

الفصل السادس عشر

تدريس الحساب في برنامج محو الأمية (*)

- أولا : أهداف تدريس الحساب في برنامج محو الأمية
- ثانيا : طرق تدريس الحساب في برنامج محو الأمية
- ثالثا : أسس تدريس الحساب للكبار
- رابعا : الطريقة المبتكرة في تعليم الحساب للكبار

أولا : أهداف تدريس الحساب في برنامج محو الأمية :

- أهمية تحديد أهداف تدريس الحساب
- أهداف تدريس الحساب :

● يزود الدارس بالمعلومات والحقائق الحسابية اللازمة في المواقف الحياتية

- يكسب الدارس المهارة في إجراء العمليات العددية الأساسية
- يساهم في تكوين البصيرة الرياضية والفهم
- يدرّب الدارس على أساليب سليمة في التفكير
- يساهم في تكوين بعض الاتجاهات الرياضية السليمة
- يساهم في تكوين الميول الرياضية وتوجيهها وتنميتها
- يساهم في تكوين القدرة على تلوق الرياضيات وتقديرها

(*) للدكتور يحيى هندام

أولا - أهداف تدريس الحساب فى برنامج دعو الأمية

أهمية تحديد أهداف تدريس الحساب :

حينما يقوم الإنسان بعمل ما لابد أن يسلك سلوكا يرمى الى تحقيق أهداف معينة ، والا فان سلوكه يتسم بالعشوائية والتخبط وهكذا فان أى مادة تعليمية لابد أن يكون لها أهداف واضحة ، حتى يتخذ المدرس من المواقف والخبرات والأنشطة ما يستهدف تحقيق تلك الأهداف ، وحتى اذا سأل أحد الدارسين : لماذا ندرس مادة الحساب ؟ كان تعبيره عن أهداف المادة واضحا فى اجابته وسلوكه ومواقفه التعليمية .

وان تحديد أهداف تدريس الحساب ضرورى لاختيار الخبرات المناسبة من جهة ، واختيار أوجه النشاط التعليمى من جهة أخرى .

كما أن تحديد الأهداف ضرورى للتقويم السليم : فلا تقف أهمية الأهداف على اختيار الخبرات والطرق والأنشطة والوسائل اللازمة لتزويد الدارسين بهذه الخبرات فحسب . بل انها ضرورية أيضا لتوضيح طرق التقويم المختلفة التى ترمى الى قياس مدى ما حصله الدارسون من تلك الأهداف وللتعرف على نواحي الضعف والقوة فى الخبرات والأنشطة التى يقوم بها الدارسون .

أهداف تدريس الحساب :

ويمكن تحديد تدريس الحساب فى برامج محو الأمية على النحو التالى :

- ١ - أن يزود الدارس بالمعلومات والحقائق الحسابية اللازمة فى المواقف الحياتية .
- ٢ - أن يكسب الدارس المهارة فى اجراء العمليات العددية الأساسية .
- ٣ - أن يسهم فى تكوين البصيرة الرياضية والفهم .
- ٤ - أن يدرب الدارس على أساليب سليمة فى التفكير .
- ٥ - أن يسهم فى تكوين بعض الاتجاهات الرياضية السليمة .
- ٦ - أن يسهم فى تكوين الميول الرياضية وتوجيهها وتنميتها .
- ٧ - أن يسهم فى اكتساب القدرة على تذوق الرياضيات وتقديرها .

على أن هذه الأهداف متداخلة ومتكاملة ، وتسهم جميعها في بناء شخصية الدارس المتكاملة ، وإذا كنا فيما يلي سنتناول كلا منها على حدة بمزيد من التفصيل ، فأنما نفعل ذلك للتوضيح فحسب :

١ - أن يزود الدارس بالمعلومات والحقائق الحسابية اللازمة في المواقف الحياتية :

في تعامل الإنسان مع بيئته يحتاج في مواقف الحياة اليومية الى كثير من الحقائق والمعلومات الحسابية ، فهو حين يمارس عمليات الشراء والبيع يحتاج الى أن يجمع أو يطرح أعدادا وقد يضربها ويقسمها ، وسواء أكانت تلك الأعداد صحيحة أو كسورا ، اعتيادية أو عشرية . وهو حين يريد وزن بعض مشترياته يحتاج في تقديرها الى وحدات الوزن . وهو حين يريد قياس طول قماش أو يعرف المسافة بين منزله وعمله يحتاج الى وحدات قياس .

وكذلك تقدم المؤسسات والهيئات المختلفة التابعة للدولة خدمات جليلة لأفراد الشعب . وتستطيع مادة الحساب أن تسهم في مد الدارسين بالمعلومات والحقائق العددية التي تجعلهم قادرين على الانتفاع بها في حياتهم اليومية عن طريق تطبيقها في مختلف الشئون التي يمارسونها .

كما تستطيع مد الدارسين بالمعلومات الحسابية التي تساعدهم على نمو معلوماتهم عن البيئة التي يعيشون فيها وأوجه النشاط بها ، حتى يكونوا على بينة من ظروفها وإمكانياتها : فيمكن للدارسين جمع بيانات عن أنواع الصناعات المختلفة وقيمة الدخل منها وعدد العمال الذين يعملون بها ، وعن أنواع المحاصيل الزراعية والعائد من المصادر منها . . . الخ . ويمكن تجميع مثل هذه البيانات وغيرها عن طريق الصحف والاذاعة وغير ذلك من المصادر التي تنبثق من المرافق العامة في البيئة . . . وينبغي أن يعمل المعلم على زيادة معلومات الدارسين بالتدرج من بيئتهم المحلية الى بيئات الوطن المجاورة ثم الى الوطن العربي .

وينبغي أن تلعب المعلومات الحسابية دورا هاما ، ليس فقط في تكوين الحساسية الرياضية وتنميتها ، وإنما ينبغي أن تتعدى ذلك الى تكوين الحساسية الاجتماعية التي تقوم على ادراك صحيح للأرقام ودلالاتها .

٢ - أن يكسب الدارس المهارة في اجراء العمليات العددية الأساسية : تحتاج المواقف العملية ألا يكون الإنسان قادرا على اجراء العمليات

العديدية فحسب ، بل تتطلب أن يكتسب مهارة في أدائها . ونقصد بالمهارة الوصول بالعمل الى درجة من الدقة تيسر على الدارس اجراءه في أقل وقت ممكن وبأقل مجهود ممكن : فالدارس الذى يجرى عملية عددية بسرعة ولكنه يخطئ فيها ، أو يجريها بطريقة صحيحة ولكنه يستغرق وقتا طويلا في اجرائها أو يبذل فيها جهدا شاقا لا يكون قد اكتسب مهارة في اجراء هذه العملية ، وبطبيعة الحال ، يساعد الدارس على اكتساب المهارة في عملية ما أن يكون فاهما لطبيعتها .

وتوجد مهارات أخرى يهدف تدريس الحساب اليها غير المهارة في اجراء العمليات الأساسية على اعداد صحيحة وكسرية ، مثل المهارة في قياس الأطوال والاوزان والمساحات ... الخ .

ولكى يكتسب الدارس المهارات الحسابية ، يجب أن يكون على بينة من قيمتها وأثرها في حياته العملية وأن تتاح له الفرص لممارسة هذه المهارات والتدريب عليها في مواقف طبيعية متصلة بالحياة .

٣ - أن يسهم في تكوين البصيرة الرياضية والفهم :

تشمل مادة الحساب كثيرا من المصطلحات الحسابية مثل حاصل الجمع ، خارج القسمة ، الكسور ، النسبة المئوية ، التناسب ، النسبة ١٠٠ الخ ومثل هذه المصطلحات لها دلالة خاصة في مادة الحساب . ووضوح معاني هذه المصطلحات يساعد الدارس على فهمها واستخدامها استخداما سليما .

وبالمثل يكمن وراء كل عملية حسابية فكرة رياضية تجعل لها معنى ومعنى عند الدارس ، والتعرف على هذه الأفكار ينمى من بصيرة الدارس عند حله لاي مشكلة حسابية تحوى مثل هذه العمليات ، فمثلا اذا أردنا أن نجمع $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ فاننا نحول الكسرين الى $\frac{3}{12} + \frac{4}{12}$ والفكرة من وراء هذا التحويل تكمن في تحويل الكسرين أولا الى وحدة كسرية واحدة وهي العشر واذا اعتنى الدارس بفهم الأفكار الكامنة وراء مثل هذه العمليات فانها تساعد على تكوين بصيرة تمنعه من الوقوع في الأخطاء الناجمة من عدم فهم حقيقى ، مثل جمع البسطين وجمع المقامين في المثال السابق دون تحويل .

وما نحب أن نؤكد هنا هو أن تكوين البصيرة والفهم مرتبطان بامكانية أن يكتشف الدارس بنفسه قواعد وأنماط وبنية رياضية جديدة وهذا يعزز القول بأن الرياضيات يجب أن ينظر اليها على أنها تركيب أو بناء من العلاقات ، وما الرموز الشكلية الا أنها مجرد طريقة لنقل أجزاء هذا

التركيب من شخص الى آخر ، ويكون تعلم الرياضيات هو تفهم مثل هذه العلاقات والرموز الدالة عليها واكتساب المقدرة والبصيرة على تطبيق المفاهيم الناتجة فى مواقف حقيقية موجودة فعلا فى المجتمع .

٤ - أن يدرّب الدارس على أساليب سليمة فى التفكير :

نرمى من تدريس الحساب (الرياضة) أن يكتسب الدارسون أساليب معينة من التفكير السليم يلزمهم طيلة حياتهم . وأهم هذه الأساليب ما يأتى :

أولا - التفكير التأملى :

ونقصد به أن يتأمل الفرد الموقف الذى أمامه ، ويحلله الى عناصره . ويرسم الخطط اللازمة لفهمه ، ويوصل الى النتائج التى يتطلبها هذا الموقف .

ولتوضيح كيف يمكن تدريب الدارسين على هذا الأسلوب من التفكير عند حل مسألة حسابية مثلا ، يجب أن تتبع هذه النقاط :

(أ) أن يقرأ الدارس المسألة الحسابية قراءة جيدة حتى يتأكد من ان العبارات والمصطلحات الحسابية التى تحويها مألوفة لديه ، لان مما يعوق الفهم أن تشتمل المسألة على كلمات لا توجد فى حصيلة الدارس من المفردات ، أو تكون العبارة فى بعض الحالات غير مألوفة من حيث الصياغة . كما يميل بعض الدارسين الى قراءة المسألة بسرعة وبغير عناية ، مما يترتب عليها حذف كلمة أو رقم يغير المعنى المقصود من المسألة كلية ، لهذا لابد أن نعلم الدارسين كيف يقرأون المسألة قراءة واعية ، واعتبار ما ذكرناه هنا هو ما يقصد به تأمل المسألة .

(ب) أن يفحص الدارس عبارات المسألة ، لتحديد البيانات المعطاة فيها، ثم يتبين ما هو المطلوب ايجاده . وهذا هو المقصود من تحليل المسألة الى عناصرها ، أى التمييز بين ما هو معطى وما هو مطلوب ايجاده .

(ج) بعد أن يقرأ الدارس المسألة بعناية ، وبعد أن يحدد بياناتها والمطلوب ايجاده ، يختار المعلم الطريقة المناسبة التى بها يساعد الدارس على أن يحدد العمليات التى ينبغى اجراؤها وترتيبها لحل المسألة .

(د) وأخيرا ينبغى أن تقوى الطريقة التى اتبعت فى مناقشة حل

المسألة : هل أدت الى تفكير الدارسين فى الحل السليم ؟ أم يمكن أن تتبع طريقة أخرى تؤدى الى فهم أعمق وأيسر وأوضح ؟ . . . وعلى أية حال ، اذا اتضح أثناء مناقشة وتسجيل الحل بعض الأخطاء عند الدارسين ، فيجب على المعلم أن يتعرف على أسبابها ويعمل على علاجها ثم يوجه طريقته وجهة أخرى تؤدى الى تجنب الدارسين من الوقوع فيها .

ثانيا - التفكير الناقد :

ويعنى تكوين عادة الامتناع عن اصدار الأحكام الا اذا كملت الأدلة وعدم اصدار الأحكام على أساس الميول الخاصة أو التحيز لجهة معينة أو لشخص معين ، بل يجب أن تصدر الأحكام على أساس الأدلة الموجودة وأن يتجنب أخطاء الاستدلال الذى يقوم على أساس الاتصال البسيط أو عدم الاتصال بين الفرض والنتيجة ، أو نتيجة السرعة فى التعميم . أو نتيجة للفروض الزائفة التى تكون غير صحيحة . والخلاصة أنه يجب أن ينتج التفكير الناقد الى التعرف على الأدلة التى تؤدى الى الحل السليم والكشف عن الأدلة التى لا تؤدى اليه .

ولهذا ينبغي أن يناقش المعلم الدارس فى صحة كل خطوة من خطوات حل المسألة وأهميتها فى الوصول الى الحل السليم .

ثالثا - التفكير العلاقى :

ويقوم على ادراك العلاقات بين العوامل المختلفة فى المواقف أو المشكلة التى تجابه الفرد . والواقع أن المسألة الحسابية تحتوى على عدد من العناصر ، واذا أدرك الدارس العلاقة بينها ادراكا سليما أدى ذلك الى الحل السليم ، أما اذا لم يدرك هذه العلاقة فإن ذلك يؤدى الى الحل الخاطى .

ومثلا الدارس الذى لا يدرك العلاقة بين العدد ٩ ومكوناته : (٤،٥) ، (٥،٤) ، (٣،٦) ، (٦،٣) ، (٢،٧) . . . الخ . لم يصل الى فهم صحيح لمذلولات الأعداد بعد ، ويمكننا القول أن الأرقام أو الأعداد التى هى عناصر علم الحساب ماهى الا تعبير كى للبيانات الموجودة فى موضوع أو مشكلة ما ، والحكم الصحيح عليها يستند الى ادراك سليم للعلاقة بين هذه الأرقام أو الأعداد .

وواجب المعلم أن يعتنى بتدريب الدارسين على هذه الأنماط من أساليب التفكير معا ، كلما أمكن ذلك ، فمثلا عند تقديم مسألة حسابية ، يتبغى على المعلم أن يعطى الدارسين الفرصة المناسبة لقرائها وتأملها ،

ولا يتأتى ذلك الا اذا تمكن الدارسون من تحديد ما تعنيه المسألة تحديداً صحيحاً . وذلك بالتفريق بين البيانات الموجودة بها والمطلوب ايجاده . وفى ضوء هذا يمكن للمعلم أن يرسم خطة مناسبة تصلح لمناقشة الدارسين فى طريقة تحليل المسألة الحسابية تحليلاً يمكنهم من التفكير فى ايجاد الحل المناسب وفى هذا كله تعويد لهم على اكتساب أسلوب التفكير التأملى .

وفى نفس الوقت يمكن أن يناقش المعلم الدارسين فى صحة الخطوات التى ذكروها فى هذه المسألة ، وفى أن كل خطوة منها لازمة للوصول الى الحل . وفى هذا تدريب للدارسين على ادراك العلاقات المختلفة بين عناصر كل خطوة وبين الخطوات بعضها وبعض ، واكتشاف أخطاء الاستدلال التى قد تقوم على عدم ادراك صحيح لهذه العلاقات ، وهكذا يمكن للدارسين أن يتدربوا على أسلوبى التفكير الناقد والعلاقى معاً .

وليس بكاف أن يقتصر تدريب الدارسين على استخدام هذه الأساليب التفكيرية أثناء المواقف الرياضية فحسب ، بل يجب أن يتعداها الى المواقف غير الرياضية التى تجابه الدارسين حتى تساعد على تكوين عقائد منطقية منظمة ، وترشدتهم وتنقذهم من التلخبط فى تصرفهم فى الحياة .

٥ - أن يسهم فى تكوين بعض الاتجاهات الرياضية السليمة :

للاتجاهات أهمية كبرى فى حياة الدارسين ، فهى التى تحدد أنماط سلوكهم ، وتقصد بالاتجاه الحالة الفكرية أو الموقف الذى يتخذه الفرد ازاء موضوع ما سواء بالقبول أو المحايدة . ويمكن لمدرس الحساب أن يساعد الدارسين على تكوين اتجاهات سليمة نحو الدقة والتنظيم .

فالتعبير المنطقي الذى يستخدم فى الرياضيات والذى يتسم بالدقة فى ادراك العلاقات بين عناصر المسألة انما هو من أهم مظاهر العمل فى الحساب . وكذلك فان هناك من المناسبات العديدة خلال دروس الحساب ما يتيح الفرص للدارسين للتدريب على الدقة . وعلى سبيل المثال ، فهناك من المواقف ما يتضح فيها اختلاف العددين ٨٩ر٠ ، ٨٩٠ فى المعنى ويحتاج كل منهما الى الدقة فى التعبير ، اذا قيل عرض السبورة ٨٩ر٠ متراً فإن هذا يعنى أن هذا العرض صحيح الى أقرب جزء من مائة من المتر ، أى أن القراءة ٨٩ر٠ متراً قد تكون تمت باستخدام متر مقسم الى أجزاء من مائة (سنتمترات فقط) بينما القراءة ٨٩٠ر٠ قد تكون تمت باستخدام متر مقسم الى أجزاء من ألف (ملليمترات) وبهذا المعنى يكون ٨٩٠ر٠ من المتر قياس

أكثر دقة من ٨٩ر٠ من المتر ، وبهذا المعنى أيضا فان ٨٩ر٠ لا تساوى ٨٩ر٠ .
ويؤدى ذلك الى تعود الدارس الدقة فى تعبيراته .

واللغة الرياضية عموما بما فيها من التعاريف والمفاهيم ، وبما تتطلبه من الحصول على أجوبة دقيقة للعمليات الحسابية انما نسهم مساهمة فعالة فى تكوين اتجاه الدارس نحو الدقة .

وكذلك تنسم مادة الرياضيات (الحساب) بالتنظيم والترتيب ، فالعدد ٦٨٥ مثلا له دلالة يحددها وضع أرقامه فى هذا التنظيم الدقيق : فالخمسـة تعنى خمس وحدات والثمانية تعنى ثمانين وحدة ، والستة تعنى ستمائة وحدة .
واذا اختل تنظيم هذه الأرقام بهذا العدد وأصبح فى الصورة ٥٦٨ فهذا يعنى مدلولاً آخر غير العدد الأول نتيجة لتغيير أوضاع أرقامه عن مواضعها الأولى . كما يظهر أثر تنظيم الأعداد فى العمليات العددية الأساسية اذ تبدو بصورة منظمة يسهل إجرائها وتمنع الخطأ فيها . أما العلامات والإشارات المختلفة التى تستعمل فى الحساب فى وسيلة لتنظيم العمليات الحسابية وحلول المسائل .

وينبغى أن يساعد المعلم الدارس على أن تصبح الدقة والتنظيم اتجاهين من الاتجاهات التى تشكل سلوكه فى دروس الحساب وفى مواقف الحياة اليومية .

ومن الاتجاهات الأخرى المرغوب فيها ، والتى تعتبر أساساً فى بناء الشخصية المتكاملة : التعاون والثقة فى النفس والحساسية الاجتماعية وتطبيق التفكير العلمى . . . الخ . ويمكن لمعلم الحساب أن يتيح من الغرض المناسبة ما يساعد الدارسين على اكتساب هذه الاتجاهات .

٦ - أن يسهم فى تكوين الميول الرياضية وتوجيهها وتنميتها :

عندما يتفاعل الفرد مع موقف ما ، تنشأ لديه انفعالات معينة ازاء هذا الموقف ، فاذا كانت هذه الانفعالات سارة فانها تولد عند الفرد ما نسميه بالميل نحو هذا الموقف ويحاول الفرد تكراره ، وأما اذا كانت الانفعالات غير سارة فانها تؤدى الى ميل سلبى نحو هذا الموقف (كراهية له) ويحاول الفرد الابتعاد عنه . والميل عامة فيه تعبير عن شعور وجدانى نحو الأشياء أو الأفكار أو الأشخاص نتيجة لمرور الفرد فى خبرات معينة .

(م - ١٣ تعليم الكبار)

فاذا أتيح للدارس أن يخبر المتعة والسرور من خلال العمل بمادة الحساب ، فإن هذا يخلق عنده ميولا نحو الدراسة الجادة ونحو حب العلم عامة . ويمكن مساعدة الدارسين على ذلك بتشجيعهم على أن يصلوا إلى نتائجهم بأنفسهم . فالدارس حين يكتشف قاعدة رياضية ما ، فإن ذلك يولد في نفسه سرورا لا يقل عن سرور العالم حين يكتشف حلا لمشكلة صعبة الفهم .

وان من أهم أهداف الرياضيات أن يشعر الدارس بالسرور والارتياح والمتعة وهو يقوم بدراستها ، يشعر بذلك فى جمال وتناسق الأشكال واللغة الرياضية وفى محاولة الوصول الى بنية رياضية جديدة تنبثق من عناصر متفرقة متناثرة وشعور الدارس بكل هذا يسهم فى تكوين ميول ايجابية نحو حب العلم وحب الاكتشاف والابتكار وهى من أهم السمات المرغوب فيها .

٧ - أن يسهم في اكتساب القدرة على تنويع وتقدير النواحي الجمالية والفنية في مادة الرياضيات :

تهدف الرياضيات الى تنمية القدرة على التذوق والتقدير في مختلف المجالات . فهي علم الجمال والفن والموسيقى ، بل لا نعدو الحقيقة حين نقول أن الرياضيات هي سر الحياة ، وأنها توجد حينما نتطلع في كل مكان .

خذ - على سبيل المثال - المسلسلة العددية التي نحصل عليها بكتابتها بدءاً من الرقم ١ مرتين ثم جمع العددين التاليين لنحصل على العدد الذي يتلوها فتكون على الشكل التالي .

١، ٢، ٣، ٥، ٨، ١٣، ٢١، ٣٤، ٥٥ .. الخ •

وإذا أخذنا كل عدد من هذه الأعداد وقسمناه على العدد المجاور له من جهة اليسار فإننا نحصل على متسلسلة كسرية :

$$\frac{32}{00} \subset \frac{21}{22} \subset \pi \subset \tau \subset \frac{0}{\lambda} \subset \frac{2}{0} \subset \frac{2}{2} \subset \frac{1}{2} \subset \frac{1}{1}$$

وفي الطبيعة تظهر هذه الكسور في طريقة نمو النباتات ، فعندما تبرز الأوراق الجديدة من ساق نبات فانها تتخذ شكلا لولبيا حول الساق ، وتلتف الورقة الحلزونية وتدور حول الساق كلما ترعرعت . والشكل الدائري الذي يحدث من ورقة الى التي تليها هو غالبا يمثل كسرا من الكسور السابقة ، والمسافة المتروكة بين ورقة وأخرى في هذه الحالة تمنع الى حد كبير ظلال

الأوراق العليا من أن تحجب الضياء عن الأوراق السفلى . . . وهكذا تبدو أوراق النبات المدلاة في الطبيعة تبعاً لنظام حسابي دقيق أبدعه الخالق سبحانه وتعالى . . . انه موقف يستحق منا التأمل والتذوق والتقدير . . . وإذا تتبعنا المسيرة في كثير من الأزهار ، نجد أن الزهرات الدقيقة التي تؤلف لب زهرة الإقحوان تشكل حلزونات على هيئة مجموعتين متميزتين ، تتجه احدهما في اتجاه عقارب الساعة وتتجه الأخرى في اتجاه عكس عقارب الساعة ، وفي كل منها عدد معين من الحلزونات . وتحوى زهرة الأقحوان ٣٤،٢١ حلزونا أى بنسبة $\frac{21}{34}$. وتوجد ترتيبات مماثلة من الحلزونات المتعاكسة في ثمرة الصنوبر المخروطية يبلغ عددها ٥ في الاتجاه الواحد ، ٨ في الاتجاه الآخر أى بنسبة $\frac{5}{8}$ وتوجد أيضا في التوتوات الواقعة على ثمرة الأناناس ويبلغ عددها ١٣،٨ أى بنسبة $\frac{8}{13}$ كما توجد هذه الظاهرة في ثمار العديد من الأشجار .

وفي عالم الحيوان نجد هذه الحلزونات تظهر بوضوح في انحناء أنياب الفيل وفي قرون الكبش البرى بل وفي مخالب عصفور الكناري .
والتسلسلة العددية السابقة كان لها تأثير كبير أيضا على الفن وعلى الهندسة المعمارية ، فبنسبة أى عددين متتاليين منها بعد العدد ٣ تساوى $\frac{1}{1,6}$ وهى ما تسمى بالنسبة أو القسمة الذهبية التى طالما حيرت عقول الخبراء لقرون عديدة لعلاقتها الكبرى بعلم الجمال ، ويعبر عن تلك العلاقة بدقة أكبر فى النسبة التالية $\frac{1}{1,618}$ التى توجد فى كثير من الأشكال ، غير أنها أبرز ما تكون فى المستطيل الذهبى وهو شكل يتناسب ضلعا بنسبة ذهبية .

ويقال أن هذا المستطيل الذهبى هو أكبر الأشكال الهندسية بهجة للناظرين . وقد تمثل فى الأبنية الأغريقية القديمة وفى التحف الفنية وفى اظهار مفاتن الجمال فى الأشياء بل وفى رسم الانسان .

وفى الموسيقى تلعب الأرقام فى تشكيل الألحان المتعة ، فطول النوتر من جهة وعدد نوتات التى تصدرها عنه فى الثانية من جهة أخرى تشكل النغمات الموسيقية التى يطرب لها الانسان .

ومن الطريف أن يعلم الدارسون أن الأعداد عند الفيتاغوريين كانت

أسرار وصفات تعبيرية خاصة فى عالم الحياة : فالاعداد الفردية عندهم
هى اعداد ذكرية والاعداد الزوجية هى اعداد مؤنثة ، والواحد هو منبع
الاعداد كلها وهو لذلك يدل على المنطق ، والاثنان تعنى الرأى ، والثلاثة
تعنى القوة ، والأربعة تعنى العدالة ، والخمسة تعنى الزواج كما أنها سر اللون،
والسنة سر البرد والسبعة سر الصحة ، والثمانية سر حب الحياة
وهكذا تبدو الأرقام والاعداد وكأنها تشير الى منابع الحياة . . . بل
وكانها تعبير عن الحياة بما فيها من قوة وخير وجمال وعدالة وصحة . . .
انها مواقف تستحق التأمل والتقدير . . .

وهكذا يمكن ان يسهم الحساب فى مساعدة الدارسين على ادراك
وتذوق وتقدير الناحية الجمالية فى دلالة أرقامه وتسلسلها وفى قواعده
ونتائجه ، وتطابقها فى مظاهر الحياة : فى زهرة متفتحة وفى ورقة مدلاة
وفى ثمرة يانعة ، وفى نفحة حانية وفى رسم جذاب . . . وفى دقات الطبول
ودقات الساعة . . .

انها الاعداد وانها الحياة وانها المواقف كلها تذوق وكلها تقدير . . .

واذا حقق تدريس الحساب هذه الاهداف السابقة ، فانه يسهم فى
محو أمية الكبار وفى مدهم بالثقافة العامة وفى تنشئة جيل من المواطنين قادر
على الاضطلاع بمسئوليته فى مجتمعنا المعاصر .

ثانيا - طرق تدريس الحساب فى برنامج محو الأمية

يوجد عدة طرق لتدريس الحساب ، والغرض من ذكرها هو أن يدركها المدرس ادراكا تاما ويفهم مدلولها بوضوح حتى يستطيع استخدامها أثناء دروسه استخداما صحيحا على أمل أن يعتاد عليها الدارسون ، وأن يكتشفوا ما تمتاز به كل طريقة من الخصائص والمناسبات الملائمة لكل منهما وأهم هذه الطرق هي :

١ - الطريقة الاستقرائية :

وتبدأ بالملاحظة والحقائق ٠٠٠ ثم تجمع هذه الحقائق والملاحظات وتنظم ويكتشف ما بينها من علاقات وروابط لعلها تؤدي الى حالة عامة : أى أن الاستقراء هو البدء بحالات خاصة متعددة ، والوصول بها الى حالة عامة أو قاعدة عامة . فمثلا أن يكتشف الدارسون القاعدة القائلة :

« ان العدد يقبل القسمة على ٣ بدون باق اذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣ بدون باق » .

وذلك بأن يقوم كل دارس بتسجيل فئة من الأعداد ، ويحاول أن يفرق بين الأعداد التى تقبل القسمة على ٣ بدون باق عن تلك التى لا تقبل القسمة على ٣ (كما هو موضح بالجدول) ثم يقوم بدراسة خواص كل فئة منها . وفى أثناء دراسته يحاول الاجابة على السؤال الهادف :

لماذا تقبل فئة من الأعداد القسمة على ٣ بدون باق بينما لا تقبل فئة من الأعداد الأخرى ؟

وفى محاولات لاكتشاف الاجابة عن هذا السؤال ، يضع الدارس فى اعتباره عدة فروض يسوم بتجريبها ، منها : هل تمتاز فئة الأعداد التى تقبل القسمة على ٣ بدون باق بأن أرقام أحادها - مثلا - فردية ؟ أم زوجية ؟ أو أن مجموع أرقامها ذات صفة معينة ؟ أو ٠٠٠ الخ .

ويمثل هذه الأسئلة الافتراضية وبمحاوله التجريب على كل من فئتي الأعداد التى تقبل أو لا تقبل القسمة على ٣ يصل الدارسون فى النهاية وبتوجيه من المعلم وإرشاده الى حصر الموقف فى الاجابة على السؤالين التاليين :

- هل مجموع أرقام لأعداد ، التي قبلت القسمة على ٣ بدون باق ، تقبل القسمة على ٣ ؟

- هل مجموع أرقام الأعداد ، التي لم تقبل القسمة على ٣ بدون باق ، تقبل القسمة على ٣ ؟

العدد	هل يقبل القسمة على ٣	مجموع أرقام العدد	هل يقبل مجموع أرقام العدد على ٣
٣	✓	٣	✓
٤	×	٤	×
٦	✓	٦	✓
٧	×	٧	×
١٠	×	١	×
١٢	✓	٣	✓
١٥	✓	٦	✓
١٧	×	٨	×
٢١	✓	٣	✓
٩٩	✓	١٨	✓
١٣٧	×	١١	×

وبتسجيل الدارسين للإجابة عنهما في الجدول السابق ، واستقراء الأجوبة المختلفة ، يمكن أن يصل الدارسون الى التعميم المناسب .

وعندما يصل الدارسون الى تعميم من خلال تجاربهم ، يحتاجون الى اختبار هذا التعميم في مواقف أخرى وهنا يمكن أن يوجه المعلم الدارسين الى تطبيق التعميم السابق على أعداد أخرى مثل : ١٨٧ ، ٥٦٩ ، ٣٧٨ ، ٤٩٩٧ .

ويتضح من المثال السابق أن هناك ثلاث خطوات تمر بها الطريقة الاستقرائية وهي :

(أ) الملاحظة : وينبغي أن تكون دقيقة وجيدة التنظيم ، وتمتد امتدادا يكفي لاقتراح فروض معقولة .

(ب) التعميم : أن الملاحظة قد تقترح عدة تعميمات ، بعضها صحيح وبعضها خاطئ ، وبعضها مناسب وبعضها غير مناسب .

(ج) اختبار التعميم : وهى إعادة تطبيق التعميم المقترح على حالات أخرى للتأكد من صحة التعميم .

ووجه الخطورة فى هذه الطريقة هو التسرع فى الوصول الى حالة عامة (تعميم) من حالات خاصة قليلة العدد . ففى المثال السابق ، اذا قسم أحد الدارسين عددا واحدا على ٣ ووجد يقبل القسمة ، فانه لا يستطيع من هذه الحالة وحدها (أو من عدة حالات قليلة) أن يستنتج شيئا ، لأن التعميم يستوجب الحصول على بيانات كثيرة من قسمة أعداد مختلفة متعددة على ٣ .

٢ - الطريقة القياسية :

وهى استخلاص حالات خاصة من حالة عامة مسلم بها ، فلو كنا نعرف بقاعدة أو تعميم أو نظرية ما فاننا نستطيع أن نستخدمها فى استنتاج عدد كبير من الحقائق .

فمثلا اذا كنا نسلم بالقاعدة العامة التى تقول « أى عدد يقبل القسمة على ٣ بدون باق اذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣ بدون باق » فانه قياسا على تلك القاعدة يمكن الاستدلال عن أن العدد ٨٧٦ يقبل القسمة على ٣ بدون باق بأن نقول :

بما أن مجموع أرقام العدد ٨٧٦ = ٢١

وبما أن ٢١ يقبل القسمة على ٣ بدون باق .

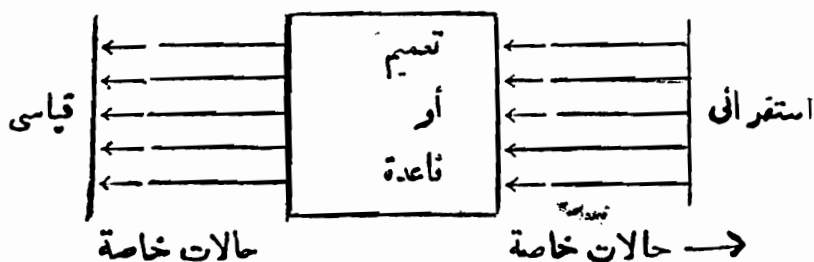
اذن العدد ٨٧٦ يقبل القسمة على ٣ بدون باق .

ونلاحظ فى هذا المثال وجود خطوتين للربط بين القاعدة والحالة الخاصة المراد اثباتها وأن هذا الربط محكم ودقيق وكل خطوة تعود الى الأخرى .

وبالمثل يمكن أن نستنتج قياسا على القاعدة السابقة أن العدد ٣٣٤ لا يقبل القسمة على ٣ بدون باق . وأن العدد ١٦٥ يقبل القسمة على ٣ بدون باق وهكذا . . .

ويلاحظ أن الطريقة القياسية هى تطبيق للطريقة الاستقرائية ، ولذلك تعتبر مكملتها . ولا يمكن أن تظهر أهمية الطريقة الاستقرائية إلا فى ضوء تطبيقها بطريق قياسى للوصول الى حقائق أخرى .

ولهذا نجد أن أسلوب البحث العلمي يتضمن الطريقتين معا . ويمكن لهذا الرسم توضيح نوع التكامل بين الطريقتين :



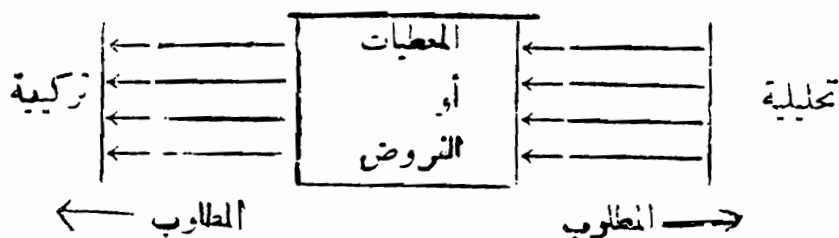
٣ - الطريقة التركيبية :

وهي التي تبدأ ببيانات معلومة أو بحقائق ثم تسير خطوة خطوة الى أن تصل الى المطلوب ، أي أن الطريقة التركيبية تسير سيرا منطقيا من المعلوم الى المجهول .

٤ - الطريقة التحليلية :

وهي تبدأ بما هو مطلوب اثباته على أنه صحيح ثم تسير خطوة خطوة الى الخلف حتى تصل الى البيانات المعطاة في المسألة الحسابية . أي أن الطريقة التحليلية تسير سيرا منطقيا من المجهول الى المعلوم .

ومن الواضح أن هناك علامة وثيقة بين الطريقتين التركيبية والتحليلية ، فبينما تسير الطريقة الأولى في اتجاه ما ، تسير الطريقة الثانية في اتجاه مضاد لاتجاه الطريقة الأولى ، ولهذا فغالبا ما نستخدمهما معا في حل المشكلة الواحدة . ويغلب أن تكون مناقشة حل المشكلة بالطريقة التحليلية ، بينما يكون تسجيله بالطريقة التركيبية . ويمكن لهذا الرسم توضيح نوع العلاقة بين الطريقتين .



ولتوضيح الفرق بين الطريقتين في التطبيق ، نذكر هذه المسألة البسيطة على سبيل المثال :

اشترى تاجر ٤ سيارات بسعر الواحدة ١٧٥٥ جنيها ، وباعها بسعر
الواحدة - ١٩٥٠ جنيها ، احسب جميع ما كسبه التاجر .

من المفروض قبل أن يسجل الدارس حل هذه المسألة ، أن تدور المناقشة
بين المعلم والدارسين بالطريقة التحليلية على النحو التالي :

المعلم : ماهي البيانات المعطاة في هذه المسألة ؟

الدارسون : شراء ٤ سيارات بسعر ١٧٥٥ جنيها للواحدة ، وبيعها بسعر
١٩٥٠ جنيها للواحدة .

المعلم : ماهو المطلوب ؟

الدارسون : المكسب ؟

المعلم : كيف نحصل على مكسب التاجر ؟

الدارسون : اذا حصلنا على ثمن الشراء ، وثنم البيع .

المعلم : هل يمكن الحصول على ثمن الشراء ؟

الدارسون : نعم .

المعلم : كيف ؟

الدارسون : نضرب ثمن شراء السيارة في عددها .

المعلم : هل يمكن الحصول على ثمن البيع ؟

الدارسون : نعم .

المعلم : كيف ؟

الدارسون : نضرب ثمن بيع السيارة في عددها .

ومن الواضح أن المعلم بدأ في مناقشته بالمطلوب ايجاده ، ثم وصل في
النهاية الى البيانات المعطاة في رأس المسألة .

وبعد المناقشة يبدأ الدارسون في تسجيل الحل بالطريقة التركيبية
على هذا النحو :

المعطيات : شراء ٤ سيارات بسعر الواحدة ١٧٥٥ جنيها ، وبيع
الواحدة بسعر ١٩٥٠ جنيها .

المطلوب : المكسب .

الحل : بما أن ثمن الشراء = $4 \times 1755 = 7020$ جنيها .

وبما أن ثمن البيع = $4 \times 1950 = 7800$ جنيها .

اذن مكسبه = $7800 - 7020 = 780$ جنيها .

ومن الواضح أن الدارس بدأ فى تسجيله لخطوات الحل من البيانات المعطاة فى رأس المسألة ثم وصل فى النهاية الى المطلوب ايجاده .

وبمثل هذه المناقشة البسيطة السابقة يساعد المعلم الدارسين على التفكير الاستدلالي السليم . وحين يسجلون الحل بالطريقة السابقة ذاكرين المعطيات والمطلوب ، وطريقة الاستدلال « بما أن . . . اذن » يعودهم المعلم على قراءة المسألة قراءة واعية ، وعلى تتبع الاسلوب السليم فى التفكير .

ويلاحظ أن الطريقة التحليلية هى طريقة عامة للتفكير ، وهى الطريقة التى يتبعها العقل غالبا فى اكتشافه للحل ، فخطواته واضحة منسجمة ومسببة بمنطق دقيق مسلسل ، أما الطريقة التركيبية فليست اسلوبا عاما ، اذ لكل مسألة أو نوع من المسائل طريقة خاصة ، وما يصلح فى حالة قد لا يصلح فى حالة أخرى .

والطريقة التركيبية سهلة العرض مختصرة ، ولذا فعندما يتم شرح أو حل مسألة بالطريقة التحليلية يحسن أن يكتب الحل بالطريقة التركيبية .

٥- الطريقة التتبعية لمسارات تفكير الدارسين :

نلاحظ أن الدارسين الكبار يحضرون الى فصول محو الامية ووراءهم خلفيات حسابية متفاوتة . وواجب المعلم ألا يبدأ من فراغ بل ينبغي أن يتعرف على الخلفيات الحسابية للدارسين ثم يبدأ منها . فالمعلم هنا لا يبدأ من الصفر ، بل عليه أن يتابع الخطوات العقلية للدارسين فى حل مسائل الحساب ثم يوجهها الى طريقة أفضل فى التعليم ، وسنوضح ذلك تفصيلا فى الفصل القادم .

ثالثا - أسس تدريس الحساب للكبار فى برنامج معو الامية

- التعرف على الخلفية الحسابية للكبار .
- التعرف على الأسلوب الحسابى للكبار فى المواقف الحياتية .
- اشراك الدارسين فى عملية تعلم الحساب .
- استخدام المحسات فى دراسة المفاهيم والعمليات والأفكار الرياضية .
- مراعاة وضوح لغة المسائل الرياضية وترتيب عناصرها .
- مراعاة واقعية البيانات والأعداد المتضمنة بالمسائل .
- التوازن بين الحساب الشفهى والحساب التحريرى .
- التوازن بين التمارين والمسائل الحسابية .
- امتداد مفهوم الجمع الى الطرح والضرب والقسمة (مفهوم واحد) .
- ادراك ايجابية قانون الابداع فى الجمع والضرب وسلبيته فى الطرح والقسمة .
- التأكيد على مفهوم القيمة المكانية للأرقام. وأثره فى فهم العمليات الحسابية.
- التعميم فى مفهوم اجراء العمليات الأساسية للكبار .
- ادراك العلاقة بين الكسور الاعتيادية والعشرية والنسبة .
- ادراك الوحدات القياس .

أسس تدريس الحساب للكبار

لكي تتحقق أهداف تدريس الحساب ، وتؤدي طرق التدريس فعاليتها المرجوة ، لابد أن يكون هناك اطار منهجي مبني على أسس علمية سليمة يتبعها المعلم عند تدريسه للحساب للدارسين الكبار . ويمكن أن نسردها فيما يلي :

١ - التعرف على الخلفية الحسابية للكبار :

ينبغي منذ البداية أن نعلم تماما أن أسلوب تعلم الكبار يختلف تماما عن أسلوب تعلم الصغار ، فالمعلم هنا أمام دارس له خلفية حسابية سابقة اكتسبها من خبرته ، وله دوافع معينة يريد تحقيقها . ويحتاج الى نوع من المعاملة تختلف تماما عن معاملة الصغار .

ولهذا لا يمكن للمعلم أن يبدأ في تدريس الحساب للكبار كما يبدأ مع الصغار في تعريفها بالأرقام ٠٠٠ اذ أن معظم الكبار لا يبدأون من الفراغ أو من الصفر ، فهم ينطقون بالأعداد ، بل كثيرا منهم يجرون العمليات العددية شفاهة ٠٠٠ ولهذا ينبغي على المعلم أن يتعرف أولا على خلفيتهم الحسابية ، فقد يجد مجموعة منهم تعرف الأعداد شفاهة ولكنها لا تعرف كتابتها ، وهنا يكون التركيز على الكتابة واتقانها .

كما يمكن للمعلم ألا يتقيد بالترتيب التقليدي لكتابة رموز الأعداد كما يفعل مع الصغار ، بل عليه أن يبدأ من حيث يجد حاجة الدارسين الى الدراسة ، فيمكنه أن يبدأ بكتابة رموز الأعداد التي تتكون من رقمين أو ثلاثة مادام يشعر أن خلفية الدارسين الحسابية تعبر بهم الى هذا الموضوع دون عناء .

٢ - التعرف على أسلوب الكبار في المواقف الحياتية :

من أهم الأسس التي يراعيها المعلم أن يتعرف على الأسلوب الحسابي الذي يتبعه الكبار في مواقفهم الحياتية . فمثلا اذا أحرى الدارس عملية الجمع هكذا :

$$\begin{array}{r}
 ٣٢٦ \\
 ٢٤٥ \\
 ٦٧٣ \\
 \hline
 ٦٠٠ + ٢٠٠ + ٣٠٠ \quad ١٣٠ \\
 ٧٠ + ٤٠ + ٢٠ \quad ١٤ \\
 ٣ + ٥ + ٦ \quad ١١٠٠ \\
 \hline
 ١٢٤٤
 \end{array}$$

فعل المعلم أن ينتقل بأسلوب هذا الدارس - النى بدأ الجمع من خانة
المئات فالعشرات ثم الاحاد - تدريجيا الى البدء بالجمع من خانة الآحاد
فالعشرات فالمئات ثم أخيرا الى الأسلوب العادى هكذا :

٣٢٦	٣٢٦		١٤
٢٤٥	٢٤٥		١٣٠
٦٧٣	٦٧٣		١١٠٠
١٢٤٤	١٢٤٤		١٢٤٤

وقد بتبع الكبير أيضا مثل هذا الأسلوب فى الضرب ، اذ قد يبدأ
الضرب من خانة المئات فالعشرات فالآحاد هكذا :

٢٧٦		٨٠٠
٤ ×		٣٢٠
٢٨٦		٢٤
٤ ×		١١٤٤

وفى هذه الحالة يمكن للمعلم أن ينتقل به الى الضرب من الآحاد
فالعشرات ثم المئات كخطوة ثانية ثم ينتقل به الى الضرب بالأسلوب العادى.
كخطوة ثالثة هكذا :

٢٨٦		٢٨٦
٤ ×		٤ ×
١١٤٤	←	٢٤
		٣٢٠
		٨٠٠
		١١٤٤

وليس معنى ذلك أن أسلوب الدارس الكبير فى المثالين السابقين فيه
خطا يذكر ، بل بالعكس ، فهو يدل على ادراك بالقيمة المكانية للأرقام .
وعلى المعلم أن يتأكد من فهم الدارس للفكرة التى وراء هذا الأسلوب

الصحيح ، وأن يشجعه ، ثم يرشده الى الطريقة العادية التي هي امتداد طبيعي لاسلوبه ، غير أنها قد تكون أكثر اختصارا واقتصادا في الوقت .

وكمثال أخير ، إذا لاحظ المعلم أن الدارس يستخدم في مواقفه الحياتية أسلوب الطرح المتكرر عند إجراء عملية القسمة مثل : $12 \div 3$ هكذا :

$$9 = 3 - 12$$

$$6 = 3 - 9$$

$$3 = 3 - 6$$

$$0 = 3 - 3$$

ثم يقول أن الجواب يساوي ٤ لأن ٣ طرحت ٤ مرات . فيمكن للمعلم أن يعدل من طريقة الدارس بتحويل عملية القسمة الى عملية ضرب عن طريق توجيه السؤال التالي : ما هو العدد الذي إذا ضرب في ٣ ينتج ١٢ ؟ ووضح أن هذا التوجيه فيه اقتصاد في وقت الدارس وجهده .

٣ - اشراك الدارسين في عملية التعلم :

ينبغي أن يقوم شرح المعلم على مناقشة الدارسين حتى يتيح لهم نصيبا من الدرس . ولا ينتقل من نقطة الى أخرى الا اذا تأكد من فهم الدارسين لها ، ثم قدم لهم عدة تمارين ومسائل عليها ، ليقوم الدارسون بإجرائها من تلقاء أنفسهم .

وعلى المعلم أن يتتبع الخطوات العقلية للدارسين عند تفكيرهم في حل المسائل والتمارين الحسابية ، وأن يرشدهم الى أفضل الطرق للحل ان تعددت الطرق ، وأن يتعرف على أخطائهم ويوجههم الى طريقة تجنبها .

ويخطئ المعلم اذا عود الدارسين نقل حل كل مسألة من على السبورة ، إذ أن ذلك يؤدي الى عدم اعتماد الدارسين على أنفسهم ، فيتعودون التواكل على المعلم ، وبذلك ينصرفون عن بذل الجهد ، وعدم استخدام الأسلوب المنطقي في التفكير والتعبير . ويكون عمل الدارس هو صورة غير حقيقية لانتاجه ، وانما صورة لما سجله المعلم .

وينبغي على المعلم أن يشرك الدارسين في جميع البيانات الحسابية المختلفة من البيئة ، وأن يستخدم المعلم هذه البيانات في مسائل تتفق مع طبيعة موضوعات المنهج بغية نمو معلومات الدارسين عن البيئة التي يعيشون فيها والتي تساعد على فهم ظروفها وامكانياتها .

٤ - استخدام المحسات في دراسة المفاهيم والعمليات والأفكار الرياضية :
كثير من المفاهيم والعمليات والأفكار الرياضية يمكن أن يدركها
الدارسون ادراكا سليما وبفهم أعمق باستخدام المحسات .

ففي تعلم مفهوم « القيمة المكانية للأرقام » يستطيع المعلم أن يوضح
تغير قيمة الرقم من خانة الى أخرى اذا تمثلت للدارس في صورة قطع من
ذات الرش ، ١٠ قروش ، جنيه (١٠٠ قرش) . ثم اعتبار الخانات
ترجمة لهذه القطع .

وفى تعلم جمع أعداد مكونة من رقمين أو ثلاثة ، فإن الدارس يجمع
الأرقام في آحاد وعشرات ومئات بدقة بعد جمعها في قطع ذات قرش ،
١٠ قروش ، جنيه (١٠٠ قرش) ويحدث هذا أيضا في عمليات الطرح
والضرب والقسمة .

ويدرك الدارس عمليات الجمع لو حول مثلا السبعة عشر قرشا الى
٧ قروش وقطعة من ذات ١٠ قروش ، كما يسهل ادراك عمليات الاستلاف ،
لو استلف قطعة ذات ١٠ قروش وفكها الى ١٠ قروش منفردة .

وهكذا ينبغي على المعلم أن يتخذ من المحسات التي تتوافر في بيئته ،
من الصور والرسوم وغيرها عوناً له في شرح المفاهيم والعمليات الحسابية .

٥ - مراعاة وضوح لغة المسائل الرياضية وترتيب عناصرها :
يكون الدارس مبتدئاً في تعلم اللغة ، لذلك وجب أن تكون عبارات
المسائل الحسابية مناسبة لمستوى الدارس ، وألا يكون عدم وضوح اللغة
التي تكتب بها المسألة الرياضية سبباً من أسباب عدم فهمها لها .
كما ينبغي أن يكون ترتيب العناصر الموجودة بالمسألة في تسلسل منطقي
حتى تعين الدارس على تسلسل خطوات تفكيره . مثلاً في المسألة :

اشترى مزارع ٧ كيلو بلح . ٥ كيلو جوافه . احسب الباقي من
٥٠٠ قرش كانت معه علماً بأن ثمن كيلو البلح ٤ قروش وثن كيلو الجوافه
٦ قروش .

نلاحظ أن عناصر المسألة غير مرتبة . ويمكن صياغة هذه المسألة على
تحو أفضل ، وبحيث تبدو عناصرها مرتبة ، وبذلك تكون أكثر وضوحاً
هكذا :

مع مزارع ٥٠٠ قرش اشترى ٧ كيلو بلح بسعر الكيلو ٤ قروش ،
٥ كيلو جوافة بسعر الكيلو ٦ قروش . ما عدد القروش الباقية معه ؟

٦ - مراعاة واقعية البيانات والأعداد الموجودة بالمسائل :

ينبغي أن تكون البيانات العددية الموجودة بالمسائل واقعية ، إذ يساعد الدارس في تصوره للمسألة عند حلها أن تكون أعدادها واقعية ، فتمثل بذلك مواقف مر بها الدارس في حياته ، فيسهل عليه أن يطبق في حل المسألة الخطوات التي طبقها في حياته .

واقعية الأعداد تكسب المسألة حيوية مما يجعل الدارسين يقبلون عليها باعتبارها تعبيراً لمواقف حياتية . أما المسائل التي تحتوى على مواقف لم يمر بها الدارس في خبراته المباشرة ، فينبغى أن تكون المعلومات والقيم العددية التي تحتويها المسألة واقعية حتى تضيف إلى معلوماته مادة جديدة نسهم في فهم الدارس للبيئة والمجتمع فهما يتسم بالصدق والدلالة .

٧ - مراعاة أن تكون العمليات الحسابية غير معقدة :

ينبغي مراعاة أن تكون العمليات الحسابية التي تدخل في حل المسألة غير معقدة ، إذ أن المسألة قد يصعب حلها لوجود أعداد كبيرة فيها ، أو لاحتوائها على أعداد صغيرة جداً أو كسور معقدة ، ومن أمثلة ذلك المسألة الآتية :

اشترى تاجر $12\frac{1}{4}$ متراً من القماش بسعر المتر $1\frac{1}{4}$ جم ، ثم باع منها $4\frac{1}{4}$ متر بسعر المتر ١٨٣٦ جم وباع الباقي بسعر المتر ١٩١ قرشاً فما مكسب التاجر ؟

فلا ينبغي أن تتكون المسألة من عمليات عدة تحتاج إلى حسابات معقدة ، بل ينبغي ترك هذه الحسابات إلى التمارين . ويسهل حل مثل هذه المسائل إذا روعي في عملياتها البساطة ، حيث تصاغ المسألة السابقة هكذا :

اشترى تاجر $12\frac{1}{4}$ متراً من القماش بسعر المتر $1\frac{1}{4}$ جم ثم باع منها $4\frac{1}{4}$ متراً بسعر المتر ١٨٧٥ جم وباع الباقي بسعر المتر ١٩٠ ر ١ جم فما مكسب التاجر ؟

٨ - التوازن بين الحساب الشفهي والحساب التحريري :

ينبغي على المعلم أن يساعد الدارسين على حل بعض التمارين والمسائل الحسابية شفهيًا ، إذ أن ذلك يحدث في كثير من الأحيان . فالدارس قد يضطر إلى إجراء بعض العمليات الحسابية عقليًا في مواقف حياتية كثيرة . كما أن الاهتمام بالحساب الشفهي يثير انتباه الدارسين ، ويجعلهم يتدربون على مواقف حياتية مفيدة .

والحساب التحريري ، من جهة أخرى ، يدرّب الدارسين على الدقة في التعبير وملاحظة أخطائهم ، كما أنه صورة صادقة لعكس شخصية الدارس واتجاهاته في التفكير وطريقة حله للمسألة ، ويجب أن تكون المسائل متنوعة ومدرجة من المواقف السهلة إلى الصعبة حتى يمكن للدارس استخدام المواقف السهلة في حل المواقف الصعبة .

٩ - التوازن بين التمارين والمسائل الحسابية :

المسألة الحسابية هي مشكلة رياضية تتطلب إدراك العلاقات الموجودة بين عناصرها إدراكًا سنيما حتى يؤدي ذلك إلى الحل السليم . والمسألة بهذا المعنى يجب أن يراعى في مادتها وعناصرها الجودة والحدثة حتى تثير تفكير الدارس .

وأما التمارين فهي عمليات أولية توضع في صيغ معروفة ، ولا تتطلب التفكير ، وإنما تهدف إلى الدقة والسرعة في إجرائها حتى تصبح هذه العمليات مهارات يكتسبها الدارسون ويطبقونها في أعمالهم التي تتطلب ذلك .

ويجب أن يشجع الدارسون أن يتعرفوا على الفكرة التي وراء هذه العمليات حتى تصبح العملية التعليمية ذات فائدة فعالة .

من البندين السابقين ، يتضح ضرورة وجود توازن بين الحساب الشفهي والحساب التحريري من جهة ، وتوازن بين التمارين والمسائل الحسابية من جهة أخرى ، حتى نعطي صورة حياتية تتسم بالتكامل والتوازن المرغوبين في منهج الحساب للكبار .

١٠ - امتداد مفهوم الجمع إلى الطرح والضرب والقسمة (مفهوم واحد)

الجمع هو عملية إضافة والطرح هو عملية عكسية للجمع ، ويجب تدريسها على هذا الأساس ،

٥٢

٣٨

١٤

تقول ما العدد الذى يجب اضافته الى ٨ ليكون الناتج ١٢ ؟

وما العدد الذى يجب اضافته الى ٣ ليكون الناتج ٤ ؟

والضرب ما هو الا عملية جمع متكررة فمثلا :

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 8 \times 7$$

والقسمة ما هى الا عملية عكسية للضرب فمثلا :

$$7 \div 9 = 63$$

ما العدد الذى اذا ضرب فى ٩ ينتج ٦٣ ؟

وكطريقة ثانية يمكن ارجاع القسمة الى عملية الطرح المتكررة :

اذ يمكن طرح ٧ تسعات من ٦٣ ولا يبقى شيء .

من هذا نجد أن العلاقة وثيقة بين العمليات الأربع .

وادراك هذه العلاقات عند الدارسين الكبار ، وارجاع العمليات

الحسابية الى مفهوم الجمع يجعل التعليم ذا دلالة وفاعلية .

١١ - ادراك ايجابية قانون الابدال فى الجمع والضرب وسلبيته فى الطرح والقسمة :

ينبغى تشجيع الدارسين على اكتشاف خاصية الابدال فى الجمع ، بمعنى

$$5 + 19 = 19 + 5$$

ونفس الخاصية يمكن اكتشافها فى عملية الضرب اذ أن $9 \times 5 = 5 \times 9$

أما فى عمليتى الطرح والقسمة ، فيستحيل تطبيق هذه الخاصية عليهما

اذ أن .

$$9 - 5 \neq 5 - 9$$

$$6 \div 3 \neq 3 \div 6$$

١٢ - التأكيد على مفهوم القيمة المكانية للأرقام وأثره فى فهم العمليات

الحسابية :

يمكن القول أن الحساب يعتمد أساسا على فهم الدارسين للقيمة المكانية لكل رقم من أرقام أى عدد ، فمثلا القيمة المكانية لرقم ٧ فى العدد ٦٧٢ هي ٧٠ والقيمة المكانية للرقم ٦ فى نفس العدد هي ٦٠٠ ، ولذلك فالقيمة العددية للرقم ٦ أكبر من القيمة العددية للرقم ٧ فى العدد ٦٧٢ وهكذا ٠٠٠

وإذا فهم الدارس القيمة المكانية للأرقام فهما دقيقا ، أمكنه أن يعبر عن قراءة الأعداد وإجراء العمليات الأساسية بأساليب تتسم بالعمق والدلالة مثلا يمكنه أن يعبر عن قراءة العدد ١٩٦٨ هكذا :

- ألف وتسعمائة وثمانية وستون
- ثمانية وستون وتسعمائة وألف
- ستون وتسعمائة وألف وثمانية .
- تسعمائة وألف وستون وثمانية
- تسعمائة وثمانية وستون وألف ٠ الخ .

ويمكنه أن يجمع عملية الجمع بعدة طرق هكذا :

٢٥٦	٢٥٦	٢٥٦	٢٥٦
٢٣٤	٢٣٤	٢٣٤	٢٣٤
٩٦٣	٩٦٣	٩٦٣	٩٦٣
١٣	١٤	١٣	١٤٥٣
١٣	١٣	١٤	
١٤	١٣	١٣	
١٤٥٣	١٤٥٣	١٤٥٣	

وعلى هذا المنوال ، يمكن إجراء عمليات الطرح والضرب والقسمة بعدة طرق تتوقف كل منها على القيمة المكانية للأرقام التى يجريها فى كل حالة .

ولما كانت العلامة العشرية ما حى الا امتداد لفكرة قيمة الخانة ، فإن من السهل تعميمها فى معالجة مفهوم الكسر العشرى وجمع وطرح وضرب العمليات الخاصة بها ، فمثلا عند جمع الأعداد النسبية :

أردب	كيله	قدح
٦	٩	٧
٥	٤	٥

١٢ ٢ ٤

نلاحظ أن ١٢ قدحا يمكن فهمها عند تحويلها الى ٤ قدح وكيله ، كما أن ١٤ كيله يمكن ادراكها عند تحويلها الى ٢ قدح وأردب ، تماما كما كنا نحول ١٧ قرشا الى ٧ قروش وقطعة من ذات ١٠ قروش غير أن كل ٨ أقداح تحول الى كيله وكل ١٢ كيله تحول الى أردب . ولهذا توجد علاقة وثيقة بين ادراك القيم المكانية للأرقام ، سواء أكانت هذه الأرقام تشير الى الأساس العشري أو الى نوعيات مختلفة ذات أساسيات مختلفة .

١٣ - التعميم في مفهوم اجراء العمليات الأساسية للكبار :

عند تعليم الجمع بالحمل للكبار يمكن تلخيصه في جمع أعداد مكونة من أى عدد من الأرقام مثل :

٧٦	٢٣	٢٣
٣٢	٢٤	٢٤
٤٣	٦٨	٦٨
١٥٢	١١٥	١١٥

وكذلك عند تعليم الطرح بالاستلاف للكبار ، يمكن بعد طرح عدد مكون من رقمين من آخر مثله بالاستلاف الانطلاق من هذه النقطة الى تعميم فكرة الاستلاف في الطرح في الأعداد المكونة من أى عدد من الأرقام مثل :

٥٤	٥٢	٥٢
٢٦	٣٨ -	٣٨ -
٢٨	١٤	١٤

وعلى هذا المنوال ، عند تعليم الضرب للكبار ، يمكن بعد ضرب عدد مكون من رقم واحد في عدد مكون من أكثر من رقم ، الانطلاق من هذه النقطة الى تعميم نفس الفكرة في ضرب أى عددين مكونين من أى عدد من الأرقام مثل :

٣٢٦	٣٢٦	٣٢٦	٣٢٦	٣٢٦
٤٢٣ ×	٤٠٠ ×	٢٣	٢٠ ×	٣ ×
٩٧٨	١٣٠٤٠٠	٩٧٨	٦٥٢٠	٩٧٨
٦٥٢٠		٦٥٢٠		
١٣٠٤٠٠		٧٤٩٨		
١٣٧٨٩٨				

أما عند إجراء القسمة المطولة ، فيمكن تدريسها عن طريق أسلوب
الطرح المتكرر . وذلك الأسلوب الذي يستخدمه الدارسون في المواقف اليومية،
ويتم خطوات تدريسها هكذا :

وبلاحظ أننا نستمر في الطرح حتى يصبح ناتج الطرح أقل من ٢٩. وبهذا نكون قد طرحنا المقسوم عليه (٢٩) من المقسوم (٦٧٢) ٢٣ مرة وهو ناتج القسمة ويتبقى ٥

99	77
4	99
	77
←	99
	77
←	99
	00
←	99
	00
	..
	77
←	99
	0

ولما كانت الخطوة السابقة تعتبر طويلة وتحتاج الى اختصار عمليات الطرح المتكررة ، فانا ننتقل الى الخطوة الثانية وهي اعتبار القسمة كعملية طرح مضاعفات المقسوم عليه وذلك بضربه في ١٠ الى أن يصير ناتج ضرب المقسوم عليه في ١٠ أكبر من باقى الطرح وعندئذ نضرب المقسوم عليه في عدد أقل من ١٠ بحيث يكون ناتج الضرب أقل من باقى الطرح

25	3
	10
	10
29	772
	290
	482
	290
	192
	87
	0

ولزيادة اختصار عمليات الطرح والضرب الى اقل ما يمكن،
ننتقل الى الخطوة الأخيرة وهي ضرب المقسوم عليه في
مضاعفات ١٠ .

$$\begin{array}{r} 29 \overline{) 772} \\ \underline{58} \\ 192 \\ \underline{172} \\ 20 \end{array}$$

١٤ - ادراك العلاقة بين الكسور الاعتيادية والعشرية والنسبة :

عند معالجة مفهوم الكسر العادى ، ينبغي أن يوضح على أنه جزءاً أو أكثر من أجزاء متساوية للوحدة . وبهذا يسهل استخدام هذا المفهوم فى توحيد المقامات عند جمع وطرح الكسور هكذا :

وعند تدريس الكسور العشرية ، توضح فكرة الانتقال من الكسور الاعتيادية الى العشرية ، فمثلا عند اجراء عمليات ضرب وقسمة الكسور العشرية تجرى كما فى المثال التالى :

وعند دراسة حساب المائة ينبغي استخدام فكرة الكسور العشرية فى توضيحها ، فمثلا ٠٥ ر يمكن اعتبارها نسبة مئوية هكذا : ٥٪

ويعالج موضوع النسبة عن طريق فكرة الكسور العاديه ، فمثلا $\frac{2}{3}$ يمكن اعتبارها كسرا عاديا ، ويمكن اعتبارها نسبة يعبر عنها هكذا ٢ : ٣

ويجب ادراك العلاقة الوثيقة بين الموضوعات الثلاثة السابقة ، كما يجب عند معالجة العمليات الأساسية على الكسور الاعتيادية أو العشرية عدم استخدام الكسور المعقدة التى لا تستخدم فى المواقف الحياتية .

١٥ - ادراك وحدات القياس :

ينبغي الاهتمام بمفهوم القياس ، وادراك وحدة القياس لكل من المسافة والمساحة والحجم والزمن والوزن والكيل .

كما يجب استخدام الأشكال الهندسية البسيطة وأدوات القياس المستخدمة فى البيئة كمعينات لادراك مفهوم وحدة القياس .

ومن المهم أن نشير الى أن المهارة والكفاءة والدقة فى استخدام أدوات القياس وقراءتها وفهم تدريجها من الضروريات التى لاغنى عنها للدارس الكبير ، ولهذا يجب أن يزود بخبرات تبين العلاقة بين المقاييس المختلفة ، وتزويد من قدرته على التصور والتقدير والتفكير على أساس الوحدات المقننة .

رابعاً : الطريقة المبتكرة فى تعليم الحساب للكبار

« طريقة يحيى هندام »

- مقدمة •
- الأسس العلمية للطريقة الحديثة فى تعليم الحساب للكبار •
- تطبيق الطريقة الحديثة فى تعليم الحساب للكبار •
 - الخطوة الأولى فى دروس حساب الكبار •
 - الخطوة الثانية فى دروس حساب الكبار •
 - الخطوات من الثالثة حتى التاسعة فى دروس حساب الكبار •
- طبيعة عمليات الضرب والقسمة وانبثاق جدول الجمع المتكرر كوحدة متكاملة •
- اجراء العمليات الحسابية التى تتطلب إعادة تشكيل الأعداد •
- نحو تعميم أشمول فى كتابة الأعداد وعملياتها •
- نمو امتداد وتعميم مفهوم اجراء عمليات الأعداد الصحيحة على عمليات الأعداد النسبية والعشرية •

الطريقة المبتكرة فى تعليم الحساب للكبار

« طريقة يحيى هندام »

مقدمة :

ما من شك فى أن البحوث التربوية والنفسية قد كشفت عن الكثير عن تعلم الأطفال مادة الحساب وحقائقها ومفاهيمها وعملياتها وحل المسائل فيها ، وما يرتبط بذلك من طرق التفكير وأساليب تكوين المدركات والمفاهيم ولقد وضعت ما أسفرت عنه هذه البحوث من نتائج فى خدمة تعلم الحساب وتعليمه لأطفال المرحلة الأولى من التعليم .

وفى ضوء نتائج هذه البحوث ، تكون مسئولية المدرس فى الصفوف الأولى أن يتدرج فى تعليم الأرقام ، فيبدأ فى تعليم ١ حتى ١٠ والتأكد التام من أن الأطفال قد فهمت مدلول الأرقام فهما واعيا . ويلى هذه الخطوة تعليم العد بالعشرات أى ١٠ ، ٢٠ حتى ١٠٠ وذلك للتشابه الموجود بينها وبين ٢،١ حتى ١٠ وليدرك الأطفال العلاقة بين ١٠،١ وبين ٢٠،٢ الخ . ثم يلى الخطوتين السابقتين تعلم العد بالآحاد والعشرات أى تعليم ١٢،١١ الخ . ثم ٢٢،٢١ الخ بهدف أن يدرك الأطفال علاقة (١٠،١) بالعدد ١١ وكذلك علاقة ٢٠،١ بالعدد ٢١ والمهم ألا ينتقل المعلم من خطوة الى الخطوة التى تليها الا بعد أن يتأكد من أن مفاهيم كل خطوة قد اتضحت تماما للأطفال .

ومن الغريب أن نتائج الأبحاث التى طبقت على الأطفال فى تعليم الحساب قد أمتدت خطواتها الى تعليم الكبار ومحو الأمية . وما زالت الطريقة المتبعة فى تعليم الحساب للصغار هى نفس الطريقة المتبعة فى فصول الكبار . ولم يراع ذلك الاختلاف الشاسع بين الصغار والكبار فى الخصائص النفسية وطبيعة النمو والخلفيات الثقافية والمهنية . ونتج عن ذلك أن تسرب عدد كبير من الدارسين الذين التحقوا بفصول محو الأمية وأرتدوا الى أميتهم بعد فترة وجيزة من تعلمهم مادة الحساب .

لهذا شعر الباحث أن تعليم الحساب للكبار ينبغى أن يختلف تماما عن تعليم الصغار ، ولا يجب أن نستبدل صورة طفل برجل أو صورة طفلة

* تعرف هذه الطريقة باسم صاحبها الدكتور يحيى هندام أستاذ ورئيس قسم المناهج بكلية السات جامعة عين شمس بالقاهرة .

بامرأة ، والمحتوى التعميمي هو هو لم يتغير وطريقة التدريس هي هي لم تتعدل . . . بل علينا أن نبحث عن طرق أخرى تترتب مع الخصائص النفسية للكبار ومسارات تفكيرهم . . .

ولقد توصل الكاتب من خلال خبرته العملية والاكاديمية ومن خلال تحليله لمسارات تفكير الدارسين الكبار الى طريقة حديثة في تدريس الحساب تتناسب مع الخلفية الحسابية التي اكتسبوها من خبرتهم الحياتية . وعند تجريب هذه الطريقة على حالات فردية من الدارسين الأميين ، ثبت نجاحها وفعاليتها ووفرت كثيرا من الوقت والجهد .

الأسس العلمية للطريقة الحديثة في تعليم الحساب للكبار :

تقوم الفكرة الرئيسية للطريقة المتبعة مع الدارسين الكبار على كليات الأعداد ، أى بمعنى أن الأرقام تقدم للدارس - أول ما تقدم - فى صورة كلية كالعدد ١٠٠ مثلا والأعداد الأخرى المركبة من الرقمين ١٠٠ مثل ١٠١، ١١٠، ١١١ باعتبار أن هذه الأعداد كليات تتكون من نفس الرقمين ١٠٠ المحتوية فى العدد ١٠٠ ويحتلان أو يحتل أحدهما الخانات الثلاثة الأحاد والعشرات والمئات ، ثم تتدرج الطريقة فى تدريس كليات عددية أصغر كالعدد ١٠ ، ١١ ثم تنتهى بالرقم ١ الذى يمثل أصغر وحدة فى العدد الكلى . كذلك يدرس الدارسون عمليات الجمع والطرح بحيث يكون أعدادها ونواتجها تتكون من الرقمين ١ ، مثل العمليات : $١٠٠ + ١١ = ١١١$ ، $١١١ - ١٠٠ = ١١$ ، $١١١ - ١١ = ١٠٠$ الخ . ويمكن - على حسب خلفية الدارسين واستعدادهم - تدريس عمليتي الضرب والقسمة باعتبارهما عملية جمع متكرر أو طرح متكرر بحيث تتكون أرقامهما ونتائجهما من الرقمين ١ ، ٠ مثل العمليات : $١١٠ \times ١ = ١١٠$ ، $١١٠ \div ١ = ١١٠$ ، $١١٠ \div ١١٠ = ١$ الخ . وهكذا ترد عمليات الطرح والضرب والقسمة الى عملية الجمع الأم ، فتبدو العمليات الأربع فى وحدة فكرية وتكامل مطلوب وتناسق مرغوب .

وفى هذه الطريقة تتضح أهمية التأكيد على مفهوم القيمة المكانية للأرقام فى الأعداد . فمثلا فى العدد ١٠١ : يمثل الرقم ١ فى المكانة الأولى وحدة واحدة ، بينما يمثل الرقم ١ فى المكانة الثالثة مائة وحدة وهكذا . . .

وتأخذ هذه الطريقة الحديثة بمبدأ التعميم ، فيمكن أن نعمم الخبرة من موقف ونطبقها على كثير من المواقف الأخرى . والتعميم الذى نقصده شكل من أشكال الفهم ينطبق على مواقف أخرى غير الموقف الذى حدث فيه التعلم

والفهم ولكنه من نفس الفئة . ففهم عملية جمع أو طرح تتكون أعدادها من رقمين يمكن أن يمتد ويعمم على فهم عملية جمع أو طرح تتكون أعدادها من ثلاثة أرقام أو أكثر فمثلا يمكن أن يعمم مفهوم جمع العملية $١٠ + ١$ الى جمع العملية $١٠٠ + ١١$ وإلى جمع العملية $١٠٠١٠ + ١١٠١$ أيضا . كما يمكن أن يعمم مفهوم العملية $١١ - ١٠$ الى العملية $١١١ - ١٠١$ وإلى العملية $١١١١ - ١٠١١٠$ كذلك . . . الخ . وهكذا يمكن تعميم مفهوم خانات الوحدات (الآحاد والعشرات والمئات) على خانات الألوف (آحادها وعشراتهما ومئاتها) عند قراءة الأعداد . وعند التعرف على قيم أرقامها المكانية ، وعند اجراء العمليات الأساسية .

وعلى غرار منطق الأسلوب السابق ، تنتقل الطريقة بعد معالجة العدد ١٠٠ الى معالجة الأعداد ٢٠٠ ، ٣٠٠ ، ٤٠٠ حتى ١٩٠٠ كما سيتضح من تفصيل خطوات الطريقة فيما بعد . ومن المهم أنه في كل خطوة من خطوات هذه الطريقة تظهر الأعداد والعمليات الحسابية في حدود أرقامها المتدرجة والتي تأخذ في اعتبارها منطق الأرقام الحسابية وذلك في شكل كليات كبيرة تناسب الدارسين الكبار ومسارات تفكيرهم وتندرج في ابراز أصغر وحداتها التي نبدأ بها عادة عند تعليم الأطفال الصغار .

وهكذا تتميز الطريقة الحديثة التي تتبع في تدريس الكبار بثلاثة أسس علمية هامة تشكل الاطار النظرى لهذه الطريقة . وهذه الأسس هي :

١ - مراعاتها للطبيعة الكلية لعملية ادراك الأرقام والمحافظة في نفس الوقت على الترتيب المنطقى لها .

٢ - التأكيد على مفهوم القيمة المكانية للأرقام في الأعداد ، وفى فهم العمليات الأساسية .

٣ - التعميم فى مفهوم الأعداد ومكوناتها ، وفى اجراء العمليات الآلية .

ولتوضيح هذه الطريقة واسسها العملية ، سنتناولها بالأمثلة فى سياق شرح خطوات بعض محتوى دروس مادة الحساب للدارسين الكبار .

تطبيق الطريقة الحديثة في تعليم الحساب للكبار :

يمكن تطبيق طريقة تدريس العد والاعداد واجراء العمليات الاساسية العددية للدارسين الكبار بتتبع تسع خطوات على النحو التالي :

اولا : الخطوة الاولى في دروس حساب الكبار :

ان الدروس الاولى في الحساب لتعليم الكبار تبدأ بالاعداد ١٠٠ ، ١٠ ، ١ ، وهي بداية لم يتعودها الدارس الكبير من قبل . ويبدو واضحا ان التركيز هنا على رقمين فقط هما ١ ، ١٠ ونهدف من ذلك الى تحقيق الاسس العنمية التي سبق ان اشرنا اليها .

فحين نبدأ بالاعداد ١٠٠ ، ١٠ ، ١ فانما نتمشى مع منطق الدارس الكبير الذي يشعر بأنه تعلم أعدادا كبيرة وبأسلوب غير الذي يستخدم في تعليم الصغير ، وفي نفس الوقت تكون قد وضعنا منطق تدريس الارقام موضع الاعتبار ، فلم نستعمل الا رقمين بالترتيب المنطقي المعروف . وفي هذا تأكيد على المبدأ الأول وحر مراعاة الطبيعة الكنية لعملية ادراك الارقام والمحافظة في نفس الوقت على الترتيب المنطقي لها .

وحين يفرق الدارس بين اشكال الاعداد الثلاثة ١٠٠ ، ١٠ ، ١ ويدرك العلاقة بين وضع الرقم ١ فيها ، يشعر بأهمية القيمة المكانية للرقم في العدد . فالرقم ١ يعنى مائة اذا وضع في المكانية الثالثة ، ويعنى عشرة اذا وضع في المكانية الثانية ، ويعنى واحدا اذا وضع في المكانية الاولى . وادراك الدارس بقيم الرقم ١ اذا وضع في المواقع المختلفة فيه تدريب له على المبدأ الثانى وهو التأكيد على مفهوم القيمة المكانية للارقام في الاعداد .

واذا كرر الدارس كتابة الرقم ١ فى أماكن مختلفة من الأماكن الثلاثة ، فانه يحصل على الأعداد ١٠١ ، ١١٠ ، ١١١ ، ١١ وكلنا أعداد أصل تكوينها من الرقم ١ المؤلف له ، وبذلك تتسع حصيلة الدارس الحسابية ويزداد ادراكا وفهما في نظقيها وكتابتها . وفي هذا تأكيد على الاساس العلمى الثالث وهو التعميم فى مفهوم الاعداد ، فالعدد ١٠١ هو عبارة عن مائة وواحد لأن الرقم ١ فى المكانية الثالثة قيمته مائة ، والرقم ١ فى المكانية الاولى قيمته واحد ، أى ينطق العدد مائة وواحد تمثيلا مع مفهوم القيم المكانية للرقم .

وتدعيما لهذه الاسس الثلاثة ، يقوم الدارسون بالتعرف على مكونات الاعداد وممارسة عمليات الجمع والطرح ما دامت أعدادها ونتائجها تتكون فى حدود الرقمين ١٠ ، ١ وهذه العمليات هي :

$$\begin{array}{cccc}
10 + 100 & , & 11 + 100 & , & 1 + 100 & , & 10 + 100 \\
100 - 111 & , & 101 - 111 & , & 110 - 111 & , & 1 + 110 \\
11 - 111 & , & 111 - 111 & , & 1 - 111 & , & 10 - 111 \\
100 - 101 & , & 110 - 110 & , & 10 - 110 & , & 100 - 110 \\
11 - 11 & , & 10 - 11 & , & 101 - 101 & , & 1 - 101 \\
& & & & 1 + 10 & , & 1 - 11
\end{array}$$

ويمكن للمدرس بعد ذلك تدريس عمليات الضرب والقسمة بشرط اعتبار عملية الضرب بأنها تكرار جمع ، وعملية القسمة بأنها تكرار طرح . وبحيث تتكون أعداد هذه العمليات ونتائجها من الرقمين ٠ ، ١ وهذه العمليات هي :

$$\begin{array}{cccc}
1 \times 111 & , & 1 \times 110 & , & 1 \times 101 & , & 1 \times 100 \\
& & 1 \times 1 & , & 1 \times 11 & , & 1 \times 10 \\
101 \div 101 & , & 1 \div 101 & , & 100 \div 100 & , & 1 \div 100 \\
111 \div 111 & , & 1 \div 111 & , & 110 \div 110 & , & 1 \div 110 \\
11 \div 11 & , & 1 \div 11 & , & 10 \div 10 & , & 1 \div 10 \\
& & & & & & 1 \div 1
\end{array}$$

وتلعب العملات النقدية المتداولة في حياة الدارسين دورا هاما في توضيح هذه العمليات وفي طريقة اجرائها بسهولة ويسر . على أنه يمكن تأجيل عمليتي الضرب والقسمة الى وقت آخر اذا رأى المدرس أن خلفية الدارسين واستعدادهم لا يسمحان بتدريسهما في هذا الموضع .

ثانيا : الخطوة الثانية في دروس حساب الكبار :

وفي الخطوة التالية لهذه الدروس المتضمنة للرقمين ٠ ، ١ نبدأ بتدريس الأعداد ٢٠٠ ، ٢٠ ، ٢ بنفس الأسلوب الذي درس به الأعداد ١٠٠ ، ١٠ ، ١ . ويلاحظ أن الرقم ٢ هو الذي أضيف في هذه الخطوة ، واتبع في طريقة عرضه البداية بأعداد كبيرة ، وفي نفس الوقت حوفظ على منطق الأرقام ، فلم يدرس الدارس الا الرقم ٢ بعد الرقم ١ السابق ، وفي هذا تطبيق للأساس العلمي الأول .

أما تطبيق الأساس الثاني ، فيبدو واضحا عند قراءة الرقم ٢ في قيمه المكانية الثلاثة ، فنقول « مئتان » لوجود ٢ في المكانية الثالثة ، ونقول « عشرون » لوجود الرقم ٢ في المكانية الثانية ، ونقول « اثنان » لوجود ٢ في المكانية الأولى .

كما يتضح تطبيق الأساس العلمي الثالث حين يتمكن الدارس من اثراء

حصيلاته الحسابية ، وذلك بتعميم مفهوم الأعداد عن طريق تكرار وضع الرقم ٢ فى أماكن مختلفة من الأماكن الثلاثة ، ونتيجة لذلك يتمكن الدارسون من دراسة الأعداد : ٢٠٢ ، ٢٢٠ ، ٢٢٢ ، ٢٢ وكلها أعداد أصل تكوينياً من الرقم ٢ .

وبالإضافة إلى ذلك يمكن للدارسين التعرف على مكونات الأعداد ، وممارسة عمليات الجمع والطرح ما دامت أعدادها ونتائجها تتكبد في حدود الرقمين ٠ ، ٢ وهذه العمليات هي :

$$\begin{array}{ll}
 20 + 202, & 22 + 200, \\
 & 2 + 200, \quad 20 + 200, \\
 & 2 + 20, \quad 2 + 222, \\
 20 - 222, & 200 - 222, \\
 200 - 220, & 22 - 222, \\
 202 - 202, & 2 - 202, \\
 2 - 22, & 22 - 22,
 \end{array}
 \begin{array}{ll}
 220 - 222, & 202 - 222, \\
 222 - 222, & 2 - 222, \\
 20 - 220, & 220 - 220, \\
 20 - 22, & 200 - 202
 \end{array}$$

وكخطوة أعمق تجمع بين الدروس السابقة ، يمكن للدارس أن يكون الأعداد التي تتضمن الأرقام السابقة ٠ ، ١ ، ٢ بحيث توضع في أي مكان من الأماكن الثلاثة ، كما يمكنه أن يتعرف على مكوناتها ، ويقوم بجمعها وطرحها ما دامت أعداد الجمع والطرح وتتناجها تتكون في حدود الأرقام ٢٠، ١٠، وعلى هذا يصبح في حصة الدارس الأعداد : ٢٠١ ، ٢١٠ ، ٢١٢ ، ٢٢١ ، ١٠٢ ، ١١٢ ، ١٢٠ ، ١٢١ ، ١٢٢ ، ١٢ ، ٢١ بالإضافة إلى الأعداد السابقة . كما يمكن للدارس أن يقوم بإجراء العديد من عمليات الجمع والطرح مثل :

$1 + 21 \cdot$	$1 \cdot + 21 \cdot$	$11 + 21 \cdot$	$12 + 21 \cdot$
$21 + 2 \cdot \cdot$	$1 + 2 \cdot 1$	$2 \cdot \div 2 \cdot 1$	$21 + 2 \cdot 1$
$12 \cdot + 1 \cdot 2$	$1 + 2 \cdot \cdot$	$11 \div 2 \cdot \cdot$	$12 + 2 \cdot \cdot$
$112 + 11 \cdot$	$2 \cdot + 1 \cdot 2$	$1 \cdot + 1 \cdot 2$	$11 \cdot + 1 \cdot 2$
$11 \cdot + 1 \cdot \cdot$	$121 + 1 \cdot \cdot$	$111 \div 11 \cdot$	$11 \cdot + 11 \cdot$
$1 \cdot + 111$	$111 + 111$	$1 \cdot 2 + 1 \cdot \cdot$	$111 + 1 \cdot \cdot$
$1 \cdot 1 + 121$	$1 \cdot \div 112$	$11 \cdot \div 1 \cdot 2$	$12 \cdot + 1 \cdot 2$
$1 \cdot 2 - 222$	$222 - 222$	$2 \cdot 2 - 222$	$112 - 222$
$12 - 212$	$2 \cdot 1 - 212$	$12 \cdot - 22$	$21 \cdot + 221$
$11 \cdot - 21 \cdot$	$1 \cdot \cdot - 21 \cdot$	$2 \cdot 1 - 211$	$111 - 211$
$1 \cdot \cdot - 112$	$1 \cdot 1 - 112$	$1 \cdot 2 - 1 \cdot 2$	$2 - 1 \cdot 2$
$1 \cdot 1 - 121$	$21 - 121$	$2 \cdot - 12 \cdot$	$11 \cdot - 12 \cdot$
$111 - 122$	$112 - 122$	$121 - 122$	$1 \cdot \cdot - 122$
$1 \cdot \cdot - 22$	$1 \cdot 2 - 122$	$12 - 122$	

والى هنا نكون قد أنتهينا من الخطوة الثانية المتعلقة بإدراك طبيعة الأعداد وبإجراء عمليات الجمع والطرح التى تتكون أعدادها ونتائجها من ٠ ، ١ ، ٢ ، إلا اذا رأى المعلم أن خلفية الدارسين تتيح لهم الفرصة المناسبة لتقديم عمليتى الضرب والقسمة باعتبارهما جمع وطرح متكرر كامتداد طبيعى لعمليتى الجمع والطرح اللتين سبق للدارسين دراستهما . وحيث يربط العمليات الأربع أن جميع أعدادها ونتائجها تتكون من الأرقام ٠ ، ١ ، ٢ ، فى هذه الحالة يمكن للمعلم أن يناقش عمليات الضرب والقسمة الآتية :

$$\begin{array}{ccc}
 ٢ \times ١٠٠ , & ٢ \times ١٠١ , & ٢ \times ١١٠ , \\
 ٢ \times ١١ , & ٢ \times ١٠ , & ٢ \times ١ \\
 ٢ \div ٢٠٠ , & ١٠٠ \div ٢٠٠ , & ٢ \div ٢٠٢ , \\
 ٢ \div ٢٢٠ , & ١١٠ \div ٢٢٠ , & ٢ \div ٢٢٢ , \\
 ٢ \div ٢٢ , & ١١ \div ٢٢ , & ٢ \div ٢٠ , \\
 ٢ \div ٢٠ , & ٢ \div ٢ , & ١ \div ٢
 \end{array}$$

وتوضح عملية الضرب من خلال خبرات الدارسين الحسابية ، ويتبين للدارسين أنها بمثابة لغة تختزل عملية الجمع المتكررة ، فمثلا : ٢×١٠٠ تعنى فى خبرة الدارسين :

« اذا أردنا شراء متريين من القماش بسعر المتر ١٠٠ قرشى فكم ثمن القماش ؟ » .

ان مسارات تفكير الدارسين الصادرة من خبرتهم الحياتية يمكن أن تكون هكذا : « متر بسعر ١٠٠ قرشا ، متر بسعر ١٠٠ قرشا . يعنى ٢ مترا بسعر $١٠٠ + ١٠٠ = ٢٠٠$ قرشا » ان لغة الدارس الحياتية هى لغة الجمع المتكرر ، وان لغة المعلم هى تعديل لهذه اللغة الحياتية وهى استبدال لغة الجمع المتكرر بلغة الضرب المختزل وتعنى فى هذا المثال $٢ \times ١٠٠ = ٢٠٠$ وهكذا يكون لاشارة الضرب هنا دلالتها ومفزاها وخصوصا حينما تطول وتطول عمليات الجمع المتكررة وتأخذ من الوقت والجهد مأخذا عسيرا .

وما عملية القسمة الا عملية ضرب عكسية ، فعكس الجمع المتكرر هو طرح متكرر ، ومتى اتضح مغزى عملية الضرب انعكس آثاره على فهم عملية القسمة ، فمثلا : $٣٠٠ \div ١٠٠$ تعنى « كم ورقة من ذات الجنيه المصرى (١٠٠ قرشا) يمكن أن يدفعها دارس اشترى قماشا بمبلغ ٢٠٠ قرشا ؟ » ان مسارات تفكيره تسير هكذا : « $٢٠٠ - ١٠٠ = ١٠٠$ ، $١٠٠ - ١٠٠ = ٠$ صفرا . اذن المطلوب ورقتين من ذات الجنيه المصرى » . وهذا يمكن اختزاله بلغة القسمة

هكذا : $200 \div 100 = 2$. وكذلك العملية $200 \div 2$ تعنى فى لغة الدارس الكبير : « اذا استلم 200 قرشا فى صورة ورقتين من أوراق الجنيه المصرى ، كم قرشا فى كل ورقة ؟ » أو تعنى « اذا أردت تقسيم 200 قرشا على دارسين . كم قرشا يأخذها : كل دارس ؟ » .

ان مناقشة اجراء العمليات الحسابية الأربع وادراك العلاقة بينها منذ البداية وفى حدود الأرقام التى تعلمها الدارسون يعنى فهمهم لهذه العمليات ويساعدهم على فهم اللغة الرياضية وعلى تنظيم مسارات تفكيرهم المنبثق من مواقفهم الحياتية على نحو أفضل وأيسر .

ثالثا : الخطوات من الثالثة حتى التاسعة فى دوس حساب الكبير :

وعلى هذا النهج ، يمكن دراسة الأعداد 30 ، 3 ، فى الخطوة الثالثة واجراء العمليات العددية من جمع وطرح ، ومن ضرب وقسمة متى أمكن ذلك . وكل هذا فى حدود الأرقام 0 ، 1 ، 2 ، 3 ثم نتابع المسيرة بدراسة الأعداد 400 ، 40 ، 4 واجراء العمليات المتعلقة بها فى الخطوة الرابعة . وهكذا حتى نصل فى النهاية فى الخطوة التاسعة الى الأعداد 900 ، 90 ، 9 وذلك بنفسى الأسلوب السابق .

وفى كل خطوة من هذه الخطوات التسع ، تزداد الحصيلة الحسابية للدارس تدريجيا ويصل فى النهاية الى دراسة جميع الأعداد من 0 حتى العدد 999 وكذلك يتمكن من اجراء العمليات العددية التى تدخل فى تكوينها ونتائجها الأرقام من 0 حتى 9 وحيث توضع فى أى مكان من الأماكن الثلاثة

واضح ان مفهوم الأعداد ومكوناتها ، واجراء العمليات الحسابية جميعها تمثل وحدة متكاملة لا تتجزأ اثناء العملية التعليمية .

رابعا : طبيعة عمليات الضرب والقسمة وانبثاق جدول الجمع المتكرر بوحدة متكاملة :

والى هنا يكون الدارس قد ألم بطبيعة أرقام الأعداد التى هى أساس العدد فى كليات كبيرة، وتمكن من اجراء عمليات الجمع والطرح دون إعادة تشكيل اعدادها أى بدون حمل أو استلاف بلغة الرياضيات التقليدية .

واذا كان المدرس قد أتاح الفرصة للدارسين لاجراء عمليات الضرب والقسمة كعمليات جمع وطرح متكررة كما سبق أن أوضحنا ، فيكون المدرس قد وصل الى اللحظة التى عليه أن يبرز للدارسين من دراستهم السابقة

ما أسمته الرياضيات بجدول الضرب وما يسمى فى دراستهم الحالية بجدول الجمع المتكرر . ومن الواضح أن هذا الجدول الذى ينبثق أمام الدارسين فى صورة متكاملة لأول مرة ، هو وليد اكتشافهم من دراستهم لعمليات الجمع والطرح المتكررة فى خطواتها التسع السابقة ، وليس مجرد جدول أصم يفرض على الدارسين فرضا لحفظه دون أن يفهموا له معنى أو يدركوا له مغزى .

أما اذا لم تتح الفرصة للدارسين لاجراء عمليات الضرب والقسمة فى كل خطوة من الخطوات التسع السابقة لاجرائها كعمليات جمع وطرح متكررة، وذلك لسبب أو أكثر يتعلق بالطبيعة الخلقية والعقلية للدارسين ، فانه ينبغى حينئذ على المدرس أن يبدأ بمناقشة عمليات الضرب والقسمة بعد انتهائه من الخطوات التسع السابقة لعمليات الجمع والطرح . وفى النهاية يصل بالدارسين الى ما يجب أن يصلوا اليه لو أنهم درسوا هذه العمليات فى مواقعها . وأغنى أن ينظم ويكتشف الدارسون من دراستهم لعمليات الضرب والقسمة ما يسمى بجدول الجمع المتكرر وما يطلق عليه جدول الضرب وذلك فى صورته المتكاملة .

خامسا : اجراء العمليات الحسابية التى تتطلب اعادة تشكيل الأعداد :

بعد الخطوة السابقة ، يبدأ الدارسون بدراسة عمليات الجمع والطرح التى تحتاج الى اعادة فى تشكيل الأعداد عند اجرائها : فتجمع الوحدات متى بلغت عشرة منها لترفع عشرة واحدة الى خانة العشرات ، وتجمع كل عشر عشرات فى مائة واحدة لترفع الى خانة المئات وهكذا ٠٠٠ ويعاد تشكيل أعداد المطروح منه ، فتحول عشرة واحدة من خانة العشرات الى عشر وحدات تضاف الى رقم الأحاد أو تحول مائة من أرقام خانة المئات الى عشر عشرات تضاف الى رقم العشرات متى كانت عملية الطرح تتطلب ذلك فمثلا فى عملية الطرح : ٢٦٤ - ١٩٣ يعاد تشكيل العدد ٢٦٤ الى ٤ وحدات ، ١٦ عشرة ، مائة وتجرى عملية الطرح بعد ذلك كالمعتاد .

ومتى فهمت الفكرة التى تكمن فى اعادة تشكيل الأعداد عند اجراء عمليات الجمع والطرح يمكن بسهولة تعميم هذه الفكرة الى عمليات الضرب والقسمة التى تحتاج الى حمل الأرقام عند اجرائها .

سادسا : نحو تعميم اشمل فى كتابة الأعداد وعملياتها :

كانت الأعداد السابقة فى حدود ثلاثة أرقام ، وبنفس الطريقة السابقة يمكن تتبع دراسة الأعداد حتى أرقام المليون . فيدرس الرقم ١ فى مكانته الرابعة ثم الخامسة ثم السادسة ، فيتعلم الدارسون مكانة الآلاف ومكانة عشرة

الآلاف ثم مكانة مائة الآلاف . ومن المهم أن يدرك الدارسون العلاقة بين الأماكن الثلاثة الأولى والأماكن الثلاثة التالية ، ويتبين لهم أن الأماكن الثلاثة الأخيرة ماضى إلا الامتداد وتعميم للأماكن الثلاثة الأولى .

وبالمثل يمكن بالتدريج تعميم القيم المكانية الثلاثة وهي الآحاد والعشرات والمئات للتتبع في أماكن المليون ليتعرف الدارس على آحاد المليون وعشرات المليون ومئات المليون . وبمعنى آخر يمكن تعميم مفهوم خانات الوحدات (الآحاد والعشرات والمئات) الى خانات الألوف (أحادها وعشرات مئاتها) الى خانات المليون (أحادها وعشرات مئاتها ومئاتها) عند قراءة الأعداد وعند التعرف على قيم أرقامها المكانية ، ويعتبر هذا أيضا بمثابة التركيز على القيم المكانية للأرقام في الأعداد .

كما يمكن أيضا تعميم مفهوم جمع وطرح أعداد الوحدات (سواء بدون إعادة لتشكيل الأعداد أو بإعادة تشكيلها) الى جمع وطرح أعداد الألوف ، وكذلك الى جمع وطرح أعداد المليون . وبالطبع فإن مفهوم ضرب وقسمة أعداد ذات رقم أو رقمين ينبغي أن يمتد أثره الى ضرب وقسمة أعداد ذات أرقام أكبر .

سابعاً - نحو امتداد مفهوم اجراء عمليات الأعداد الصحيحة على عمليات الأعداد المنتسبة والعشرية :

تعالج الأعداد المنتسبة في جمعها وطرحها بنفس طريقة جمع وطرح الأعداد الصحيحة . غير أن إعادة تشكيل الأعداد المنتسبة لا يخضع بالضرورة لاساس عشرة كما في الأعداد الصحيحة ، بل تتخذ أساساً قوامه العلاقة بين وحدات القياس المختلفة . فمثلاً في عملية الجمع التي تتضمن جرامات وكيلو جرامات بعد أن تضاف الجرامات والكيلو جرامات كل منها على مثيلاتها ، تجمع الجرامات متى بلغت ألفاً منها ، لتكون كيلو جراماً واحداً يضاف الى أعمدة الكيلو جرامات . وواضح أن أساس تجميع هذه العملية هو الألف وهو العلاقة التي تربط بين الكيلو جرام والجرام . ومثل هذه العملية مثل عملية تجميع الوحدات في خانة الآحاد متى بلغت عشرة منها لتكون عشرة واحدة تضاف الى خانة العشرات . وأساس تجميع هذه العملية هي العشرة التي هي أساس النظام العشري . وقس على ذلك جميع العمليات ذات الأساسات المختلفة ، سواء كانت أعداداً صحيحة أو أعداداً منتسبة . ويعني ذلك أن مفهوم اجراء عمليات الأعداد الصحيحة ، سواء بدون إعادة لتشكيل الأعداد أو بإعادة تشكيلها ، ينبغي أن يمتد ويعمم عند معالجة نفس العمليات على الأعداد المنتسبة .

كما أن الطريقة التي اتبعت في قراءة الأعداد الصحيحة وفي إجراء عملياتها ينبغي أن يمتد أثرها لتشمل الأعداد العشرية ، فمثلا ينبغي أن يدرك الدارسون العلاقة بين ضرب الأعداد الصحيحة وضرب الأعداد العشرية ، وتصميم مفاهيم الأولى على الثانية ، حتى تبدو الأخيرة كامتداد طبيعي للأولى دون حد فاصل بينهما إلا في وضع العلاقة العشرية كعلامة تميز بين اسميهما ، وتؤكد على ضرورة الاهتمام بالقيم المكانية للأرقام في أعدادها سواء بوجود العلامة العشرية أو بغيابها .