الفصل الثانى

استراتيجيات عامة فى التفكير الرياضى

* تمهيد.
* محصلات التعلم الرياضى.
* الخطط والعمليات الرياضية.
* استراتيجيات عامة لحل المشكلات الرياضية ومستوياتها.

تمهيد:

على أساس أن القدرة على حل المشكلات الرياضية تنبع من قوة التفكير الرياضى عند التلاميذ، لذلك تطورت وانتشرت فى العقدين الماضيين طرقًا جديدة لفهم الرياضيات ولإدراك ماهية التفكير الرياضى. إن التطور الذى حدث فى التفكير الرياضى ربما يكون أهم الأفكار الجديدة التى ظهرت فى العشرين سنة الأخيرة، خاصة أن التفكير الرياضى يتعلق بمقدمة لحل المشكلات الرياضية فى تعليم الرياضيات المدرسية. لقد تمخض نتيجة لتلك الأفكار، انتشار لما ستكون عليه محصلة تعلم الرياضيات. ونتيجة الاهتمام بالتفكير الرياضى فى تدريس الرياضيات، ظهر اهتمام كبير وملحوظ بعمليات تطبيق الرياضيات (الرياضيات الحياتية أو العملية)، وذلك من خلال إستخدام استراتيجيات حل المشكلة. لقد دعمت هذه الاستراتيجيات القبول المتزايد للنظرية الاستدلالية فى تعلم الرياضيات. والفكرة المحورية فى هذه النظرية أن التلاميذ يتعلمون صناعة المعنى الفعال والشامل فى عمليات تعلمهم. وهذا النموذج من النشاط يكون واضحًا، خاصة فى حل المشكلات الرياضية، رفى استخدام استراتيجيات الحل العامة.

أولا: محصلات التعلم الرياضى:

بإعادة النظر فى بحث الأسس النفسية لتعلم الرياضيات، إنهارت نماذج تعلم الرياضيات التى كانت تقوم على أساس تعليم القوانين الرياضية ليقوم التلاميذ بحل تطبيقات مباشرة عليها، لذلك يميز الفكر الرياضى الحديث بين تعلم الحقائق والمهارات والادراك وا قامة البناء التصورى وتطوير الخطط العامة والتقدير الرياضى، وهذه المكونات المختلفة يتم تحليلها فى الجدول (١).

والمكونات السابقة تمثل محصلات تعلم الرياضيات ، حيث يلعب كل محصل منها دورا حيويًا فى التفكير الرياضى وفى حل المشكلات. إن معرفة الحقائق والمهارات والبناءات التصورية ضرورة أساسية للتمكن من أساسيات حل المشكلات الرياضية. إن الخطط العامة فى تدريس الرياضيات حاليًا تتعلق بحيل حل المشكلات:

ماذا نفعل؟ وكيف نستخدم المعرفة التى نمتلكها فى حل المشكلات؟ إن التقدير والاتجاهات الشخصية يمكن أن تسهم - أيضًا ـ فى حل المشكلة من خلال تشجيع الاصرار والثقة فى إمكانية الوصول إلى الحل الصحيح بطرق مختلفة.

إن تدريس وتعلم الرياضيات يجب أن يتيحا فرصًا لتمييز عناصر الحقائق والمهارات والبناءات التصورية والخطط العامة والتقدير، على أساس أن هذه العناصر تمثل محصلات التعلم المختلفة المقصودة. ومناقشة هذه العناصر تتطلب اهتمامًا تفصيليًا، وتستوجب نظريات تدريس مختلفة تقوم على أسس علمية بحتة، فليس من الكافى أن نركز على تعليم الأطفال الحقائق والمهارات الرقمية (العددية)، فالفهم والقدرة على حل المشكلات يجب أن يكون الهدف الأساسى.

جدول (١): مخرجات تعلم الرياضيات وفقا للفكر التربوى الحديث

المخرجات «النتائج»	التعريف
الحقائق	مفردات لمعلومات، قد تكون عرفية جوهرية متعددة الخطوات، وأيضًا يمكن أن تشتمل على رقم التعبيرات (مثل خانة الاضافات) والرموز الجبرية (مثل حل المعادلات الجبرية)، أو الأشكال الهندسية... إلخ.
الآراء والبناءات التصورية	الرأى تعبير عما يعتقده الفرد، لذلك يمثل وسيلة للادراك بين الموضوعات (على سبيل المثال: الرأى الخاص بالمعكوس الجمعى). أما البناء التصورى فهو مجموعة معتمدة من الآراء والعلاقات الترابطية (على سبيل المثال: الرأى الخاص بقيمة المكان).
الخطط العامة	إجراءات تعمل كمرشدات لاختيار المهارات والمعارف التى تستخدم فى كل مرحلة من مراحل حل المشكلات.
التقدير «القياس»	ويشتمل على كل من قياس طبيعة الرياضيات (ماذا تكون؟) والاتجاه نحو دراستها.

يجب أن يتضمن تدريس الرياضيات على كل المستويات الأولويات التالية:

- شرح المدرس. ويتطلب تحقيق مناقشة بين المدرس وبين التلاميذ، وبين بعضهم البعض.

- عمل تطبيقى مناسب، ويستدعى التثبيت والممارسة للمهارات الأساسية والمعتادة.

- حل المشكلة، ويشتمل على تطبيق الرياضيات فى مجموعة من المواقف الحياتية (اليومية).

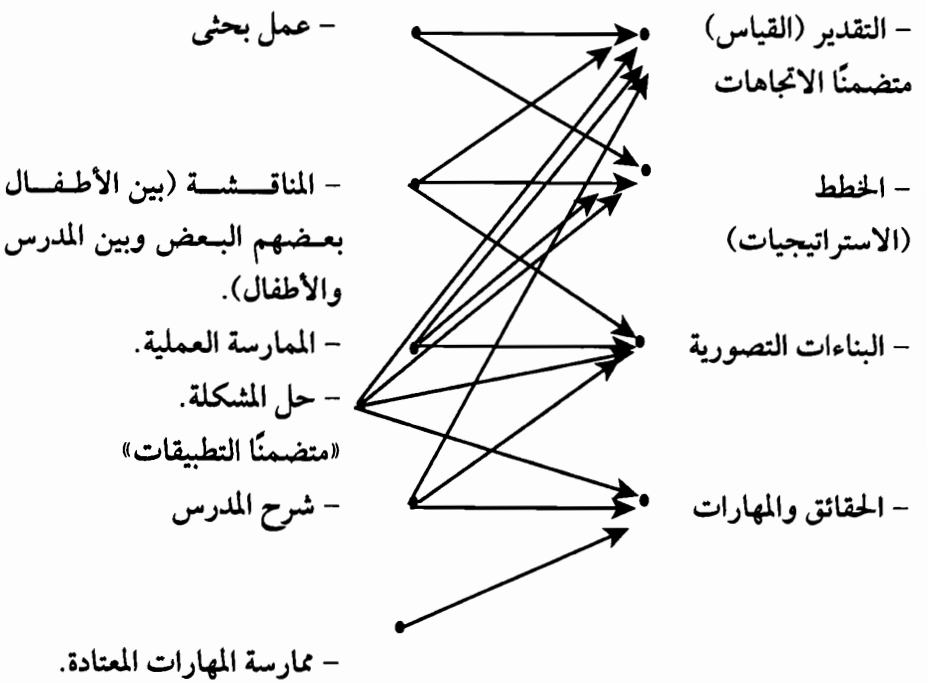
- العمل البحثى فى مجال تدريس الرياضيات للتأكد من فاعلية أسلوب حل المشكلة.

وعليه، تحتاج **نظريات التدريس** إلى تطوير العناصر آنفة الذكر على كل المستويات المدرسية، بحيث تشتمل على العمل البحثى وحل المشكلة والمناقشة والعمل التطبيقى وشرح المدرس، ومثال ذلك: التثبيت والممارسة للمهارات المعتادة. ويوضح الشكل (١) كيف تستطيع نظريات التدريس المساعدة فى: تطوير تقدير الأطفال للرياضيات، وخطط التمكن من المشكلات الجديدة، والبناءات التصورية فى الرياضيات، وبذلك تتأكد معرفتهم بالحقائق والمهارات الرياضية. وبالطبع إلى حد ما، يكون تبديل الأسهم فى الشكل (١) تعسفيا، حيث يمكن لأشخاص مختلفين حذف أو إضافة سهم أو أكثر. ولكن النقطة الأهم بالنسبة لهذا الأمر، أننا إذا أردنا تحقيق كل النتائج الموجودة على الجهة اليمنى والناتجة عن تعلمنا الرياضيات، فسوف نحتاج لاستخدام الحد الأقصى من النظريات المذكورة على الجهة اليسرى من الشكل.

ومن المحتمل أن الحفاظ على معدل النتائج المختلفة لتعلم الرياضيات، والناتجة عن المحتوى وعملية التفكير الرياضى تشتمل على مكونات حيوية فى مناهج الرياضيات القومية، حيث تعمل مناهج المدارس على بلوغ هدف واحد فى الخريطة الأولى يختص بالعمليات الرياضية، وتركز الخرائط الثلاثة الأخرى (من الخطة الثانية حتى الخطة الرابعة) على المحتوى الرياضى، مثل: الأرقام والجبر والشكل والفراغ والمعلومات المتداولة. إن الهدف المراد بلوغه فى الخريطة الأولى يركز على العمليات التى تسمى «استخدام وتطبيق الرياضيات»، بذلك تحتوى على المكونات التالية:

- توصية وصنع القرارات لحل المشكلات.

- الاتصال الرياضى.
- تطوير مهارات التفكير الرياضى.



ثانيًا: الخطط والعمليات الرياضية:

يتمثل التطور المهم فى تعليم الرياضيات فى تعريف المشكلات، واعتبار حلها يعُد الاهتمام الأساسى لتعلم الرياضيات. حقيقة إن المشكلات الرياضية وأهمية حلها قد عرفت منذ وقت طويل فى تاريخ الرياضيات، ولكن فى الخمسين عامًا الأخيرة فقط إمتد ذلك إلى أساليب حل المشكلة فى تدريس الرياضيات أيضًا. ويعد **جورج بوليا** هو الاكثر تأثيراً فى وضع خطط حل المشكلات فى العصور الحديثة، الذى عرفها بأنها: فنون الإبداع أو خدمة الإكتشاف على أساس أن حل المشكلة يعتبر نشاطًا إبداعيًا، ولكن قد لا ينجح التلميذ دائمًا فى تحقيقه.

لقد كان **بوليا** رياضيًا مبدعًا، كرس كثيراً من خبرته المهنية لوضع رسم بيانى للخطط التى يجب أن يستخدمها الرياضيون فى حل المشكلات الرياضية. ولقد نشر

عدداً من الكتب فى هذا الموضوع، ولكن كتابة الأول «بوليا: ١٩٤٥م» هو الأكثر انتشاراً والأكثر تأثيراً فى علم النفس والتربية، وفيه يبرز أربعة مراحل من حل المشكلة، يوضحها الجدول (٢) التالى:

جدول (٢) المراحل الأربعة لحل المشكلة عند بوليا (١٩٤٥)

المرحلة	النشاط
- الأولى	- فهم المشكلة.
- الثانية	- وضع الخطة.
- الثالثة	- تنفيذ الخطة.
- الرابعة	- اعادة النظر فى الحلول للتأكد من صحتها.

إن المرحلة الأولى وهى الاحساس بالمشكلة نفسها لتقديمها فى شكل أكثر فهمًا، مثل: وضع المشكلة فى رسم توضيحى. والمرحلة الثانية أن نقرر كيف نقترب من المشكلة وما هى الخطط العامة لحلها المشكلة. والمرحلة الثالثة هى أن نطبق الخطط فى محاولة لحل المشكلة. والمرحلة الرابعة هى أن نعيد النظر فى الحل الذى حصلنا عليه فنقوم بفحصه وتوثيقه. إن العملية بأكملها دورية، والقائم بحل المشكلة يمكنه أن يتوقع إعادة دورة الحل مرات عديدة ماراً بالمراحل السابقة قبل الإنتهاء من تحقيق الحل الصحيح (الوصول إلى حالة النجاح).

إن عملية حل المشكلة فى الرياضيات يمكن أن توضح خرائطيًا كمرحلة تبدأ من نقطة البداية حتى النقطة المرغوب فى تحقيقها. ولكن الخطوات ما بين هاتين النقطتين غير معروفة تمامًا. ويوضح ذلك الشكل (٢)، إذ يبين أن فهم حدود وابعاد المشكلة يسمح بالتوغل داخل المشكلة نفسها، وأيضا يوضح كيف أن الخطوة الأولى تجاه الحل تشمل التغلب على الصعوبات المحيطة بالمشكلة، وربما يحتاج تحقيق ذلك إلى عدة محاولات. ويلى ذلك توضيح كيف أن محاولات الحل يجب أن تتغلب على الحواجز التى تعيق الحل.

إن الصفة الأساسية لحل المشكلة والعمل البحثى فى الرياضيات يجب أن يتمحور

حول عـملية توظيف الرياضيـات وليس فقط الاجابة أو النتـائج، رغم أن ذلك يمثل محل الاهتمـام التعليمى الأساسى. غالبًـا ما يكون الحصول على الاجابة الصحـيحة غير مهم من وجهـة النظر التعليمية، حيث يكون تعلم كيفـية السيطرة على مشكلات جديدة هو الشىء المهم، وهذا ما يتحـقق عن طريق تطوير التفكير الرياضى. وبالطبع فـإن التفكيـر الرياضى يتطلب من التـلاميـذ أن يعرفـوا الحقـائق والمهارات والمبـادئ الرياضية، وأن يتـمكنوا بدرجة كبيـرة من استخدام الأجهـزة والأشكال والصور التى يمكن أن تساعدهم فى حل المشكلة الرياضية. إن الصفـة الأساسية للتفكير الرياضى أنه تفكيـر إبداعى يشـتـمل على خطـط وعملـيات مـثل التـخـيل «الخـيـال العـقلى الابتكارى» واعـادة التـقديم والتـرمـيز والشـرح والوصف والمناقـشـة والتـخمـينات والتعميم وتحديد قضايا خاصة والتصنيف والتفسير ووضع القانون واثبات البرهان.

وقبل الرجـوع إلى أدبيات البحث التربوى فـى حل المشكلة الرياضية فإن ثمـة ما يساعـد على توضيح مـاذا تعنى عبـارة «مشكلة» فى الرياضيـات. ويعرض قـاموس **ويبسترز** تعريفين لهذه العبارة بمعانى مختلفة، هما:

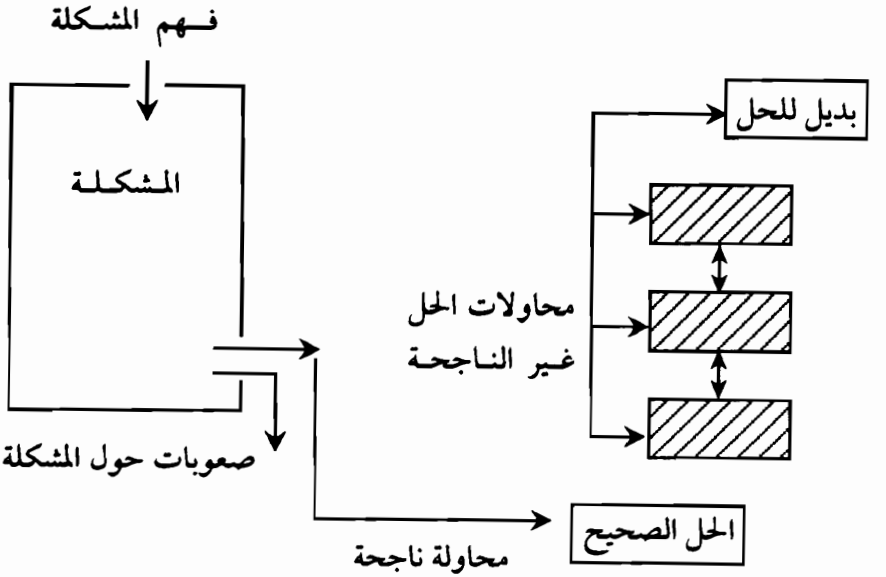
- التعـريف الأول للمشكلة فى الـرياضيات: كل شئ يتطـلب التنفيذ أو حـتمـية إنجاز شئ ما.
- التعريف الثانى للمشكلة فى الرياضيات: هى سؤال صعب ومعقد.

فى التعريف الأول فهو يركز على أى مهمة أو نشاط يتطلب التنفيذ. ويشمل ذلك المهام الروتينيـة والتدريبات «كشئ غيـر روتينى». وعلى النقيض فإن التـعريف الثانى يركـز على المهام غـير الروتينيـة وهى المهارات غـير العـادية واجراءات حلهـا. ومن الأفضل الأخذ بالتعريف الثانى لتوضيح المعنى الذى يجب إعطائه لكلمة «مشكلة».

إن الربط بين المهام الروتينية وغير الروتينية لا يمكن إنجازه بطريقة مختلطة، حيث يمكن أن يجدها أحـد المتعلميـن غير روتينيـة ويجدها آخر روتينيـة. وذلك حتى فى حالة أن ينجـز متعلم واحـد المهام غير الروتيـنية فى وقت محدد، فـإنه غالبًا مـا ينجز المهام الروتينيـة فى وقت آخر، وكما عـرض مؤخرًا فى عديد من الدراسـات التربوية فإن كـمًا كبيـرًا من المعلومات المختلفـة والنماذج المهارية قـد تم استخدامـها فى حل المشكلة، وذلك مثل: خـبرات التعلم، انماء المعرفة والمهـارات والمشكلات التى كانت تعد غير روتينية، والآن أصبحت فى غمار الاجراءات الروتينية القديمة.

ومن وجهة نظر التفكير الرياضى فإن أهم شئ بالنسبة لمشكلات النموذج الثانى عدم تناول اجراءات روتينية واستراتيجيات عامة مطلوبة لاقتراح طرق ممكنة لخطة الحل. على سبيل المثال: استخدام الحقائق والمهارات والمبادئ فى الحل، وأيضًا وجود كثير من النماذج المختلفة وأنشطة رياضية أخرى غير روتينية تعرف بأنها غير عادية وصعبة، مثل:.

- حل المشكلات الرياضية البحتة.
- حل المشكلات الرياضية الواقعية والتى تعكس بعض خبرات المتعلمين خارج الفصل الرياضى.
- بحوث رياضية لا نهائية من النقاط الرياضية المبدئية.
- بحث المواقف الرياضية العملية بالتقليد أو بمساعدة الأجهزة التقنية.
- تنفيذ مشروع عمل على موضوع يمثل أحد مظاهر البيئة، حيث تعد الرياضيات مجرد جزء من هذا المشروع. وهناك أمثلة تبين أن نص المشكلة يمكن أيضًا أن يكون مهمًا لتعليم الرياضيات.



شكل (٢): مسار عمليات حل المشكلة

ثالثا: استراتيجيات عامة لحل المشكلات الرياضية ومستوياتها:

يوجد تاريخ طويل لاستراتيجيات حل المشكلة، بدءً من الرياضيين اليونانيين القدامى، مثل: بابوس، ديكارت، وانتهاءً بالكتب الحديثة عن الهيرائية وحل المشكلة فى التعليم الرياضى، مثل: بوليا (١٩٤٥) وماسون (١٩٨٢)، بيرتون (١٩٨٤).

الاستراتيجيات العامة لحل المشكلة الرياضية تتكون من اجراءات عالية المستوى، تعمل كخطوط إرشادية لإختيار المهارة أو المعرفة لاستخدامها فى كل مرحلة من مراحل المشكلة الرياضية.

وفى تطبيق حل المشكلات الر ياضية على التلاميذ، من المهم استخدام الخطوات العامة الآتية:

* اعادة قراءة المشكلة.
* تبسيط المشكلة.
* فهم المشكلة «عن طريق المناقشة الجماعية».
* محاولة حل مشكلة بسيطة.
* تثبيت قيمة محددة لمتغير بعينه واستكشاف بقية القيم من متغير آخر.
* عمل رسم شكل توضيحى.
* تقديم المشكلة فى صورة رمزية.
* تقديم أمثلة عامة.
* الحصول على معلومات مساعدة للوصول إلى الحل.
* عمل جدول بالنتائج التى يتم الحصول عليها.
* وضع النتائج بترتيب مقترح فى جدول وفق أوليات الحصول عليها.
* وضع الفروض.

* تصميم نموذج على أساس المعلومات التى يتم الحصول عليها.

* تخمين علاقة من جدول النتائج.

* اختبار الفروض.

* التفكير فى أساليب مختلفة للحل.

* محاولة تطبيق أساليب الحل التى سبق تحديدها.

* الحصول على اجابات مرضية لحل المشكلة.

وبالطبع لا يمكن استخدام جميع الخطط التى يتم تحديدها «استراتيجيات الحل» فى حل كل مشكلة، كما أن استخدام استراتيجية بعينها قد يأخذ فترة من الوقت تختلف من فرد لآخر، ومن مجموعة لأخرى حسب مستواهم التحصيلى والذهنى، وأيضًا حسب صعوبة أو سهولة المشكلة ذاتها.

وبدراسة **مستويات استراتيجيات حل المشكلات الرياضية** ، يمكن تمييز استراتيجيات حل المشكلة من الخاص إلى العام، على النحو التالى:

- استراتيجيات محدودة لحل المشكلات الرياضية.

- استراتيجيات عامة لحل المشكلات الرياضية.

- استراتيجيات عامة ممتدة لما بعد حل المشكلات الرياضية.

وفيما يلى شرح تفصيلى للاستراتيجيات السابقة:

(١) استراتيجيات محدودة لحل المشكلات الرياضية:

تساعد استراتيجيات هذا النوع فى تقديم الارشادات، إذ تتمحور حول موضوعات محدودة (الحقائق والمهارات والمعرفة والاجراءات). وهذه الاستراتيجيات قد وضعت لتسهم فى حل المشكلة فى موضوعات: الحساب والجبر وحساب المثلثات والتفاضل والتكامل والهندسة ونظرية الاحتمالات والاحصاء أو التكامل الر ياضى. وأول تطبيقات هذه الاستراتيجيات يتحقق فى منهج حساب

المدرسة الابتدائية، حيث تكون حل المشكلات فى خطوتين، مثل: «تمتلك سعاد ثلاث كراسات أكثر من سامية التى لديها خمسة أكثر من هناء. فإذا كان لدى هناء ستة كراسات فكم لدى سعاد؟ لحل هذه المشكلة لابد للطفل أن يعى بأن هناك ثلاث كميات بينهم علاقتين وأن هاتين العمليتين لابد أن تطبق خطوتين لتصل إلى الحل. وثمة طريقة واحدة لتقديم المشكلة مصحوبة بخطة الحل كما يبين ذلك الجدول (٤). وعلى الرغم من أن هذا الجدول يظهر وكأنه معقداً. فإن عديد من الأطفال سيدركون الخطة الموضحة بديهيًا فى نهاية المرحلة الابتدائية (أضف ٦، وأضف ٥ يتم الحصول على الاجابة).

وكما فى الحالة الموضحة فى جدول (٤)، فإن استراتيجية الفهم وحل المشكلة فى خطوتين لهو شئ مفيد فقط عندما تعطى مشكلة مشابهة فى الحساب، ولكنها لا تساعد فى الهندسة، ولا حتى فى مهام النماذج الهندسية الرقمية. و بالتشابه فإن معظم الخطط الموضحة فى الجدول (٣) غير قابلة للتحويل، وينطبق ذلك على الرياضيات ذاتها. وذلك منذ أن تؤول إلى فئة مخصصة من المشكلات مع موضوع مادة دراسية محدود. ويعتبر اقتباس هذه الخطط أمراً عاديًا طالما أن التعلم وحل المشكلات يتحقق داخل المساحة الموضوعية المتاحة.

ومثل هذه الخطط لا تناقش بالقدر الكافى فى أدبيات حل المشكلة، ولكن الاقتباس الدقيق يعد جزءً مهمًا فى تعلم أى موضوع رياضى متاح. ولسبب واحد لا تتم مناقشة هذه الخطط بإستفاضة. لقد أصبحت هذه الخطط بمثابة مهارات روتينية تتحقق من خلال مساحة ضيقة فى تعلم كل الأطفال. وحينما تنتهى المهارات الروتينية التى يمتلكها الأطفال، يبدأ تعليمهم خطط حل المشكلة.

جدول (٣): استراتيجيات محدودة لحل المشكلات الرياضية

- علم الحساب	* كيف تحل مشكلات فى خطوتين.
- الجبر	* تحل معادلة من الدرجة الأولى «فى خطوات».
	- كيف تجد نقطتى تقاطع مستقيم مع آخر.
	- كيف تجد نقطتى تقاطع مستقيم مع منحنى من الدرجة الثانية.
	- كيف تحل معادلة من الدرجة الثانية.
- حساب المثلثات	* كيف تحل حالات المثلث باستخدام العلاقات فى حساب المثلثات.
- التفاضل والتكامل	* كيف تكمل وظيفة د (س) مع خصوصية س.
	- كيف تفرق بين د (س) مع الحفاظ على س.
- الهندسة	* كيف تثبت تطابق مثلثين.
- الاحتمالات	* كيف تحصر عدد النتائج المحتملة فى لعبة.
- الاحصاء	* كيف تحدد أن نتيجة تجميع المعلومات ذات أهمية إحصائية.
- العد الحسابى	* كيف تصنع قاعدة معلومات.
	- كيف تصنع برنامج قياس.

جدول (٤): تقديم خطة حل لمشكلة بسيطة من خطوتين

	رقم سعاد	علاقة التعاون	رقم سامية	علاقة التعاون	رقم هناء
* تقديم المشكلة	ـــــ	اكثر من٣	ـــــ	اكثر من خمسة	٦
* خطة الحل	١٤	٣+	١١	٥+	٦

(٢) استراتيجيات عامة لحل المشكلات الرياضية:

إن النوع الثانى من استراتيجيات حل المشكلة يوافق استخدامها كل فروع الرياضيات. لقد عرض **بورتون** ١٩٨٤م تحليلاً لحل المشكلة والاستراتيجيات العامة لحل المشكلة داخل الرياضيات، والتى تجسدت بقوة فى المراحل المختلفة لأعمال **بوليا** ، والتى نوقشت من قبل. وفى الجدول (٥) يتم المقارنة بين أعمال **بورتون**، وأعمال **بوليا**، فيظهر أن الاختلاف الرئيس الوحيد هو أن **بورتون** استبدل مرحلتى تكوين الخطة عند **بوليا** بحالة الهجوم، وبذلك يرتكز حل المشكلة عند **بورتون** على تحليلها فى خطوات ثلاث،كما يوضح ذلك الجدول (٥).

جدول (٥): مقارنة لهيرائيات بوليا بورتون

بورتون	بوليا
* التفكير خلال الأشياء	* كيف تحل المشكلة.
* الدخول	* فهم المشكلة.
* الهجوم	* تكوين الخطة.
	* تنفيذ الخطة
* اعادة وجهات النظر.	* اعادة النظر مرة أخرى.

*** الدخول:**

١ - تحديد المشكلة.

٢ - وضع الفروض واختبارها.

٣ - ايجاد المصطلحات والعلاقات.

٤- تبويب المعلومات.

٥ - تنظيم المعلومات.

٦ - وضع مقدمة.

٧ - وضع شكل للتسجيل.

*** الهجوم المنظم:**

١ - البحث عن العلاقات.

٢ - تحليل العلاقات.

٣ - وضع فروض مبسطة.

٤ - ايجاد الاحتمالات التى ستكون عليها الاجابة

٥ - معالجة حالات خاصة.

٦ - ترتيب التخمينات.

٧ - وضع الفروض فى قواعد واختبارها.

٨ - فحص مشكلات مشابهة.

٩ - التحكم فى أنظمة متنوعة.

١٠ - استخدام حل واحد لايجاد بقية الحلول.

١١ - الرجوع إلى الخلف (لتغذية الراجعة).

١٢ - التركيز على جانب واحد من المشكلة.

١٣ - حذف الزوائد.

١٤ - تجزئ المشكلة إلى حالات فرعية.

١٥ - اعادة تنظيم المشكلة.

١٦ - تحديد الاختصارات غير المفحوصة أو الافتراضات المسلم بها.

١٧ - تطوير النظام التسجيلى.

١٨ - تغيير التقديم.

١٩ - وضع التعميم.

*** اعادة وجهات النظر:**

١ - الفحص.

٢ - النظر للخلف.

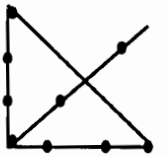
٣- الاتصال.

٤ - ايجاد مشكلات مشابهة.

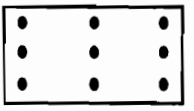
٥ - وضع مشكلات مختلفة.

٦ - الامتداد لمجموعة من المشكلات المشابهة

أحيانًا، لكى تحل مشكلة رياضية، من الضـرورى أن تواجه وتتحدى إفتراضات مأخوذة ومسلم بها. وعلى سبيل المثال، يوضح ذلك اللغز التالى:



ترتيب اثنين



ترتيب واحد

إن اللغز هنا يعتمد على كيفـية ربط كل النقاط فى الشكل الأول مع بعضها بخط واحد متـصل دون نزع سن القلم. وهذا الشكل مكون من أربع قطع مستقـيمة. إن المتعلمين الشباب غالبًا ما يقومون بعدة محاولات لربطهم. والمجموعة التى تحتاج إلى انقلاب فى التفكير، لأنها تفترض أن الخـط المفروض رسمه سيبقى داخل الصندوق المبين. وفى الحقيقة، قد يكون الحل خارج الصندوق، ولذلك يتم استخدام نقاط أكثر. فليس هناك قاعدة تنص على حتمية بقاء الاجابة داخل الصندوق، ولكن العديد من التلاميذ، غالبًا ما يواجهون المشكلة أولا، مخادعين أنفسهم بهذا الحصر.

(٣) خطط عامة ممتدة إلى ما بعد حل المشكلات الرياضية:

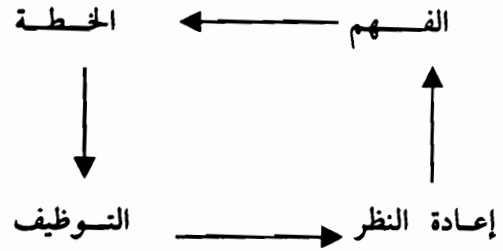
إن النوع الثالث من الخطط هو الاكثر عمومية والممتد إلى ما بعد حل المشكلات الرياضية. إن خطط حل المشكلة والطرق العامة للبحث قد وظفت فى مناطق دراسية عديدة، كما أن بعض العمليات والخطط المستخدمة فى موضوعات مدرسية أخرى تشبه تلك المستخدمة فى الرياضيات، على سبيل المثال: العمليات والخطط المقترحة تستخدم على نطاق واسع فى العلوم المدرسية، وأن خطط حل المشكلة جزء رئيس من التصميم والتكنولوجيا فى تلك العمليات والخطط.

ولذلك يجب على المدرسين أن يتذكروا أن المتعلمين يقتبسون نماذج للخطط العامة فى الحل، سواء أكان ذلك من مادة الرياضيات أو من المواد الأخرى، مع مراعاة أن استراتيجيات التعلم فى أية مادة أخرى لا تعنى أنها ستتحول مباشرة إلى أسلوب حل المشكلات المتبع فى مادة الرياضيات.

ومما يذكر يشتمل البحث التربوى على خطط أبحاث عامة مشابهة لتلك التى تستخدم فى حل المشكلة الرياضية. إن بعض الخطط التى يستثنيها المدرسون هى المستخدمة داخل حجرة الفصل، وعليه فإن مشروعات حل المشكلة المرافقة لها للتأكد من الحل هى بالضبط ما يحتاجه إجراء البحث التربوى. وهذا يتضمن أشياءً عديدة، مثل: تحديد المشكلة، وتجميع وتبويب المعلومات ذات العلاقة بالمشكلة واختبارها، الدقة فى تنفيذ خطوات البحث، ...إلخ.

وعلى ذلك فإن تنفيذ بحث تعليمى وكتابته يشبه إلى حد كبير حل المشكلة أو يرتبط بأسلوب البحث فى الرياضيات أو العلوم أو التكنولوجيا أو المواد الدراسية الأخرى.

إن عملية حل المشكلة لا تأخذ شكلاً خطيًا ولكنها تأخذ شكلاً دائريًا. والشكل التالى يوضح دورة حل المشكلة:



يوضح الشكل السابق كيفية تناول المشكلة كتتابع للمراحل، أولا فهم المشكلة، ويتبع ذلك بتخطيط واعٍ لكيفية حلها، وبذلك تكون الخطة موظفة.

وأخيرًا يتم تقييم محصلة العمل، ويعاد النظر فيه. بينما لا تكون العملية قد تمت بعد؛ لأن محاولة الحل الأولى عادة تحتاج لإعادة إعمالها وتحسينها، حيث تؤدى كل مرحلة ما يجب اتباعه فى المرحلة التالية. إن التخطيط والتوظيف أو إعادة النظر فى النتائج أو الفهم الأفضل يؤكد الحاجة إلى تخطيط أفضل، كما يؤدى إلى معرفة كيفية حل المشكلة وهكذا.

إن النموذج الأول الذى عرضه **بوليا** (١٩٤٥) يمكن تطبيقه فى مساحات عديدة للنشاط سواء مع أو دون تعليم. على سبيل المثال: هناك كتاب (تعلم حل المشكلة بنفسك)، حيث الأفكار التى وردت فى ذلك الكتاب فى سوق العمل.

هناك أيضًا نشابهًا واضحًا بين خطوات حل المشكلة وبرنامج الكمبيوتر الذى أشار إليه **نوس** (١٩٨٣) **وأرنست** (١٩٨٨) كما هو مبين فى الجدول (٦)، فكل مرحلة لعملية حل المشكلة عند **بوليا** لديها خطوة مقابلة أو توازى مباشر مع مرحلة من مراحل بناء برنامج الكمبيوتر كما هو موضح بالجدول. بالاضافة إلى ذلك فإن حل المشكلة يمكن أن يكون تفصيليًا أو تركيبًا فى تشابهه مع خطط برنامج الكمبيوتر.

إن نظرية حل المشكلة تفصيليًا ترتكز على خطة رئيسة مثل العمل تجاه الحل. والنظرية التركيبية فنية ومصحوبة بسلسلة من الخطوات الصغيرة حتى تصل إلى الحل المطلوب. إن الخطط التفصيلية والتركيبية لحل المشكلة تتشابه بدرجة كبيرة مع (القمة/ القاع) و(الأسفل/ الأعلى) فى خطط برامج الكمبيوتر، حيث تعمل نظرية (القمة/ القاع) فى برامج الكمبيوتر تحت مظلة خطة رئيسة عامة مثل النظرية التفصيلية فى حل المشكلة. أما نظرية (أسفل/ أعلى) تكون مصحوبة بإجراءات الكمبيوتر الصغيرة، مثل: النظرية التركيبية فى حل المشكلة.

ويجب التركيز على ذلك التشابه بين حل المشكلة الرياضى وكتابة برنامج

كمبيوتر كنشاط تفكير إبداعى، مع مراعاة أن تصميم أى برنامج كمبيوتر يعد عملية رياضية بحتة. وليس فقط ما يتكلمه التلاميذ هو المهم، ولكن الأهم: أين يتعلمون ذلك. ومنذ زمن طويل، فى سنة ١٩١٢، بين **ثورندايك** أن تعلم الهندسة التقليدية وخططها المختصرة ليس من الضرورى تحويلها لكى تسهم فى رفع مستوى اكتساب المهارات، سواء أكانت منطقية أو ترتبط بحل المشكلة.

جدول (٧): مقارنة بين حل المشكلة وبرنامج الكمبيوتر

برنامج الكمبيوتر	حل المشكلة
* تحليل المشكلة.	* فهم المشكلة.
* كتابة برنامج.	* مراجعة الخطة.
* تعديل البرنامج	*فحص الحل واعادة النظر فى الخطة.