الفصل التاسع

التفكير الكيفى والتفكير الكمى
(دراسة حالة)

* تمهيد.
* رؤى سابقة.
* حالة بولينا.
* التقدم الذى أحرزته بولينا فى الاستبيانين : المبدئى والنهائى.
* التقدم الذى أحرزته بولينا أثناء تطور البرنامج التعليمى.
* التقدم الذى أحرزته بولينا خلال المقابلات الشخصية.
* خلاصة.

تمهيد:

تعد دراسة العلاقات والروابط بين التفكير الكيفى والتفكير الكمى جزءًمن تقييم خطة تعليمية عن النسبة والتناسب، يمكن للتلاميذ فى المرحلة الإعدادية أن يشاركوا فى تنفيذها وتطبيقها. إن جميع التلاميذ الذين يعانون من مشكلات فى التعامل مع الحساب والأعداد بطريقة آلية يمكنهم مقابلتها وتداركها من خلال تطوير برنامج تعليمى فى إطارمدخل حل المشكلات الذى يسهم فى تنمية التفكير الكيفى، وأيضاً فى تدعيم التفكيرالكمى فى النسب. إن إثراء التفكير الكيفى، فى النسب يساعد على تنميةالإدراك للعلاقات الكمية ويعمل على تحسين اسلوب التعامل مع الإعداد عن طريق تقديم سياق مناسب للتطبيقات الهادفة.

أولاً رؤى سابقة:

إن ما يؤكد ماتقدم، أن بعض الرؤى النظرية السابقة التى تطرقت لدراسة التفكير الكيفى والتفكير الكمى، قد أظهرت الآتى :

نتيجة لبحوثهم التجريبية فى مجال التعليم أوضح بياجية وإنهيلدر Piaget & Inheldr (١٩٧٨) أن الأطفال يكتسبون التفكير الكيفى اسرع من اكتسابهم للتفكير الكمى، ولذلك فإنهما وضعا حدودا فارقة بين المقارنات الكيفية والقياس الكمى الحقيقى. ووفقاً لبياجيه وإنهيلدر(١٩٧٢) يبدأ إكتساب مفهوم النسب عادة فى صورة كيفية منطقية قبل ان تتخذ الشكل الكمى. وقد عرف **بياجيه** ما هو كيفى عن طريق إستخدام الفئات والتصنيفات من الكلمات.

وبعامة يمكن تفسير ماهو كيفى، بأنه كل ماهو قائم على إدراكات لغوية عن طريق تكوين فئات للمقارنة مثل : كبير او صغير. ويشير هذا التعريف الى أن ماهو كيفى يتكون من مظاهر حدسية وكذلك تجريبية، أو ما يقوم على الملاحظة ويُكتسب عن طريق الحواس .

وأوضح **بياجيه** (١٩٧٨) كذلك أن فكره الرتب تظهر أثناء الإنتقال من الإطار الكيفى، إلى الإطار الكمى، رغم عدم ظهور فكرة الكم بعد عند التلاميذ، وقد اطلق

بياجيه على هذه المواقف إسم «القياسات الكمية المركزة ». ويعد ذلك العامل المميز لعملية الإنتقال من التفكير الكيفى إلى التفكير الكمى .

ويتفق **فان دن برينك** Van den Brink و**ستريفلاند** StreefLand (١٩٧٩) بدورهما مع **بياجيه** فى نتائج بحثهما الذى أظهر أن الجوانب الكيفية للتفكير تظهر أسرع من وقبل الجوانب الكمية. إستعان **ستريفلاند** StreefLand (١٩٧٩) دائماً بهذه النتائج فى المواقف التعليمية. أيضاً يمكن ان تكون النتائج السابقة مدخلاً مناسبًا لتصميم البرامج التعليمية وتطوير المقابلات الشخصيةمن أجل دراسة الحالة فى البحث التربوى .

وقد أكدت نتائج البحث التى ذكرها **ستريفلاند** (١٩٨٤ : ١٩٨٥) أن التدريس المبكر للنسبة والتناسب أن يبتعد عن المستويات الكيفية فى الإدراك .

ولهذا الغرض، إستفاد **ستريفلاند** من الموارد التعليمية، التى تدعم تنمية الأنماط الإدراكية لتعزيز عمليات القياس الكمى المتناظرة. ويرى **ستريفلاند** أن الإستدلال الكيفى يتطور مع تطور تفكير الطفل وقدرته على تضمين مزيد من العناصر فى الموقف التحليلى ،مما يساعده على التفكير فى عوامل مختلفة فى نفس الوقت .

ونظراً لأن **بياجيه وستريفلاند** قد أخذافى إعتبارهما التفكير الكيفى والكمى فى النسب، فمن المهم أن تستند دراسات الحالة فى مبدأها على نتائج **بياجيه وستريفلاند**، وذلك عن طريق إسناد المدخل التعليمى الذى يتم تطويره على أساس مدخل الرياضيات الواقعى لستريفلاند.

كما أفادت **هارت** (١٩٨٨) ومساعديها فى تقريرها عن نتائج دراستهم البحثية فى مجال التفكير النسبى أن اغلب التلاميذ الذين شاركوا كأفراد للعينة البحثية كانوا يجدون صعوبة فى حل المشكلات الرياضية التى تتعامل مع النسب. ومع ذلك قامت **هارت** وفريقها بتحليل البيانات التى تم جمعها، وتوصلت إلى أن التلاميذ الأصغر سناً، وكذلك التلاميذ فى المدرسة الثانوية الذين لم يحققوا نجاحاً كبيراً، كان لديهم حساً إدراكياً خاصاً لما يعتبر صحيحاً، أو لما يبدو أنه تحريف. وقد صنفت **هارت**

الحس الإدراكى على إنه من تنظيم الفطرة البديهة، ويعرف بأنه من العوامل المهمة التى يشتمل عليها " التفكير الكيفى ". وكذلك أوضحت هارت أن أكثر المستويات تقدماً من التفكير النسبى ظهرت لدى الأفراد الذين بدءوا بالفعل فى بناء بعض المفاهيم.

ويمكن الإستناد على السياق التعليمى فى بحوث الرياضيات، حسبما جاء فى تعليم الرياضيات الواقعية الذى أشار إليها **ستريفلاند** (١٩٩٣). وقد أصبح تعليم الرياضيات الواقعية نظرية مهمة؛ لأن الواقع ـ فى المقام الأول ـ يعتبر مصدراً حيوياً لجلب المعلومات، وسياقًا لتطبيق النماذج والأطر المعرفية والمفاهيم التعليمية، وخاصة تلك التى تعرف بالمنتجات المدرسية؛ لأنها تؤثر فى الممارسات الإجتماعية. وهذه النظرية تدعم تطوير البحث والممارسة لتعليم وتعلم الرياضيات. وقياساً على ذلك، من الضرورى وفقاً لهذه النظرية الواقعية، ربط فترات تعلم التلاميذ عن طريق اللجوء "لأسلوب التغير فى المنظور "، والذى يتسم بتبادل جزء من المعلومات فى الموقف أو المشكلة موضع البحث أو الدراسة. وبالتالى، يمكن التعرف على إمكانيات إعادة بناء وإنتاج المشكلات بشكل مباشر من قبل التلاميذ، دون أن يفقدوا ثرائهم الفكرى متعدد الجانب.

ثانيا: حالة بولينا:

ودرسة الحالة المقدمة فى الحديث التالى، هى حالة فتاة تدعى بولينا ـ قامت بحل مشكلات النسبة والتناسب عن طريق اللجوء لعمليات حسابية ليس لها معنى على الإطلاق : مع مراعاة أنه وفقاً لبينفينيست، Benveniste (١٩٧١)، يعتبر المعنى مدخل قاموسى "و " فئة دلالية عالمية "، والحس الإدراكى عبارة عن محتوى معنوى مرتبط بأبنية وتراكيب لغوية محددة، وهو لا يشكل الفئات العالمية للمعنى، وعادة ما يرتبط بالأساليب الخاصة لتوضيحها. وليس هناك تسلسل زمنى لتطوير الحس والمعنى. وهما يختلفان فى المكونات الدلالية ويكملان بعضهما. وتتطلب دراسات هذه الحالة، تصميم خطة تعليمية يتم تضمينها فى هذا الموقف، بحيث تهدف تقوية

قدرة الفتاة على تأسيس روابط راسخة بين التفكير الكيفى والكمى فى النسب، حتى يتسنى لها تحسين تعاملها مع العمليات الحسابية عن طريق تضمينها فى تطبيقات ذات معنى. وحالة بولينا، تم توجية السؤال البحثى التالى :

هل يسمح إتساع مدى التعامل مع الجوانب الكيفية للنسب والتناسب للتلميذة بتنمية العلاقات الكمية لهذه المفاهيم، وكذلك بتحسين تعاملها مع العمليات الحسابية؟

ويقتضى السؤال السابق، وضع الفرض التالى :

إن إثراء التفكير الكيفى لبولينا (التلميذة) ـ عن طريق إستخدام فئات لفظية متكاملة والتعرف على الروابط بين هذه الفئات وتضمين البيانات الميدانية والتصورية المتناظرة ـ يخدم العمليات التى نمتها من خلال إستخدام العمليات الحسابية لحل مشكلات النسبة والتناسب.

إن العمليات البحثية لدراسة حالة بولينا تتضمن تحقيق التكامل بين نتائج تحليلات البيانات التى قد تم جمعها من : (أ) إجاباتها على الإستبيان المبدئى، (ب) برنامج تعليمى تم تصميمه فى ضوء مدخل تعليمى بنائى، (ج) إستبيان نهائى، (د) مقابلات شخصية ذات " طبيعة تعليمية ". وقد إستندت المقابلات الشخصية مع بولينا على النتائج المقدمة من قبل فالديموروس Valdemocos (١٩٩٨) وتم إختيار أدوات البحث فى دراسة إستطلاعية لحلقة دراسية فى مدرسة العام الواحد، وتم تطبيقها أثناء فترة عشر شهر من العمل الميدانى. وفى هذا التقرير الخاص بدراسة حالة بولينا قدمت أمثلة ذات صلة باستخدام أدوات البحث .

وتم تطبيق الإستبيان المبدئى لجمع دلائل عن التفكير الكيفى فى النسب. ولم تشتمل المهام المتضمنة فى هذا الإستبيان إستخدام الكميات لحلها، ولكنها تكونت من أنشطة مقارنة تسمح للتلميذة بولينا بالتعرف على علاقات التشابه بين الاعداد.

وتأسيسًا على تعريف **النموذج** بأنه: مجموعة من أساليب التدريس التى تتضمن معانى اللغات الفنية والشائعة الإستخدام، وتتضمن أيضاً المعالجات التعليمية

وأساليب التمثيل الخاصة والعلاقات المتفاعلة بينها. فإنه فى البرنامج التعليمى المقترح، وفقاً لهذا التعريف، تم تصميم مواقف متعددة مرتبطة " بالنماذج التعليمية " حتى يتسنى لبولينا الربط بين تفكيرها الكيفى والكمى والعمليات المختلفة لهما. وقد تم العمل بهذه النماذج فى مراحل مختلفةمن هذه التجربة البحثية، بشكل يشبه ما أوضحه **ستريفلاند** (١٩٩٣) فى نظريته الواقعية عن :أسلوب التغير فى الرؤية / المنظور. أيضًا تم عمل نموذج يستهدف محاولة الوصول الى أقصى فائدة فى ضوء فكرة محددة، حتى يتسنى إعادة إستخدامه من أجل فكرة أخرى .

لقد تم إختيار بولينا لدرسه الحالة حيث إنها كانت تمثل التلاميذ الذين لجأوا فى الاستبيان المبدئى إلى المعالجات الحسابية التى لم يكن لها معنى، وفى الوقت نفسه أظهرت إجتهادات قليلة فى سياق التفكير الكيفى. وخلال تطويرالتجربة التعليمية، أظهرت بولينا ثراءً فى تفكيرها الكيفى. ورغم تحقيقها لكثير من التقدم فى السياق العددى، فإنها لم تتنازل عن السياق الكيفى للتناسب. لقد حققت بولينا تناغمًا متساوياً فى كلا السياقين.

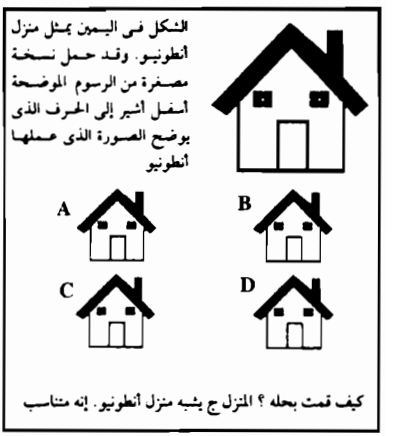
ثالثا: التقدم الذى أحرزته بولينا فى الاستبيانين المبدئى والنهائى:

من المهم تحليل التقدم الذى أحرزته بولينا عن طريق مقارنة إجاباتها فى الإستبيانين: المبدئى والنهائى، علما بأنهما يتكاملان فى المهام نفسها، رغم إختلاف هدف تطبيقهما. فقد تم تطبيق الإستبيان الأول لأغراض إستكشافية بينما ركز الإستبيان الثانى على تقييم تطبيق البرنامج التعليمى. وقد مرت ثمانية شهور بين تطبيق الإستبيانين، ومن ثم، لم يكن للإستبيان الأول تأثير على إجابات التلاميذ فى الإستبيان الثانى.

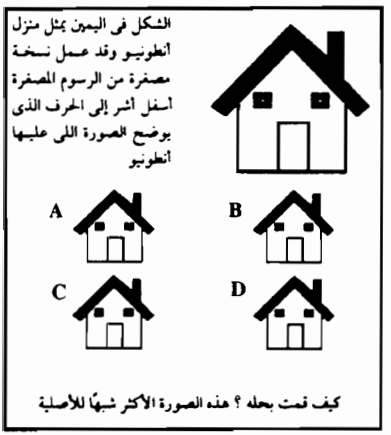
فى الإستبيان المبدئى، أظهرت بولينا تفضيلاً لإستخدام العمليات الحسابية بشكل آلى ولكنها أظهرت جهداً قليلاً فى السياق الكيفى. وقد تم ملاحظة أنها لم تكن تستخدم بديهيتها أوتصورها البصرى كثيرا. ومن بين الثلاثة عشرمهمة التى تم طرحها فى الإستبيان المبدئى، تمكنت بولينا من حل تسعة بشكل صحيح.

وقد صُممت المهمتين الأوليتين فى الإستبيان بحيث تتمكن بولينا من تقديم مبررات لإجاباتها عن طريق اللجوء تماماً إلى التقديرات الكيفية، دون أن تأخذ فى الإعتبار الكميات المحددةالمرتبطة بالعلاقات والمعطيات الخاصة بالتناسب. وقد تم توظيف وإستخدام الورق المربع فى المهام الثلاثة التالية فى الإستبيان لتشجيع الإنتقال الى القياس الكمى. وتضمنت المهام الباقية فى الإستبيان مواقف قياسية للنسبة والتناسب. وفى المهام الاخيرة، قُدمت لبولينا قيماً عددية معينة وطُلب منها تحديد قيم جديدة. وفى بعض هذه المهام، أستخدم جدول للقيم العددية كشكل من أشكال التمثيل لتحديد النسب الداخلية والخارجية. وفيما يلى عرض تحليلى لمهمتين قامت بولينا بالاجابة عليها بشكل خاطىء، وهما: المهمة (١) والمهمة(٤).

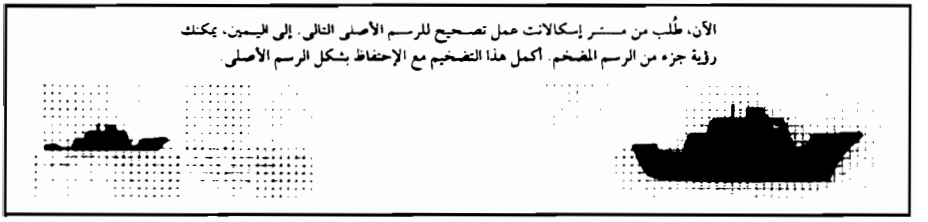
فى المهمة (١)، تم تقديم رسم لمنزل، وطلب من بولينا إختيار الرسم الصحيح المصغر للصورة الأصلية (أنظر الشكل ١). وإختارت بولينا رسم لا يتفق مع الرسم الاصلى وزعمت بأن إختيارها كان أكثر شبهاً للرسم الأصلى للمنزل. ومع ذلك، فى الاستبيان الاخير أسندت بولينا إختيارها للرسم المصغر إلى اللجوء إلى حدسها أولاً، ثم إلى قياس كل جزء من الرسم للحصول على النسب بمقادير مشابهة للرسم الأصلى، رغم إنها فى تفسيرها الجديد ذكرت مرة أخرى أن«المنزل ج يشبة منزل أنطونيو» وأضافت أن «أنه متشابة، أى ،متناسب»٠[انظر الأشكال (١)و(٢)]. ومن هنا تمت ملاحظة أن- من الاستبيان المبدئى إلى الاستبيان الأخير -تعبير «يشبه» قد مر بتغير فى المعنى بالنسبة لبولينا، فقد أظهرت فهماً لمصطلح«تناسب» على أنه العلاقة / علاقةالمشابهة بين نسبتين (ولكنها لم تتخلى عن بديهتها، والتى وظفتها أثناء البرنامج التعليمى بأكملة). ويمكننا أن نؤكد ذلك بناء على أو إستناداً إلى دلائل أخرى تم جمعها. على سبيل المثال، لم تتمكن بولينا من حل المهمة (٤) بشكل صحيح فى الاستبيان المبدئى، ولكنها فعلت ذلك فى الاستبيان النهائى. ومن الأهمية بمكان توضيح التفسيرات التى أظهرتها هذه الدراسة البحثية، وقد تم تضمينها فى الشكلين (٤)و(٥).



الشكل (٢): المهمة [١] من الإستبيان النهائى الذى قامت بولينا بحله.



الشكل (١) المهمة [١] من الإستبيان المبدئى الذى قامت بولينا بحله.



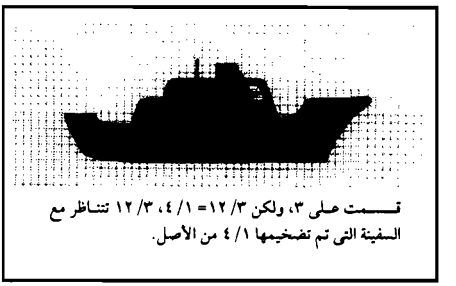
الشكل ٣ المهمة ٤ فى الإستبيانية المبدئى والنهائى

كما هوموضح فى فى الشكل (٤)، أكملت بولينا الرسم ولكنها لم تلاحظ أنها قامت بتضخيمه مرتين وليس ثلاث مرات. كما نرى من الشكل(٥)، أوضحت بولينا أساس التشابة بين النسبتين اللتين تم الحصول عليهما من مقارنة المقدارين المتناظرين من الجزء المتوسط من السفينة.

رابعا: التقدم الذى أحرزته بولينا أثناء تطور البرنامج التعليمى:

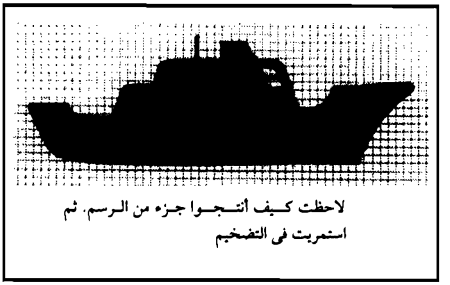
تضمن حل المهام المختلفة التى تم توظيفها أثنا تطور البرامج التعليمى مهامًا، مثل: أنشطة المقارنة، إستخدام الكميات. هذة الأنشطة سمحت لبولينا بالتعرف

على-من خلال إستخدام مصطلحات حدسية مثل :التصغير والتكبير- علاقات التشابه بين الاشكال ، وإستطاعت إثراء تفكيرها الكيفى. وقد تم التعامل مع هذة المفاهيم عن طريق الإشارة إلى مواقف مجسدة لنوع الخبرة أو التجربة المتعلقة باعادة إنتاج الرسم وفكرة إستخدام آله نسخ.



قسمت على ٣، ولكن ١٢/٣= ١/٤، ١٢/٣ تتناظر مع السفينة التى تم تضخيمها ١/٤ من الأصل.

الشكل ٥- المهمة ٤-التى حلتها بولينان اللانان النهائى



لاحظت كيف أنتجوا جزء من الرسم. ثم استمريت فى التضخيم

الشكل ٤ المهمة ٤ التى حلتها بوليان الاستبيان المبدئى

أثناء الانتقال من التفكير الكيفى إلى التفكير الكمى، أنتجت بولينا سياقاً ترتيبياً عند المقارنة، حيث استخدمت العبارات :«أكبر من وأصغرمن ». ويتفق هذا مع ما أوضحه بياجيه (١٩٧٨)فى نتائجه. وفيما بعد، إتخذت بولينا إجراءات لعمل مقارنات. أولاً، قارنت مجموعة مختلفه من الاشياء عن طريق وضع شكل فوق آخر، ثم عن طريق إستخدام أداة قياس. ووفقاً للمصطلحات التى ذكرها «**فرويدينثال** freudenthal (١٩٨٣) تسمى الموارد التى أظهرتها بولينا فى هذه المرحلة المتقدمة لتفكيرها بـ«المقارنات » .بعد ذلك ،أقامت بولينا علاقات بين المقادير، وتعاملت مع الاعداد الطبيعية وكذلك الكسور. وفى مستوى مبدئى، تعرفت بولينا على مجال الأعداد المنطقية والجذرية. وتمكنت من تعيين نسبة ما كعلاقة بين مقدارين، كما حددت التناسب كعلاقة التشابة بين نسبتين . هذا التعيين يتفق مع التعريفات التى قدمها **مارت** (١٩٨٨).

عندما إنتهت جلسات العمل ،أوضحت بولينا تحقيقها للعلاقة الوثيقة بين

التفكير الكيفى والكمى. هذة العلاقة أشارات إلى فهم بولينا لعملها فى السياق العددى، والذى لم يتضح فى بداية عملها. واخيراً، عندما إنتهت التجربة التعليمية وتم تطبيق الاستبيان النهائى، تم إثراء المعانى والعمليات الكمية لدى بولينا، حيث تمكنت من إستخدام لغة فنية فى سياق الترميز وتعيين الدلالات. وحققت بولينا مرحلة التعميم، حيث قدمت مواقف جديدة متصلة بالنسبة والتناسب.

خامساً: التقدم الذى حققة بولينا خلال المقابلات الشخصية:

تم عقد مقابلات شخصية مع بولينا فى ثلاث مناسبات مختلفة، مرة أسبوعياً، بعد إنتهاء البرامج التعليمى وتطبيق الإستبيان النهائى. وتمثل الهدف الأساسى من المقابلات الشخصيه فى تقييم البرنامج التعليمى. وتكونت المقابلات الشخصية من سؤال بولينا عن حل مهام جديدة تتشابه أهدافها مع أهداف البرنامج التعليمى والإستبانات. بالإضافة إلى ذلك، قدم التطور الذى مرت به المقابلات الشخصية تغذية راجعة لبولينا.

ومع المهام الأولى التى طرحت على بولينا أثناء المقابلات الشخصية، وخلال عمليات الحل تم ملاحظة كيف تمكنت بولينا من التوفيق بين الجوانب الكيفية والجوانب الكمية أثناء العمل، وكيف كان من الأهمية بالنسبة لها إستخدام الصور البصرية، بالإضافة إلى قدرتها الفكرية. وخلال المهام التالية فى المقابلات، أكتشف كذلك كيف تعاملت بولينا مع الجداول العددية لتحديد النسب والتعبير عنها فى صورة كسور. وانشاء المقابلات، أظهرت بولينا إستخدامها للنسب الداخلية والخارجية، وإنتقالها من نظام رمزى إلى آخر، وطرحها لموقف يتطلب ضرورة إستخدام التناسب لحله.

وقد ارتبطت المقابلة الاولى إرتباطاً وثيقاً بنموذج سنووايت والأقزام السبعة التعليمى Snow White and the seven dwarfs teachinj model بعد ذلك يتم توضيح التطور والتحليل لهذة المقابلة الشخصية:

قـامت بولينا بقـياس طول وعـرض خـزانة ثياب سنو وايـت بالإضافـة إلى طول وعرض كل من الرسـوم الأربعة التى قـدمت لها حتـى يتسنى لها إخـتيار الـتصغـير المطلوب. وبمجرد أن إختـارت بولينا خزانة الثياب، حصلت عـلى النسب بين مقادير بعض أجـزائها والأجزاء المتنـاظرة من الخزانه الأصليـة. وفيمـا يلى جزء من المقـابلة الشخصية التى تحققت مع بولينا:

المحاور: لماذا أسندت إختيارك لخزانة ثباب الأقزام ؟

بولينا: إتخـذت إجراءاتى ووجدت أن الخـزانة **ب** تتناسب مع خـزانة سنو وايت لأن جميع نسبهما تتطابق.

المحاور: هل تخبريننى من فضلك كيف حصلت على النسب؟

بولينا:عن طريق مقـارنة قياسات خـزانة سنووايت بتلك الخاصة بالأقـزام البسط فى كل كسر يقيس جزء معـين من خزانة سنووايت : على سبيل المثال:١٢ تمثل طول الإرتفاع ،٨ تمثل طول القاعدة،٣= طول نافذة صغيرة **(وأشارت إلى إحدى الرسوم التى تمثل ديكور الخـزانة)**،و٥ , ١ =عـرض هذة النافذة الـصغـيـرة .أما المقـام فى هذه الكسور فيـمثل قياسات الأجـزاء المتناظرة من خزانة الأقزام **(القياسـات التى ذكرتها بولينا يتم تقديمها فى سنتيمترات)**.

من هنا أسست بولينا روابط وعـلاقات لتحديد النسب بناء على إتخاذ القـياسات المناسـبة. وفى جـزء آخر من المقـابلة نفسـها، يمكن مـلاحظة كيف لجـأت بولينا إلى قـدرتها الفكرية، عندمـا قالت : الخـزانة **أ**طويلة للغـاية، والخزانة **ج** عريضـة للغاية، والخزانة **د** صغـيرة للغاية. وأشـارت بولينا إلى أنها رغم قيـامها بالقـياسات، فـإنها لاحظت أن هذه الخزانات الثلاثة لا تبدو متناسبة مع خزانة سنو وايت».

أظهرت بولينا أن تعـاملها مع المظاهر التصـورية كان له معنى، حيث أنهـا حددت النسبـة كعلاقـة، والتناسب كعـلاقة مشـابهة بين النسب. كـذلك لوحظ أن بولينا لم تتنازل عن السياق الكيفى، حيث إنها إستخدمت أيضا الفئات اللفظية والبديهة لتثبت

أن إختيارها للخزانة كان الإختيار الصائب. ومن هذا المنطلق، كتبت بولينا أن خزانة ثياب سنو وايت كانت مطابقة لخزانة الأقزام،وأنهما كانا متشابهان فى الشكل، رغم أن أحداهما كانت صغيرة والأخرى كانت كبيرة.

خلاصة القول:

أظهرت بولينا تقدماً ملحوظًا فيما يتصل بجانبين مهمين ،هما:

١-تطور تفكيرها الكيفى فيما يتصل بالنسبة والتناسب.

٢-الدلالة التى أعطتها لإستخدامها للعمليات الحسابية.

واثناء عمليات حل المهام المختلفة، أظهرت بولينا مدى رسوخ البيانات الإدراكية بالنسبة لها، وكذلك مدى الأهمية التى تمثلت فى إعتمادها على خبراتها الخاصة فى تحقيق الحل. وهذا دليل على إنجازاتها فى السياق الكيفى للتناسب. وقد سمح العمل الحسابى باستكشاف التمييزالضمنى للعوامل التى كانت بولينا تفكر فيها.

هذه العوامل كانت أعداداً طبيعية وكذلك كسور. أما الأخيرة فإستخدمت بشكل ضمنى عند ضرب قيمة معينة فى عدد ما ثم قسمة الناتج على عدد آخر،أو العكس، حيث تتم عملية القسمة أولاً ثم الضرب. وفى سياق ما يعتبر الآن بمثابة بناء للمعانى، يعُد هذا-مع عمليات الترميز- إنجازاً، حيث تم إثراء هذه العمليات.

وفيما يتصل بمعانيها ودلالاتها، تمكنت بولينا فى النهاية من إستخدام المصطلحات الرياضية الملائمة. وأخيراً، وصلت بولينا إلى نقطة بناء مفاهيم النسبة والتناسب. ومن الدلائل على تحقق هذا الانجاز، التطبيقات التى جربتها بولينا عن هذه المفاهيم فى سياقات مختلفة، وكذلك إستخدام أشكال مختلفة من التمثيل للمفاهيم.

المراجع العربية

(١) إبراهيم محمد كرم، المناهج الدراسية وتنمية مهارات التفكير، المؤتمر العلمى الثانى عشر لجمعية المناهج وطرق التدريس: مناهج التعليم وتنمية التفكير، ٢٥ - ٢٦ بوليو ٢٠٠٠.

(٢) إدوار دى بونو، ترجمة إيهاب محمد، **التفكير المتجدد.. استخدامات التفكير الجانبى**، القاهرة: الهيئة المصرية العامة للكتاب، ١٩٩٥.

(٣) ـــــــ، ترجمة خليل الجيوسى، **التفكير العلمى**، أبو ظبى (الامارات العربية المتحدة): المجمع الثقافى، ١٩٩٧.

(٤) ـــــــ، ترجمة ناديا هايل السرور وآخرون، **برنامج الكورت لتعليم التفكير الرياضى**، عمان (الأردن): دار الفكر العربى، ١٩٩٨.

(٥) السيد خالد، عبد الجواد بهوت، أثر ترتفاعل الصف الدراسى والأسلوب المعرفى على الابتكار فى الرياضيات المدرسية لدى طلاب كلية التربية، المؤتمر الدولى الخامس لمركز الإرشاد النفسى، ١:٣ ديسمبر ١٩٩٨.

(٦) السيد عبد العزيز عويضة، فاعلية برنامج مقترح لتنمية أداء حل المشكلات الهندسية فى ضوء بعض متغيرات بنية المشكلة والخصائص المعرفية لدى طلاب المرحلة الإعدادية، رسالة دكتوراة غير منشورة، كلية التربية كفر الشيخ (جامعة طنطا)، ٢٠٠٠.

(٧) حسن على سلامة، **اتجاهات حديثة فى تدريس الرياضيات**، القاهرة: دار الفجر، ٢٠٠٥.

(٨) رباب محمد المرسى، فاعلية استراتيجية مقترحة فى تنمية المقدرة الر ياضية ومهارة حل المسائل اللفظية الرياضية لتلاميذ المرحلة الإبتدائية، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية ببورسعيد (جامعة قناة السويس)، ٢٠٠٥.

(٩) زينب محمود شقير، «تنمية مهارات الإبداع لدى الأطفال»، مجلة رعاية تنمية الطفولة، العدد الرابع، المجلد الأول ٢٠٠٦.

(١٠) سعيد عبد العزيز، **تعليم التفكير ومهاراته**، عمان (الأردن): دار الثقافة للنشر، ٢٠٠٧.

(١١) سوسن محمد عز الدين موافى، فعالية استخدام برنامج الكورت للتفكير الرياضى فى تدريس وحدة المنطق الرياضى على التحصيل والتفكير الاستدلالى لدى طالبات الصف الأول الثانوى بمدينة جدة، المؤتمر العلمى الثالث للجمعية المصرية لتربويات الرياضيات: تعليم وتعلم الرياضيات وتنمية الإبداع، ٨ - ٩ إكتوبر ٢٠٠٣.

(١٢) عبد الحميد عبد العزيز، فاعلية برنامج مقترح لتنمية التفكير الرياضى والاتجاه نحو الرياضيات لدى طلاب الصف الأول الثانوى الأزهرى، رسالة دكتوراة غير منشورة، معهد الدراسات والبحوث التربوية (جامعة القاهرة)، ١٩٩٨.

(١٣) عبد الرحمن محمد عبد الجواد أحمد، فاعلية استراتيجية مقترحة لتنمية مستويات التفكير الهندسى (كما حددها فان هيل) فى الهندسة الفراغية لدى طلاب الثانوية الصناعية، ر سالة دكتوراة غير منشورة، كلية التربية ببنى سويف (جامعة القاهرة)، ٢٠٠٤.

(١٤) عزيزة المانع، تنمية قدرات التفكير عند التلاميذ.. اقتراح تطبيق برنامج كورت للتفكير، **مجلة رسالة الخليج العربى** (الرياض)، العدد ٥٩، السنة ١٤، ١٩٩٦.

(١٥) علاء المرسى أبو الريات، فعالية تدريس أنماط متعددة من المشكلات الرياضية فى تنمية بعض العمليات العقلية المعرفية العليا لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية: جامعة طنطا، ٢٠٠٣.

(١٦) مجدى عزيز إبراهيم، **استراتيجيات التعليم وأساليب التعلم**، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية، ٢٠٠٤.

(١٧) ـــــــ، **موسوعة المعارف التربوية**، القاهرة: عالم الكتب، ٢٠٠٧.

(١٨) محمد جهاد جمل، **تنمية مهارات التفكير الإبداعى من خلال المناهج الدراسية**، العين: دار الكتاب العربى، ٢٠٠٥.

(١٩) محمود أحمد أحمد أبو مسلم، أنماط التعلم والتفكير وعلاقتها بالقدرة على

التصور البصرى المكانى والاستقلال الإدراكى لدى الفائقين والعاديين من طلاب المرحلة الثانوية العامة، **مجلة كلية التربية بالمنصورة**، العدد ٢١، يناير ١٩٩٣.

(٢٠) محمد عبد الفتاح عبد الجواد، فاعلية استراتيجية للتدريس تستند إلى التمثيل المتعدد والارتباطات الرياضية فى تحصيل الرياضيات والتفكير الرياضى لدى طلاب المرحلة الثانوية، رسالة دكتوراة غير منشورة، كلية التربية بكفر الشيخ، ٢٠٠٤.

(٢١) محمد عبد المعبود حداية، فعالية برنامج مقترح فى تنمية التفكير البصرى وحل المشكلات الهندسية والاتجاه نحو الهندسة لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية: جامعة طنطا، ٢٠٠٥.

(٢٢) محمد عيد حسن، أثر استخدام التمثيلات الرياضية من خلال طرق التدريس المتكاملة فى تدريس أساسيات الجبر لتلاميذ الصف الخامس الإبتدائى وعلاقة ذلك بتفكيرهم الرياضى وتحصيلهم الفورى والمؤجل، **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد الثالث، يوليو ٢٠٠٣.

(٢٣) محمود طافش، **تعليم التفكير: مفهومه، أساليبه، مهاراته**، عمان: دار جهينة، ٢٠٠٤.

(٢٤) ناديا هايل السرور، **تعليم التفكير فى المنهج المدرسى**، عمان (الأردن): دار وائل، ٢٠٠٥.

(٢٥) ناصر السيد عبد الحميد، تطوير منهج الرياضيات فى ضوء المعايير المعاصرة، وأثر ذلك على تنمية القوة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإبتدائية، رسالة دكتوراة غير منشورة، كلية التربية بالمنوفية، ٢٠٠٦.

(٢٦) نايفة قطامى، **تعليم التفكير للمرحلة الأساسية**، عمان (الأردن): دار الفكر، ٢٠٠١.

(٢٧) وليم تاوضروس عبيد، **تعليم الرياضيات لجميع الأطفال فى ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير**، عمان (الأردن): دار المسيرة، ٢٠٠٥.

(٢٨) يوسف الحسينى الإمام، استخدام مدخل الإنشاءات الهندسية وحل المشكلة فى تنمية الفهم الهندسى ومهارات البرهان عند تلاميذ المرحلة الإعدادية، **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد الرابع، أبريل ٢٠٠١.

المراجع الأجنبية

(1) Achiev and Council for Basic Education, Aiming Highr: A Report on Education Standards and Policy for Minnesota.Washington, DC: Achieve and Council for Basic Education, 2000.

(2) Autralian Education Union, Essential Learnings Framework Survey Results. Hobart, TAS: Australin Education Union, 2004.

(3) Avery, P. G., Beach, R. and Coler, J., The Impact of Minnesota's 'Profile of Learning'on Teaching and learning in English and Social Studies Classrooms. Education Policy Analysis Archives, V.11, N.7, 2003.

(4) Becker, J. P. and Jacob, B. Look at the details: A Reply to Deborah Haimo and James Milgram. Phi Delta Kappan, V. 82, N.2, 2000.

(5) Blanton, M., & Kaput, J, Elementary Grades Students' Capacity for Functional Thinking. In M. Jonsen Hoines & A. Fuglestad (Eds.), Proceedings for the 28 th Conference of the International Group for the Psycholigy of Mathematics Education, Vol (2), Bergen, Norway: International Group for the Psychology of Mathenatics Education, 2004.

(6) Carpenter, T.P., Franke, M.L., & Levi, L.W, Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School. Portsmouth: Heinemann, 2003.

(7) Confrey, J., & Lachance, A, Transformative Teaching Experiments through Conjecture-drive Research Design. In A. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), Handbook of Research Design in Mathematice and Science Education, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2000.

(8) Copley, J.V., The Young Child and Mathematics. Washington, DC: NAEYC, 2000.

(9) Donnelly, K., Benchmarking Australian Primary School Curricula: Where do We Stand? The Intended Primary School Curricula within an International Context, Canberra, ACT: Australian Government Department of Education, Science and Training, 2005.

(10) Editorial Projects in Education,. Quality Counts 2001: A Better Balance, Standards, Tests and the Tools to Succeed. Washington, DC: Edutorial Projects in Education, 2001.

(11) Finn, C.E., Petrilli. M.J. and Liam, J., The State of State Standards 2006, Dayton, OH: Thomas B.Forham Foundation, 2006.

(12) Government of Tasmania, Qualifications and Skills for Tasmania Tomorrow. Hobart, TSA: Government of Tasmania, 2007.

(13) Haimo, D.T. and Milgram, R.T., Professional Mathematicians Comment on School Mathemtics in California. Phi Delta Kappan, V. 82, N.2, 2000.

(14) English, L.D., Mathematical and Analogical Reasoning of Young Learning. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2004.

(15) Kaput, J., & Blanton, M., Algebrafying the Elementry Mathematics Experience, In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent & J.Vincent (Eds.), On The Future of the Teaching and Learning of Algebra, Melbourne: University of Melbourne, 2001.

(16) Klein, A.S., & Starkey, P., Fosterng Preschool Childrens' Mathematical Knowledge: Findings from the Berkeley Math

Readiness Project, In C.D. & J. Surama (Eds.), Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early early Childhood Mathematics Education/ Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2003.

(17) Lott, J.W., ed. Algebra? A Barrier? A Mystery! Mathematics Education Dialogues, V.3, N. 2, 2000.

(18) Moses, R.P., Algebra and Activism: Removing the Shackles of Low Expectations - A conversation wiht Robert P.Moses. Educational Leadership, V. 59, N.2, 2001.

(19) Ohlsson, S., Abstract Schemas. Educational Psychologist, V.28, N.1, 1993.

(20) Redden, T., "Wouldn't it be Good if We Had a Symbol to Stand for any Number". In L. Puig & A. Gutierrez (Eds,), Proceedings of the 20th International Group for Psychology of Mathematics Education,. Valencia, Spain: International Group for Psychology of Mathematics Education, 1996.

(21) Reporting to Parents Taskforce, Report to the Minister for Education Hon. David Bartlett MHA. Hobart, TAS: Reporting to Parents Taskforce, 2004.

(22) Reville, S. P, High Standards + High Stakes = High Achievement in Massachusetts. Phi Delta KAPPAN, V.85, N. 8, 2004.

(23) Rothman, R., Slattery, J.B., Vranek, J.L. and Resnick, L.B., Benchmarking and Alignment of Standards and Testing. (CSE Technical Report 566). Los Angeles, CA: University of California, 2002.

(24) Stacey, K., & MacGregor, M., The Effect of Different Approaches to Algebra on Students' Perceptions of functional

relationships. Mathematics Edcucational Research Journal, V, 7, 1995.

(25) Warren, E., & Cooper, T., Introducing Equivalence and Inequivalence in Year 2. Australian Primary Mathematics Classroom, V.8, 2003.

(26) Waters, J. Mathematical Patterning in Early Childhood settings. In I. Putt & M.McLean (Eds,). Mathematics Educaion for the Third Millennium, Townsville: Mathematics Education Research Group of Australia, 2004.

(27) Watt, M. G. Looking at Curriculum Change in Tasmania: Will Essential Learnings Promote Successful Reform? Paper Presented at the Conference of the Australian Curriculum Studies Association, University of the Sunshine Coast, Mooloolaba, Queensland, 2006.