

الفصل الرابع

التفكير الرياضى وتعزيز تعلم الرياضيات

* تمهيد.

* التوافق والتعارض بين التفكير الرياضى والطبيعة البشرية.

* التفكير الرياضى فوق المعرفى وتعزيز تعلم الرياضيات.

تمهيد:

منذ قديم الزمان، والطبيعة البشرية مملكة للروائيين والفلاسفة وعلماء اللاهوت، وأخيراً تم دراستها مؤخراً من قبل العلوم المعرفية وعلم الأعصاب والبحث على الأطفال والحيوانات، وكذلك من جانب الأثنوبولوجى وعلم النفس النمو.

وفى تحليل لبعض دراسات الحالة فى الرياضيات، تبين أن أجزاء عديدة من التفكير الرياضى يمكن إما أن يتم تعزيزها أو إعاقتها بسبب ملامح أو خصائص الطبيعة البشرية، وهذا المنحنى الجديد يمكن أن يضيف تفسيراً لتتائج البحوث التربوية الرياضية التجريبية، بالإضافة إلى إلقاء الضوء على قضايا أساسية تربط بتدريس الرياضيات، وتحقق داخل الفصول الدراسية، وذلك ما يظهره الحديث التالى.

أولاً: التوافق والتعارض بين التفكير الرياضى والطبيعة البشرية:

اعتماداً على علم النفس النمو، فإن النظرة العلمية للطبيعة البشرية تعنى أنها مجموعة من القدرات العالمية المعرفية والسلوكية، مثل: المشى على قدمان، والتعرف على الأوجه أو استخدام اللغة، وغير ذلك من القدرات التى تُكتسب فى الحال وتستخدم بلا جهد من قبل كل الأفراد فى ظل النمو الطبيعى.

واعتماداً على علم النفس النمو فيما يتعلق بأصول الطبيعة البشرية، ومن ثم عدم الاتساق المتكرر بين البيئة القديمة ومتطلبات الحضارة الحديثة، يمكن الزعم بأن التلميذ إلى حد كبير يتمكن من أن يتعلم كثير من المهارات الحديثة (مثل: الكتابة أو القيادة أو إجراء بعض العمليات الحسابية)، وهذا يرجع إلى قدرة عقله على اختيار الآليات المعرفية القديمة لأغراض حديثة.

ورغم أن المنهجية السابقة تسهم - بسهولة - فى اكتساب بعض المهارات دون غيرها، فمن الصعب بمكانة تطبيق هذه المنهجية على المهارات الرياضية، إذ لا يوجد مجال يمكن أن تظهر فيه الاختلافات أكثر مما فى الرياضيات. فى هذه الحالة، تتحدد سهولة التعلم بإمكانية الوصول إلى الآليات المعرفية المختارة. ولذلك من المهم التركيز على ما هو جزء من الطبيعة الإنسانية، لا يحتاج إلى أن يكون سليقى (ناشئ)

بالسليقة)، فنحن لم نخلق ونحن نمشى أو نتكلم. وما يبدو فطرياً، فهو الدافعية والقدرة على الانخراط فى البيئة المادية والاجتماعية بطريقة يمكن أن تنمو من خلالها المهارات المطلوبة.

* أصول التفكير الرياضى: Origins Mathematical Thinking

فى هذا الجزء يتم تناول السؤال الغامض التالى:

هل التفكير الرياضى هو امتداد طبيعى للتفكير بالفطرة السليمة (الحكم على الأشياء بصورة صائبة وحصيفة) أم أنه نوع مختلف تماماً من التفكير؟

إن الإجابات المحتملة والممكنة لهذا السؤال على جانب كبير من الأهمية لأسباب نظرية وعملية. فمن الناحية النظرية، تعتبر هذه حالة خاصة مهمة للتساؤل العام الذى يختص بكيفية عمل المخ البشرى. ومن الناحية العملية، فإن الإجابة عن السؤال لها دلالات تربوية مهمة، حيث تعنى الفطرة السليمة Common Sense تقريباً نفس الجزء المعرفى للطبيعة البشرية - وهى مجموعة القدرات التى يكون فيها الأفراد جيدون بشكل طبيعى وتلقائى أو عفوى. وقد ظهرت فى الآونة الأخيرة العديد من الكتب والدراسات التى تعتمد بشكل كبير على هذا السؤال، ولذلك فإن الإجابات الممكنة لهذا السؤال - على الرغم من أنها ما زالت بعيدة عن كونها حاسمة أو مقنعة أو نهائية - ليست أقل من كونها حدس أو تخمين. إن استنتاجات معظم الباحثين فى هذا المجال تبدو متضاربة؛ فمظاهر المعرفة الرياضية توصف على أنها أى شئ متضمن فى كونه قائم على آليات المعرفة العامة.

ومع ذلك فإن التناقضات الواضحة تتلاشى بمجرد أن ندرك أن الرياضيات (ومعها المعرفة الرياضية) ربما تعنى أشياء مختلفة لأفراد مختلفين، وحتى أحياناً للشخص الواحد فى مناسبات مختلفة. فى الواقع، الهدف الرئيس لهذا الجزء هو تبيان وتوضيح أن كل هذه البحوث المتعددة الجوانب، التى يقوم بها أفراد مختلفين يتبعون نظاماً مختلفة يمكن جمعها وتنظيمها فى نسق واحد مترابط، بمجرد أن نولى مصطلحاتنا مزيداً من العناية، من حيث توحيدها. ولهذا الغرض يجب وضع حدود فارقة بين ثلاثة مستويات من الرياضيات، وهى:

١ - مبادئ الحساب: Rudimentary Arithmetic

٢ - الرياضيات الصورية: Formal Mathematics

٣ - الرياضيات الغير صورية: Informal Mathematics

ويتم تناول كل مستوى من هذه المستويات وفقاً لآلياته الخاصة له. ونتائج البحث عندما تفسر فى هذا الإطار، توضح أن هناك بعض عناصر التفكير الرياضى قد تكون متأصلة عند الفرد دون تعلم، والبعض الآخر غير متأصلة عند الفرد، ولكن يمكن تعلمه بسهولة.

وأيضاً، هناك بعض عناصر التفكير الرياضى التى تعكس مظاهر متقدمة (وحدیثة تاريخياً) من الرياضيات، وتكون لغتها اللغة الصورية، وتقوم على التجريد، وهذه المظاهر ربما تمثل تصادماً غير مباشر مع مظاهر الطبيعة البشرية.

وفيما يلى مسح للدراسات البحثية والآليات المعرفية العديدة المقترحة والمنظمة وفقاً للإطار المقترح فيما تقدم.

المستوى الأول: مبادئ الحساب:

تتكون مبادئ الحساب من عمليات بسيطة، مثل: إصدار الأحكام والمقارنة والجمع والطرح، وهذه العمليات تُؤدى ويتم إجراؤها على مجموعات صغيرة جداً من الأشياء الملموسة. وتشير الدراسات التى أجريت على الأطفال والحيوانات وكذلك الدراسات التى أجريت على المخ إلى أن المقدرة على القيام ببعض العمليات الحسابية فى هذا المستوى تتم فى المخ وتعالج عن طريقة 'حاسة الأرقام'، تماماً كما يتم معالجة أو تناول الألوان عن طريقة 'حاسة اللون'.

والخاصية المتأصلة لهذه المقدرة واضحة بوجودها فى الأطفال وموقعها فى المخ وارتباطها بإصابات المخ، كما أن أصول تطورها تنبع من ملامح تصميمها المعقد، وأن إمكانية بقائها ربما هى التى مكنت أجدادنا الأوائل من التعامل مع الأرقام فى مشكلاتهم الحياتية والعملية، (مثل: عدد ممتلكاتهم، وتقدير كمية الغذاء، وعدد

الأعداء). وما يذكر أن القيام ببعض العمليات الحسابية يمكن لأقاربنا الغير بشريين (الشمبانزى، الفئران، الحمام) تحقيقها تحت ظروف بعينها.

- المستوى الثانى: الرياضيات الغير صورية:

وهذا النوع من الرياضيات هو المؤلف لكل معلم للرياضيات المتقدمة، والذي يقدم للتلاميذ فى مواقف يكون فيها الشكل الصورى للرياضيات غير ملائم للتعلم. ورغم أن هذا النوع من الرياضيات يتضمن موضوعات من كل المناطق الرياضية وكل المستويات العمرية، فإنه يتكون أساساً من "تجارب التفكير"، وينفذ بمساعدة الأرقام والأشكال والتشبيهات من الحياة اليومية وخبرات التلاميذ السابقة.

وتشير بعض الدراسات الحديثة، وكذلك بعض الخبرات داخل الفصول الدراسية، إلى أن الرياضيات الغير صورية هى امتداد للفطرة العامة Common Sense، حيث يتم معالجتها واقعيًا بنفس الآليات التى تكون معرفتنا اليومية، مثل: اللغة المجازية، واللفغة الطبيعية، وتجربة الأفكار، والمعرفة الاجتماعية، والاستعارة. ومن منظور تطورى، يحدد التفكير الرياضى الآليات المعرفية الأقدم والأكثر عمومية، مع مراعاة أن الرياضيات فى معناها الحديث عمرها ٢٥ قرنًا، وهى فترة تمثل طرفة عين فى عمر مصطلحات التطور.

وقد نظرت بعض الكتابات المعاصرة إلى نظريات مسهبة أو مطولة تشرح كيف أن قدرتنا لعمل الرياضيات تقوم على آليات أخرى للمعرفة الإنسانية، كما تبين أن المعرفة الرياضية تبنى على نفس آليات النظام العددي والمعرفى العام. وبالتحديد، وضحت تلك الكتابات كيف أن المعرفة الرياضية متأصلة فى داخلنا من خلال المجاز، ثم إتسع مداها أو مجالها إلى مملكات أكثر تجريدًا من خلال المجازات أو الاستعارات، مثل: الاستدلال الصورى بين المصدر والهدف. أيضًا، قدمت كتابات أخرى حديثة تفسيرًا مختلفًا عما تقدم، ولكنه يوضح مرة أخرى كيف أن التفكير الرياضى يحدد الآليات المعرفية الموجودة. وهذا التفسير يرى أن "جين الرياضيات" المجازى أو قدرتنا المتأصلة على أن نتعلم ونطبق الرياضيات تنبع من نفس مصدر

قدرتنا اللغوية، وبالتحديد قدرتنا على التفكير. وفي هذا الشأن يقدم **ديفلين Devlin** تفسيراً تطورياً مفصلاً عن كيفية نشوء كل جميع القدرات الإنسانية.

- المستوى الثالث: الرياضيات الصورية:

لا يشير مصطلح الرياضيات الصورية هنا إلى المحتوى، ولكنه يشير إلى ما يقدم من خلال الرياضيات التي تقدم داخل الفصول المدرسية، وفي الكتب الدراسية بكل أدواتها من التجريد واللغة الشكلية أو الصورية والاستنتاج. وحقيقة صعوبة الرياضيات الصورية لمعظم التلاميذ أمر معروف، ولكن السؤال الذى يذهب أبعد من ذلك، هو: هل هذا النوع من الرياضيات بمثابة امتداد للفطرة العامة، **Common Sense** أم إنها تعكس نوعاً مختلفاً تماماً من التفكير؟ وبعبارة أخرى: هل الرياضيات الصورية بيولوجية ثابتة، أم إنها تمثل نوعاً جديداً تماماً من التفكير ينبغى أن يطلق عليه مقدره أو قدرة بيولوجية من الدرجة الثالثة؟ وهذه القضية كما تناقشها كثير من دراسات الحالة الرياضية، وكذلك الفشل المستمر لعديد من التلاميذ اللامعين فى تنفيذ وفهم ماهية الرياضيات الصورية، يوضحان أن التفكير الصورى ليس امتداداً للفطرة العامة.

* التفكير الرياضى مقابل الطبيعة البشرية:

ويمكن تطبيق الإطار النظرى الذى تم تناوله سلفاً على دراسات حالة، تتعامل مع موضوعات رياضية محددة جيداً، قد تبدو فى بداية الأمر إنها بسيطة وأولية إلى حد ما، ورغم ذلك، فإنها قد تمثل صعوبة بالغة لعديد من التلاميذ.

وأولى تلك الدراسات تطبيق الإطار النظرى السابق على **حفظ جدول الضرب**. وفى هذا الشأن، وعلى أساس الدلائل البحثية العديدة التى قدمها علماء النفس عن أن العديد من التلاميذ، قد يجدون عملية حفظ جدول الضرب صعبة جداً، حيث يستغرقون وقتاً طويلاً للإجابة عن عمليات الضرب، وغالباً يقعون فى أخطاء كثيرة، فإنه توجد أدلة عديدة على أن كل بعض التلاميذ النابهين يظهران قدرات هائلة فى التعلم والذاكرة (تعلم المفردات واستخدام اللغة الأم)، ورغم ذلك، فإن بعضهم

يجدون صعوبة كبيرة فى حفظ قليل من حقائق الضرب، ولذلك فإن السؤال الذى يفرض نفسه، هو:

كيف أن الذاكرة الإنسانية التى فى سياقات أخرى تؤدى مهاماً رائعة، تفشل فى هذه المهمة التى تبدو بسيطة (حفظ جدول الضرب)؟

ويوضح الوضع السابق بإيجاز التناقض الذى يمثل لب الحديث آنف الذكر، فالتلاميذ قد يفشلون فى العمل (حفظ جدول الضرب) ليس بسبب وجود ضعف فى قواهم العقلية، ولكن بسبب قوة آلياتهم العقلية. المشكلة هى أن ما كان ملائماً فى البيئة القديمة لأجدادنا فى العصر الحجرى، وما يزال ملائماً حتى اليوم فى ظل ظروف معينة، ربما لا يكون ملائماً فى سياقات حديثة. وإذا عدنا مرة ثانية إلى المثال الراهن (عدم القدرة على حفظ جدول الضرب)، نقول: إن القوة الخاصة للذاكرة، التى تتدخل فى طريقة حفظ جدول الضرب، يمكن أن تتمثل فى الصفة الترابطية التى عن طريقها يتم السيطرة على عمليات الضرب، فأشكال حقائق ضرب الأعداد لا يمكن فصلها، ولكنها تظل متشابكة مع بعضها البعض.

وثانى تلك الدراسات تتمحور حول المنطق الرياضى مقابل التبادل الاجتماعى، حيث يتم استخدام نشاط أو مهمة، أو يتم اختيار الكروت (Card Selection) التى تقيس فهم التلاميذ لعبارة: إذا كان س فإن ص (if X then Y)، فذلك بمثابة مؤشر له دلالة إيجابية بالنسبة لما يكتسبه التلاميذ من حسابات منطقية. ورغم إمكانية تقديم إصدارات عديدة للتلاميذ تحتوى على الصيغة: إذا كان س فإن ص (if X then Y)، فإن تلك الإصدارات تختلف بقوة فى محتويات كل من س، ص (X & Y)، وأيضاً تختلف فى خلفية الأحداث. قد تظهر النتائج الثابتة تدنى مستوى التلاميذ فى هذا النشاط، ورغم ذلك، فإنهم قد يحققون بصورة جيدة نسبياً المهام أو التكاليفات التى تتضمن أوضاعاً من التبادل الاجتماعى Social Exchange. ففى مواقف التبادل الاجتماعى، يتلقى التلاميذ بعض الفوائد، لذلك من المتوقع أن يدفعوا بعض الثمن بعبارات، مثل: إذا حصلت على فائدة، فعليك أن تدفع الثمن، ومثل: إذا أعطتني ساعتك، سأدفع لك مائة جنية. التلميذ الغشاش - فقط - هو الشخص الذى يتلقى نفعاً ولا يدفع الثمن.

عندما تتعلق مهمة أو نشاط بالتبادل الاجتماعى، فإن الاستجابة الصحيحة تصل إلى حد كشف المزيف أو الغشاش. ولأن التلاميذ قد يآدون النشاط بشكل صحيح ودون مجهود فى مثل هذه المواقف، ولأن نظرية التطور توضح أن التعاون لا يمكن أن يتحقق إذا لم يتم الكشف عن الغشاشين أو مواطن الزيف (Cheaters)، فمن السهل جداً استنتاج أن عقول التلاميذ تحتوى عمليات حسابية تطويرية تعمل على كشف الزائف.

ومما يذكر أن الظاهرة أنفة الذكر ظهرت فى سياق البحث فى مجال تعلم علوم الحاسب (وبالتحديد البرمجة الوظيفية)، ولكنها تحولت لأن تكون علامة على التفكير الرياضى. ومع ذلك، فإنه من الصعب إدراك كيف يمكن الكشف عن هذه الظاهرة من خلال نص رياضى خالص.

فى البرمجة الوظيفية، ينظر إلى الوظائف أساساً على أنها عمليات تبدأ بمدخلات، ثم إجراء بعض العمليات الرياضية الوظيفية على هذه المدخلات، ثم الانتهاء بالمخرجات، وهذه الصورة يتم فهمها من مجاز الآلة الوظيفى، وقد أطلقت عليها الصورة الجبرية للوظائف كمقابل للصورة التحليلية. والعديد من أخطاء البرمجة لدى التلاميذ يمكن إرجاعها إلى الافتراض الموجود لديهم، والذى مفاده: الوظيفة تغير بالفعل المدخلات، ولكن فى البرمجة الوظيفية كما فى النظم الرياضية فإن الوظائف لا تغير مدخلاتها.

والنتيجة السابقة تجريبية فى أساسها، ويمكن أخذها كمثال للتعارض بين الرؤية الرياضية للوظائف ومصدرها فى الطبيعة البشرية. ولعمل ذلك، يجب البحث عن الجذور المعرفية والتطويرية بشكل أساسى، وأيضاً الجذور التاريخية.

ووفقاً للصورة الجبرية للوظائف، فالعملية An opertion هى العمل على شئ، والفاعل الذى يؤدى العملية يأخذ الشئ ويقوم بعمل إجراء عليه. على سبيل المثال: الطفل الذى يلعب بلعبه ربما يحركها أو يلونها. فالشئ قبل العملية هو المدخلات وهذا الشئ بعد العملية هو المخرجات، ولذلك فإن العملية تحول المدخلات إلى مخرجات.

إن الأصل المقترح للصورة الجبرية للوظائف هى خبرة الطفل للعمل على الأشياء فى العالم المادى، وهذا جزء من الآلية الرئيسة التى من خلالها يبدأ الطفل فى معرفة العالم من حوله، وهى تمثل - غالباً - جزءاً مما يُطلق عليه الطبيعة البشرية العالمية، كما أن جزء من هذه الآلية، يتجلى فى فهم العالم من خلال الأشياء والتصنيفات والعمليات على الأشياء.

وما يجب أن يتأصل فى ذهن التلميذ أن الخبرة بمثابة العملية التى تسهم بدرجة كبيرة فى تغيير المدخلات. فتحرك الشئ يعنى تغير المكان، كما أن تلوين الشئ يغير شكله. ولكن هذا لا يحدث فى الرياضيات الحديثة أو فى البرمجة الوظيفية، ففى الصياغة أو الشكل الحديث للوظائف، لا شئ يتغير.

ثانياً: التفكير الرياضى فوق المعرفى وتعزيز تعلم الرياضيات:

تؤثر جلسات النقاش (غرف الدردشة عبر إنترنت) المتضمنة إرشادات فوق معرفية إيجاباً على تعلم الرياضيات، حيث تكون التأثيرات واضحة على عديد من مظاهر وسمات حل المهام الرياضية الحياتية، من حيث:

- فهم أبعاد المهمة المطلوب حلها.
- استخدام الاستراتيجيات الرياضية فى حل المهمة.
- معالجة المعلومات رياضياً بما يفيد فى حل المهمة.
- استخدام التفكير الرياضى لاستنتاج حلول فاعلة للمهمة موضوع البحث والدراسة.

وعلى أساس تعريف التعليم الرياضى Mathematical Literacy بأنه القدرة على تحديد وفهم واستخدام الرياضيات، بالإضافة إلى القدرة على إصدار أحكام صائبة عن الدور الذى تلعبه الرياضيات فى حياة الفرد الحالية والمستقبلية كمواطن بنائى مفكر، يمكننا الزعم بأن هذا التعريف يدور حول الاستخدامات الأوسع فى حياة الناس، ولا يقتصر على العمليات الآلية (الميكانيكية)، على أن يستخدم التعليم الرياضى للإشارة إلى القدرة على استخدام وتطبيق المعرفة والمهارات الرياضية،

وليس مجرد إتقانها داخل سياق المنهج المدرسى. وننوه إلى أن استخدام الرياضيات الوظيفى لا يشمل فقط العمليات البسيطة (مثل: حساب الباقي الذى يجب أن يأخذه الفرد فى محل ما)، ولكنه يشمل - أيضاً - استخدامات أوسع تتضمن تبنى وجهة نظر معينة، وإدراك وفهم الأشياء المعبر عنها بصورة رقمية (مثل: تبنى وجهة نظر حول الانفاق الحكومى). والتعليم الرياضى يقاس عن طريق تقديم مهام للطلاب تقوم على مواقف تمثل أنواع المشكلات التى يواجهونها فى الحياة الواقعية. وعلى الرغم من أهمية مهام الحياة الواقعية، فإن ما هو معروف حالياً عن كيفية تعزيز قدرة الطلاب على حل تلك المهام قليل للغاية.

والسؤال: ما الخصائص الواجب توافرها فى البيئة التعليمية لتسهيل تعليم

الرياضيات للتلاميذ؟

يعد التعلم الإلكتروني E - Learning من أشهر بيئات التدريب والتعلم حالياً، وخاصة من خلال غرف الدردشة، لما تقدمه من إمكانات هائلة لتحسين فاعلية التعلم، ولما توفره من اتصال وتبادل متزامن، ولما تسمح به من تفاعل سواء بين فرد وآخر أو بين فرد ومجموعة أفراد. ونتيجة ذلك، يصبح الأفراد أكثر دافعية للتعلم المستقل، وتكون لديهم القدرة على نقل وتطبيق المعرفة على المواقف الحياتية الواقعية. ومع ذلك فإن هذه التكنولوجيا - كما كان الحال مع التكنولوجيا السابقة - تطرح تساؤلاً حول الطريقة التعليمية Pedagogical Way لكيفية استخدامها.

وتركز المداخل التعليمية على تطوير المداخل الذاتية فى التعلم، حيث يمكن وصف التعلم الذاتى بأنه نظام أو أسلوب من الأنشطة لحل المشكلات، ويتضمن هذا الأسلوب: تقييم الأهداف، التفكير فى استراتيجيات واختيار أنسبها لحل المشكلات. ويتمحور تحسين أسلوب التعلم الذاتى حول أهمية إمداد كل طالب بفرصة بناء معنى رياضى عن طريق إنخراطه فى أسئلة ذاتية، تركز على:

١ - فهم أبعاد المشكلة.

٢ - بناء روابط بين المعرفة السابقة والحالية (مثل: ما التشابهات والاختلافات بين

المشكلة الحالية والمشكلات التى قام التلميذ بحلها فى الماضى؟).

٣ - استخدام الاستراتيجيات الملائمة لحل المشكلة.

٤ - التفكير فى العمليات اللازمة بما يسهم فى تحقيق الحل الصحيح.

وبعامه، يؤكد الباحثون على الآثار الإيجابية للإرشاد فوق المعرفى على تفكير الطلاب الرياضى فى التعلم التعاونى، وكذلك فى بيئات كمبيوترية (حاسوبية) مختلفة.

وفى هذا الصدد، تجدر الإشارة إلى أن معظم الدراسات قد تناولت آثار الإرشاد فوق المعرفى على حل المشكلات الرياضية القائمة على المناهج الدراسية، ولكنها تناولت - بشكل أقل - هذه الآثار على المهام القائمة على المواقف التى تمثل أنواع المشكلات التى تواجههم فى الحياة الواقعية.

وفى جلسات النقاش (Forum Discussion)، يمكن أن يتدرب التلاميذ على حل المشكلات لمواقف حياتية واقعية مرة واحدة فى الأسبوع فى معمل الكمبيوتر (غرف الدردشة)، لمدة ٩٠ دقيقة، دون أن يتدخل المعلم فى النقاش، ولكنه يشجع التلاميذ على المساهمة فى النقاش من خلال: (١) إرسال مهام لبعضهم البعض والتفكير فى حلولها، (٢) طرح أسئلة خاصة بعملية الحل، (٣) طلب المساعدة من زملاء آخرين عند مواجهة مشكلات ليتمكنوا من فهم وتصحيح الحل إذا لزم الأمر، (٤) إرسال الحل النهائى للمعلم كملف ملحق (ملف الإنجاز الذى تحقق خلال المناقشات فى غرف الدردشة).

ويتضمن أسلوب تحسين الإرشاد فوق المعرفى Metacognitive Guidance سلسلة من أربعة أسئلة فوق معرفية هى.

١ - أسئلة الفهم: The Comprehension Questions

يتم تصميمها لحث التلاميذ على التفكير فى المشكلة قبل حلها، وفى هذا النوع من الأسئلة، يجب أن يقرأ التلاميذ المشكلة بصوت مرتفع، ثم يصفونها بلغتهم الخاصة، ويحاولون فهم ما تعنيه هذه المشكلة أو المهمة. وقد تتضمن أسئلة الفهم أسئلة، مثل:

عن أى شئٍ تدور هذه المشكلة أو المهمة؟، ما السؤال المطلوب حله فى المشكلة؟
ما معنى المفاهيم الرياضية التى تتضمنها المشكلة؟

٢ - أسئلة الربط: The Connection Questions

ويتم تصميمها لحث التلاميذ على التركيز على أوجه التشابه والاختلاف بين المشكلة التى يعملون على حلها ومجموعة المشكلات التى قاموا بحلها من قبل. على سبيل المثال: كيف تختلف هذه المشكلة أو المهمة عن تلك التى سبق حلها من قبل؟ بين لماذا؟

٣ - الأسئلة الاستراتيجية: The Strategic Questions

ويتم تصميمها لحث التلاميذ على التفكير فى الاستراتيجيات الملائمة لحل المشكلة أو المهمة، مع تحديد أسباب أهميتها. وعند تناول الأسئلة الاستراتيجية، يجب على التلاميذ وصف: ماذا The What (مثل: ما الاستراتيجية أو التكتيك أو المبدأ الذى يمكن استخدامه لحل المشكلة أو المهمة؟) وأيضاً وصف: لماذا The Why (مثل: لماذا هذه الاستراتيجية أو هذا التكتيك أو هذا المبدأ هو الأكثر ملائمة لحل المشكلة أو المهمة؟) وأخيراً وصف: The How (مثل: كيف يمكن تنظيم المعلومات لحل المشكلة أو المهمة؟ وكيف يمكن تنفيذ الخطة المقترحة؟).

٤ - الأسئلة الانعكاسية: The reflection Questions

ويتم تصميمها لحث التلاميذ على التفكير فى فهمهم وشعورهم أثناء عملية الحل (مثل: ما الذى أفعله الآن؟ هل ما أقوم به له معنى؟ ما المشكلات التى أواجهها فى حل المهمة؟ كيف أتأكد من صحة الحل؟ هل أستطيع استخدام مدخل آخر لحل المشكلة؟)

وفى جلسات النقاش التى تتضمن إرشاداً فوق معرفى FORUM + META discussion، يدرس التلاميذ وفق أسلوب التحسين Improve ووفق جلسات النقاش، اللذان سبق وصفهم من قبل، على أن يراعى حث التلاميذ على استخدام

أسئلة فوق معرفية أثناء إجراء النقاش، وفى تفسيراتهم المكتوبة لحل المشكلات الرياضية، وفى تفكيرهم فى الحلول التى يقدمها زملائهم.

ويمكن أن تظهر فاعلية الإرشادات فوق المعرفية فى تعزيز تعلم الرياضيات من خلال حل المشكلة التالية:

ينظم التلاميذ فى المدرسة حفلاً بمناسبة انتهاء الفصل الدراسى الأولى، حيث تقوم المدرسة بتقديم المشروبات الغازية، ويقوم التلاميذ بإحضار الفطائر والحلويات، وكانت ميزانية الفصل ١٨٠ جنيهاً مصرياً، والمطلوب شراء أكبر عدد ممكن من الفطائر والحلويات. فيما يلى عروض من ثلاثة مطاعم محلية للفطائر والحلويات، وعلى التلاميذ مقارنة الأسعار واختيار الأرخص بالنسبة لميزانية الفصل، ثم كتابة تقرير إلى أمين صندوق الفصل لشرح أسباب اختيار مطعم بعينه. وهذه المشكلة، تتضمن كل خصائص التعلم الرياضى التى يجب أن يعرفها التلاميذ. وللاشتراك فى حل مثل هذه المهمة، يجب أن يدرك التلاميذ أن الموقف مألوف جداً بالنسبة لهم، لأنهم يتعاملون كثيراً مع مثل هذه المواقف فى حياتهم العملية، فالتلاميذ فى هذا السن كثيراً جداً ما يذهبون إلى مطاعم تقدم أنواع وأحجام مختلفة من الفطائر والحلويات بأسعار مختلفة. وفى كثير من الأحيان يقررون أيهم أفضل للاستهلاك بالنسبة لهم. ومهمة أو مشكلة شراء الفطائر والحلويات تتطلب استخدام مجموعة من مصادر المعلومات (مثل: الأسعار والحجم وعدد الإضافات)، ولها الكثير من الحلول الصحيحة، وعلى التلاميذ أن يقوموا بحسابات، وأن يستخدموا ويطبقوا معرفة خاصة ببعض المفاهيم الرياضية الهندسية، وبعض مفاهيم الكسور والنسب.

والدرجات الخاصة باستجابات التلاميذ فيما يختص بتعزيز تعلمهم لمادة الرياضيات، يمكن تقديرها على معيار قائم على نموذج لتحليل المهام أو المشكلات ذات الإجابات المفتوحة، بحيث يتضمن هذا النموذج الأبعاد التالية:

- فهم المشكلة.

- معالجة المعلومات.

- استخدام إستراتيجيات رياضية.

- التفكير الرياضى.

فى ضوء ما تقدم، يمكن للتلاميذ الذين يشتركون فى جلسات النقاش المتضمنة إرشادات فوق معرفية تحقيق التفوق بشكل معنوى، أعلى بكثير من نظرائهم الذين يشتركون فى جلسات نقاش فقط، وذلك بالنسبة لحل مهام تقوم على مواقف حياتية واقعية فى ضوء المعايير الأربعة السابقة. والسبب فيما تقدم أن التلاميذ الذى يشاركون فى جلسات النقاش والإرشاد فوق المعرفى يستخدمون نقاشات مبنية على المنطق الرياضى كما يقدمون تبريرات رياضية رسمية أكثر من التلاميذ الذين يشتركون فى جلسات النقاش فقط، لأن اهتمام الأخيرين ينصب ويتمحور حول تكرار النتيجة النهائية، دون شرح أو تفسير: لماذا يحصلون على هذه النتيجة؟

وعليه فإن التلاميذ فوق المعرفيين يقدررون على حل المهام الحياتية الواقعية وعلى نقل تفكيرهم، وذلك يعود إلى أن الإرشاد فوق المعرفى المتضمن فى جلسات النقاش يدرّب التلاميذ على ممارسة التفكير فى الاستراتيجيات الملائمة لحل المهام، وعلى اقتراح أنواع مختلفة من التمثيل الرياضى، وعلى مقارنة الاستراتيجيات ثم تحليل كل إستراتيجية على حدة للوقوف على فاعلية كل منها.

خلاصة القول، استخدام أسلوب المناقشة ليس كافيًا لتعزيز التعلم الرياضى، لذلك توجد حاجة لتعليم النقاش الرياضى وممارسة ملامح هذا النقاش، مثل: تقديم الأسباب وتعزيزه. وهذا يتسق مع مطالبة التلاميذ بالإجابة عن أسئلة تبدأ بـ "ماذا" أثناء عمليات الحل، فذلك يساعدهم على الإسهاب والاحتفاظ بالمعلومات، كما يُدعم استنتاجات أخرى حول أهمية دمج استخدامات تعليمية فى التكنولوجيا المتقدمة التى ترتبط بالإرشاد فوق المعرفى.