاملي المرونة القصي والحجمي لمادة الأسطوانة.

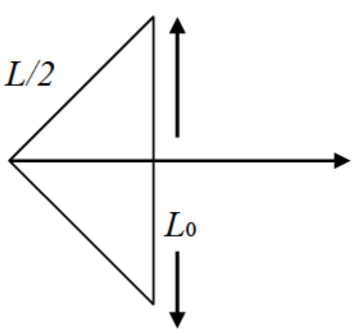
14– علقت كتلة صغيرة في طرف سلك من النحاس نصف قطره $1.0mm$. احسب الثقل الإضافي الذي يجب تعليقه ليمنع انكماش السلك إذا انخفضت درجة حرارته من $30.0\ ^{o}C$ إلى الصفر المئوي.

15– ثبت قضيب من النحاس من طرفيه عندما كانت درجة حرارته $250.0C^{0}$ ، احسب الطاقة المخزونة في وحدة الحجم منه عندما يبرد لدرجة الصفر.

16– في المثال 3.2 إذا كان التغير النسبي في طول السلك هو 2.84×10^{-3} فحدد نوع المادة المستخدمة واحسب ثابت هوك لها.

17– أثبت أن معامل المرونة الحجمي لغاز مثالي في حال ثبوت درجة الحرارة يساوي ضغط الغاز.

18– قوس طولي وتره $0.5m$ ونصف قطر مقطعه $1.0mm$ شد الوتر فزاد طوله إلى $0.6m$ ، احسب سرعة انطلاق سهم كتلته $20.0kg$ و معامل يونج لمادة الوتر $10.0^{8}\ Pa$.



19– سلك مساحة مقطعه $2.0\times10^{-5}\ m^2$ وطوله $0.25m$ ثبت أفقياً بين نقطتين.
علِّق من منتصفه جسم وزنه $250.0N$ فانخفض منتصف السلك رأسياً بمقدار $2.0cm$ احسب معامل يونج لمادة السلك و الطاقة المختزنة فيه.

* * *