الباب السابع

سلوك المواد الهندسية تحت تأثير
القص الاستاتيكى

(STATIC SHEAR)

مقدمة :

أولا — القص المباشر :

ا — القص المفرد

ب — القص المزدوج

جـ — القص الثاقب

ثانيا — قص الانحناء :

ثالثا — اختبار القص المباشر

رابعا — اختبار قص الانحناء

خامسا — التواء الاجسام ذات القطاع المستعرضة الدائرية

سادسا — التواء الاجسام ذات القطاع المستعرضة غير الدائرية

سابعا — اختبار الالتواء

ا — عينة الاختبار

ب — مكنة الاختبار

جـ — إجراء الاختبار

د — الخواص الميكانيكية فى الالتواء

هـ — شكل كسر عينات الالتواء

مقدمة :

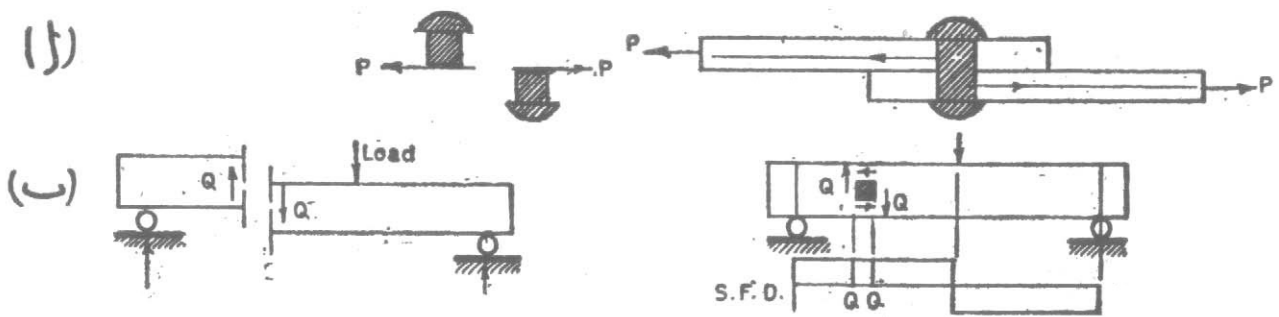
القص هو حالة إنزلاق جزء الجسم الذى يقع على جانب من مقطع مستعرض معين على باقى الجسم الواقع على الجانب الآخر من ذلك المقطع ويكون ذلك نتيجة تأثير قوى القص (Shearing forces) أو تأثير عزوم الالتواء (Twisting Moments) .

والقوى التى تسبب القص هى التى تؤثر فى إتجاه موازٍ للمقطع المستعرض للجسم وينتج عنها تشكل (Deformation) بانزلاق أجزاء الجسم موازية لاتجاة قوة القص كما يتبين من الشكل رقم (٧ — ١) . وتحدث حالة القص من تأثير قوى الشد أو الضغط وتسمى بالقص المباشر (Direct Shear) أو من تأثير القوى المسببة للإنحناء وتسمى قص الانحناء كما يتبين من الشكل رقم (٧ — ٢) .

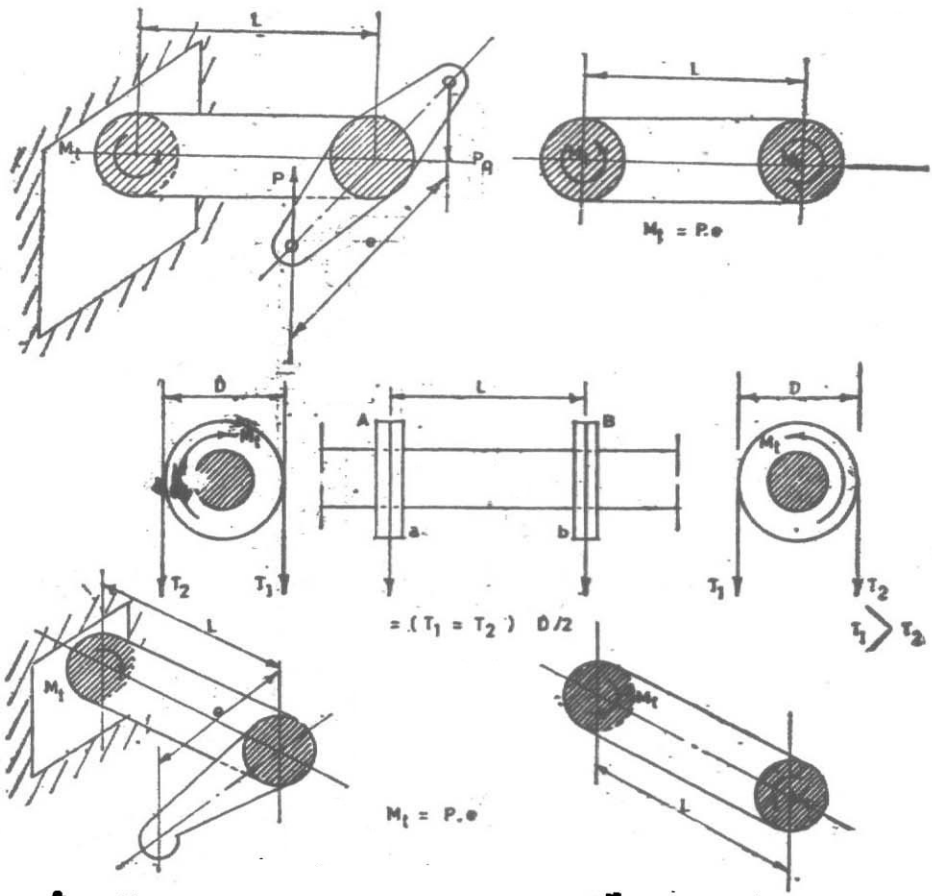
وتعتبر مقاومة المواد للقص مسألة ضرورية وهامة فى تصميم المنشآت واجزائها مثل الوصلات المبرشمة (Riveted Joints) والوصلات الملحومة (Welded Joints) والكمرات المعدنية والخرسانة . ويتبين أهمية القص من أن مقاومة المادة للقص هى التى تتحكم فى مقاومة المواد المطيلة لقوى الشد كذلك فى مقاومة المواد القصفة لقوى الضغط (وقد تبين سابقاً أن كسر تلك المواد تحت قوى الشد أو الضغط يتسبب من تأثير القص) .

والإلتواء هو إنزلاق المقطع المستعرض للجسم على المقطع الذى يجاوره حول محور طولى عمودى على كل من المقطعين (وليس إنزلاق المقطعين عن بعضهما فى إتجاه رأسى أو إتجاه أفقى كما فى حالة القص المباشر ، ولكن إنزلاق يدوران أحد المقطعين حول محوره على المقطع الآخر). ويحدث الالتواء إذا تعرض المقطع المستعرض إلى عزم الالتواء Mt (وهو عزم يقع فى نفس مستوى المقطع) أو إذا تعرض إلى قوتين موازيتين ومتعاكستين فى الاتجاه ومتساويتين فى القيمة p وتبعد إحداهما عن الأخرى مسافة e) بحيث تقع كل من القوتين فى نفس مستوى المقطع المستعرض وبذلك تسبب عزم إلتواء على المقطع قيمته $M_t = p.e$ كما يتبين من الشكل رقم (٧ — ٣).

شكل رقم (٧ — ١) القوى المسببة للقص تؤثر فى إتجاه مواز للمقطع المستعرض للجسم



شكل رقم (٧ — ٢) (أ) القص المباشر بالشد (ب) القص بالانحناء



حدوث الالتواء نتيجة تعرض المقطع المستعرض الى عزم الإلتواء أو الى قوتين متوازيتين ومتعاكستين في الاتجاه ومتساويتين في القيمة

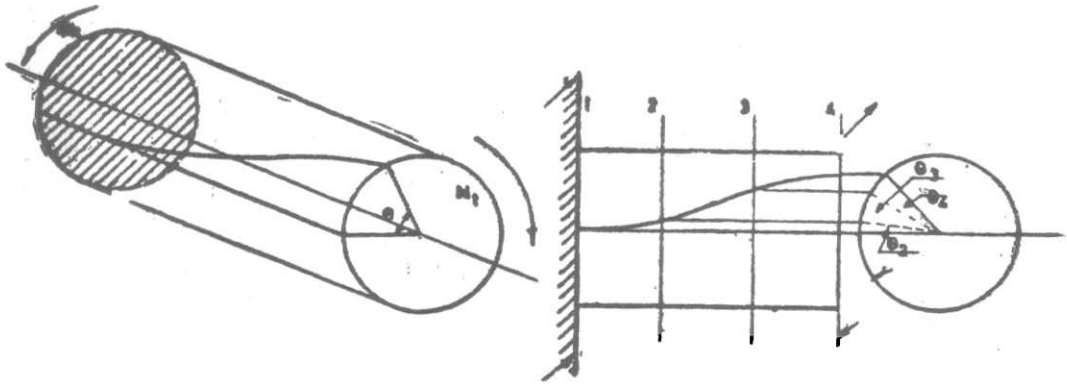
شكل رقم (٧ — ٣)

ويحدد الإلتواء فى أجزاء المنشآت والمكنات المختلفة مثل أعمدة إدارة الموتور (Motor Drive Shaft) وعمود المروحة للطائرات (Airoplane Propellers) إلخ

ولا تنص المواصفات القياسية على إجراء إختبار الإلتواء كاختبار قبول للمعادن إلا فى حالات محددة خاصة ولكنه إختبار هام يجرى معملياً لبيان الخواص الميكانيكية للمواد فى القص حيث أن الإلتواء هو حالة قص خالص (Pure Shear) لأن إنزلاق المقاطع المستعرضة على بعضها البعض غير مصحوبة بعزم إنحناء كما فى حالة القص المباشر.

كما يجرى إختبار الإلتواء لمعرفة مدى مقاومة جزء السكنة أو المنشأ تحت تأثير الإلتواء ويكون ذلك غالباً إذا كانت المقاطع المستعرضة لهذا الجزء ليست مستديرة أو كانت مستديرة ولكن بها عدم إنتظام للسطح مثل حالة مجرى الخابور (Key way) . ويستخدم إختبار الإلتواء لدراسة تأثير عمليات المعاملة الحرارية المختلفة وخصوصاً للأجزاء المعرضة للعمليات التى تؤثر كثيراً على للعدن قرب السطح . ويستعمل لهذه الدراسات جزء المعدن بالمقاس الكامل الطبيعى كما فى حالة محور عجلات السيارات .

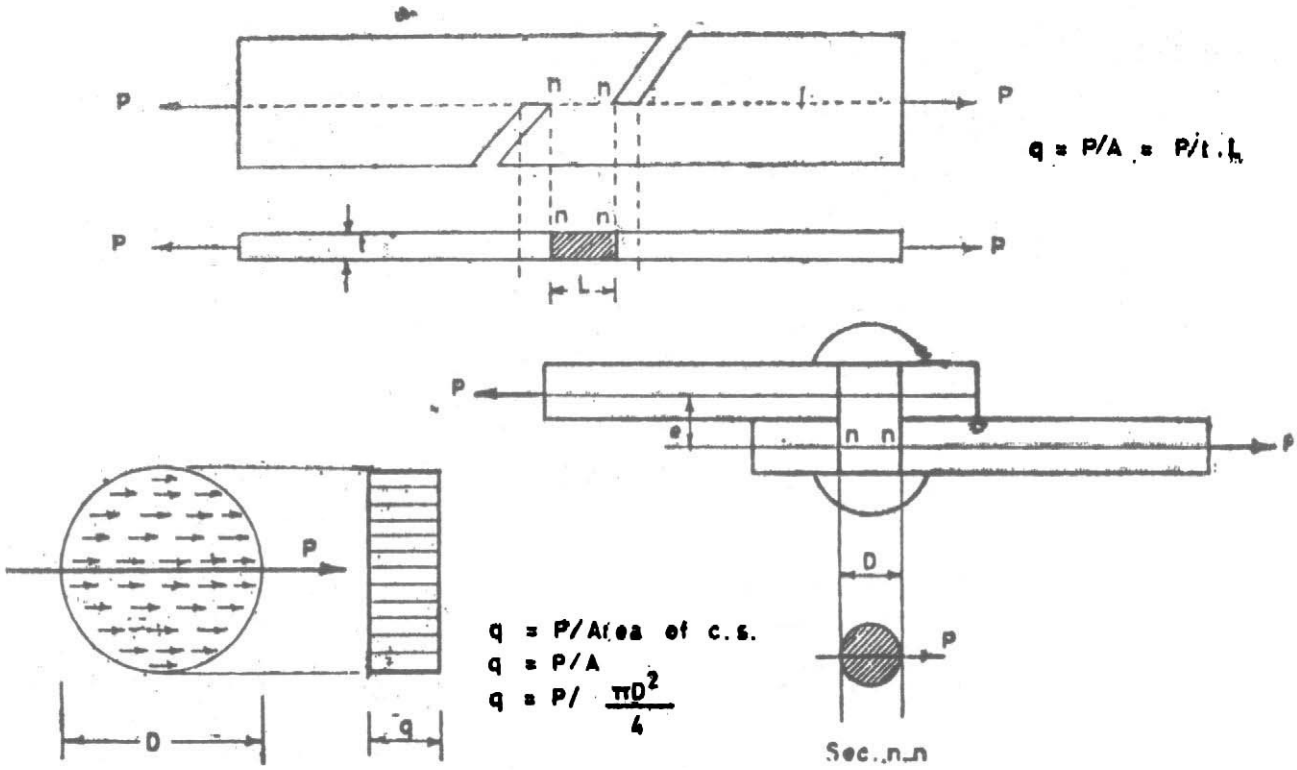
ويحدث الحمل المسبب للإلتواء (عزم الإلتواء M_t) تشكل بالجسم عبارة عن زاوية الإلتواء بين المقطعين المستعرضين المتتاليين من الجسم نتيجة دوران أحدهما على الآخر بالعزم M_t . شكل رقم (٧ — ٤) .



شكل رقم (٧ — ٤) تأثير الالتواء على قضيب مستدير المقطع

أولا — القص المباشر
(Direct Shear)

يحدث القص الخالص (Pure Shear) من تأثير قـــوتين متوازيتين المسافة بينهما معدومة ، أى قوتين منطبقتين فى خط التأثير (والذى يقع فى نفس مستوى مقطع الجسم) ولكن متعاكستين فى الإتجاه كما هـــو حادث للمقطع (n — n) بالشكل رقم (٧ — ٥) .



شكل رقم (٧ — ٩) القص الخالص والقص المباشر

ويندر حدوث القص الخالص من قوى الشد والضغط لأنه ــ عملياً ــ لا بد وأن توجد مسافة ــ ولو بسيطة ــ بين قوتى الشد أو الضغط لتحدث قص بمقطع الجسم كما هو الحال فى الوصلة المبرشمة المبينة بالشكل رقم (٧ ــ ٥) وبذلك تسمى حالة القص بالقص المباشر حيث يتعرض مقطع مسمار البرشام (n—n) إلى قوة قص (p) وعزم إنحناء صغير (p.e) يمكن عمليا إهمال تأثيره وبذلك يكون المقطع معرض إلى قوة قص (P) يمكن اعتبارها موزعة توزيعا متساويا على المقطع فتحدث إجهاد قص قيمته : $q = p/A = P / \frac{\pi D^2}{4}$ كما هو مبين بالشكل رقم (٧ ــ ٥) .

وينقسم القص المباشر إلى ما يأتى :

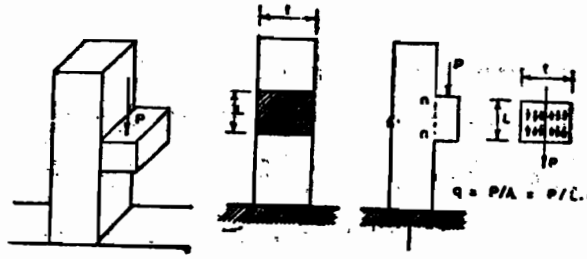
ا ــ القص المفرد : (Single Shear)

حيث يقاوم تأثير القص مقطع مستعرض واحد من الجسم كما هو الحال فى الشكل رقم (٧ ــ ٥) والشكل رقم (٧ ــ ٦) والإجهاد فى هذه الحالة يساوى قوة القص مقسومة على المساحة من الجسم المقاومة لها أى : $q = \frac{p}{A}$

ب ــ القص المزدوج : (Double Shear)

حيث يقاوم تأثير القص مقطعان مستعرضان من الجسم كما يتبين من الشكل رقم (٧ ــ ٧) وإجهاد القص فى هذه الحالة يساوى كما افترض سابقا قوة القص مقسومة على المساحة المقاومة لها أى : $q = \frac{p}{2A}$

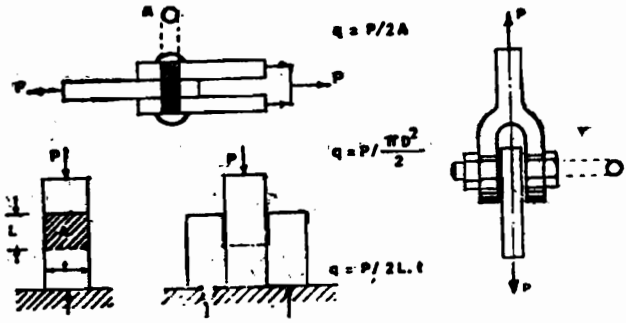
ويلاحظ أنه نظرا لأن مقاومة المادة الواحدة لقوة القص بالنسبة لوحدة المساحة ثابتة فإن إجهاد القص المفرد يساوى نظرياً إجهاد القص المزدوج . لذلك فإنه إذا تعرض مسمار برشام لقص مفرد حتى الكسر شكل (رقم ٧ ــ ٥) وكانت قوة القص المسببة الكسر هى (p) ثم تعرض مسمار برشام مماثل فى المعدن والأبعاد للقص المزدوج حتى الكسر شكل رقم (٧ ــ ٧) وكانت قوة القص المسببة للكسر (p') فإن (p') تساوى ضعف القوة (p) وذلك لأن : $q = p/A = p' / 2A$



Single shear

القص المفرد

شكل رقم (٧ — ٦)



DOUBLE SHEAR

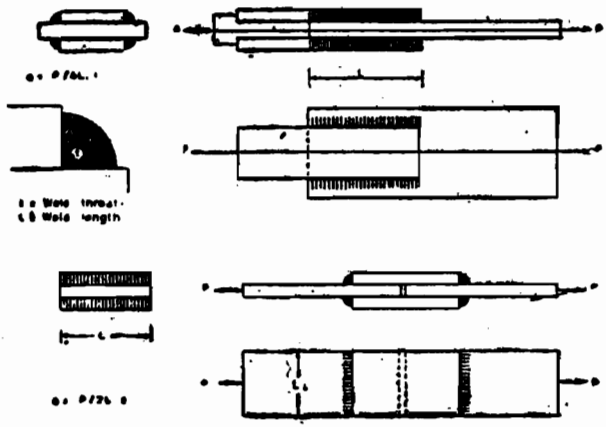
القص المزدوج

شكل رقم (٧ — ٧)

وتتعرض الوصلات الملحومة لتأثير القص المباشر كما يتبين من الشكل رقم (٧ — ٨) ويكون إجهاد القص مساوياً لقوة القص مقسومة على المساحة المقاومة لهذه القوة .

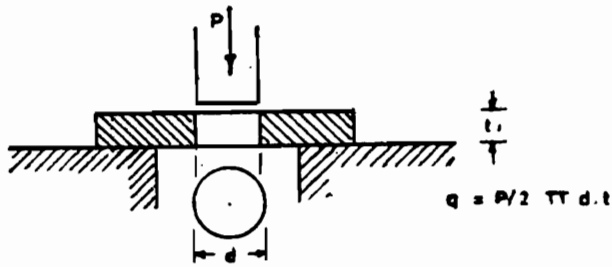
ج — القص الثاقب (Punching shear) .

يتعرض الجسم للقص عند إحداث ثقب به بالتأثير بقوى ضغط كما يتبين من الشكل رقم (٧ — ٩) ويكون إجهاد القص مساوياً القوة المؤثر بها لعمل الثقب مقسومة على مساحة المقطع المستعرض على طول محيط الثقب .



تأثير القص المباشر على الوصلات الملحومة

شكل رقم (٧ — ٨)

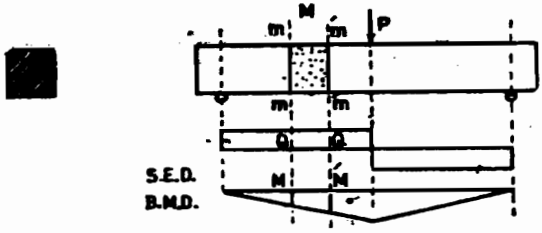


شكل رقم (٧ — ٩) القص الثاقب

ثانيا : قص الانحناء :

إذا حملت كمرة بأحمال تسبب فيها إنحناء فإن أى مقطع من مقاطع هذه الكمرة يكون معرضاً لتأثير عزم إنحناء M وقوة قص Q كما يتبين من الشكل رقم (٧ — ١٠)، وتحسب قيمة إجهادات القص الناتجة من الانحناء على المقطع (m—m) من الكمرة كالآتى :

نعتبر الجزء من الكمرة المحصور بين المقطعين المستعرضين (m—m) ، (m—m) حيث المسافة بينهما dx ، ثم القطعة الواقعة أعلى المستوى ($\bar{a}\bar{s}tt$) الموازى لمحور التعادل شكل رقم (٧ — ١١) :



شكل رقم (٧ — ١٠) توزيع قوة القص وعزم الانحناء على طول كمرة محملة جانبياً

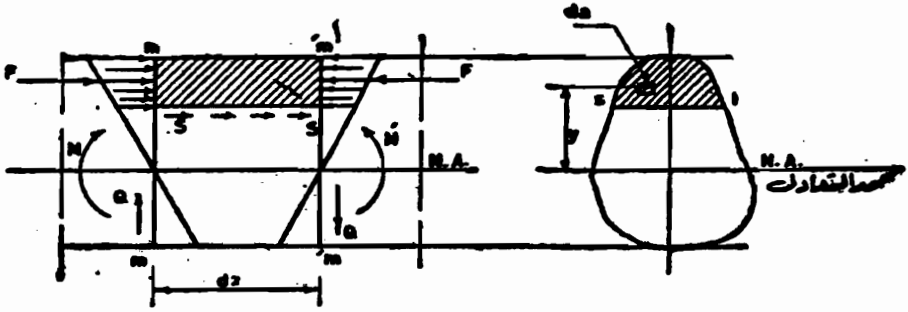
القوة العمودية المؤثرة على السطح S — m = F

$$F = \int f \,.da = \int \left(M.y/I_x \right) . \, da = M/I_x \int y.da$$

القوة العمودية المؤثرة على السطح S' — m' = F'

$$F' = \int f' \,. \, da = \int M \cdot y/I_x \,) = \left(M' /I_x \right) \int y.da$$

وحيث أن M' أكبر من M ، لذلك فإن القوة F' تكون أكبر من F . وحيث أن الجزء المبين بالشكل رقم (٧ — ١١) والواقع أعلى المستوى SS' tt' فى حالة



شكل رقم (٧ — ١١) القوى المؤثرة على جزء الكمرة بين المقطعين mm ، m'm'

اتزان ، لذلك فإن فرق القوة F ، F يساوى ويعاكس فى الإتجاه قوى قص طولية (Longitudinal) تؤثر على السطح SS tt وتكون قيمة قوة القص الطولية لوحدة الطول من المسافة dx هى :

$$(F' - F)/dx = I/dx \cdot \left(M'/I \int y.da - M/I_x \int y.da\right)$$
$$= (1/I) \cdot dM/dx \cdot \int y.da$$
$$= 1/I_x \cdot Q \cdot Y$$
$$= (Q \cdot \bar{Y})/I_x$$

حيث : Q = قوة القص على المقطع المستعرض (m—m) .

$\bar{Y}$ = العزم الأول للمساحة حول التعادل (x—x) لجزء المقطع المستعرض للكمرة الذى يقع أعلى المستوى tt' ss' .

I_x = عزم القصور الذاتى لمقطع الكمرة المستعرض عند (m—m) .

فإذا اعتبرت قوة القص الطولية سالفة الذكر موزعة توزيعاً متساوياً على المستوى tt' ss' وكانت b = عرض المقطع المستعرض (m—m) عند المستوى tt' ss' فإن قوة القص الطولية لوحدة الطول ولوحدة العرض (قوة القص الطولية بالنسبة لوحدة المساحة من المستوى tt' ss' أى إجهاد القص المؤثر على هذا المستوى الأفقى) تكون:

$$p = (Q \cdot \bar{Y})/I_x \, b$$

وحيث أن إجهاد القص الأفقى المؤثر على أى جزء من الجسم لابد لحدوث الإتزان أن يكون مصحوباً بإجهاد قص رأسى، فيكون إجهاد القص الرأسى المؤثر على المقطع (m—m) عند العرض b (الواقع عند t—s) يساوى إجهاد القص الأفقى سالف الذكر أى يساوى

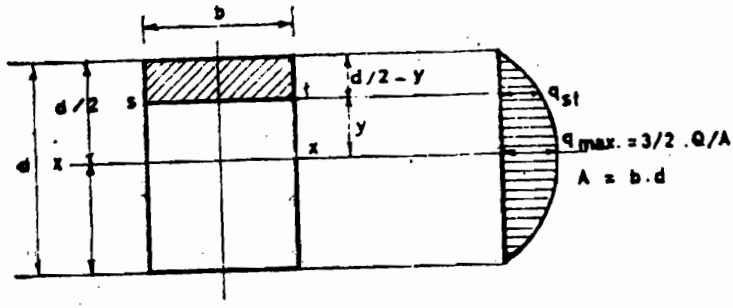
$$q = (Q \cdot \bar{Y})/I_x \cdot b$$

وتحسب قيمة إجهاد القص الرأسى المؤثر على المقطع m—m عند أى موضع فيه بالمعادلة

$$q = (Q \cdot \bar{Y})/I_x \cdot b$$

حيث تختلف قيمة $\bar{Y}$ ، قيمة b باختلاف المكان على المقطع، أما قيمة كل من Q ، I_x فهى ثابتة لكل نقط المقطع .

ويعين توزيع إجهاد قص الإنحناء على بعض مقاطع الكمرات المحددة الشكل كما هو موضح بالأمثلة الآتية :



شكل رقم (٧ — ١٢) توزيع إجهاد القص على مقطع كمرة مستطيل

(أ) مقطع مستطيل أو مربع : (شكل ٧ — ١٢)

قيمة إجهاد قص الانحناء عند أى جزء st للمقطع المستطيل تحت تأثير قوة القص Q :

$$qst = (Q \cdot \bar{Y}) / Ix.b$$

$$\bar{Y} = b\,(d/2 - Y)\left[\, y + \frac{1}{2}\left(\frac{d}{2} - y\right)\right]$$

$$= bd^2/8\,(1 - 4y2/d^2)$$

$$Ix = (b\,d^3)/12$$

$$q = (Q \cdot Y)/Ix.b$$

$$= \frac{3}{2}\,Q/bd \cdot (1 - 4y2/d^2)$$

$$\frac{3}{2}(Q/A) \cdot (1 - 4y2/d^2)$$

حيث A = مساحة المقطع المستعرض = bd

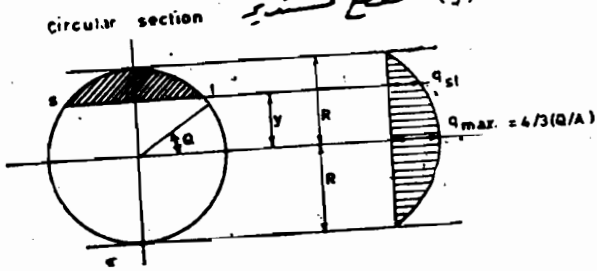
وتعتبر هذه المعادلة عن قيمة إجهاد القص عند أى جزء من المقطع والتى تمثل قطع مكافىء (Parabola) رأسه عند خط التعادل x—x حيث تكون القيمة العظمى لإجهاد القص ، ونهايتى هذا المقطع المكافىء عند نهايتى المقطع حيث يكون إجهاد القص يساوى صفراً لإنعدام قيمة $\bar{Y}$ كما يتضح من الشكل رقم (٧ — ١٢) ، وتكون قيمة إجهاد القص القصوى على المقطع : $q_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{A}$

حيث Q = قوة القص المؤثرة على المقطع ، A = مساحة المقطع .

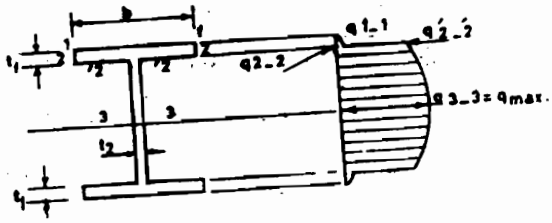
(ب) مقطع مستدير : شكل رقم (٧ — ١٣)

قيمة إجهاد قص الإنحناء عند أى جزء st من المقطع المستدير تحت تأثير قوة القص Q :

(أ) مقطع مستدير



(ب) مقطع على شكل I



توزيع إجهاد القص على بعض مقاطع الكمرات

شكل رقم (٧ - ١٣)

$$q = (4Q/3\pi R^2) \cdot (1 - \sin\theta)$$
$$= (4/3 \cdot Q/\pi R^2) \cdot (1 - y^2/R^2)$$

وتمثل هذه المعادلة أيضاً قطع مكافىء رأسه عند خط التعادل x-x ونهايته عند نهايتي المقطع وتكون قيمة إجهاد قص الانحناء القصوى :

$$q_{max} = 4/3 \cdot Q/\pi R^2 = 4/3\ Q/A$$

حيث A = مساحة المقطع المستدير .

(ح) مقطع كمرة I : (شكل ٧ — ١١)

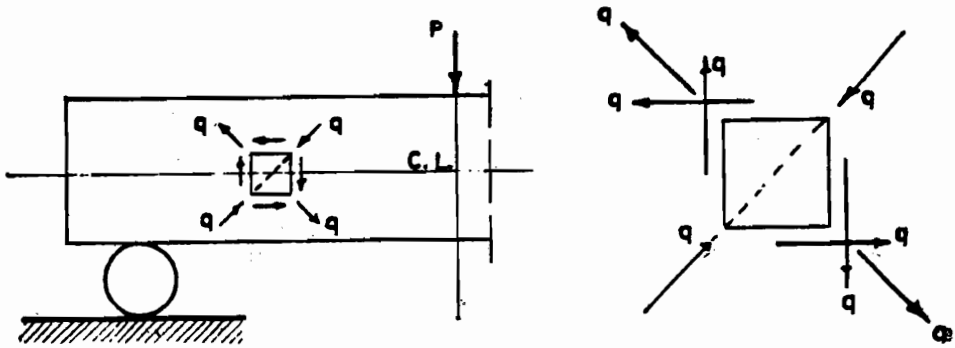
يكون توزيع إجهاد قص الانحناء على المقطع بتطبيق القانون $\frac{Q.Y}{Ix.b}$ لنقط المقطع الرئيسية التي يحدث بها تغير وهي 1-1 ، 2-2 ، 2 ، 2- 2 ، 3-3 كما يأتي :

$$q_{1-1} = 0$$
$$q_{2-2} = Q \cdot b_{t1} \cdot (d - t1)2 \ / I_x b$$

$$q_{2\text{-}2} = Q.bt_1 \cdot (d - t_1)/2 / I_x \cdot t_1$$
$$= q_{2\text{-}2} \cdot h/t_2$$
$$q_{3\text{-}3} = (Q/I_x \cdot t_2) \cdot [bt_1(d-t_1)/2 + (d/2\text{-}t_1)t_2 - (d_2-t_1)/2]$$
$$= q_{max}$$
$$q_{max} = (Q/I_x \cdot t_2) \cdot [bt_1(d-t_1)/2 + (d/2-t_1)t_2 - (d_2-t_1)/2]$$

ويكون توزيع إجهاد القص كما هو مبين بالشكل رقم (٧ — ١٣) .

ويلاحظ أن قص الانحناء يولد إجهادات ضلعية قطرية بالكمرات وهى عبارة عن الاجهادات الرئيسية(Principal Stresses)وقد تكون إجهاد شدأو إجهاد ضغط كما يتبين من الشكل رقم (٧ — ١٤) . وتكون تلك الإجهادات بقيمة عظمى تساوى قيمة قص الانحناء ، q ، لنقط التقاطع المستعرضة الواقعة عند خط التعادل . وتكبر قيمة الإجهادات الضلعية القطرية كلما كبرت قيمة q أى كلما قربنا من نقط الارتكاز للكمرة .



شكل رقم (٧ ـ ١٤) قص الانحناء

ثالثا ـــ اختبارات القص المباشر :

لاتنص المواصفات القياسية للمواد ـــ وخصوصاً المعادن ـــ على إجراء إختبار القص المباشر كاختبار قبول للمواد إلافى بعض حالات خاصة مثل المعادن التى تعمل فى المنشأ كمسامير برشام أو كأداة لوصل أجزاء المنشآت والمكنات ويقع عليها قص مباشر مفرد أو مزدوج وذلك لأنه يكتفى باختبار الشد الذى يعبر بكفاية عن خواص المعدن

وخصوصاً إذا لوحظ أن كسر المعدن فى الشد يتسبب عن ضعف المعدن فى تحمل القص للمعادن المطيلة (أى أن مقاومة الشد تعبر ضمنا عن مقاومة القص عند مقارنة المعادن) كما يمكن تعيين مقاومة القص من حاصل ضرب مقاومة الشد فى عامل معين قيمته حوالى ٠,٨ بالنسبة للمواد المطيلة .

كما يلاحظ أن المعادن القصفة ضعيفة فى مقاومة الشد عن مقاومة القص ، فإذا تعرضت لقوى مختلفة مثل الشد والقص فسوف يتحكم فى تصميمها وفى كسرها قوى الشد حيث أن مقاومة القص = ١ إلى ١,٣ × مقاومة الشد .

وليس هناك فى هذه الحالة مايدعو إلى تعويض مثل هذه المواد للقص المباشر وبالتبعية لايعمل إختبار قص مباشر على تلك المواد .

ويجرى إختبار القص المباشر للمعادن المطيلة كالصلب الطرى بتعريض العينة لقوى شد أوضغط تسبب فيها قص مباشر مفرد أو مزدوج حسب الغرض من الاختبار وذلك كما يتبين من الشكل رقم (٧ — ١٥) والشكل رقم (٧ — ١٦) .

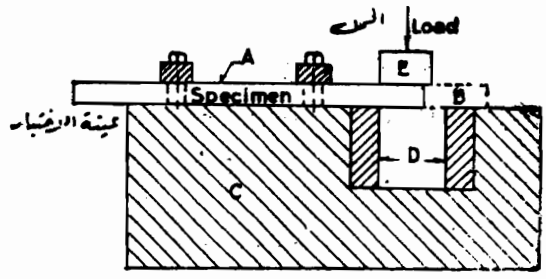
وتحسب مقاومة القص المباشر للمعدن المختبر وهى الاجهاد الأقصى للقص المفرد أو المزدوج بمعرفة حمل الكسر ومساحة المقطع المستعرض للجسم كما يلى :

القص المفرد : $q_{s.s.} = p_{max.}/A$

القص المزدوج : $q = p'_{max.}/2A$

ويلاحظ أن p' تساوى تقريباً ضعف p وليس بالضبط نظرا لاختلاف حالة الارتكاز للعينة فى القص المفرد عنها فى المزدوج ولا تقاس قيمة الانفعال للقص المباشر لصعوبة تثبيت أجهزة القياس بالجسم المختبر وعدم دقة النتائج فى حالة إمكان قياس التشكل .

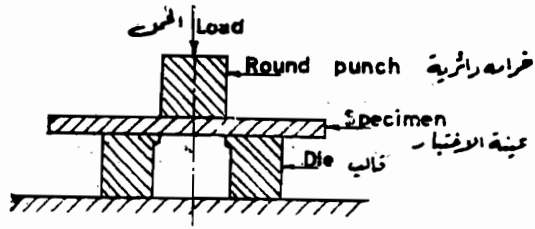
ويلاحظ أن مقاومة القص المباشر لاتعبر عن إجهاد القص الخالص للمعدن لأن القص المباشر يعرض مقطع معدن الجسم المختبر إلى قص مصحوباً بإنحناء صغير وليس قص خالص كما أن إجهاد القص المباشر افترض فى تعيينه أن قوة القص موزعة بالتساوى على جميع نقط مقطع المعدن المختبر وذلك ليس صحيحاً تماما ولكن به شىء من التقريب .



(a)

Johnson's shear tool for shear test of metals in round or rectangular stock.

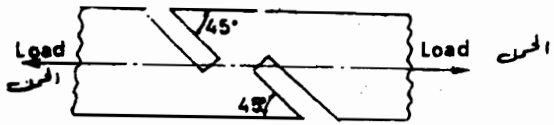
جهاز جونسون للاختبار القص للمعادن المستديرة أو المستطيلة



(b)

Shear test of plates.

اختبار القص للألواح



(c)

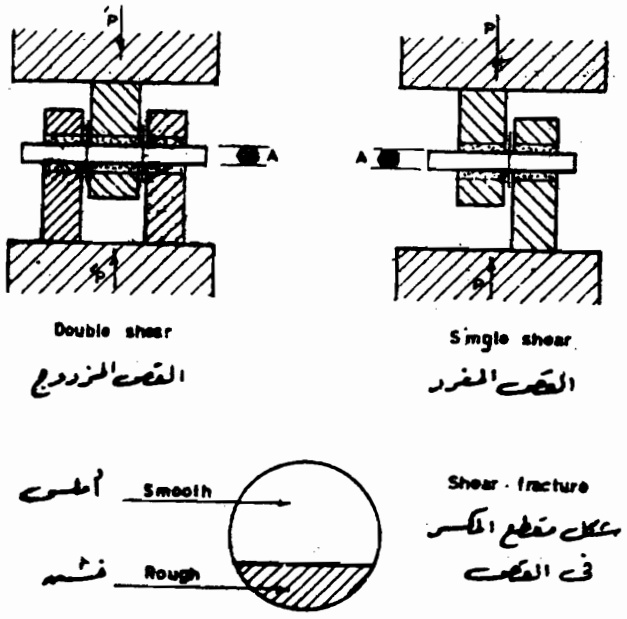
Slotted specimen for shear test of flat plates

عينة مشقوبة لاختبار القص للألواح المستوية

شكل رقم (٧ — ١٥)

لذلك فإن خواص المعادن الميكانيكية فى القص لاتعين من إختبار القص المباشر وإنما تعين من إختبار الإلتواء (Torsion Test) لأن الإلتواء يسبب قص خالص كما سيتبين فيما بعد .

وإذا اختبرت عينة من الصلب الطرى ذات مقطع مستدير تحت تأثير القص المباشر حتى الكسر فإن مقطع الكسر يكون ناعماً فى جزء منه وهو الجزء الذى حدث به



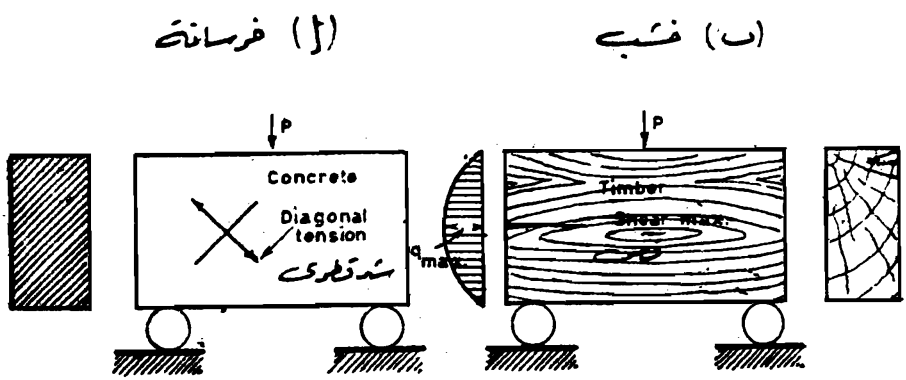
شكل رقم (٧ — ١٦)

القص وإنزلقت الجزيئات على بعضها مسببة نعومة الملمس ، أما جزء المقطع الآخر فيكون خشناً نتيجة عدم تحمل ذلك الجزء الحمل المؤثر وحـــدوث الكسر مباشرة تحت هذا الحمل مسبباً انفصال الجزيئات ويكون شكل مقطع المكسر كما فى الشكل رقم (٧ — ١٦).

رابعاً — اختبار قص الانحناء :

لايجرى إختبار قص الإنحناء لمعرفة مقاومة المواد لقص الإنحناء ولـكن يجرى إختبار الإنحناء كاختبار قبول تنص عليه المواصفات القياسية للمواد القصفة مثل الحديد الزهر والخرسانة والخشب كما سبق بيان ذلك ، وتتعرض العينة المختبرة فى الإنحناء ضمناً إلى قص الإنحناء ولـكن القوى التى تسبب كسر العينة هى قوى الشد ومنها تتعين مقاومة الإنحناء بحساب معاير الكسر . ولاتنكسر الكمرات المختبرة من هذه المواد

بتأثير قص الإنحناء إلا إذا كان عمق الكمرة كبيرا مع صغر المسافة بين نقطتى الارتكاز نسبياً وقد يكون الكسر بسبب إجهاد الشد الضلعى القطرى كما فى حالة الخرسانة أو بسبب إجهاد القص الأفقى للإجهاد كما فى حالة الخشب ويتبين ذلك من شكل رقم (٧ — ١٧) ،



اقتباس القص بالانحناء Shear due to bending

(أ) الكسر نتيجة إجهاد الشد القطرى (الخرسانة)

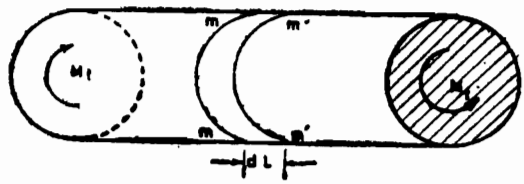
(ب) الكسر نتيجة إجهاد القص الأفقى (الخشب)

شكل رقم (٧ — ١٧)

خامساً — التواء الاجسام ذات المقاطع المستعرضة الدائرية

(Torsion of Circular Cross Sections)

إذا أخذنا الجزء dL من محور إدارة (Shaft) معرض لعزم التواء M_t كما فى شكل رقم (٧ — ١٨) ، وفرضنا أن المقطع المستعرض سيظل فى نفس مستواه بعد حدوث الالتواء ، فإذا رسم الخطان ab ، cd موازيا لمحور هذا الجزء فإنها تصير بعد الالتواء ab' ، cd' باعتبار أن المقطع (m — m) ثابت والمقطع ($\bar{m}$ — $\bar{m}$) تعرض إلى التواء فحدث بذلك قص فى كل جزء من مقطع محور الادارة ، ويكون إنفعال القص (Shear Strain) كما يلى شكل رقم (٧ — ١٩) .



شكل رقم (٧ — ١٨) محور إدارة مستدير المقطع معرض لعزم الالتواء

$$\text{انفعال القص} = \frac{\text{إجهاد القص}}{\text{معاير المرونة فى القص (أى معاير الجساءة)}}$$

$$d\phi = qR/G$$

$$\text{But } d\phi = \frac{b'b}{a\,b} = \frac{Rd\theta}{dL} = \frac{qR}{G}$$

$$\therefore \quad d\Theta = \frac{qR\,dL}{R\,G} = \text{Angle of twist in length } dL$$

زاوية الالتواء عن الطول $dL = d\Theta$

زاوية الالتواء عن الطول $L = \Theta$

$$\Theta = \frac{qRL}{R.G}$$

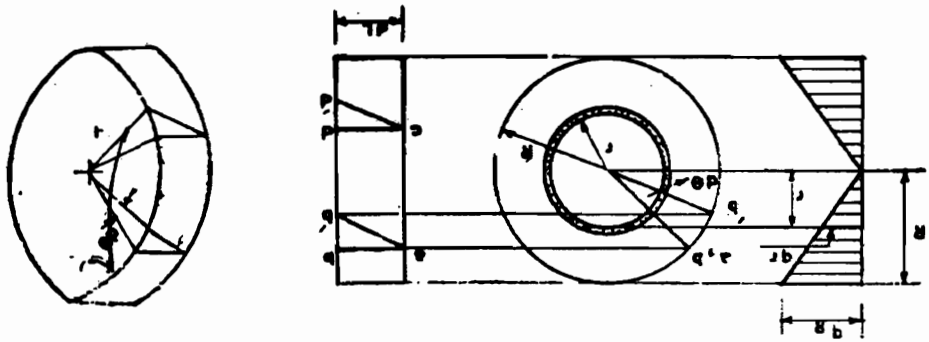
$$\text{i. e. } \frac{\Theta\ G}{L} = \frac{qR}{R}$$

وهذه النتيجة باعتبار الإجهاد qR لأى جزء على محيط الدائرة التى نصف قطرها R بالمقطع المستعرض .

$$\frac{\Theta\ G}{L} = \frac{qR}{R} = \frac{qr}{r} \ldots \text{etc}$$

$$\text{i.e } \frac{qR}{R} = \frac{qR}{r} \quad \text{i.e } \frac{qR}{qr} = \frac{R}{r}$$

وينتج من ذلك أن إجهاد الالتواء q يتغير خطياً (Linearly). من خارج المقطع إلى داخله حيث يساوى قيمة عظمى عند جميع النقط الخارجية للمقطع ويقل تدريجياً بتوزيع خطى حتى الصفر عند محور الجسم أى مركز المقطع أى أن إجهاد الالتواء فى حدود المرونة يكون متساوياً لجميع نقط المقطع المستعرض الواقعة على



شكل رقم (٧ - ١٩) توزيع إجهادات الالتواء على المقطع المستدير

أى محيط حلقة بالمقطع ، شكل رقم (٧ — ١٩) فإذا كانت الحلقة نصف قطرها r وسمكها dr فإن قوة القص الواقعة على هذه الحلقة تحدث عزم إلتواء حول محور الجسم (مركز المقطع) يساوى :

عزم إلتواء الحلقة = (2 π r . dr) . qr . r

أى يساوى (نصف قطر الحلقة x إجهاد قص الالتواء x مساحة الحلقة) ، وبذلك يكون عزم الالتواء الكلى الناتج من جميع الحلقات المكونة للمقطع يساوى :

$$\text{عزم الالتواء الكلى للمقطع} = \int_{o}^{R} 2\pi r \cdot dr \cdot qr \cdot r$$

وهذا العزم لابد — نظراً للإتزان — أن يساوى عزم الالتواء الخارجى المؤثر به على الجسم Mt أى أن :

$$Mt = {}_{o}\int^{R} 2\pi r \cdot dr\, qr \cdot r = {}^{2\pi}{}_{o}\int^{R} r^{2}\, dr \cdot qr$$

وحيث أن $qr = \left(\frac{q_R}{R}\right) \cdot r$ أى أن $\frac{q_R}{R} = \frac{q}{r}$

$$M_t = {}^{2\pi}{}_{o}\int^{R} r^{3} dr \cdot r \cdot \frac{q_R}{R} = \frac{q_R}{R} \cdot \frac{2\pi r^4}{4} = J \cdot qR/R$$

حيث J = عزم القصور الذاتى القطبى للمقطع (Polar Moment of Inertia)

$$i,e. = \frac{Mt}{J} = \frac{q_R}{R}$$

وحيث أنه يتبين من الدراسة السابقة أن : $\frac{\theta G}{L} = \frac{qR}{R}$

فإن العلاقة بين الاجهاد q والتشكل θ وعزم الالتواء M_t المؤثر على الطول L لقطع مستعرض بنصف قطر R تكون كالآتى :

$$\frac{\theta G}{L} = \frac{Mt}{J} = \frac{qR}{R} = \frac{qr}{r}$$

ومن هذه المعادلة يكون إجهاد الالتواء الأقصى لمحور إدارة ذى مقطع مستدير مصمت بقطر D كالآتى :

$$qR = (M_t . R) / J = (Mt . D/2 \ (\pi D^4 /32)$$

$$q_{max} = (16Mt) / \pi D3$$

ويؤثر هذا الاجهاد فى النقط الطرفية المحيطة للقطاع (شكل ٧ — ٢٠) ، أما فى حالة محور الادارة ذى المقطع المستدير المجوف (Hollow circular section) فإن اجهاد الالتواء الأقصى يكون كالآتى (شكل رقم ٧ — ٢١) :

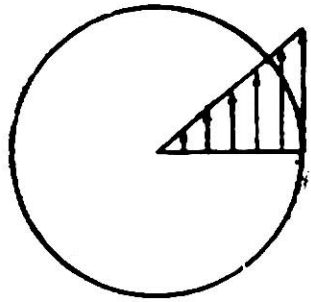
$$q = \frac{Mt}{\pi (D_1^4 - D_2^4) / 32} \cdot \frac{D_1}{2} = \frac{16 Mt . D_1}{\pi (D_1^4 - D_2^4)}$$

وإذا كان محور الإدارة المجوف مستدير المقطع وسمكه (t) صغيراً بالنسبة لقطر D فإنه يمكن اعتبار أن قص الالتواء موزع بالتساوى على جميع نقط المقطع ويكون إجهاد الالتواء q ثابت لكل النقط وبالتبعية فإن عزم الالتواء يساوى :

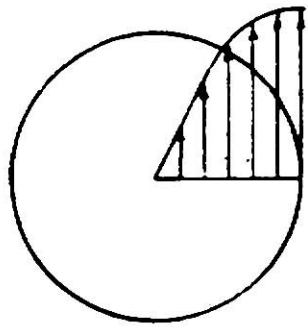
$$Mt = 2 \pi R \ q . R$$

حيث R = نصف القطر حتى منتصف السمك ويمكن إعتبارها = $\frac{D}{2}$ على أساس صغر قيمة t بالنسبة إلى قيمة D وعلى ذلك يكون إجهاد الالتواء q يساوى :

$$q = \frac{Mt}{2\pi R^2 . t} = \frac{2Mt}{\pi D^2 t}$$



(a) All fibers in the elastic range
جميع الالياف فى المدى المرن



(b) Outer fibers in the plastic range
الألياف الخارجية فى المدى اللدن

شكل رقم (٧ — ٢٠)

$$\sigma_{max} = \frac{M_y}{I} \cdot \frac{D_1}{2}$$

$$= \frac{M_y}{\pi (D_1^4 - D_2^4)/32} \cdot \frac{D_1}{2} = \frac{16\, M_y \cdot D_1}{\pi (D_1^4 - D_2^4)}$$

الإجهاد الأقصى للالتواء فى حالة محور الإدارة دى للقطع المستدير المجوف

شكل رقم (٧ — ٢١)

سادسا — التواء الاجسام ذات المقاطع المستعرضة غير الدائرية

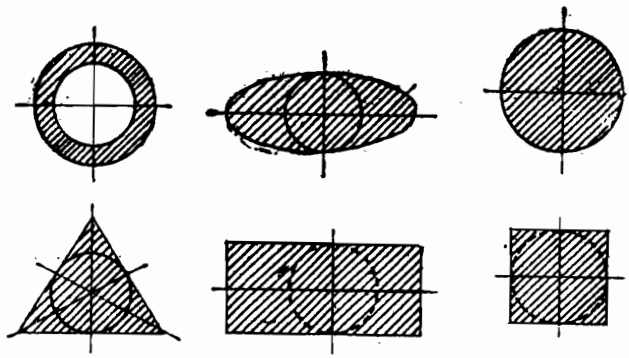
(Torsion of Non - Circular Cross Sections)

يبين الجدول رقم (٧ — ١) إجهاد الإلتواء الأقصى وزاوية الإلتواء المصاحبة له لبعض المقاطع المستعرضة :

جدول رقم (٧ — ١) — إجهاد الإلتواء الأقصى وزاوية الالتواء

المقطع المستعرض	إجهاد الالتواء الأقصى τ_{max}	زاوية الالتواء θ
مستدير Circular	$16\ M_t\ /\ \pi\ d^3$	$32\ /\ \pi\ d^4\ .\ M_t\ .\ \ell/G$
مستدير أجوف Hollow circular	$16\ M_t\ d_1\ /\ \pi\ (d_1^4 - d_2^4)$	$32/\pi\ (d_1^4 - d_2^4)\ .\ M_t\ .\ \ell/G$
قطع ناقص	$16\ M_t\ /\ \pi\ d_1\ d_2^2$	$\frac{16\ (d_1^2 + d_2^2}{\pi\ d_1^3\ d_2^3}\ .\ M_t\ \ell/G$
مربع Square	$4.8\ M_t\ /\ d^3$	$7.11/d^4\ .\ M_t\ .\ \ell/G$
مستطيل Rectangle b>d & b< 6d	$(3 + 1.8\frac{d}{b})\ \frac{M_t}{bd^2}$	$\frac{60\ \frac{b}{a}}{1.5\ b^3\ d^3}\ .\ M_t\ .\ \ell/G$
مثلث متساوى الاضلاع Equilateral triangle	$20/d^3\ .\ M_t$	$46/d^4\ .\ M_t\ .\ \frac{\ell}{G}$

ملاحظة : يحدث إجهاد الإلتواء الأقصى فى أى مقطع عند النقط الطرفية الواقعة على أقل قطر للمقطع كما فى شكل رقم (٧ — ٢٢) .



يحدث الاجهاد الاقصى للالتواء فى أى مقطع عند النقط الطرفية الواقعة على أقل قطر للمقطع المستعرض

شكل رقم (٧ — ٢٢)

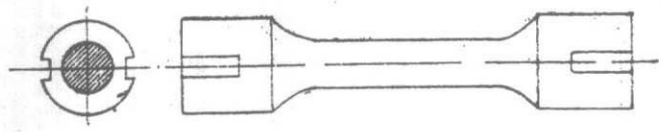
سابعا — اختبار الالتواء

ا — عينة الاختبار :

لاتوجد مواصفات قياسية لشكل وأبعاد عينة إختبار الإلتواء ولكنها غالبا ماتكون دائرية المقطع مع ملاحظة أن يكون قطر مقطع جسم عينة الاختبار أقل من قطر نهايتى العينة اللتين تركبان فى مكنة الإختبار تفادياً من حدوث الكسر عند إحدى النهايتين حيث يلزم لصحة نتائج الاختبار أن يكون الكسر بجسم العينة المختبرة. كما يلاحظ أيضاً أن يكون هناك تجاويف بكل من النهايتين حتى يمكن تركيبها فى مكنة الاختبار لترتكز عليها العينة كما فى شكل رقم (٧ — ٢٢) .

ب — مكنة الاختبار :

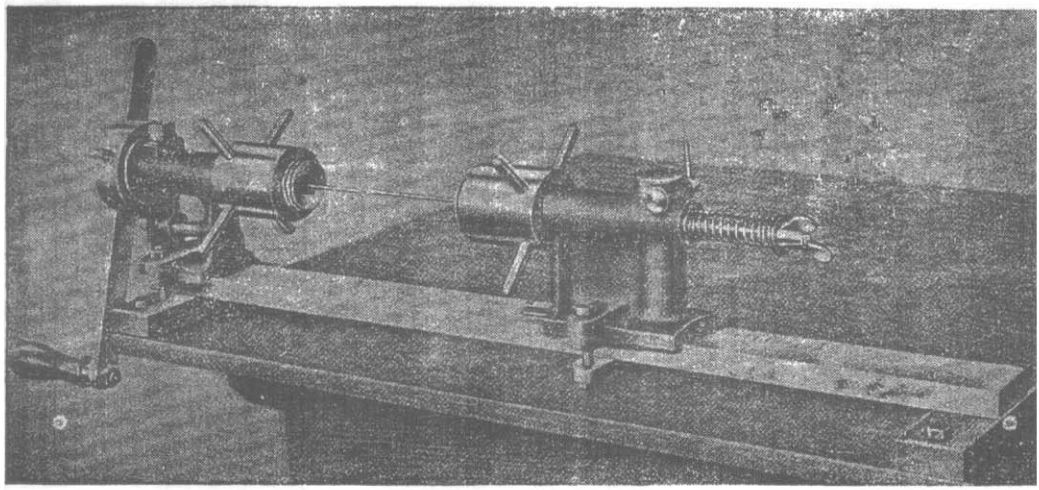
يجرى إختبار الالتواء على مكنات خاصة (أشكال ٧ - ٢٤، ٧ - ٢٥ ، ٧ - ٢٦) ذات فكين تركب بينها عينة الإختبار ، ويتحرك أحد هذين الفكين دائرياً محدثاً عزم إلتواء بالعينة ، أما الفك الآخر فيتصل بثقل بندولى يعمل على موازنة عزم



Torsion test specimen

عينة إختبار الالتواء

شكل رقم (٧ ـ ٢٣)

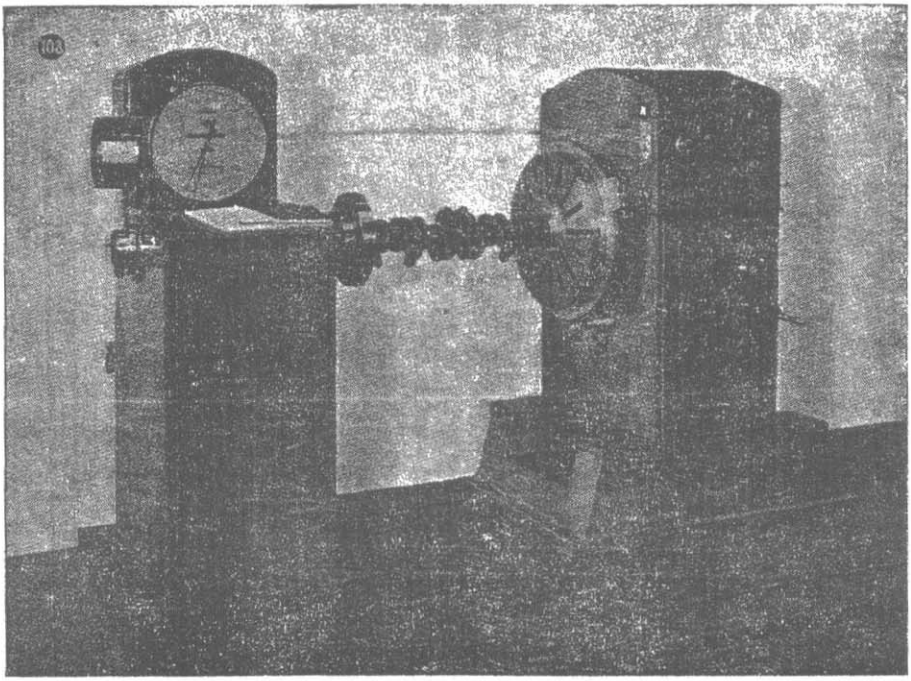


شكل رقم (٧ ـ ٢٤) مكنة اختبار الالتواء الاسلاك

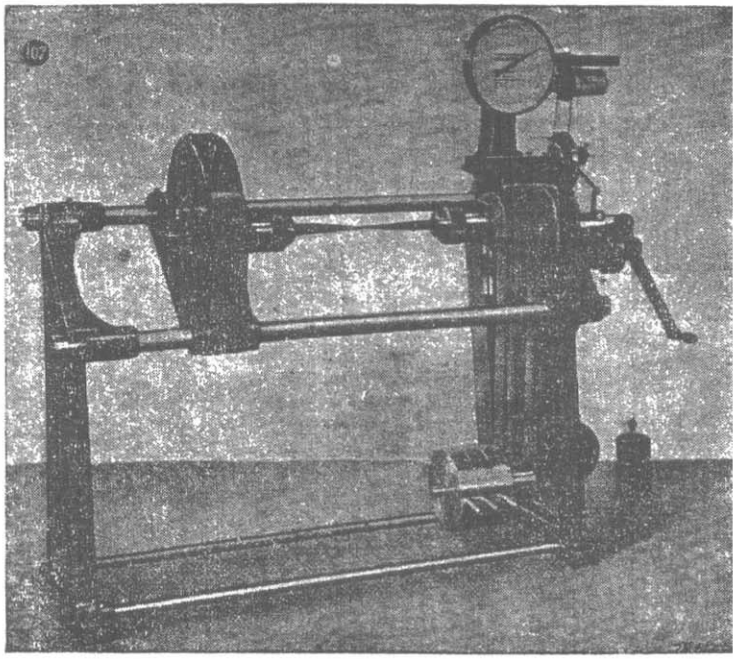
الالتواء المذكور ، وقد تستخدم أى طريقة أخرى لعمل تلك الموازنة عن طريق الفك الآخر ، ويوجد بالمكنة مقياس مدرج لبيان عزم الالتواء المؤثر به وأيضا مقياس لبيان زاوية الالتواء المصاحبة لهذا العزم .

جـ ـ اجراء الاختبار .

يجرى هذا الاختبار على عينات من المعادن المختلفة وإن كان لايستعمل غالباً لبيان مقاومة القص للمعادن القصفة مثل الحديد الزهر لأن هذه المعادن إذا تعرضت لعزم الالتواء فإنها تكسر بالشد الضلعى القطرى قبل أن يصل المعدن إلى مقاومته القصوى للقص . ويجرى إختبار الالتواء على المعادن القصفة لبيان الخواص الميكانيكية الأخرى .

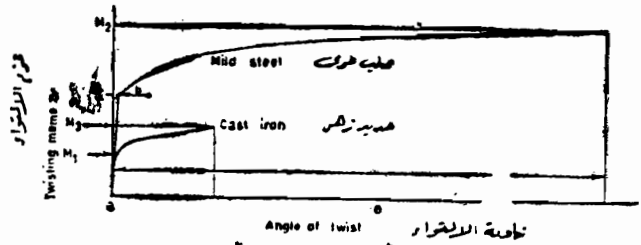


شكل رقم (٧ ـ ٢٥) مكنة اختبار الالتواء



شكل رقم (٧ ـ ٢٦) مكنة اختبار الالتواء

وتقاس أبعاد العينة وخصوصا المقطع المستعرض ، أى قطر هذا المقطع للعينات المستديرة المقطع ، ثم يؤثر على العينة بعزم إلتواء (Mt) متدرج فى القيمة تبدأ من الصفر حتى تكسر العينة وتسجل زاوية الالتواء المصاحبة لكل عزم إلتواء (Θ) . وتستخدم هذه البيانات لعمل الرسم البيانى للحمل والتشكل أى بين عزم الالتواء وزاوية الالتواء (Θ ، M_t) كما فى الشكل رقم (٧ — ٢٧) .



الرسم البيانى لعزم الألتواء وزاوية الألتواء
(أى الحمل والتشكل)

شكل رقم (٧ ـ ٢٧)

٥ ـ الخواص الميكانيكية فى قص الالتواء :

تستخدم نتائج الاختبار لبيان وحساب الخواص الميكانيكية فى القص للمعدن المختبر وفيما يلى بيان تلك الخواص لعينات الاختبار ذات المقطع المستديرة :

١ ـ المقاومة المرنة للقص :

$$\text{إجهاد القص المرن لجميع المعادن} = \frac{16\ Mt}{\pi\ d^3}$$

حيث d = قطر عينة الاختبار .

Mt = عزم الالتواء عند حد المرونة .

M_1 = شكل رقم (٧ — ٢٧) .

٢ ـ المقاومة القصوى لقص الالتواء : (Ultimate Torsional Shear Strength)

نظراً لأن تعيين قيمة إجهاد قص الالتواء القصوى معقد حسابياً ولتسهيل الحصول على النتائج المعملية بسرعة فقد عملت معادلات نتيجة إختبارات معملية لتكون بنفس

صورة معادلة إجهاد القص المرن . ولا تستند هذه المعادلات على أسس نظرية كالقص المرن وإنما على أسس نتائج معملية وهى كما يلى

$$q_{max} = 12Mt / \pi d^3 = 21 M_2 / \pi d^3$$

١ — المواد المطيلة :

حيث M_t = عزم الالتواء الذى يكسر العينة .

M_2 = (شكل رقم ٧ — ٢٧) .

ب — للمواد القصفة :

$$q_{max.} = 14Mt / \pi d^3 = 14M_3 / \pi d^3$$

حيث Mt = عزم الالتواء الكاسر للعينة — M_3 (شكل رقم ٧ — ٢٧)

٣ — معاير الجساءة : (Modulus of Rigidity)

يعبر معاير الجساءة G عن صلابة المعدن ، أى مقاومته للتشكل بتأثير القص فكلما زادت قيمة G كلما زادت صلابة المعدن ، وقيمة G = $\frac{\text{اجهاد القص}}{\text{انفعال القص}}$ فى حدود المرونة .

ويمكن تعيين قيمة G من المعادلات السابقة وهى.

$$\frac{\theta G}{L} = \frac{Mt}{J} = \frac{q_R}{R}$$

$$G = \frac{Mt}{\theta} \cdot \frac{L}{J}$$

ملاحظة : J ، L أعداد ثابتة تعبر عن طول العينة وأبعاد مقطعها كما يراعى أن توضع قيمة (θ) فى المعادلة بالتقدير الدائرى لكى تكون الحسابات صحيحة.

٤ — المطولية :

تقارن مطولية المعادن باستخدام اختبار الالتواء عن طريق زاوية الالتواء القصوى θ_{max} وكلما كبرت هذه القيمة كلما كان المعدن أكثر مطولية لأن المواد المطيلة لها القدرة على التشكل الكبير (أى الالتواء الكبير) قبل الكسر بينما المواد

القصفة تنكسر بتأثير الإلتواء بزاوية إلتواء صغيرة نسبياً كما يتبين من الشكل رقم (٧ — ٢٨) عند مقاومة الصلب الطرى بالحديد الزهر .

٥ — الرجوعية فى الالتواء :

تعين الرجوعية فى الالتواء من قيمة الطاقة التى قام بها الحمل المؤثر — حتى أقصى حمل مرن - عند مسار مسافة التشكل الحادث بالجسم ويساوى الحمل مضروباً فى التشكل. أى :

$$\text{الرجوعية} = \Theta \cdot M_t \quad \Sigma \text{ (فى حدود المرونة)} .$$

$$= \frac{1}{2} M_t \cdot \Theta$$

= مساحة المثلث تحت الخط المستقيم بالمنحنى البيانى للحمل والتشكل كما فى الشكل (٧ — ٢٧) .

ويمكن حساب معاير الرجوعية بقسمة الرجوعية على حجم العينة المختبرة .

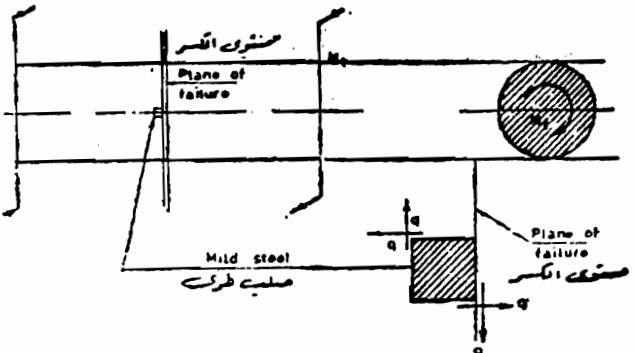
$$\text{معاير الرجوعية} = \frac{1}{2} M_t \ \Theta \div \text{الحجم}$$

٦ — المتانة فى الالتواء :

وهى قيمة طاقة الالتواء المبذولة لكسر العينة المختبرة وتساوى المساحة الكلية تحت المنحنى البيانى للحمل والتشكل شكل رقم (٧ — ٢٧) ، وتعين بطرق دقيقة أو تقريبية من الرسم البيانى . ويعين معاير المتانة فى الالتواء بقسمة المتانة على حجم العينة المختبرة .

٧ — شكل كسر عينات الالتواء :

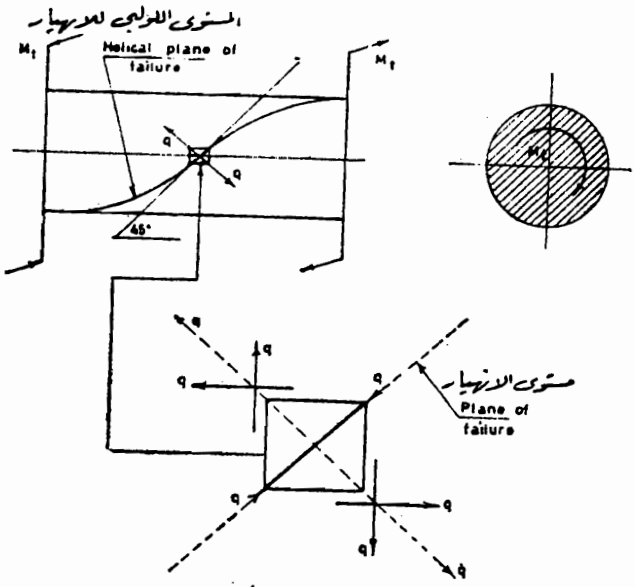
تكسر عينات المعادن المطيلة فى اختبار الالتواء فى مستوى عمودى على محور العينة أى على مستوى مواز للمقطع المستعرض وذلك نتيجة تأثير قص الالتواء كما يتضح من الأشكال رقم (٧ — ٢٨ ، ٧ — ٣٠ ، ٧ — ٣١) ، لأن هذه المعادن ضعيفة فى إجهاد القص عنها فى إجهاد الشد أو إجهاد الضغط أى أن إجهاد القص هو الذى يتحكم فى مدى مقاومة هذه المعادن للكسر .



انهيار المعادن المطيلة فى اختبار الالتواء على مستوى عمودى على محور العينة نتيجة تأثير قص الالتواء

شكل رقم (٧ — ٢٨)

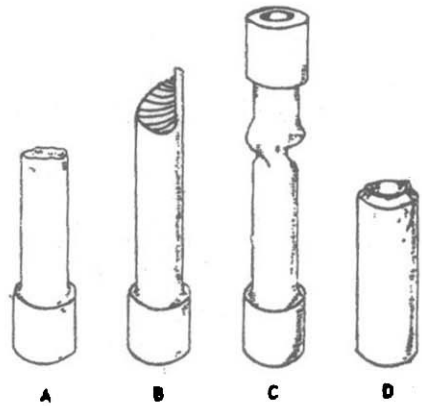
أما المعادن القصفة فتنكسر بالالتواء على شكل حلزونى (Heli×) ناتج من كسرها على مستويات تماس سطحها وتعمل ٤٥° مع محور العينة (أشكال رقم ٧ — ٢٩ ، ٧ — ٣٠ ، ٧ — ٣١) .



انهيار المعادن القصفة فى اختبار الالتواء على شكل نتيجة كسرها على مستويات تماس سطحها

شكل رقم (٧ — ٢٩)

وذلك الكسر نتيجة تأثير إجهاد الشد الضلعى القطرى لأن هذه المعادن ضعيفة فى إجهاد الشد عنها فى إجهاد القص أو إجهاد الضغط أى أن إجهاد الشد هو الذى يتحكم فى مدى مقاومة هذه المعادن للكسر .



A. Solid bar of ductile material. Fracture on plane right section.
B. Solid bar of brittle material Helicoidal fracture.
C. Tubular specimen of ductile material. Failure by buckling.
D. Tubular specimen of ductile material; short reduced section. Failure on plane right section.

أ - قضيب مصمت من مادة مطيله . الكسر فى مستوى متعامد .
ب - قضيب مصمت من مادة قصفه . الكسر حلزونى .
جـ - عينة اختبار انبوبية من مادة مطيلة . الكسر نتيجه التقصاع .
د - عينة اختبار انبوبية من مادة مطيله ولكن المقطع المختصه قصير . الكسر فى مقطع مستوى متعامد

شكل رقم (٧ — ٣٠) أشكال كسر عينات معدنية فى إختبار الالتواء

(a) Ductile material in torsion.
مادة مطيله بعد اختبار الالتواء

(b) Brittle material in torsion.
مادة قصفه بعد اختبار الالتواء

(c) Failure by buckling in torsion.
الكسر نتيجة الانبعاج في اختبار الالتواء

(d) Ductile material in cold bend test.
مادة مطيله بعد اختبار الثني على البارد

(e) Brittle material in bending.
مادة قصفه بعد اختبار الانحناء

TYPES OF FAILURE IN TORSION AND BENDING.

انواع الكسر في اختبارات الالتواء والانحناء

شكل رقم (٧ — ٣١)

أمثلة محلولة

١ ــ احسب أقصى سمك للوح من الصلب يمكن عمل ثقب فيه قطره ٢ سم بواسطة سنبك أقصى إجهاد تشغيل له ٧٥٠٠ كجم / سم^{٢} إذا كانت مقاومة القص لمادة اللوح ٣٧٠٠ كجم / سم^{٢} .

الحـــل :

بفرض أن سمك اللوح = س

$$\text{مساحة مقطع السنبك} = \frac{\text{ط} \cdot (٢)^{٢}}{٤} = ٣,١٤ \text{ سم}^{٢}$$

$$\text{أقصى حمل يؤثر به السنبك} = ٧٥٠٠ \times ٣,١٤ \text{ سم}^{٢} = ٢٣٥٠٠ \text{ كجم}$$

الحمل المؤثر به من السنبك على اللوح يقاوم بإجهادات قص من اللوح موزعة على

مساحة = محيط السنبك × سمك اللوح .

∴ أقصى حمل بالسنبك = مقاومة القص لمادة اللوح × محيط السنبك × أقصى سمك اللوح .

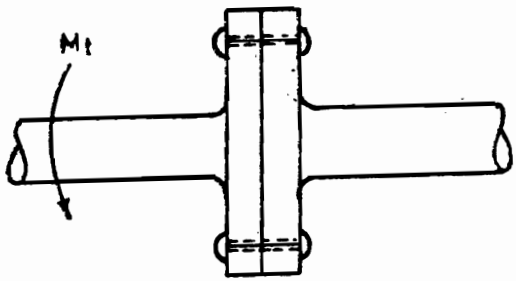
$$\therefore \text{أقصى سمك اللوح} = \frac{\text{أقصى حمل بالسنبك}}{\text{مقاومة القص لمادة اللوح} \times \text{محيط السنبك}}$$

$$= \frac{٢٣٥٠٠}{٢ \times \text{ط} \times ٣٧٠٠} = ٣,١٨ \text{ سم}$$

٢ ــ إحسب عدد المسامير اللازمة لربط عمودين قطر كل منهما ٦,٥ سم وينقلان عزم إلتواء مقداره ٢٠٠٠٠ كجم . سم إذا كان إجهاد القص المسموح به من المسامير ٨٤٠ كجم / سم^{٢} وقطر دائرة المسامير ١٨ سم وقطر المسامير المستعملة ١٩ مم ــ شكل رقم (٧ ــ ٣٢) .

الحـــل :

يتضح من شكل رقم (٧ ــ ٣٢) أن :



شكل رقم(٢ - ٣٢)

عزم الإلتواء = قوة القص فى كل مسمار × نصف قطر دائرة المسامير × عدد المسامير.
قوة القص فى المسمار = مساحة مقطع المسمار × إجهاد القص به .

$$= \frac{ط\,(1{,}9)^{٢}}{٤} \times ٨٤٠ = ٣٠٤٠ \text{ كجم}$$

$$\therefore \text{عدد المسامير} = \frac{\text{عزم الإلتواء}}{\text{قوة القص فى كل مسمار} \times \text{نصف قطر دائرة المسامير}}$$

$$= \frac{٢٠٠٠٠}{٩ \times ٣٠٤٠} = ٨ \text{ مسامير}$$

٣ ــ أجرى إختبار الإلتواء على قطعة إختبار من الصلب الطرى مقطعها دائرى أجوف ــ القطر الخارجى ٢ سم والقطر الداخلى ١ سم والطول المتوازى ٣٠ سم . وقد سجلت نتائج الاختبار حتى الكسر كما هو مبين فى الجدول الآتى :

عزم الإلتواء كجم متر	صفر	١٠	٢٠	٢٥,٨	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	٥٠	٥٣
زاوية الإلتواء درجة	صفر	١,٣٩	٢,٧٨	٣,٦	٣٠	١٠٠	٣٥٠	٧٥٠	١١٢٠	١٢٥٠

ارسم بيانى عزم الإلتواء وزاوية الإلتواء . اعتبر كل ١ سم على محور عزم الإلتواء يمثل ٥ كجم متر ، وكل ١ سم على محور زاوية الإلتواء يمثل ١٠٠ درجة . ثم استخدم نتائج الاختبار فى تعيين كل مما يأتى :

ا ــ إجهاد حد المرونة فى القص .

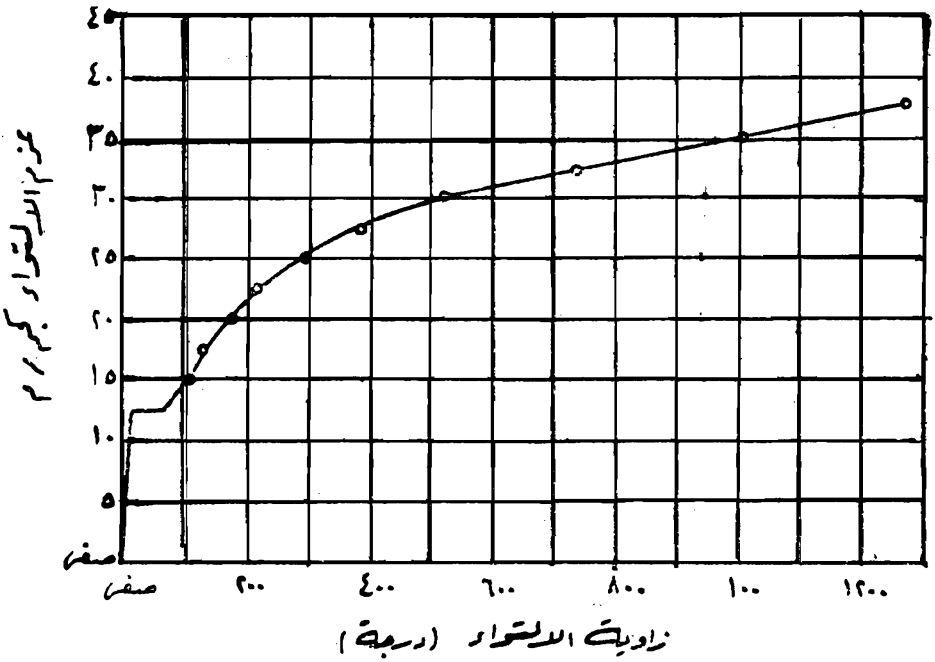
ب ــ إجهاد التشغيل فى القص إذا كان عامل الأمان = ٣

حـ ــ معاير المرونة فى القص .

د ــ معاير الرجوعية فى الإلتواء .

الحـــل :

يبين شكل رقم (٧ ــ ٣٣) الرسم المطلوب للمنحنى البيانى لعزم وزاوية الإلتواء ومنه يتبين أن :



شكل رقم (٧ ــ ٣٣) العلاقة بين عزم الالتواء وزاوية الالتواء

عزم الالتواء عند حد المرونة (M_{te}) = ٢٥,٨ كجم . متر

زاوية الالتواء عند حد المرونه (θ_e) = ٣,٦ درجة = ٠,٠٦٢٨ دائرى

كذلك فإن :

$$\text{(J) عزم القصور القطبى للقطاع} = \frac{\text{ط} (٤٢ - ٤١)}{٣٢} = ١٤,٧ \text{ سم}^٤$$

$$\text{حجم العينة} = \frac{\text{ط}\,(\text{ق}_2^2 - \text{ق}_1^2)}{4} \times ٣٠ = ٧٠,٨ \text{ سم}^2$$

$$\text{ا ــ إجهاد حد المرونة فى القص} = \frac{16\ M_{te} \cdot D}{\pi(D^4 - d^4)}$$

حيث D = القطر الخارجى للعينة

d = القطر الداخلى للعينة

$$\therefore \text{إجهاد حد المرونة فى القص} = \frac{٢ \times ١٠٠ \times ٢٥,٨ \times ١٦}{\text{ط}\,(\text{ق}_2^4 - \text{ق}_1^4)}$$

$$= ١٧٥٠ \text{ كجم / سم}^2$$

$$\text{ب ــ إجهاد التشغيل فى القص} = \frac{\text{إجهاد حد المرونة فى القص}}{\text{عامل الأمان}}$$

$$= \frac{١٧٥٠}{٣} = ٥٨٣,٣ \text{ كجم / سم}^2$$

$$\text{حـ ــ معاير المرونة فى القص } (G) = G = \frac{M_{te}}{\theta_e} \cdot \frac{L}{I}$$

$$\therefore G = \frac{١٠٠ \times ٢٥,٨}{٠,٠٦٢٨} \times \frac{٣٠}{١٤,٧} = ٨٧٠٠٠٠ \text{ كجم / سم}^2$$

$$= ٨٧٠ \text{ طن / سم}^2$$

$$\text{د ــ معاير الرجوعية فى الالتواء} = \frac{\theta_e \cdot M_{te}^{\frac{1}{3}}}{\text{حجم العينة}}$$

$$= \frac{٠,٠٦٢٦ \times ١٠٠ \times ٢٥,٨ \times \frac{1}{3}}{٧٠,٨} = ٠,١١٥ \text{ كجم . سم / سم}^3$$

٤ ــ العمود أجوف دائرى طوله ١٥٠ سم وقطر مقطعه الداخلى يساوى نصف قطره الخارجى ومعرض لعزم التواء مقداره ٤,٨٣ طن . متر ومعاير الجساءة لمادته

يساوى ٠,٣ × ١٠^٤ كجم / مم^٢ . والمطلوب حساب قطر مقطعه الخارجى على أساس المتطلبات الآتية :

ا — إجهاد القص المسموح به مقداره ٩ كجم / مم^٢ .

ب — زاوية الالتواء المسموح بها مقدارها ١° فى طول يساوى عشرين مرة القطر الخارجى .

الحـــل :

إذا فرضنا أن القطر الخارجى للعامود = D

∴ القطر الداخلى للعمود = $D\frac{1}{2}$

ا — حساب القطر D على أساس إجهاد القص بالعمود لا يزيد على ٩ كجم/مم^٢.

يحسب إجهاد القص q من المعادلة : $q = \frac{16\ M_t\ D}{\pi(D^4 - d^4)}$

حيث (d) = القطر الداخلى = $D\frac{1}{2}$

$$\therefore ٩ = \frac{D \times ^{6}10 \times ٤,٨٣ \times ١٦}{ط\left[(D)^4 - (D\frac{1}{2})^4\right]}$$

$$\therefore D = \sqrt[3]{\frac{١٦ \times ٤,٨٣ \times ^{6}10}{٩ \times ط \times ٠,٩٣٧٥}} = ١٤٣ \text{ مم}$$

ب — حساب القطر الخارجى بحيث لا تزيد زاوية الالتواء فى طول مقداره (٢٠ D) على ١° :

زاوية الالتواء المسموح بها = $\frac{١ \times ط}{١٨٠} = \frac{ط}{١٨٠}$ دائرى

ولكن زاوية الالتواء = $\frac{\text{عزم الالتواء } (M_t) \times \text{طول العامود } (L)}{\text{عزم القصور القطبى } (J) \times \text{معاير الجساءة } (G)}$

$$\therefore \frac{ط}{١٨٠} = \frac{D٢٠ \times ^{6}10 \times ٤,٨٣}{\frac{ط}{٣٢}\left[(D)^4 - (D\frac{1}{2})^4\right] \times ٠,٣ \times ^{4}10}$$

$$\therefore D = \sqrt[3]{\frac{١٨٠ \times ٣٢ \times ٢٠ \times ^{٦}١٠ \times ٤,٨٣}{(ط)^{٢} \times ٠,٩٣٧٥ \times ٠,٣ \times ^{٤}١٠}} = ٢٧٠ \text{ مم}$$

٥ ــ عمود مركب مكون من جزء طوله ٦٠ سم من النحاس ملحوم فى جزء طوله ٦٠ سم أيضاً من الألومنيوم وقطر كل من الجزءين ٦ سم فإذا كان إجهاد حد التناسب للنحاس = ١٠,٥ كجم / مم٢ وإجهاد حد التناسب للألومنيوم = ١٥,٥ كجم / مم٢ وعامل الأمان بالنسبة لهذين الإجهادين = ٢ ، وإذا كانت زاوية الالتواء المسموح بها فى الطرف الحر لا تزيد على ١° . فالمطلوب حساب أكبر عزم التواء يمكن أن يتحمله العمود المركب إذا كان هذا العمود مثبتاً بإحكام عند الطرف الآخر النحاس وكان معاير الجساءة للنحاس = ٠,٣٥ × ١٠^٤ كجم /مم٢ ومعاير الجساءة للألومنيوم = ٠,٢٨ × ١٠^٤ كجم / مم٢

الحـــل :

إجهاد التصميم فى حالة النحاس = $\frac{١٠,٥}{٢}$ = ٥,٢٥ كجم / مم٢

إجهاد التصميم فى حالة الألومنيوم = $\frac{١٥,٥}{٢}$ = ٧,٧٥ كجم / مم٢

حيث أن إجهاد القص فى الالتواء يحسب من المعادلة :

$$q = \frac{16\ Mt}{\pi\ d^3} \quad \therefore\ M_t = \frac{q.\pi\ d^3}{16}$$

$$\therefore \text{عزم الالتواء المسموح به} = \frac{٥,٢٥ \times ١٠٠ \times ط \times (٦)^{٣}}{١٦}$$

$$= ٢٢٣٠٠ \text{ كجم . سم}$$

حساب عزم الالتواء المسموح به على أساس زاوية الالتواء المسموح بها = ١° عند الطرف الحر :

زاوية الالتواء عند الطرف الحر = زاوية الالتواء فى الألومنيوم + زاوية الالتواء فى النحاس .

تحسب زاوية الالتواء فى النحاس من المعادلة: $\theta = \frac{M_t \cdot L}{J \cdot G}$

$$\therefore \text{زاوية الالتواء فى النحاس} = \frac{٦٠ \times M_t}{\frac{ط(٦)^٤}{٣٢} \times ٠,٣٥ \times ١٠^٦}$$

$$\text{كذلك زاوية الالتواء فى الالومنيوم} = \frac{٦٠ \times M_t}{\frac{ط(٦)^٤}{٣٢} \times ٠,٢٨ \times ١٠^٦}$$

$$\text{زاوية الالتواء الكلية} = \frac{١ \times ط}{١٨٠} = \frac{ط}{١٨٠}$$

$$\therefore \frac{ط}{١٨٠} = \frac{٦٠ \times M_t}{\frac{ط(٦)^٤}{٣٢} \times ٠,٣٥ \times ١٠^٦} + \frac{٦٠ \times M_t}{\frac{ط(٦)^٤}{٣٢} \times ٠,٢٨ \times ١٠^٦}$$

$$\text{أقصى عزم التواء} = \frac{(ط)^٢ \times ١٠^٥ \times (٦)^٤ \times ٩,٨}{١٨٠ \times ٣٢ \times ٦٠ \times ٦,٣} = ٥٧٦٠ \text{ كجم . سم}$$

$\therefore$ عزم الالتواء الذى يمكن للعمود أن يتحمله = ٥٧٦٠ كجم . سم

٦ ــ أوجد القدرة بالحصان التى يحملها عمود مصمت قطره ١٥ سم يدور بسرعة ١٢٠ لفة فى الدقيقة إذا كانت زاوية الالتواء مقاسة بين مقطعين البعد بينهما ٧,٥ متر هى $\frac{١}{٢٥}$ بالتقدير الدائرى . وما هو أكبر إجهاد قص ناشىء عن عزم الالتواء ؟ إذا فرض أن معاير الجساءة = ٥٠٠ طن/ سم^٢

الحل :

يحسب عدم الالتواء على العمود M_t من المعادلة : $M_t = \frac{\theta \, G}{l} J$

$\theta = \frac{١}{٢٥}$ دائرة ، $l = ٧,٥٠$ متر ، $G = ٧٥٠$ طن / سم^٢

$$J = \frac{ط}{٣٢} \cdot (١٥)^٤ = ٥٠٠٠ \text{ سم}^٣$$

$$\therefore \text{عزم الالتواء } M_t = \frac{1}{15} \times \frac{750 \times 1000 \times 5000}{750}$$

$$= 33{,}3 \times 10^4 \text{ كجم . سم} = 3333 \text{ كجم . متر}$$

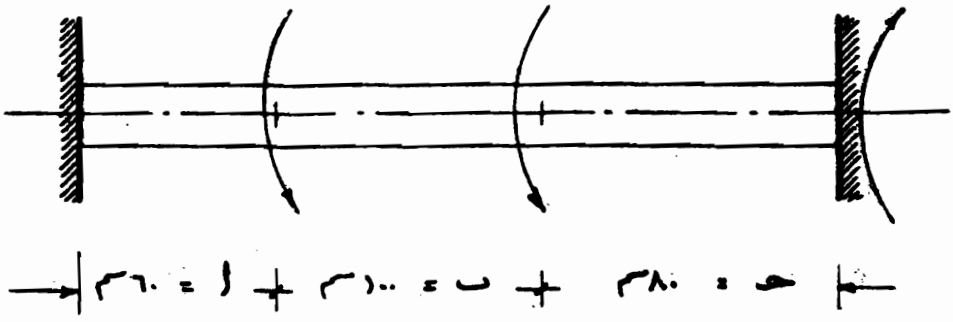
$$\text{السرعة الزاوية } (w) = \frac{2 \times \text{ط} \times \text{عدد الدورات فى الدقيقة}}{60}$$

$$= \frac{2 \times \text{ط} \times 120}{60} = 4 \text{ ط}$$

$$\text{القدرة بالحصان} = \frac{\text{عزم الالتواء} \times \text{السرعة الزاوية } (w)}{75}$$

$$\therefore \text{القدرة بالحصان} = \frac{3333 \times 4 \text{ ظ}}{75} = 56 \text{ حصان}$$

٧ — يبين شكل رقم (٧ - ٣٤) عمود مثبت عند نهايتيه ويتعرض لعزمى التواء M_{t_1} ، M_{t_2} فإذا كان $M_{t_1} = 2000$ كجم . سم و $M_{t_2} = 4000$ كجم . سم والمسافة أ = ٦٠ سم ، ب = ١٠٠ سم و جـ = ٨٠ سم . احسب عزم الالتواء فى كل جزء من أجزاء العمود .



شكل رقم (٧ — ٣٤)

الحل :

نفرض أن عزم الالتواء عند النهاية اليمنى من العمود $= M_{to}$)

∴ عزم الالتواء فى الجزء جـ $= M_{tc}$

و ، ، ، ، ب $= (M_{tc} - ٤٠٠٠)$

و ، ، ، ، ا $= (N_{tc} - ٦٠٠٠)$

ثم تحسب زاوية الالتواء عند النهاية اليمنى كما يلى :

زاوية الالتواء عند النهاية اليمنى = مجموع زاويا الالتواء فى الأجزاء ا ، ب ، جـ

$$\frac{١٠٠ \times (M_{tc} - ٤٠٠٠)}{G \times J} + \frac{٦٠ \times (M_{tc} - ٦٠٠٠)}{G \times J} =$$

$$\frac{٨٠ \times M_{tc}}{G \times J} -$$

ولكن زاوية الالتواء عند النهاية اليمنى يجب أن تساوى صفر لأنها نهاية ثابتة (Fixed end) .

∴ $٨٠ \times M_{tc} - ١٠٠ \times (M_{tc} - ٤٠٠٠) + ٦٠ \times (M_{tc} - ٦٠٠٠)$ = صفر

∴ $٢٤٠ \ M_{tc} = ٣٦٠٠٠ + ٤٠٠٠٠٠ = ٧٦٠٠٠٠$

∴ $M_{tc} = \frac{٧٦٠٠٠٠}{٢٤٠} = ٣١٦٧$ كجم سم

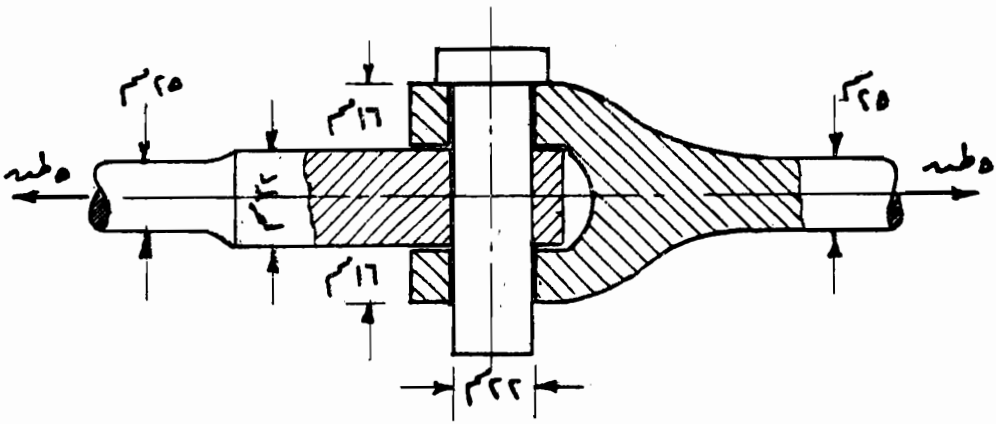
∴ عزم الالتواء فى الجزء جـ = ٣١٦٧ كجم . سم

و ، ، ، ، ب = ٤٠٠٠ - ٣١٦٧ = ٨٣٣ كجم . سم

و ، ، ، ، ا = ٦٠٠٠ - ٣١٦٧ = ١٧٣٣ كجم . سم

مسائل

١ ــ وصلة تربط قضيبين قطر كل منهما ٢٥ مم كما فى شكل رقم (٧ ــ ٣٥) . تتعرض لحمل شد محورى قدره ٥ طن . احسب اجهاد الشد فى القضيبين واجهاد القص البنز واجهاد التحميل بين البنز وجسم الوصلة .



شكل رقم (٧ ــ ٣٥)

٢ ــ وصلة مبرشمة فى شداد بها ٧ مسامير برشام قطر كل منها ٢,٥ سم معرضة لقص مزدوج . احسب مقاومة الوصلة للقص إذا كان اجهاد القص المفرد المسموح به فى مادة المسمار لا يزيد على ١ طن/سم^{٢} . اعتبر قوة تحمل مسمار البرشام فى القص المزدوج ١,٧٥ قوة تحمله فى القص المفرد . واحسب مساحة مقطع الشداد عند أول مسمار ، إذا كان اجهاد الشد المسموح به فى مادة الشداد ١,٤ طن / سم^{٢} .

٣ ــ اجرى اختبار الالتواء على قضيب من الصلب الطرى قطره ١٥ مم وطوله ١٥ سم وكانت العلاقة بين عزم الالتواء M_t بالكيلو جرام. سم وزاوية الالتواء θ المصاحبة له بالدرجات من بداية التحميل حتى الكسر كما يلى :

عزم الالتواء	صفر	٨٠٠	١٦٠٠	٢٠٠٠	٢٤٠٠	٢٨٠٠	٣٢٠٠	٣٥٠٠	٣٨٠٠	٤٠٠٠
زاوية الالتواء	صفر	٨	١٦	٤٠	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٥٠٠	١٠٠٠	١٦٠٠

ارسم منحنى الحمل والتشكل ثم عين مايأتى :

ا ـ اجهاد القص المرن فى الالتواء . ب ـ اجهاد القص الأقصى فى الالتواء .

حـ ـ معاير المتانة فى قص الالتواء .

ارسم شكل الكسر المتوقع فى عينة الاختبار واشرح سبب الكسر .

٤ ـــ أجرى اختبار التواء على عينة معدنية مستديرة المقطع بقطر ٢٤ سم وكانت قيم عزوم الالتواء بالكيلو جرام . سم وزوايا الالتواء المقابلة لها بالدرجات كما يلى :

عـــزم الالتواء	صفر	١٠٠٠	٢٠٠٠	٢٥٠٠	٣٠٠٠	٣٥٠٠	٤٠٠٠	٤٢٥٠	٤٥٠٠
زاوية الالتـواء	صفر	١٠	٢٠	٣٠	١٠٠	٣٠٠	٦٠٠	٩٠٠	١١٤٠

ارسم منحنى الحمل والتشكل ثم عين ما يأتى :

إجهاد حد التناسب فى الالتواء ـــ الاجهاد الأقصى فى الالتواء ـــ معاير الجساءة (G) للمعدن المختبر .

٥ ـــ أوجد عزم الالتواء الذى يتحمله عمود مصمت قطره ٧,٥ سم إذا كان أكبر إجهاد قص لمعدنه = ٥٦٠ كجم / سم٢ . وماهى زاوية الالتواء فى المتر إذا كان معاير المرونة فى القص (G) = ٨٤٠ طن / سم٢ .

٦ ـــ أوجد طول عمود صلب قطره ٥ سم إذا كان أكبر إجهاد قص يتحمله = ٩٥٠ كجم / سم٢ وزاوية الالتواء المصاحبة لهذا الإجهاد = ٦ درجات .

٧ ـــ عمود عبارة عن ماسورة قطرها الخارجى ١٥ سم وقطرها الداخلى ١٠ سم معرض إلى عزم التواء . ماهو أكبر عزم التواء يؤثر به على هذا العمود إذا كان إجهاد القص الأقصى المسموح به فى حدود المرونة ٨ كجم / سم٢ . وماهى زاوية الإلتواء بين مقطعين من هذا العمود البعد بينهما ٤ مترا .

وما قطر العمود المصمت المقطع إذا تعرض لعزم وكان إجهاد القص الأقصى المسموح به فى حدود المرونة ٨ كجم / سم٢ أيضا .

ما هى النسبة بين وزن المتر الطولى للعمودين ؟

٨ ـــ عمود مصمت من الصلب طوله ٦٠ سم . قطر العمود ٧,٥ سم فى ٥٠ سم من

طوله ، والقطر فى باقى طول العمود ١٠سم ، عين عزم الالتواء الذى يمكن أن يحمل به العامود بحيث لاتزيد زاوية الالتواء بين طرفى العمود عن درجة واحدة ولا يزيد اجهاد القص فى العمود عن ٧٧٥ كجم / سم٢ .

٩ — عين قطر عمود مصمت من الصلب ينقل ٢٠٠ حصان ويدور ٢٥٠ دورة فى الدقيقة إذا كان اجهاد التشغيل فى القص ٨٤٥ كجم/سم٢ . ثم عين القطر الخارجى والقطر الداخلى لعمود آخر من الصلب يعمل تحت نفس الظروف بحيث تكون النسبة بين قطره الداخلى إلى الخارجى ٣ : ٤ .

١٠ — تنتقل قدره ١٠٠ حصان إلى عمود طوله ٥ متر عن طريق طارة تبعد ٢ متر عن طرفه الأيسر وتبعد ٣ متر عن الطرف الأيمن . وتؤخذ قدرة ال ٧٠ حصان من طارة عند الطرف الأيسر وقدره ٣٠ حصان من طارة عند الطرف الأيمن . والعامود يدور بسرعة ١٠٠ لفة فى الدقيقة .

أوجد — ا — قطر العمود بحيث لايزيد اجهاد القص على ٦٦٠ كجم / سم٢ .

ب — إذا استعمل عمود قطره ٨سم . فأوجد زاوية الالتواء بين نهايتيه.

اعتبر (G) = ٨٤٠ طن / سم٢ .

تمرين رقم (١٢)

اختبار القص المباشر على عينة من الصلب الطرى

١ ـ المجال :

يهدف هذا الاختبار إلى دراسة سلوك الصلب الطرى تحت تأثير كل من إجهاد القص المباشر المفرد وإجهاد القص المباشر المزدوج وملاحظة شكل الانهيار فى كل حالة للعينات المختبرة .

٢ ـ عينة الاختبار .

يجرى الاختبار على قطعة بطول مناسب من أسياخ الصلب الطرى .

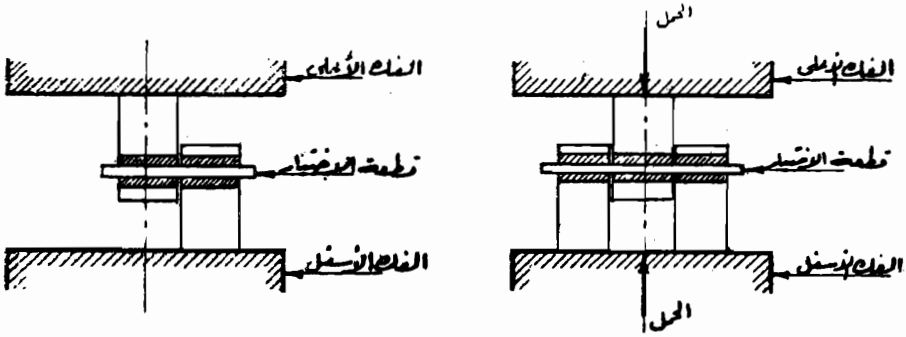
٣ ـ أدوات الاختبار .

مكنة اختبار عامة مجهزة بجزء خاص لإجراء اختبار القص المباشر .

٤ ـ طريقة اجراء الاختبار .

أولا : فى حالة اختبار القص المفرد :.

١ ـ يقاس قطر قطعة الاختبار ثم تثبت فى مكنة الاختبار كما هو مبين فى شكل رقم (٨ ـ ٣٦) بحيث عند ما تحمل العينة يتعرض قطاع واحد منها للقص .



اختبار القص المفرد　　اختبار القص المزدوج

شكل رقم (٧ ـ ٣٦)

٢ ــ تحمل قطعة الاختبار تدريجياً حتى يحدث الكسر ويسجل حمل الكسر .

ثانيا : فى حالة اختبار القص المزدوج :

تكرر نفس الخطوات السابقة مع مراعاة تثبيت قطعة الاختبار فى المكنة بحيث عند ماتحمل يتعرض قطاعان منها للقص كما فى شكل رقم (٧ ــ ٣٦) .

٥ ــ الناتج :

(ا) تحسب مساحة قطعة الاختبار .

(ب) تحسب مقاومة القص لعينة الصلب المختبرة كما يلى :

١ ــ من اختبار القص المفرد: مقاومة القص = $\frac{\text{حمل الكسر}}{\text{مساحة المقطع المستعرض}}$

٢ ــ من اختبار القص المزدوج: مقاومة القص = $\frac{\text{حمل الكسر}}{\text{ضعف مساحة المقطع المستعرض}}$

٦ ــ مثال تطبيقى .

فى اختبار القص المباشر على قطعة مستديرة المقطع من الصلب الطرى قطرها ٨ مم كان حمل الكسر المسجل من مكنة الاختبار كما يلى :

(ا) فى حالة القص المفرد : حمل الكسر = ١٤٥٠ كجم

(ب) فى حالة القص المزدوج: حمل الكسر = ٣٠٥٠ كجم

عين مقاومة القص للصلب الطرى المختبر .

الحـــل :

$$\text{مساحة مقطع قطعة الاختبار} = \frac{\text{ط} \cdot (٨)^{٢}}{٤} = ٥٠ \text{ مم}^{٢}$$

$$\text{مقاومة القص (القص المفرد)} = \frac{١٤٥٠}{٥٠} = ٢٩ \text{ كجم / مم}^{٢}$$

$$\text{مقاومة القص (القص المزدوج)} = \frac{٣٠٥٠}{٥٠ \times ٢} = ٣٠,٥٠ \text{ كجم / مم}^{٢}$$

المناقشة.

١ ــ هل يمكن اعتبار القص المباشر اختبار قبول للصلب الطرى ؟ لماذا ؟

٢ ــ اشرح لماذا يلزم إجراء اختبار القص المباشر للمعادن فى بعض الحالات ؟

٣ ــ لماذا لا يصلح اختبار القص المباشر لاختبار المعادن القصفة .

٤ ــ اشرح كيف يمكن اجراء اختبار القص المباشر بالمعمل فى حالة القص المفرد والقص المزدوج ؟ وضح اجابتك بالرسومات .

٥ ــ عين قيمة اجهاد القص المباشر المفرد واجهاد القص المباشر المزدوج لعينات الصلب الطرى المختبرة وبين هل تختلف كل قيمة منها عن الأخرى ؟ اشرح لماذا ؟

٦ ــ ارسم تخطيطا يبين العينات المختبرة بعد انهيارها تحت تأثير كل من القص المفرد والقص المزدوج .

٧ ــ هل يمكن تعيين قوة مقاومة الوصلات المبرشمة والوصلات الملحومة باختبار القص المباشر ؟ اشرح ذلك ووضح اجابتك بالرسومات .

٨ ــ هل يمكن تعيين الخواص الميكانيكية للمعادن فى القص باستخدام اختبار القص المباشر ؟ لماذا ؟

تمرين رقم (١٣)

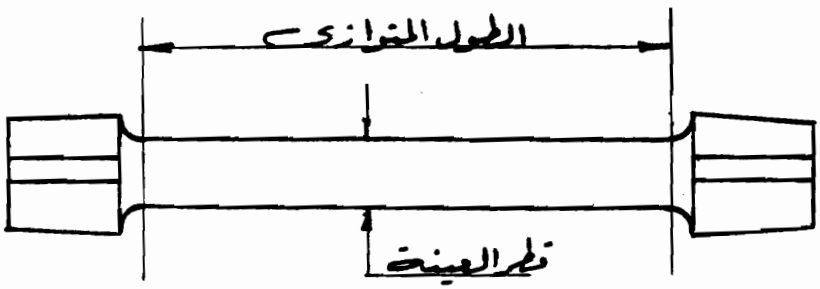
اختبار الالتواء على عينات من الصلب الطرى والحديد الزهر

١ — المجال :

يهدف هذا الاختبار إلى دراسة سلوك الصلب الطرى والحديد الزهر تحت تأثير حمل الالتواء بتعيين الخواص الميكانيكية لكل منهما هذا التحميل كذلك بملاحظة مدى تغيير شكل العينات المختبرة بازدياد التحميل حتى الانهيار بالكسر ثم ملاحظة شكل الكسر فى كل حالة .

— عينة الاختبار :

يجرى الاختبار على قطعة مشكلة من المعدن المراد اختباره ، وعادة تكون قطعة الاختبار دائرية المقطع ذات نهايات بقطر أكبر من وسطها وقد تكون هذه النهاية مربعة أو مستديرة المقطع بها تجويفين وذلك تبعا لشكل فكى مكنة الاختبار المستعملة . شكل رقم (٧ — ٣٧) .



قطعة اختبار الالتواء

شكل رقم (٧ - ٣٧)

٣ — ادوات الاختبار :

مكنة اختبار الالتواء .

طريقة اجراء الاختبار :

(ا) يقاس كل من قطر وطول الجزء الأوسط من قطعة الاختبار ثم تثبت بينهما فى فكى مكنة اختبار الالتواء .

(ب) تحمل قطعة الاختبار بتحريك أحد فكى مكنة الاختبار دائرياً إما يدويا أو آليا

بينما يكون الفك الآخر ثابتاً فيحدث إلتواء فى قطعة الاختبار ثم يقاس كل من عزم الإلتواء (M_t) وزاوية الالتواء (Θ) المناظرة له .

(ح) يستمر فى تحميل قطعة الاختبار تدريجيا على دفعات يقاس فى كل منها عزم الالتواء وزاوية الالتواء وذلك حتى يحدث الكسر . وتسجل أثناء الاختبار كل من عزم الالتواء وزاوية الإلتواء المقابلة له فى جدول كالتالى :

عزم الالتواء (كجم . م) / زاوية الالتواء (درجة)								

٥ — النتائج :

ترسم العلاقة البيانية لعزم الالتواء وزاوية الالتواء من النتائج المسجلة فى الجدول السابق ، ومن هذه العلاقة يمكن حساب الخواص الميكانيكية للمعدن المختبر فى قص الالتواء كما يلى:

(ا) المقاومة المرنة للقص (q_e) :

$$q_e = \frac{16\ M_{te}}{\pi\ d^3}$$

حيث d = قطر قطعة الاختبار ، M_{te} = عزم الالتواء عند حد المرونة .

(ب) المقاومة القصوى لقص الالتواء (q_{max}) :

١ — للمعادن المطيلة

$$q_{max} = \frac{12\ M_{t\ max}}{\pi\ d^3}$$

٢ — للمعادن القصفة

$$q_{max} = \frac{14\ M_{t\ max}}{\pi\ d^3}$$

حيث $M_{t\ max}$ = عزم الالتواء عند الكسر

(ح) معاير الجساءة (G) :

$$G = \frac{M_t}{\Theta} \cdot \frac{L}{J}$$

حيث M_t = عزم الالتواء فى أى لحظة داخل حدود المرونة .

Θ = زاوية الالتواء المناظره له بالتقدير الدائرى .

L = طول قطعة الاختبار المعرض للالتواء

J = عزم القصور القطبي لمقطع العينة

(ى) المطولية :

يمكن مقارنة مطولية المعادن من نتائج اختبار الالتواء بواسطة أقصى زاوية إلتواء تحدث بعينة المعدن (Θ_{max}) ، فكلما كبرت قيمة (Θ_{max}) كلما كان المعدن أكثر مطولية .

(هـ) الرجوعية فى الالتواء :

الرجوعية = $\frac{1}{2} M_{te} \cdot \theta_e$

حيث M_{te} = عزم الالتواء عند حد المرونة

θ = زاوية الالتواء المناظرة له بالتقدير الدائرى

$$\text{ومعاير الرجوعية} = \frac{\text{الرجوعية}}{\text{حجم العينة}}$$

(و) المتانة فى الالتواء :

المتانة = المساحة تحت منحنى عزم الالتواء وزاوية الالتواء محسوبة بأى طريقة تقريبية أو صحيحة .

$$\text{معاير المتانة} = \frac{\text{المتانة}}{\text{حجم العينة}}$$

٦ — مثال تطبيقى :

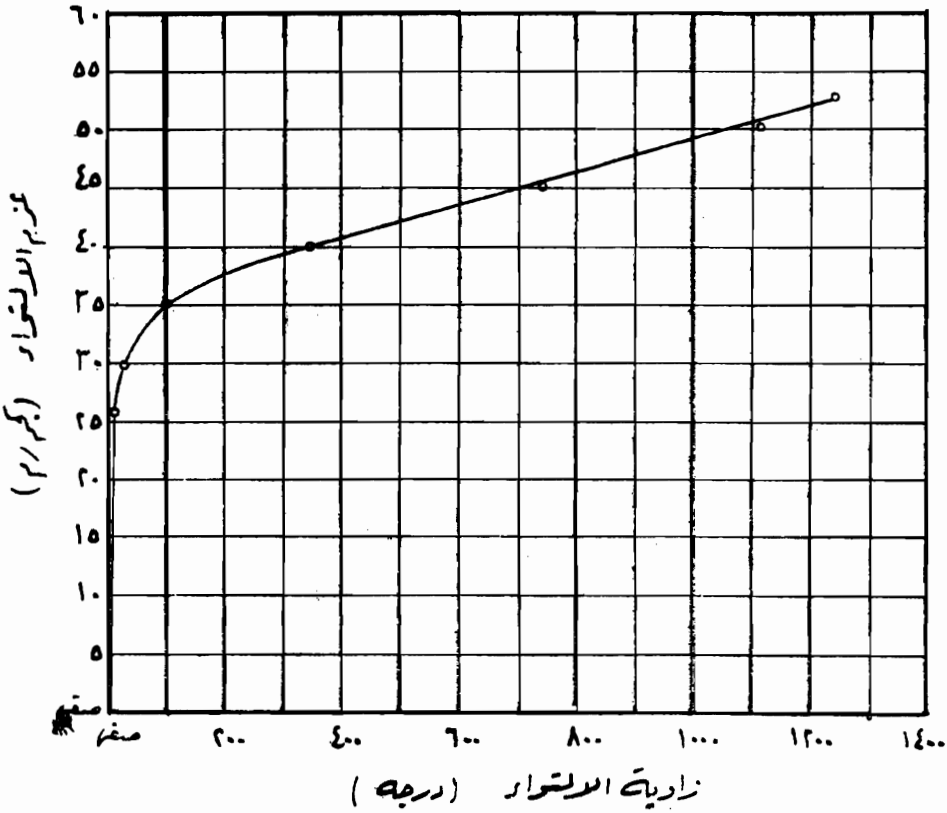
النتائج المبينة فى الجدول التالى تبين قراءات عزم الالتواء وزاوية الالتواء المقابلة له المسجلة عند اختبار عينة من الصلب الطرى فى الالتواء :

عزم الالتواء (كجم . م)	صفر	٢,٥	٥	٧,٥	١٠	١٢,٥	١٥	١٧,٥
زاوية الالتواء (درجة)	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٧٥	١٠٤	١٢٤
عزم الالتواء (كجم . م)	٢٠	٢٢,٥	٢,٥	٢٧,٥	٣٠	٣٢,٥	٣٥	٣٧,٥
زاوية الالتواء (درجة)	١٧٦	٢١٦	٢٩٦	٣٨٨	٥٢٤	٧٤٠	١٠١٢	١٢٧٦

فإذا كان قطر قطعة الاختبار = ١٨ مم وطولها ١٨٠ مم ، المطلوب رسم منحنى عزم الإلتواء وزاوية الالتواء وتعيين الخواص الميكانيكية للصلب الطرى فى قص الالتواء .

الحـــل :

يبين شكل رقم (٧ — ٣٨) المنحنى البيانى المطلوب ويتضح منه ما يلى :



شكل رقم (٧ — ٣٨) العلاقة بين عزم الالتواء وزاوية الالتواء

عزم الالتواء عند حد المرونة (M_{t_e}) = ١٢,٥ كجم . م

زاوية الالتواء عند حد المرونة (θ_e) = ٢,٥° = ٠,٠٤٣٥ دائرى

عزم الالتواء عند الكسر ($M_{t_{max}}$) = ٣٧,٥ كجم . م

زاوية الالتواء عند الكسر (θ_{max}) = ١٢٧٦° = ٢٢,٣ دائرى

$$\therefore \text{المقاومة المرنة للقص} = \frac{١٠٠٠ \times ١٢,٥ \times ١٦}{\text{ط} \cdot (١٨)^{٣}} = ١٠,٩ \text{ كجم/مم}^{٢}$$

$$\text{المقاومة القصوى لقص الالتواء} = \frac{١٠٠٠ \times ٣٧,٥ \times ١٢}{\text{ط} \cdot (١٨)^{٣}} = ٢٤,٥ \text{ كجم / مم}^{٢}$$

$$\text{عزم القصور القطبي لمقطع العينة} = \frac{\text{ط}_{\cdot} (١٨)^{٤}}{٣٢} = ١٠٢٥٠ \text{ مم}^{٤}$$

$$\therefore \text{معاير الجساءة (G)} = \frac{١٠٠٠ \times ١٢,٥}{٠,٠٤٣٥} \times \frac{١٨٠}{١٠٢٥٠} = ٥٠٠٠ \text{ كجم / سم}^{٢}$$

أى أن معاير الجساءة (G) = ٥٠٠ طن/سم^{٢}

$$\text{معاير الرجوعية} = \frac{\frac{١}{٢} \times ١٢,٥ \times ١٠٠٠ \times ٠,٠٤٣٥}{\frac{\text{ط} (١٨)^{٢}}{٤} \times ١٨٠} = ٠,٠٠٥٤٧ \text{ كجم/مم}^{٢}$$

$$\text{معاير المتانة} = \frac{٢٢,٣ \times ١٠٠٠ \times \left(\frac{٣٧,٥ + ١٢,٥}{٢} \right)}{\frac{\text{ط} (١٨)^{٢}}{٤} \times ١٨٠} = ١٢,٢٥ \text{ كجم / مم}^{٢}$$

٧ – المناقشة

(١) هل يحدث حمل الالتواء حالة قص خالص بعينة الاختبار ؟ لماذا ؟

(٢) ما هو الغرض من إجراء اختبار الالتواء للمعادن ؟

(٣) ما هى الخواص الميكانيكية فى القص التى يمكن تعيينها من اختبار الالتواء ؟ اشرح كيف يمكن تعيين كل خاصية من واقع القراءات المعملية لاختبار الالتواء

(٤) ارسم تخطيطياً عينات الاختبار للصلب الطرى والحديد الزهر المستخدمة فى اختبار الالتواء .

(٥) ارسم المنحنى البيانى للحمل والتشكل لكل من عينة الصلب الطرى والحديد الزهر تحت تأثير الالتواء (المنحنى البيانى لعزم الالتواء وزاوية الالتواء)

ثم بين الفرق بين كل منهما وخصائصهما وأسباب تواجد تلك الفروق .

٦ ــ عين لكل من عينة الصلب الطرى والحديد الزهر المختبرة تحت حمل الالتواء ما يأتى :

(ا) المقاومة المرنه لقص الالتواء (ب) المقاومة القصوى لقص الالتواء

(حـ) زاوية الالتواء القصوى (ى) معاير الجساءة G

(هـ) معاير الرجوعية فى الالتواء (و) معاير المتانة فى الالتواء

٧ ــ ارسم تخطيطيا شكل انهيار عينة الصلب الطرى وعينة الحديد الزهر فى الالتواء وبين سبب الانهيار بالكسر بذلك الشكل .

٨ ــ ما هى الخواص التى تستنتج من هذا الاختبار وتكون ذات دلالة هامة بالنسبة لاختيار الصلب اللازم لليايات الحلزونية (Coil helical springs) كذلك بالنسبة لاختيار الصلب اللازم لعضبان الادارة (Shafts) .