

## الباب الخامس

### سريان الموائع اللانيوتونية

#### Non-Newtonian Fluid Flow

تكلّمنا فى الفصل السابق عن سريان الموائع النيوتونية بمعنى أنها يتحكم فى تدفقها أو سريانها قانون نيوتن ، وعمامة سلوك أى مادة يتبع احدى الحالات الثلاثة التالية : المرونه -Elasticity- اللدونه Plasticity - اللزوجه Viscosity .

ففى حالة السلوك المرن المثالى يكون الإجهاد (  $\tau$  ) الواقع على جسم ما يتناسب تناسباً طردياً مع الانفعال (  $\gamma$  ) والذى يحكمه قانون هوك Hook's Law .

$$\tau = E \gamma \quad (5-1)$$

حيث  $E$  هو معامل المرونه أو معامل يانج Young Modulus واذا أثرت قوة ما على مادة صلبة لاينتج عنها حركة حتى نصل إلى إجهاد الخضوع Yield Stress حيث تكون الحركة لاحدود لها تحت تأثير هذه القوة فيكون ذلك ممثلاً لللدونه .

ومعظم المنتجات الغذائية تسلك سلوكاً مختلطاً بين المواد المرنة واللزجة وتختلف فى ذلك عن سلوك المواد (الموائع) اللانيوتونية بمعنى أن علاقته التى تحكم تناسب إجهاد القص مع معدل القص علاقته غير خطية تعتمد على كل من الزمن ومعدل التناقص فى سرعة الطبقات على بعضها .

وفى محاولات عديده وجد أن أنسب علاقته لتمثيل السلوك الغير نيوتونى رياضياً هو استخدام مايسمى قانون الاس Power Law

$$\tau = K \gamma^n \quad (5-2)$$

حيث :

$K$  = معامل القوام وهو مايعادل معامل اللزوجه فى حالة الموائع

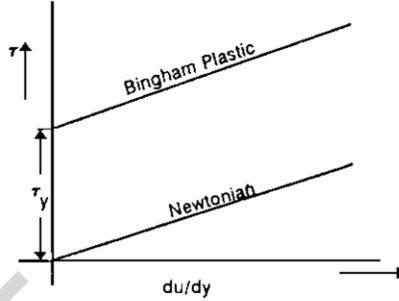
النيوتونية .

$n$  = الاس ويساوى الواحد الصحيح فى حالة الموائع

النيوتونية .

ويمكن تقسيم الموائع غير النيوتونية إلى مايتى :-

١- موائع بنجهام بلاستيك Bingham Plastic Fluids

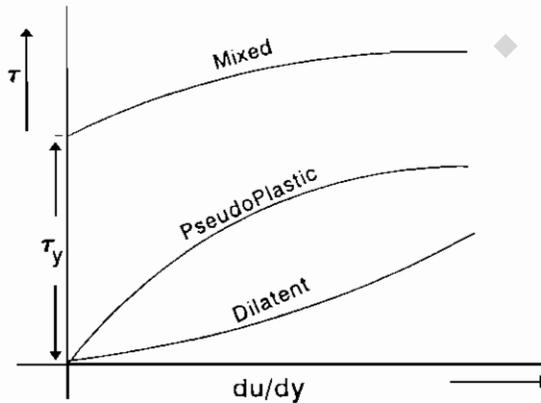


شكل (١-٥) العلاقة بين إجهاد القص ومعدل القص

وهى مواد لها خاصية عدم البدء فى السريان أو التدفق قبل الوصول إلى إجهاد خضوع Yield Stress وبعدها يكون السريان لزج عادى (شكل ١-٥).

$$\tau = K \left( \frac{du}{dy} \right) + \tau_y \quad (5-3)$$

٢- موائع شبيهة البلاستيك Pseudo Plastic Fluids.



شكل (٢-٥) الموائع المختلفه

وهي تمثل أغلبية السوائل الغير نيوتونية حيث يكون هناك تناقص فى اجهاد القص كلما زاد معدل القص وبذلك تكون قيمة  $n$  أقل من الواحد الصحيح ويكون منحنى السريان مقعراً إلى أسفل (شكل ٢-٥) .

#### ٢- موائع ديلاطينيه Dilatent Fluids

وفيهما يكون هناك زيادة فى اجهاد القص كلما زاد معدل القص وتكون قيمة  $n$  أكبر من الواحد الصحيح وبذلك يكون منحنى السريان مقعراً إلى أعلى (شكل ٢-٥) .

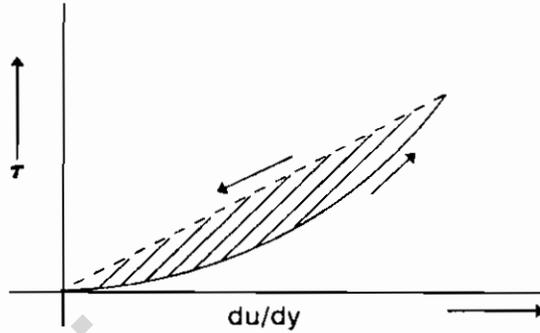
#### ٤- موائع مختلطة Mixed Fluids

وفيهما يكون هناك اجهاد خضوع قبل السريان الشبه بلاستيكي كما هو مبين فى الشكل (٢-٥) ويمكن تمثيلها بالمعادله الآتية :

$$\tau = K \left( -\frac{du}{dy} \right)^n + \tau_y \quad (5-4)$$

وهى الحاله العامه للموائع المختلطة .  
وتكون  $n > 1$  ،  $\tau_y = 0$  فى حالة المواد شبه بلاستيكيه  
وتكون  $n < 1$  ،  $\tau_y = 0$  فى حالة المواد الديلاطينيه

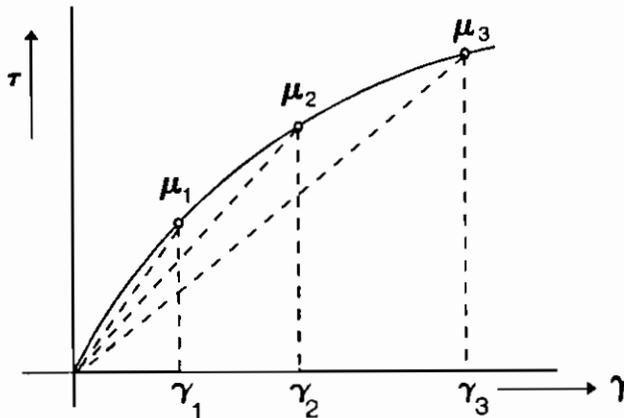
وتنقسم المواد الديلاطينيه Dilatent إلى نوعين طبقاً لتغيير إجهاد القص بالنسبه للزمن مع معدل القص . فإذا ما زاد إجهاد القص مع الزمن فإنه يطلق عليها موائع متزايدة القوام Rheopectic ، وإذا ما نقص إجهاد القص مع الزمن فإنه يطلق عليها مواد متناقصة القوام Thixotropic وينتج عن ذلك قصور فى طاقة الاحتكاك بين الطبقات Hystresis كما هو مبين فى الشكل (٢-٥) .



شكل (٣-٥) طاقة الاحتكاك بين طبقات المائع

وتتأثر كل من اللزوجة والقوام إلى حد كبير بدرجة الحرارة ويعتبر استخدام معادلة Arrhenius Equation على نطاق واسع معبرا عن هذه العلاقة حيث يتناسب معامل اللزوجة أو معامل القوام تناسباً عكسياً مع درجة الحرارة المطلقة للمائع .

وفى كثير من تطبيقات صناعة الاغذية نجد ان هناك محاولات لقياس اللزوجة النيوتونية دون الحاجة الى معرفة خصائص انسياب السائل وينتج عن ذلك قياس اللزوجة الظاهريه Apparent Viscosity وهى التى تعبر عن اللزوجة لسائل نيوتونى له مقاومة للسريان عند قص محدد Shear Rate (شكل ٤-٥) وفى أغلب حالات الموائع الشبه بلاستيكية تتناقص اللزوجة الظاهريه عند زيادة معدل القص.



شكل (٤-٥) اللزوجة الظاهريه للمائع

$\mu_a$  = Apparent Viscosity

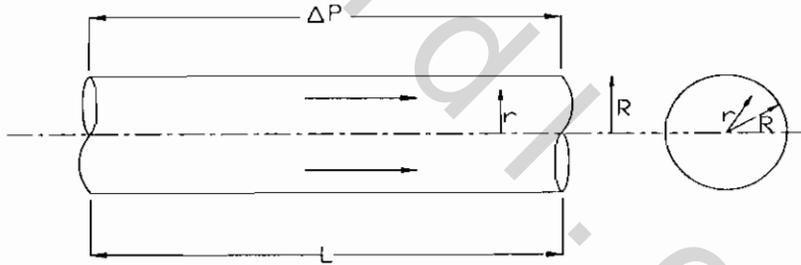
$\mu_a = \left( \frac{\tau}{\gamma} \right)$  at a given shear rate

أجهزة قياس اللزوجة أو القوام :

لقياس اللزوجة أو القوام لأي موائع غذائية يمكن إستخدام أجهزة خاصة تسمى فيسكومترات **Viscometers** أو ريومترات **Rheometers**. ويوجد عادة جهازين أو طريقتين رئيسيتين : جهاز يعتمد على سريان المائع داخل الأنبوب ويسمى **Tube Viscometer**، وجهاز يعتمد على دوران المائع حول اسطوانته ومن خلال فراغ ضيق ويسمى **Rotational or Coaxial Viscometer**.

النوع الأول :

**Capillary Tube Rheometers** ريومترات الأنبوبة الشعريه



شكل (٥-٥) ريومترات الأنبوبة الشعريه

بصفه عامه تتضمن ريومترات الأنبوبة الشعريه عدداً من أجهزة القياس التي تدفع السائل خلال انبويه معلوم قياساتها الهندسيه شكل (٥-٥). نستطيع الحصول على علاقه بين معدل القص واجهاد القص وذلك بقياس تدرج الضغط ومعدل السريان الحجمي للمائع خلال الأنبويه الشعريه .

ويمكن الحصول على العلاقة بين معدل القص واجهاد القص اللازمه لدفع المائع خلال الأنبويه الشعريه عن طريق عمل ميزان للقوى على المقطع العرضى للأنبويه الشعريه .

القوه المسببه للسريان هى فرق الضغط بين طرفى الأنبويه  $\Delta P$

$$\tau = \frac{\Delta P \cdot \pi r^2}{2 \pi r L} \quad (5.5)$$

حيث  $\pi r^2$  = المساحه المقطعيه  
 $2 \pi r L$  = المساحه السطحيه للشريحه

$$\therefore \tau = \frac{\Delta P \cdot r}{2L}$$

$$\tau = K \gamma^n$$

$$= -K \left( \frac{du}{dr} \right)^n$$

$$\frac{\Delta P \cdot r}{2L} = -K \left( \frac{du}{dr} \right)^n$$

$$- \int_0^u du = \left( \frac{\Delta P}{2KL} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \int_0^r r^{\frac{1}{n}} dr$$

$$\int_0^u du = \left( \frac{\Delta P}{2KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left[ \frac{r^{\frac{n+1}{n}}}{\frac{n+1}{n}} \right]_0^R$$

$$\therefore u = \left( \frac{\Delta P}{2KL} \right)^{\frac{1}{n}} R \frac{1+n}{\left( \frac{1+n}{n} \right)} \quad (5-6)$$

ومعدل السريان الحجمى Q

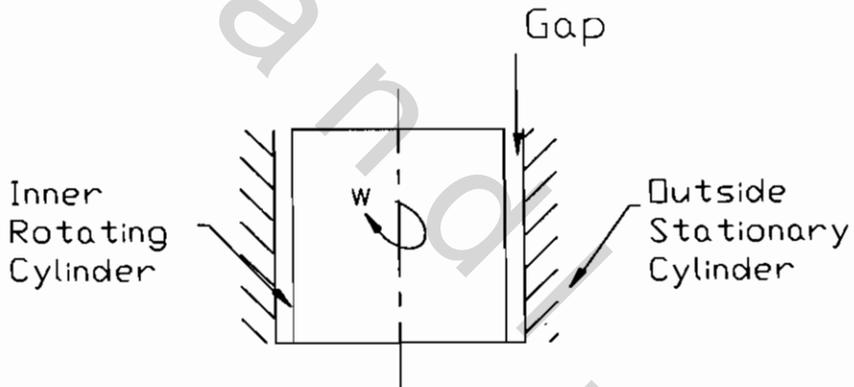
$$Q = \pi R^2 \cdot u$$

$$Q = \pi \left( \frac{n}{n+1} \right) R^{\frac{3n+1}{n}} \left( \frac{\Delta P}{2KL} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (5-7)$$

ويمكن حساب كل من معامل القوام  $K$  والأس  $n$  وذلك برسم معدل السريان الحجمي  $Q$  مع قيمة  $\left( \frac{\Delta P}{2L} \right)$  على ورق بياني لوغاريتمي فيكون ميل الخط المستقيم الناتج هو قيمة الأس  $n$  ومقدار الجزء المقطوع مع المحور الرأسى يمكن حساب قيمة معامل القوام  $K$  منه .

النوع الثانى :

### الريومترات الدورانية المتمركزة Rotational Coaxial Rheometers



شكل (٦-٥) ريومترات الاسطوانه الدورانيه

تستخدم الريومترات الدورانية شكل (٦-٥) لقياس إجهاد القص حيث تتعرض العينه فيها إلى معدل قص منتظم ، وتتم عملية القياس على أساس قياس عزم الدوران اللازم لادارة الأسطوانه الداخليه عند عدد معلوم من الدوران لكل وحدة زمن . ويكون :

$$\Omega = (2\pi rL) \cdot \tau \cdot r \quad (5-8)$$

$$\gamma = -r \frac{d\omega}{dr} \quad (5-9)$$

حيث  $\Omega$  = عزم الدوران = القوة  $\times$  ذراع العزم  
 $\omega$  = السرعة الزاوية

وحيث أن

$$\tau = K (-r \frac{d\omega}{dr})^n \quad (5-10)$$

$$\therefore \frac{\Omega}{2\pi L \cdot r^2} = K (-r \frac{d\omega}{dr})^n$$

$$\therefore -r \frac{d\omega}{dr} = \left( \frac{\Omega}{2\pi KL} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{r^{2/n}}$$

$$-d\omega = \left( \frac{\Omega}{2\pi KL} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{dr}{r^{\frac{2}{n}+1}}$$

$$-\int_{\omega_o}^{\omega_i} d\omega = \left( \frac{\Omega}{2\pi KL} \right)^{\frac{1}{n}} \int_{R_o}^{R_i} \frac{dr}{r^{\frac{2}{n}+1}}$$

$$\therefore -\omega_i = \left( \frac{\Omega}{2\pi KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left[ \frac{r^{-\frac{2}{n}+1}}{-\frac{2}{n}+1} \right]_{R_o}^{R_i}$$

$$-\omega_i = -\frac{n}{2} \left( \frac{\Omega}{2\pi KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{1}{R_i^{2/n}} - \frac{1}{R_o^{2/n}} \right)$$

$$\therefore \omega_i = \left( \frac{n}{2} \right) \left( \frac{\Omega}{2\pi KL} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{1}{R_i^{2/n}} - \frac{1}{R_o^{2/n}} \right) \quad (5-11)$$

ومن هذه المعادلة (رقم 5-11) يمكننا إيجاد قيمة كل من معامل القوام K وقيمة الأس n وذلك عند رسم العلاقة التجريبية لقيم مختلفه للوغاريتم السرعة الزاوية مع قيم لوغاريتم عزم الدوران على إحداثيات بيانية .

ويمكننا الحصول على معامل اللزوجة للسوائل النيوتونية من هذه المعادلة بوضع قيمة  $l = n$  وبذلك .

$$\mu = \frac{\Omega}{4\pi \omega_i L} \left[ \frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_o^2} \right] \quad (5-12)$$

وبمقارنة المعادلتين الأخيرتين يمكننا الحصول على صيفه للعلاقة بين اللزوجة الظاهرية وكل من معامل القوام  $K$  والأس  $n$ . فإذا كانت السرعة الدورانية للاسطوانه الداخليه لجهاز قياس اللزوجه هي  $N$ .

$$\therefore \omega_i = 2\pi N$$

وبذلك تكون العلاقة المطلوبه هي :

$$\mu_A = - \left(\frac{1}{n}\right)^n \cdot (4\pi N)^{n-1} \cdot K \quad (5-13)$$

مثال (١) :

تم الحصول على النتائج التجريبيه التاليه من جهاز قياس لزوجة أنبويى Tube Viscometer قطره ٢٦٧ . سم وطوله ٩١ . متر وكان المائع المستخدم هو صلصة التفاح Apple Sauce .

$\Delta P$ Pascal x 10 <sup>5</sup>	Q m <sup>3</sup> /sec.10 <sup>-4</sup>
١.٢	٠.٩١
١.٤٥	٢.٥
٢.٥٦	٢.١
١.٩٩	٢.٢
٢.١٢	٥.٢
٢.٤١	٨.٥
٢.٧	١٢.٤٩

إحسب كل من معامل القوام  $K$  وقيمة الأس  $n$

الحل

معدل السريران الحجمى فى الأنبوبة الشعريه يمكن الحصول عليه من المعادله :

$$Q = \pi \left( \frac{n}{n+1} \right) R^{\frac{3n+1}{n}} \cdot \left( \frac{\Delta P}{2KL} \right)^{\frac{1}{n}}$$

ويمكن اعادة الصياغه بدلالة الفقد فى الضغط كالاتى :

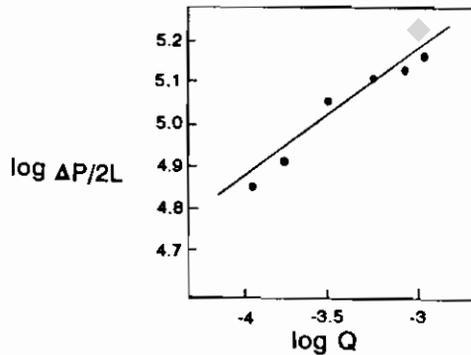
$$\frac{\Delta P}{2L} = \left( \frac{K}{\pi^n} \right) \left( \frac{n+1}{n} \right)^n \cdot \frac{1}{R^{3n+1}} \cdot Q^n$$

$$\log \left( \frac{\Delta P}{2L} \right) = \log K - n \log \pi + n \log \frac{n+1}{n} - (3n+1) \log R + n \log Q$$

وبتمثيل هذه المعادله بيانياً بحيث يكون المحور الرأسى يمثل  $\log \frac{\Delta P}{2L}$  والمحور الأفقى

يمثل  $\log Q$  فيكون ميل الخط المستقيم هو قيمة الأس  $n$ .

$\frac{\Delta P}{2L} \times 10^5$	$\log \frac{\Delta P}{2L}$	$\log Q$
٠.٧١٥	٤.٨٥	٤.٠٤-
٠.٧٩٥	٤.٩٠	٢.٨٢-
٠.٨٥٥	٤.٩٣	٢.٦٨-
١.٠٩٥	٥.٠٤	٢.٥٠-
١.١٧	٥.٠٧	٢.٢٩-
١.٢٣	٥.١٢	٢.٠٧-
١.٤٩	٥.١٧	٢.٩٠-



ومن الرسم البيانى يكون الميل:

$$n = 0.28$$

وبالتعويض فى المعادله يمكن حساب قيمة K عند أى نقطة من نقاط الخط المستقيم

$$K = 4.074 \text{ Pa. s}^n$$

مثال (٢)

تم الحصول على القياسات التاليه للزوجه الظاهريه لمركز المولاس عند درجة حرارة ٢٧٤ كلفن مستخدمين ريومتر أحادى الأسطوانه المتمركزه التى طولها ١١٤٣ . متر وقطرها ١٥٩ . متر وذلك عند سرعات دورانيه مختلفه. إحسب كل من قيمة معامل القوام K وقيمة الأس n .

N (rpm)	$\mu_A$ (Pa.s)
٢٠٥	١٦.٦
٥٠٠	١٦.٠
١٠٠٠	١٥.٥
٢٠٠٠	١٥.٤
٥٠٠٠	١٤.٦
١٠٠٠٠	١٤.٢

الحل

من المعادله التى تربط اللزوجه الظاهريه وسرعة دوران اسطوانه جهاز الريومتر نجد أن :

$$\mu_A = \left(\frac{1}{n}\right)^n \cdot (4\pi N)^{n-1} \cdot K$$

$$\therefore \log \mu_A = n \log \left(\frac{1}{n}\right) + \log K + (n-1) \log (4\pi N)$$

ويرسم قيم كل من  $\log \mu_A$  ،  $\log (4\pi N)$  نجد أن .

$\log (4\pi N)$	$\log \mu_A$
٠.٢٨١-	١.٢٢٠
٠.٠٢٠	١.٢٠٤
٠.٣٢١	١.١٩٠
٠.٦٢٢	١.١٨٨
١.٠٢٠	١.١٦٤
١.٣٢١	١.١٥٢

فيكون ميل المنحنى  $n-1 = -0.0417$

$$\therefore n = 0.9583$$

ويمكن التعويض في المعادله السابقه لأى قيمة  $\log \mu_A$  والمناظره لها قيمة  $\log(4\pi N)$  ومنها يمكن حساب قيمة معامل القوام K

$$K = 15.5 \text{ Pa. s}^n$$

### الاحتكاك Friction

إنه من الأهميه بمكان دراسة تأثير نوع السريان على معاملات الاحتكاك بين طبقات المائع وبعضها وبينها وبين الوعاء المحتوى عليها أثناء تطور الأنواع المختلفه من نظم السريان (طبقي - مرحلي - دوامى). وحيث أن معظم المواد الغذائيه المصنعه تسلك سلوك غير نيوتونى وتتأثر كثيرا بدرجة حراره أثناء معامله هذه المواد حراريا ، وبالتالي يتطلب الأمر تطوير صيغ رياضيه للموائع الغير نيوتونيه لامكان استخدامها لوصف سلوك الموائع أثناء سريانها وبالأخص داخل الأنابيب أو المواسير الأسطوانيه .

ويتعين علينا استخدام رقم رينولدز آخر مختلف عن الموائع النيوتونيه ويسمى رقم رينولدز العام (GRe) Generalized Reynolds Number حيث :

$$GRe = \frac{\rho u^{2-n} D^n}{2^{n-3} \cdot K \left[ \frac{3n+1}{n} \right]^n} \quad (5-14)$$

ومن الواضح أن رقم رينولدز العام سيتغير بتغير نفس المعاملات كما هو الحال بالنسبه لرقم رينولدز العادى ولكن يختلفان فى أن القيمه ستتغير مع تغير قيمة الأس n (دليل سلوك السريان) ويتلاحظ أن رقم رينولدز العام يساوى رقم رينولدز العادى عندما تكون قيمة  $n=1$  وبالتالي تتحول K الى  $\mu$  .

وفى حالة السريان الانسيابى أو الطبقي يكون

$$GRe < 2100 \quad \text{Laminar Flow}$$

$$f = \text{friction factor} = \frac{64}{GRe}$$

سريان الموائع اللانيوتونية

وفى حالة السريان الدوامي المضطرب

$$GRe < 2100 \quad \text{Laminar Flow}$$

$$f = 0.316 / GRe^{0.25}$$

ومن العوامل الأخرى الهامة فى عملية وصف سريان موائع الأغذية هو طاقة الحركة ،  
فاذا طبقنا قانون الأس بالنسبة لمائع يسرى داخل أنبوب اسطوانى فتكون طاقة  
الحركة كما يأتى :

$$K.E. = \frac{u^2}{2ag} = \text{Constant} = a$$

where

$$a = \frac{(4n + 2)(5n + 3)}{3(3n + 1)^2}$$

ويلاحظ أن قيمته تساوى الواحد الصحيح عندما تكون  $n = 1$  أى فى حالة  
سائل نيوتونى .

مثال (٣):

إحسب قيمة رقم رينولدز لتحديد نوع السريان لمركز المشمش ذو الخصائص الآتية :

$$n = 0.3 \quad K = 20 \text{ Pa.s}^n$$

إذا كان سريان مركز المشمش فى أنبوب قطره ٥٤ . ٢سم وسرعة السريان  
المتوسطه تساوى ٦ . ٠ متر/ثانيه . ماذا تكون قيمة رقم رينولدز فى حالة سريان  
مياه نقيه فى الأنبوب ؟

$$\rho_{\text{apricot}} = 1040 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{Water}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_{\text{water}} = 1488 \times 10^{-3} \text{ Pa.sec.}$$

الحل

$$GRe = \frac{\rho u^{2-n} D^n}{2^{n-3} \cdot K \left(\frac{3n+1}{n}\right)^n}$$

$$\text{GRe} = \frac{(1040) (0.6)^{1.7} \left(\frac{2.54}{100}\right)^{0.3}}{2^{-2.7} \cdot (20) \cdot \left(\frac{0.9+1}{0.3}\right)^{0.3}}$$

$$= 27.1$$

وعلى هذا الأساس يكون السريان طبقي متوازي

وفى حالة استخدام مياه نقيه

$$\text{Re} = \frac{\rho u D}{\mu}$$

$$= \frac{(1000) (0.6) \left(\frac{2.54}{100}\right)}{1488 \times 10^{-3}}$$

$$= 10.24$$

وكذلك يكون السريان طبقي متوازي .

مثال (٤)

يتم ضخ صلصة التفاح Apple Sauce خلال ماسورة قطرها ٥سم بسرعة متوسطة قدرها ٢ متر/ثانيه ودرجة حرارة ٢٤°م أوجد نوع السريان واحسب قيمة معامل الاحتكاك اذا كان :

$$n = 0.408 \quad k = 0.66 \text{ Pa.s}^n$$

$$\rho = 1100 \quad \text{kg/m}^3$$

الحل

$$\text{GRe} = \frac{\rho u^{2-n} D^n}{2^{n-3} \cdot K \cdot \left(\frac{3n+1}{n}\right)^n}$$

سريان الموائع اللانيوتونية

$$\text{GRe} = \frac{(1100)(3)^{1.592}(0.05)^{0.408}}{2^{-2.592} \cdot (0.66) \cdot \left(\frac{1.224 + 1}{0.408}\right)^{0.408}}$$
$$= 8519$$

وعلي ذلك يكون السريان دوامى مضطرب

ولحساب قيمة معامل الاحتكاك نستخدم المعادلة :

$$f = \frac{0.316}{\text{GRe}^{0.25}}$$
$$f = \frac{0.316}{(8519)^{0.25}} = \frac{0.316}{9.607}$$

$$f = 0.033$$

مثال ( ٥ ) :

يتم ضخ عصير الطماطم بمعدل سريان قدرة ٥ جالون/دقيقة (القدم المكعب = ٧.٤٨ جالون) في ماسورة قطرها واحد بوصة ، فإذا كانت كثافة عصير الطماطم = ١.١٢ جم/سم<sup>٣</sup> ومعامل القوام  $K = 125$  داين.ث/سم<sup>٢</sup> وقيمة الأس اللانيوتوني ٤٥ . . . . . إحسب الفرق في ضغط العصير لمتري طولى من الماسوره .

الحل :

$$\text{Dyne} = \frac{\text{gm.cm}}{\text{sec}^2}$$

$$K = 125 \frac{\text{gm.cm} \cdot \text{sec.}}{\text{sec}^2 \cdot \text{cm}^2}$$

$$K = 125 \text{ gm/sec. cm. (Poise)}$$

$$\& n = 0.45$$

$$D = 1 \text{ " } = 2.54 \text{ cm}$$

اساسيات هندسة التصنيع الزراعي

$$\text{Volumetric flow rate} = \frac{5}{748} = 0.668 \text{ ft}^3/\text{min}$$

$$\pi r^2 u = 0.668$$

$$\therefore u = \frac{0.668}{\pi (0.042)^2} = 122.54 \text{ ft/min}$$

$$u = \frac{122.54 \times 100}{60 \times 3.28} = 62.27 \text{ cm/sec.}$$

$$\text{GRc} = \frac{8.D^n \cdot u^{2-n} \rho}{2^n \cdot K \cdot \left(\frac{3n+1}{n}\right)^n}$$

$$\therefore \text{GRc} = \frac{8 \cdot (2.54)^{0.45} \cdot (62.27)^{2-0.45} \cdot 1.13}{2^{0.45} \cdot 125 \cdot \left(\frac{3 \times 0.45 + 1}{0.45}\right)^{0.45}}$$

$$\text{GRc} = 23.1$$

$\therefore$  Flow is Laminar

$$\therefore f = \frac{64}{N_{\text{GRc}}} = \frac{64}{23.1} = 2.77$$

$$\therefore F = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{u^2}{2ag}$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{(4n+2)(5n+3)}{3(3n+1)^2} \\ &= \frac{(4 \times 0.45 + 2)(5 \times 0.45 + 3)}{3(3 \times 0.45 + 1)^2} \\ &= \frac{(3.8)(5.25)}{3(2.35)^2} = 1.2 \end{aligned}$$

$$F = 2.77 \times \frac{100}{2.54} \times \frac{(62.27)^2}{2 \times 981 \times 1.2}$$

$$F = 179.6 \text{ cms} = 1.796 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta P = F \cdot \rho$$

$$= 1.796 \times 1130$$

$$\Delta P = 2029.6 \text{ kg/m}^2$$

$$\begin{aligned} \text{or } \Delta P &= 2029.6 \times 9.81 \frac{\text{Newton}}{\text{m}^2} \text{ (Pascal)} \\ &= 19910 \\ \Delta P &= 0.199 \times 10^5 = 0.2 \times 10^5 \text{ Pascal} \end{aligned}$$

مثال (٦) :

يتم تسخين عصير طماطم فى مبادل حرارى ذو مواسير عددها عشرون ماسوره وطول المبادل ٧ متر وقطر كل ماسوره  $\frac{3}{4}$  بوصة . فإذا كان معدل السريان الحجمى ٤٠ لتر/دقيقه إحسب مقدار الفقد فى الضغط خلال المبادل الحرارى اذا علمت أن كثافة عصير الطماطم = ١.١٢ كجم/متر مكعب ويعتبر العصير سائل لانبيوتونى

$$\text{مقدار معامل القوام} = 1.12 \times 7 \times 10^{-2} \frac{\text{داين} \times \text{ثانيه}}{\text{سم}^2} \text{ ومقدار الاس } 48 \dots$$

الحل

Every pipe will have a flow rate equal to 2 lit/min.

$$u = \frac{2 \times 1000}{\pi \times \left(\frac{0.75 \times 2.54}{2}\right)^2 \times 60} = 11.7 \text{ cm/sec.}$$

$$D = \frac{3}{4} \text{ " } = \frac{3}{4} \times 2.54$$

$$\therefore D = 1.905 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{GRe} &= \frac{8 \cdot D^n \cdot u^{2-n} \cdot \rho}{2^n \cdot K \cdot \left(\frac{3n+1}{n}\right)^n} \\ &= \frac{8 \cdot (1.905)^{0.48} \cdot (11.7)^{2-0.48} \cdot (1.013)}{2^{0.48} \cdot (7.13 \times 10^{-7}) \cdot \left(\frac{3 \times 0.48 + 1}{0.48}\right)^{0.48}} \end{aligned}$$

$$= \frac{(8) (1.363) (42) (1.013) (10^7)}{(1.395) (7.13) (2.18)}$$

$$\therefore \text{GRe} = 21.4 \times 10^7$$

∴ Flow is turbulent

وعلى هذا الأساس تطبق المعادله

$$f = \frac{0.316}{GRe}$$

$$= \frac{0.316}{(21.4 \times 10^7)^{0.25}}$$

$$f = \frac{0.316}{121} = 2.61 \times 10^{-3}$$

$$\therefore F = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{u^2}{2g}$$

$$= (2.61 \times 10^{-3}) \cdot \left( \frac{700 \times 20}{1.905} \right) \cdot \frac{(11.7)^2}{(2 \times 981)}$$

$$F = 1.108 \text{ cm}$$

$$\Delta P = F \cdot \rho$$

$$= 1.108 \times 1.013$$

$$= 1.12 \text{ gm/cm}^2$$

$$= \frac{1.12 \times (100)^2}{(1000)} = 11.2 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{or } \Delta P = 11.2 \times 9.81$$

$$\Delta P = 110 \frac{\text{Newton}}{\text{m}^2} \text{ or Pascal}$$