الفصل السابع

إبداعات التفكير الرياضى فى حل المشكلات

* تمهيد.
* التفكير الرياضى التباعدى وحل المشكلات الرياضية على أساس إبداعى.
* التفكير الرياضى الإبداعى وتخيل الأرقام بالألوان.

تمهيد:

يتطرق هذا الفصل لدراسة موضوعين، **أولهما** يتمحور حول دور ورشة العمل فى إكتساب طرق حل المشكلات بطرق إبداعية. وفى هذا الصدد يتفق التربويون مع مديرو الأعمال والمشاريع التجارية على أن كثيراً من خريجى المدارس والكليات على حد سواء ينقصهم مهارات العمل الجماعى والإتصال الفعال ، كما تنقصهم الطريقة الإبداعية فى حل المشكلات. ولمساعدة الطلاب على التغلب على هذا النقص، يجب تدريبهم على أساليب إكتساب التفكير الرياضى التباعدى، وبذلك يستطيعون حل المشكلات الرياضية على أساس إبداعى ، على أن يتم تحقيق ذلك من خلال ورش العمل التى يتم إعدادها لتحقيق هذا الهدف.

وفى هذا الشأن، يتم وصف تجربة قسم الرياضيات بالجامعة التكنولوجية فى سانتا ماريا، حيث تم تطوير ورشتى عمل لتكوين وحل المشكلات بطريقة إبداعية لطلاب الفرقة الأولى فى كليات الهندسة. والحديث التالى يصف تركيب كل منهما:

الورشة الأولى، أدمجت فى البرنامج العادى فى مقرر الرياضيات لطلاب السنة الاولى ، والورشة الثانية قدمت لأفضل ٢٠ طالبًا فى السنة الاولى وطبقت فى النصف الثانى من السنة الدراسية. والهدف فى كلا الورشتين خلق «بيئةتدريس وتعليم إبداعية» من خلال إستخدام أساليب تعليم تعاونية وطرق التفكير الرياضى التباعدى (فوق المعرفى). وقد تم تطوير طريقة تقييم جديدة لتقويم أداء الطلاب تعتمد على جودة وأصالة الأسئلة والمشاكل المقترحة ، بدلاً من فاعالية ودقة الإجابة التقليدية.

أما الموضوع **الثانى**، فيدور حول دراسة العلاقة بين الإبداع والقدرة الرياضية، ومن خلال هذه العلاقة تم دراسة دور التفكير الرياضى الإبداعى وتخيل الأرقام بالألوان.

وفما يلى عرض للموضوعين السابقين كما جاء فى مصدرهما الأساسيين:

أولاً: التفكير الرياضى التباعدى وحل المشكلات الرياضية على أساس إبداعى:

يلخص الحديث التالى عدداً من الأنشطة المتطورة والمتقدمة لمجموعتين من طلاب كلية الهندسة بجامعة سانتا ماريا للتكنولوجيا، ويقدم وصفاً لورشتى عمل للطريقة الإبداعية لحل المشكلات فى الرياضيات. فى كلا الورشتين، تم خلق بيئة تعليمية وتدريسية إبداعية (CTLE) باستخدام أساليب تعليم فعالة وأساليب تعليم تعاونية وطرق تفكير تباعدى.

وعلى نحو متكرر إستخدمت أساليب تعاونية وغير رسمية، مثل: الوصف الذهنى لفردين معاً،ومشاركة التفكير مع آخر، أدوار الفريق.. إلخ. أيضاً تمت محاولة تقليل وقت التدريس من قبل أعضاء هيئة التدريس، ليتسع وقت تعليم الطلاب. وفى هذه البيئة، نظمت الأنشطة بحيث تساعد الطلاب على التغلب على نقاط الضعف التى ظهرت فى: مهارات العمل الجماعى ومهارات الإتصال الفعال واستراتيجيات الطريقة الإبداعية لحل المشكلات.

كما تم تطوير طريقة تقييم جديدة لتقويم أداء الطلاب بالاعتماد على جودة وأصالة الأسئلة والمشاكل المقترحة، بدلاً من الاعتماد على فعالية ودقة الإجابات التقليدية.

واعتبرت الورش نشاطاً لامنهجياً وكانت المشاركة تطوعية. والموارد التى يحتاج إليها الطلاب لاستخدام ورشتى العمل (فصول، مواد تعليمية، وقت محدد، وقت فى جدول الكلية)، قد وفرها قسم الرياضيات بالجامعة التكنولوجية فى سانتا ماريا.

*** الورش:**

تم إختيار الطلاب فى ورش العمل وقسموا عشوائياً إلى مجموعات، كل مجموعة من ٥ أفراد. وكان المعلم موجوداً طوال الوقت للإجابة عن أى سؤال، ولتنسيق وتنظيم أعمال المجموعات. أحد الورش ضمت ٢٥ طالباً لم يدرسوا الجبر والتفاضل والتكامل، ومجموع الطلاب الكلى فى الورشة ٦٠ طالباً. وكان الهدف الأساسى هو تقييم فعالية وجودة خبرة التعليم والتدريس.

فى خلال الفصل الدراسى، وبمعدل مرة فى الإسبوع، نظم العمل فى الورشة على مراحل. فى المرحلة الاولى إقترح الطلاب مناقشة وتحليل موضوعات ومفاهيم أساسية يدرسونها فى الفصول الأخرى خلال الأسبوع، ثم إقترح الطلاب بعض المشاكل والمواقف المتصلة بهذه الموضوعات. وبحث فريق العمل بإستخدام إستراتيجيات حل المشكلة عن حلول. وإهتموا ببعض الأشياء، مثل: القراءة من أجل الفهم، الحساب، والتحليل، التركيب، التعميم والتطبيق فى الرياضيات وفى المجالات الأخرى. وركز المعلم على تحليل سوء فهم الطلاب والأخطاء الموجودة فى الحلول المقترحة.

وتم تقويم عمل الجلسة الأسبوعية من خلال اختبار يصحح ويحلل فى نفس الجلسة. ومن المهم التأكيد على أن حضور الطلاب كان منتظماً فى الورش، ولم يتغيب أحد، وكانت مشاركة الطلاب فعالة.

وفى نهاية ورشة العمل، أجاب الطلاب على إختبارللتعليق على الورشة دون ذكر أسماؤهم. واتفقت الإجابات على أن التجربة كانت إيجابية ومفيدة وممتعة، وساعدتهم على دعم معلوماتهم الرياضية، وبصورة غير مباشرة دعمت معلوماتهم فى المواد الدراسية الأخرى، بالإضافة إلى إنها زادت من ثقتهم بأنفسهم وبأدائهم الأكاديمى ككل (وظهر ذلك من خلال مقارنتهم مع الطلاب الأخرين الذين لم يشاركوا فى ورشة العمل).

ومن المعروف أن مقررات السنة الاولى تدرس عادة بطريقة المحاضرة التقليدية. ومن المعروف أيضاً أن الطريقة التعاونية وطريقة النشاط أفضل طريقتان (أفضل من طريقة المحاضرة) فى إكتساب تعليم أكثر فاعلية. إن أحد أهداف ورشة العمل هو تحديد ما إذا كان طلاب السنة الاولى قادرين على ـ من خلال العمل فى بيئة تعلم إبداعية، ومن خلال طريقة النشاط ـ زيادة فهمهم للمفاهيم الرياضية، وتنمية حسهم النقدى وتغير اتجاهاتهم نحو المقررات الرياضية.

وورشة العمل الثانية ضمت ٢٠ طالبًا، أختيروامن مجموعة من المتطوعين بناءً

على درجاتهم فى الفصل الدراسى الأول، وعلى آراء المحاضرين فيهم. وهدفت ورشة العمل إكتشاف وتشجيع نمو القدرات الإبتكارية والإبداعية لدى المشاركين، وكذلك إعطاء الطلاب الفرصة لمعالجة المشاكل العامة كطريقة طبيعية لتقديم أفكار التخطيط، وإتخاذ القرار الذى يعتبر مهمًا جدًا فى عمل المهندسين .

وركز العمل فى الجلسات أساساً على مواقف التعليم ـ التدريسى الإبداعى ـ التى تثير الأسئلة والمشاكل التى سيعالجها الطلاب. وفى المرحلة الاولى غطت تلك المواقف مجال الرياضيات. وفى كل مرة تُقدر أصالة أسئلة الطلاب وتشجع بالإضافة إلى تأكيد الإستراتيجيات والحلول الإبداعية. وقد شجع الطلاب على المشاركة من خلال طرح الأسئلة والبحث عن إجابة، وعلى العمل الجماعى من خلال تحليل ومناقشة وتعميم الحلول. على سبيل المثال: فى مجال التفاضل والتكامل والهندسة، عمل الطلاب على تمثيل المواقف الحقيقة من خلال الدوال، وتحليل جوانب المفاهيم(الإستمرارية، التفاضل، النقطة الحرجة)، والعمليات الأساسية (العمليات الحسابية). وقد اكتشف بعض الطلاب الطبيعة الفوضاوية لبعض العمليات والظواهر التى عُبر عنها من خلال الدوال الأحادية. وبعض تلك الدوال كانت:

(١) الخريطة المنطقية: The Logitic map

غالباً تستخدم كنموذج للسكان، معطى بالمعادلة

$$X_{n+1} = \propto X_n \ , n \in |N|$$

حيث:

$$o \leq X_n \leq 1 \& o \leq \propto \leq 4$$

واكتشف الطلاب أن هناك طريقة أفضل لرؤية هذه المشكلة من خلال إعادة كتابة المعادلة السابقة فى الصورة التالية:

$$X_{n+1} = F(Xn) \text{ with } F(X) = \propto X(1 - X)$$

(٢)خريطة الرسم The Tent Map

ويتم الحصول عليها من:

$g(x) = 2x$ if $O \leq x \leq 0.5$

& $g(x) = 2 - 2x$ if $0.5 \leq x \leq 1$

والدالتان السابقتان مفيدتان جداً فى الديناميكا غير الخطية. ويمكن أن يكتشف الطلاب بسهولة شكلها إذا أتيح لهم آلة حاسبة أو كمبيوتر. ومن جهة أخرى، وبالأخص فى التفاضل والتكامل، فإن تعريفات الدالة التفاضلية التى وضعها (A. Cauchg & C . Caratheodory) من حيث قدرتها أو استخدامها فى البرهان الرياضى، قد تم تحليلها. ومن المعروف، أن تعريف **كوتشى** هو الوحيد المستخدم فى تدريس الهندسة على الرغم من إنه لايناسب بعض المواقف. على سبيل المثال، نظرية (قاعدة السلسلة) إذا كانت f دالة تفاضلية فى a، g دالة تفاضلية فى b، حيث إذن $b = f(a)$

$(g \circ f)'(a) = g'[f(a)\ f'(a)]$

وفى هذه الحالة إستطاع الطلاب الحصول على برهان قصير وبسيط لهذه النظرية المهمة من خلال إستخدام تعريف **كاراثيودورى** Caratheodory

الدالة المعرفة f على الفترة المفتوحة $U \subset I\,R$ يُقال أنها تفاضلية عند النقطة $a \in u$ إذا كانت هناك دالة مستمرة $\varnothing$ عند $x = a$ ، بحيث تحقق العلاقة:

$$f(x) - f(a) = \varnothing(x)[x - a] \text{ for all } x \in U$$

إذن، إذا وجدت $f'(a)$ ، فإن: $f'(a) = \varnothing(a)$

وفى الحقيقة، فإنه تبعاً لهذا التعريف، توجد دوال $\varnothing$ ، ψ

$$f(x) - f(a) = \varnothing(x)[(x-a)]$$

$$g(x) - g(b) = \psi(x)[(x-b)]$$

لكل X تقع فى نطاق Ua ، Ub لكل من a ، b. إذن:

$$(gof)\ (x) - (gof)\ (a) = \psi\ (f\ (x))\ [f\ (x) - f\ (a)]$$

$$= \psi\ [f(x))\ \varnothing\ (x)\ (x-a)]$$

لكل $x \in Ua$ مع $f(x)\ ub$

ولكن: $\varnothing\ (\psi\ of)$ مستمرة لجميع قيم a.

إذن: $(gof)'(a) = \psi\ [f\ (a)]\ \varnothing\ (a)$

$$= g'(f\ (a)\ f'(a)$$

ونستطيع أن نقارن هذا الدليل الدقيق والذكى بالدليل المعطى فى كثير من كتب التفاضل الحالية.

وفى مجال الجبر، من بين الموضوعات الأساسية، حاول الطلاب حل المشكلة التى تنتمى إلى ما يعرف بألعاب الرياضيات، والتى تسمى برج هانوى، والتى أصبحت موضوع دراسة واهتمام عدد كبير من علماء الرياضة لفترة زمنية طويلة. وقد دفع ذلك بعض الطلاب إلى التعمق فى مجال العلم والتكنولوجيا.

وعند إنتهاء ورشة العمل، تم إجراء مقابلات مع المشاركين الذين عبروا عن رضائهم بالإجماع عن النشاط وملاءمته للمنهج المهنى. وبمثل ما تحقق فى ورشة العمل الأول، تحسن الأداء الأكاديمى للطلاب بصورة دالة، وزاد تطورهم الشخصى. ويعزز هذه الفرضية تحليل درجات الطلاب، وكذلك تحليل المقابلات الشخصية معهم.

*** خطة تقويم بيئة التدريس والتعليم الإبداعية**

الاسم: . . . . .

المجموعة: . . . . التاريخ: . . . . / . . . . / . . . .

جودة النشاط:

* التمهيد (تحقق بدرجة مقبول أو متوسط):

١- تجميع معلومات عن بيئة التدريس والتعليم الإبداعى

٢- تصنيف المعلومات

٣- تحديد الشروط المبدئية

٤- تحديد المشاكل الثانوية لبيئة التدريس والتعليم الإبداعى

* الإنتاج الدينامى(تحقق بدرجة سيئة) :

١ـ اختيار طريقة الحل.

٢ـ إقتراح العملية الحسابية.

٣ـ إستخدام العملية الحسابية

٤ - الوصول للحل.

* التقويم النقدى(تحقق بدرجة جيدة):

١ـ تحليل الحلول.

٢ ـ مقارنة النتائج والطرق المستخدمة

٣ ـ عولمة بيئة التدريس والتعليم الإبداعية واقتراح بيئة جيدة .

وأحد مـزايا هذا النموذج أن الطلاب والمعلم يمكنهم اسـتخدامـه. وهذا النموذج يتيح للطلاب ليقوموا بالعمل بأنفسهم ذاتيـاً، وبتقويم شركاؤهم فى المجموعة. أيضاً يشجع هذا النموذج تقييم الطالب للطالب، لأن الطلاب ـ عـامة ـ يعرفون المساهمين الفعليين فى المجموعة.

وحيث إنه تم استخدام التقرير الوصـفى(النوعى)، مثل: جيد، متوسط، سئ، فإن هذه الخطة تناسب تطوير التقرير النوعى، ولكن من المحتمل دائماً إمكانية الموازنة بين هذه المستويات والتقدير الكمى.

* النتائج:

١ـ أثار هذا النشاط التطوعى غير المنهجى اهتمام الطلاب، مما دفعهم للمشاركة الفعالة، كما أسهم فى تنمية ثقتهم الذاتية وحفزهم على تقويم أنفسهم ذاتياً، أيضاً أسهم فى تغيير اتجاهات الطلاب الخاصة بتعلم مقرر الرياضيات.

٢ ـ حسنت ورشة العمل الإبداعية عملية التعلم؛ لأنها أعطت مرونة أكبر للطلاب للبحث واكتشاف الأفكار بأنفسهم .

٣ ـ من المناسب تقديم نوعين على الأقل من ورشة العمل الخاصة بالطريقة الإبداعية لحل المشكلات، حيث تدمج الورشة الاولى فى مقرر خاص وتكون بديلاً لطريق التدريس الحالية المتبعة فى الفصل.وتقدم ورشة العمل الثانية للطلاب فى المقررات المختلفة بهدف تعزيز المشاركة الإبداعية لهم فى أنشطة حل المشكلات .

٤ ـ يجب تعزيز ودعم استخدام ورش العمل التى تطبق الطريقة الإبداعيةلحل المشاكل فى مجال العلوم والتكنولوجيا، والتى توجه لتخريج مهندسين بارزين، عن طريق مشاركة محاضرين وباحثين جيدين فى المجال العلمى والتكنولوجى .

ثانياً: التفكير الرياضى الإبداعى وتخيل الأرقام بالألوان:

تعتبر الطريقة التى يتصور بها التلاميذ الأرقام فى العمليات الحسابية موضوعاً ساحراً ناقشة العديد من علماء نفس الأعصاب. وأكدت عديد من النظريات أن هناك عدداً كبيراً من آليات المعالجة الرقمية المعرفية تتحقق خلال عملية تصور الأرقام. ونتيجة ذلك حدث كثير من الجدل عن جوهر التفكير الرياضى. فمن جهة، ركز مؤيدوا نظرية دراسة الكلمات الخاصة بالأرقام على تمثيلات الكلمة، فى حين ركزت مجموعة أخرى على كيفية تكوين التجريدات المباشرة او التمثيلات الرمزية للأرقام .

وقد إفترض بعض العلماء أن تخيل الأرقام بالألوان قد تكون خطوة وسيطة فى المعالجة الرقمية لدى بعض الافراد. وقد قدر أن التمثيل الرقمى اللونى يحدث لـ١٠٪ تقريباً من السكان. وتشبة هذه الصفة أو القدرة ما يسمى(الحس المتزامن)، وهى ظاهرة نفسية حيث يتشارك التفكير الرياضى فى تحسين المعلومات وقت تعلمها فى الوقت نفسه. وعندما يتخيل الطلاب الأرقام أثناء إجراء الحسابات، فإن قدرتهم على تخيل الأرقام بالالوان تؤثر على القدرة على استرجاع الأرقام، حيث إنها تعمل كمحفز للذاكرة . وفى المقابل، ربما تكون التمثيلات التخيلية الرقمية تعبيراً عن الإبداع. ويتناول الحديث التالى الإجابة عن السؤال: هل يطور الأطفال الصور اللونية الرقمية النشطة كاستراتيجية معرفية تساعدهم فى التفكير الرياضى، أم أنها وظيفة للتفكير الإبداعى؟ ويتم إلقاء نظرة سريعة على نظرية التفكير الرياضى كمقدمة للموضوع.

*** صلة الأرقام باللغة**

يميل علماء الإدراك الرياضى اللغوى إلى تصور **التفكير الرياضى** على إنه عملية تصريحية تحكمها رموز الكلمة. وبعض العلماء المعاصرين يميلون إلى فكرة أن التفكير الرياضى يحدث فى أشكال متعددة، منها: رموز، وتجريدات، واعداد. وبالنسبة لمعظم المراقبين، يبدو أن التفكير الرياضى يعتمد على عملية رؤية ما وراء الرموز، ويستلزم إعادة ترتيب الكلمات أو الرموز وفقاً لمجموعة خطوات تتابعية تعتمد على عدد كبير من أشكال الرموز(صيغ الرموز). ويضم الإدراك الرقمى عمليات التبديل والعد، وتضم عمليات المعالجة الرياضية العليا فك معنى الرموز، والتمثيلات التجريدية، واستخدام جداول الحساب المحفوظة. كثير من النظريات والقضايا الرياضية تدور حول كيف وأين التمثيلات الرياضية فى العقل.

وتتولد عملية التفكير الرياضى فى مراكز اللغةفى المخ من خلال إعتمادها على الألفاظ(بواسطة الحروف) فى مرحلة ماقبل دراسة التلاميذ .لتحديد طرق تطور اللغة الرقمية للأطفال فإن فهم الطفل للرقم ـ وفقاً لرؤية الباحثين ـ يجب أن يتضمن:

١ ـ علاقة واحدة بواحدة

٢ ـ ترتيب ثابت للأعداد

٣ ـ تمثيل آخر بند كمجموع المجموعة

٤ ـ تجريد عدد مختلف من المجموعات

٥ ـ فهم أن الترتيب غير متصل بالمجموع

ويعتمد كل معيار على فكرة أن التقرير يعتبرضرورياً فى الرياضيات،وفى المقابل هناك من يرى أن عملية التقدير تعتبرعملية معالجة رمزية ولغوية، وربما تبدأ باحلال الرموزمحل الكلمات، خلال فترة المراهقة.

*** علاقة الرمز بالعدد:**

يستلزم الإحلال إدراك فطرى لمفهوم الكمية، حيث يعتمد على القدرة على إدراك عدد الأشياء فى مجموعة صغيرة. على سبيل المثال، أظهرت الفئران والغربان قدرة على أدراك الكمية حينما يقدم لهم مجموعات من قطع الطعام الصغيرة، وبعض أنواع القرود قادرة على ربط رموز الأعداد بكميات الطعام. ويبدو إدراك الكمية متأصل فى التركيب الأساسى لمخ الإنسان والحيوان. وتوصف قدرة الإحلال الموجودة فى الحيوانات والأطفال، بأنها إدراك تلقائى للكمية(للمجموع) يسبق القدرة على ربط الأرقام واللغة بسنوات، يبدأ منذ مرحلة الطفولة.

وفى المهام ذات المتطلبات المتعددة، يضم الإدراك الرياضى فهم الكم والمجموعة، وفهم إنتاج التمثيلات الرمزية اللفظية والتخيليةوتذكر جداول الأعداد المحفوظة.

ومما يذكر يحدث نوع من التحويل بين شكل الرقم واسمه أثناء عمليات الحساب. أيضاً، بعض المعالجات الرقمية تهمل اللغة، وتعتمد على التمثيلات الرقمية، وعلى الحقائق الرياضية المحفوظة.

ومعالجة الرقم تستلزم تحقيق نظام تمثيلى متعدد الأوجه. ويعتمد الفهم والإنتاج على النظم الخارجية، أما التمثيل اللغوى فيحتاج نظام مركزى. وفى هذا النموذج،

تحدث كل المعالجات الرقمية(مثل: الحساب والمقارنة والتكافؤ) فى شكل تمثيلى مجرد. ومن خلال بعض النماذج الرياضية، يمكن تقديم نماذج تفاعلية لطريقة تبادل ثلاثية لعمليات الحساب التجريدية، والتى يمكن أن تحدث باللغة العربية والتمثيلات اللفظية. وعليه، فإن كل الرموز أو أشكال التمثيل الرقمى تعتبر محددة المهمة، ويمكن إستخدامها بالشكل نفسه.

وتركز بعض الأعمال فى هذا المجال على كيفية معالجة العقل للرموز الرقمية، وإن كان الجدال فى هذا الموضوع يتمحور حول التمثيلات الوسيطة للأعداد الموجودة فى الترميز، والتى تعتمد على البناء التركيبى اللغوى للأعداد. وفى مقارنة المعالجة الرقمية للأعداد اللاتينية مع معالجة ألفاظ الأرقام، يمكن افتراض أن وقت تقدير الأرقام اللاتينية سيكون أطول، لأن التمثيلات الوسيطة للأرقام الفعلية تضم عمليات ذات خطوتين من الطرح أو الجمع. فى السيناريو العادى، يترجم الرقم VI (عددلاتينى) أولاً إلى ٥+١ قبل أن يعطى الرمز ٦ . وتعتمد سهولة تحويل مجموعة البحث لنوعى الأرقام (الأرقام اللاتينية أوالرقم) إلى رموز على سرعة طرق المعالجة الداخلية.

على سبيل المثال يمكن افتراض أن مجموعة التلاميذ(المفحوصين) قد يحصلون على معدل خطأ أعلى عند مقارنتهم الرقم اللاتينى XII مع الكلمة إثنا عشر التى تمثلها المعادلة ١٠+٢، كما يمكن تحليل التباين فى الخطأ فى إثنين من المتغيرات، هما: الشكل (كلمة أو رقم لاتينى) والاستجابة (صحيحة أم خاطئة). وعندما يطبق اختبار مقارنة ثلاثى على العينة، قد يظهر أن كلمات الأعداد لم تُفعل نفس التمثيلات الداخلية للأرقام اللاتينية،كما تؤثر التمثيلات الداخلية فى الكفاءة الحسابية.

توجد نظرية تقترح أن هناك نقل ثنائى للمعلومات الخاصة بمعالجة الرقم حيث تستخدم الأشكال المرئية للأرقام فى عمليات ضرب الأرقام والتكافؤ. وتوجد الأشكال اللفظية والسمعية للأرقام، مثل تلك المستخدمة فى جدول الضرب، بالنسبة لمهام المدخلات والمخرجات المكتوبة. وتتدخل تمثيلات التشابه / التكافؤ فى معالجة

المقارنات والتقدير. وتمثل الطرق العقلية لترجمة الألفاظ العربية وألفاظ التشابه وأشكال الرقم العربى المتناظر،بطريقين يتم إعدادهما لمعالجة العمليات الحسابية .

*** علاقة اللغة والمكان فى إدراك الأرقام**

بعض النظر عن كيفية معالجة العقل للإعداد والعمليات الحسابية، فإن العقل ينقل المعلومات من مراكز اللغة المرتبطة بإلفاظ الأعداد، وبمراكز الشكل المخصصة للتعرف على الأعداد. وكل مركز موجود فى نصف مختلف من العقل. فالنصف الأيسر مسئول عن اللغة والحساب وإدراك الكميات، فى حين أن النصف الأيمن به شكل العدد والتوجيه. ولكن: ماذا عن كيفية إدراك الأرقام ؟ وأين يتم تخزينها فى الذاكرة؟ وهذه تعتبر أسئلة مهمة تجيب عليها نتائج البحث . وتوجد أدلة أظهرتها الفحوص تُثبت أن تمثيل العدد واللون يحدث فى الجزء الأيمن من المخ. وأيضاً يمكن تقديم أدلة على أن المخ يميز ويفهرس المعلومات الرقمية فى مناطق مشابه لتلك المخصصة للمعالجة اللونية.

وفى أبحاث عديدة مختلفة، ظهر أن الأفراد يتخيلون الأرقام بالألوان. وطبيعياً، يعالج الأفراد الألوان والمعلومات الخاصة بالشكل فى الجزء الأيمن من المخ ثم بعد ذلك يتم نقلَ المعلومات إلى مراكز اللغة عبر الألياف العصبية لتحديد معنى الشكل أو الرقم. وفى الدراسات التى أجريت على أفراد تم تشريح عقولهم، وجد أن منطقة إدراك الرقم واللون تقع فى النصف الإيمن من المخ. وفى المقابل، فإن التعبير عن الرقم يحدث فى النصف الأيسر للمخ عند الجميع، إلافى حالات نادرة. وعندما يكون الطلاب قادرين على تخيل الأرقام بالألوان، أو وضعهم على خط وهمى، خلال مهام التذكر والعمليات الحسابية، فإنهم ينسقون بين الألفاظ والأشكال من أجل معالجة رقمية أكثر فاعلية .

*** إزدياد الاهتمام بعلاقة الرقم واللون:**

زاد الإهتمام بالأفراد الذين يتخيلون الأرقام بالألوان كثيراً خلال القرن الماضى، بعد قيام **فرانسيس جالتون**(١٨٨٣) بنشر دراسة غير رسمية وغريبة فى طبيعتها. فقد

قام بإجراء مقابلات مع أصدقاء ومعارف وسألهم عن تفضيلهم تصور الأرقام بألوان متعددة أو فى خطوط معقدة. وكانت غالبية عينة البحث إناث، وقد قال :كانوا يميلون إلى أن يكون فنيين أكثر من كونهم رياضيين . وذكر بعض المفحوصين أنهم قادرين على أداء العمليات الحسابية باستخدام أشكال أو تصميمات مماثلة للأعداد. وقد إقترح **جالتون** أن الفصل المدرسى هو المكان الرسمى لتعزيز أو دحض قيمة هذه التمثيلات العددية .

ويوجد إقتراح مفاده: إن رؤية الكلمات بألوان معينة أو معالجة المفرودات لونياً يعتبر شكلاً من (الحس المتزامن)، وهذه الرؤية فعالة فى إستخدام الذاكرة . وأجريت دراسة على فنانة فى ٧٦ من عمرها كانت قد وضعت إعلاناً فى مجلة علماء النفس البريطانيين تصف فيه نفسها، فتبين أن لديها ارتباطات محددة، حيث ربطت بين الألوان وأسماء عامة محددة. واستخدمت نظام الكلمة الملونة كوسيلة للتذكر. وقد اهتم علماء النفس بإكتشاف أصل وحقيقة قدرتها، فقاموا بابتكار اختبار ذاكرة لتأكيد ادعائها بأنها ربطت بين الألوان وكل كلمة سمعتها. وقد تم اختبارها فى ١٠٣ كلمة. وشمل الاختبار أيام الأسبوع والأسماء والحروف الأبجدية، و ٥٠ كلمة ذات معنى تقع فى خمس فئات لغوية مختلفة. وبعد مرور شهرين ونصف طُلب منها تكرار التجربة، فأظهرت تذكرها للألوان المرتبطة بقائمة الأسماء والحروف بدقة ١٠٠ ٪. أيضاً وُجد شخص آخر أظهر استخدامه لارتباطات لغوية / رقمية. وتولى فريق عمل ـ متأثراً بعمل جالتون ـ مهمة اكتشاف أصل ارتباط العدد باللون ومعدل حدوث ذلك. وبدأوا بدراسة غير رسمية شملت الأقارب والزملاء فى جامعة كاثوليك دولوفيان فى بلجيكا، لتحديد ما إذا كانت ارتباطات اللون والعدد تحدث بين عموم الناس. وأثناء إجراء هذه التجارب الغريبة، بدأ الفريق فى فحص ١٩٤ طالباً لتحديد الدور الذى يلعبه تخيل الرقم فى التفكير الرياضى، فظهر أن ٤٩ من العينة استخدموا أشكال تخيلية للرقم. ووافق ٢٦ من هؤلاء على الإجابة على استبيان عن تخيلهم للأرقام. وتم إجراء مقابلات موسعة وشاملة مع من قالوا أن لديهم قدرة عقلية على تخيل أشكال للأعداد.

ويضم الإستبيان معلومات عن التمثيلات التخيلية للأرقام، مثل: الشكل واللون والوضوح والتركيب. وتم التعرف على طريقتين للتفكير الرياضى هما: تخيل شكل الأرقام والترميز اللونى للعدد . وعلى الرغم من أن الرموز كانت ضرورية فى تمثيل المفحوصين للأعداد، فإنه لم يتم استنتاج أن الذين استخدموا تمثيلات شكلية للعدد كان لديهم ميل ليكونوا مفكرين تخيليين. ولكن ظهر أن التخيل الرقمى كان وراء استخدام الالفاظ بشكل أقل. وبدلاً من أن يفترض الباحثون أن المفحوصين لديهم قدرة كبيرة على التخيل، افترضوا أن المفحوصين يعوضون النقص اللغوى لديهم، حيث كانوا يواجهون صعوبة فى حفظ ألفاظ الأعداد. وعلى الرغم من أن الفريق فحص أساليب التعلم، فإنهم لم يقوموا مباشرة بتقييم العلاقة بين القدرة الرياضية وتخيل الأعداد، كما لم يُقيموا القدرة على الابتكار لدى المجموعة الأولى من المفحوصين.

ولقد تم فحص الأفراد الذين إدعوا أنهم يستخدمون التمثيلات التخيلية للأرقام فيما يتعلق باستخدام أشكال الأعداد. وقد أظهرت النتائج أن ثلاثة تصوروا أشكالا مشابهة للأعداد، و١٤ تخيلوا خطوطًا للأعداد، و٧ ربطوا بين الألوان وتخيلهم للأرقام ، و١١مفحوصاً من الذين ذكروا استخدامهم لأشكال الأعداد اعتمدوا عليها فى الحساب والتذكر، والقليل قالوا أنهم يستخدمون أشكال الأعداد فى عمليات الجمع البسيطة، واستخدم إثنان أشكال الأعداد فى عمليات الضرب والقسمة.

وفى دراسة تالية، تم اختيار فتاتين لإجراء مقابلات موسعة معهما. وقد ذكرت إحداهما-وهى من الخريجات-أنها تستخدم الأرقام الملونة، ولديها قدرة استثنائية على تذكر الألوان المحددة للأرقام مراراً، وذلك يشبة إدعاءات الفنانة ذات ٧٦عاماً والتى ذكرت أنها ترتب الأرقام فى شكل معين.

لقد تأثرت عملية التذكر كثيراً باستخدام تلوين الرقم أو ترتيب الارقام فى شكل. وحقيقة أن المرأة ذات ٧٦عاماً كانت فنانة يتفق مع خاصية الحس المتزامن المرتبطة مع مستويات الإبداع المرتفعة .

والفتاة الثانية كانت طالبة في السنة النهائية بالمدرسة الثانوية، وعمرها ١٧ سنة. وتستخدم شكلا رقمياً تخيليا لإجراء العمليات الحسابية. وفى دراسة لاحقة، أجريت عدة تجارب على هذه الطالبة لتحديد المدة التى استغرقتها المعالجة الرقمية. واستخدم تحليل التباين لمقارنة ثلاثة عوامل، وهى: وقت المعالجة والاتجاه وحجم الرقم. وقد اكتشف الفريق تأثر وقت المعالجة بشكل كبير، حيث تم تذكر الأرقام المركزية بصورة أسرع. وتأثير الحجم كان ملائما للأرقام الصغيرة فقط، وليس لكل الأرقام. ومع ذلك، وجد تفاعل واضح بين الوقت والحجم. واستنتج الفريق أن المفحوصين استخدموا التمثيلات العددية لتسهيل تذكر الأرقام وإجراء العمليات الحسابية بشكل أكثر فاعلية. وعلى الرغم من أن المفحوصين كان لديهم قدرات إبداعية وموهوبين رياضياً، فإن هذة الخصائص لم تستخدم كمتغيرات فى الدراسة .

وركز البحث أكثر على تحديد خصائص الاستراتيجيات التخيلية التى يستخدمها الأفراد، وتقييم دورها فى التذكر وإجراء العمليات الحسابية.

*** هل الأطفال ذوو القدرة الابداعية والرياضية يستخدمون الألوان لادراك الأرقام؟**

يوجد إقتراح مهم،مفاده:أن الأطفال ينمون القدرة على تنسيق تخيل الأرقام بالألوان كاستجابة لمهام التعلم التى تحتاج الذاكرة (القدرة على التذكر). وهو يفترض أن الأطفال عندما يبدءون فى تعلم الأرقام، فإن الجزء الأسفل من الجانب الأيمن فى المخ والمخصص للتمييز اللونى يستخدم فى تمييز شكل العدد. وتتجانس المهمتان- تمييز اللون والعدد-معاً فى شبكة واحدة. وعندما يتعلم الأطفال حفظ الحقائق الرياضية، فإنهم يستخدمون استرايتجيات الربط بين شكل العدد واللون لفهرسة الأعداد.

إن تحديد الدور الذى يلعبه تخيل الرقم فى القدرة على التفكير الرياضى، يسهم فى الإجابة عن السؤال:هل توجد علاقة بين الابداع وتخيل العدد والقدرة على التفكير الرياضى؟ إن الهدف من تحليل البيانات لتحديد الألوان وأشكال الرقم

الشائعة الاستخدام بين طلاب الرياضيات المراهقين، يسهم بدور فى تحديد عدد التلاميذ الذين يعالجون الأرقام بلون أو بشكل تخيلى فى مجتمع سكانى معين، وذلك من أجل تطوير صورة للتلاميذ الذين يستخدمون التخيل اللونى فى تمثيل العدد، وكذلك لمعرفة مدى فاعلية هذه الاستراتيجية.

واستراتيجيات تخيل الأرقام بالألوان أو فى أشكال محددة، يمكن ان تتطور وتنمو أكثر لدى المبدعين وذوى القدرات الرياضية رفيعة المستوى.

وتستهدف أية دراسة يمكن أن تتحقق فى هذا المجال، الإجابة عن الاسئلة الاربعة التالية:

-هل يوجد ارتباط بين تخيل الأعداد بالألوان والقدرة الرياضية؟

-هل يوجد ارتباط بين تخيل أشكال الأعداد والإبداع ؟

-هل يوجد ارتباط بين التفكير الرياضى واستراتيجيات التخيل؟

-ما إمكانية تطوير بروفيل للطالب الذى لديه قدرة على التخيل اللونى للرقم لمعرفة مدى إمتلاكة لقدرة إبداعية أو رياضية ؟

ولفهم هذه العلاقات، يجب وضع مجموعة من الفروض لتحديد كيفية ارتباط الألوان والأشكال التخيلية للعدد بالإدراك، بحيث تتمحور هذه الفروض حول دراسة القضايا التالية:

* العلاقة بين القدره الرياضية وتخيل العدد بلون أو فى شكل، لتحديد ميول الطلاب الذين يتخيلون الأعداد بالألوان أوفى شكل بالنسبة لامتلاك قدرة رياضية أو اهتمامات رياضية.

* العلاقة بين القدرة على الإبداع وتخيل العدد بلون أو فى شكل، لتحديد ميول الطلاب الذين يتخيلون الأعداد بلون أو فى شكل، بالنسبة لامتلاك قدرة رياضية إبداعية أو اهتمامات إبداعية.

* تحديد ما إذا كان الطلاب الذين يتخيلون الأعداد فى أشكال أو بالألوان

يميلون-أولايميلون-إلى استخدام استراتيجيات تخيلية لحل المشاكل أو للتعبير عن الإبداع، وبالتالى تحديد ما إذا كان المفكرون الذى يعتمدون على التخيل، يميلون ليكونوا أكثر إبداعاً وأكثر قدرة على التفكر الرياضى، أم لا.

ولتطوير صورة عن الطالب الذى يستخدم ويستفيد من تخيل الأعداد بالألوان أو فى أشكال، من المهم طرح الأسئة التالية:

- تحت أى ظروف ولأى سبب يستخدم الطالب أشكال تخيلية للعدد؟

- ما العلاقة بين صورة العدد واستخدام أشكال تخيلية للعدد؟

- كيف يظهر الإبداع لدى الطلاب الذين يستخدمون أشكالا تخيلية للعدد؟

ولدراسة تخيل الطلاب للأرقام بالألوان،يمكن بشكل كامل الاعتماد على ثلاثة أدوات، هى:

-مسح عن التفضيلات المتعلقة بالرياضيات والإبداع / التخيل

-اختبار اختيار من متعدد للتفكير الرياضى.

-اختبار رسم لقياس الإبداع مع حساب مصداقيته وثباته.

هذا من ناحية، ومن ناحية أخرى، يجب تحقيق مقابلات فى أربع مناسبات من أجل جمع بيانات عن التفكير الإبداعى والرياضى، حيث يكون الهدف من المقابلة الأولى ، إجراء مسح يضم أسئلة اختيار من متعدد، ومن المقابلة الثانية يتم تطبيق اختبار رسم لقياس الإبداع ،ومن المقابلة الثالثة، يُطبق اختبار تقييم يدور حول التفكيرالرياضى، ومن المقابلة الرابعة، يتم مقابلة مجموعة من الطلاب ممن يُظهرون تفضيلهم لتخيل الأعداد بالألوان أو فى شكل، على أن يتم تجميعهم فى مجموعة للحصول على إجاباتهم على استبيان أكثر شمولاً

ويمكن تصنيف الأسئلة موضوع المسح، الذى يتحقق فى المقابلة الأولى مع الطلاب، فى ثلاث توجهات، هى:

(١)الاهتمامات والقدرات الرياضية.

(٢)الأنشطة والاهتمامات الإبداعية.

(٣)استخدام استراتيجيات التخيل.

وبالنسبة لاختبار الإبداع الذى يُطبق فى الزيارة الثانية، فإنه يهدف تقويم القدرة الإبداعية وعلاقتها بالقدرة على التخيل. وهذا الاختبار يتم تقييمه فى ظل إحدى عشر عنصرا، هى:١-التكملة ٢-الإضافات ٣ - العناصر الجديدة ٤-التوصيل مع خط موجود ٥- الصلة بالموضوع ٦-كسر وتجزئة الحدود ٧-إضافة المنظور ٨- الدعابة ٩-عدم التمسك بالقواعد ١٠- التعبير التجريدى ١١-السرعة، وبذلك يسهم هذا الاختبار فى تقييم الإبداع فى التفكير الإنتاجى والتخيلى والتباعدى(فوق المعرفى).

وبالنسبة لاختبار المعرفة الرياضية، من المهم التنويه إلى أن الطلاب يتم تجميعهم بالفعل على أساس القدرة الرياضية بناءً على درجات اختبار معيارى وعلى أساس الأداء الصفى، وبذلك توجد فرصة لتحليل مستويات مختلفة من القدرة الرياضية وعلاقتها بالإبداع. ولتقييم القدرة الرياضية، يتم وضع اختبار يشابه بدرجة كبيرة اختبار الرسم،الذى يتمتع بالصدق، وهو يقيس القدرة على التفكير الرياضى، فى ستة مجالات، تدور حول: اللغة والمسافةوالتفكير الرياضى. أما المجالات الستة،فهى

(١)المفاهيم العامة والمجردة

(٢)التفسيرات واستخدام الرموز

(٣) العلاقة بين المفاهيم والرموز

(٤) المرونة فى تنظيم المفاهيم

(٥) تحديد الاشكال

(٦) التفكير المجرد غير المتعلق بالسرعة

وعندما يقتصر الأمر على تقييم التمثيل التخيلى للعدد وعلاقته بالتفكير الرياضى المجرد، فإن القدرة على أداء العمليات الحسابية بسرعة واستخدام المعادلات ليست ذات صلة بهذا الموضوع.

إن كيفية تخيل المراهقين للأعداد يعتبر شيئاً أساسياً ومهماً، علما بأن الطلاب قد يبدأون فى إجراء العمليات الحسابية قبل مرحلة المراهقة،لذلك يجب تعليمهم، وجعلهم يميلون إلى الاعتماد على التمثيلات المادية للأعداد لاستخدامها فى المهام الرياضية.

وعلى أساس نتائج الاستراتيجيات التخيلية والإبداع والإنجاز الرياضى، يتبين تخيل بعض الطلاب للأعداد بالألوان، كما يمكن الحصول على معلومات يساعد استخدامها فى المقارنة بين الإبداع والإنجاز الرياضى، واستخدام استراتيجيات التخيل فى حل المشكلات.

ومن خلال مقارنة مستوى تحصيل الطالب فى الرياضيات(الإنجاز الرياضى) والإبداع الرياضى والتخيل العددى تتكون صورة واضحة للطلاب، حيث ثبت ما يلى:

* هناك علاقة إيجابية بين الإنجاز ومستوى الطالب، إذ كلما زاد الإنجاز الرياضى زاد مستوى الطالب الرياضى .

* كما أن هناك علاقة بين الإبداع والمستوى الرياضى،وذلك يشير إلى أنه كلما إرتفع المستوى الرياضى زاد مستوى الإبداع. أما العلاقة بين استراتيجيات التخيل والمستوى الرياضى، فإنها - غالبا - تكون أقل إيجابية.

* هناك علاقة ارتباط بين عدد من المتغيرات، فالعلاقة بين المستوى الرياضى والإنجاز الرياضى تتحدث عن نفسها، ومن المنطقى أن نتوقع أن المستوى الرياضى يتبع الإنجاز الرياضى. وعلى صعيد آخر،يزداد استخدام استراتيجية تخيل العدد باللون كلما زاد المستوى الرياضى للطالب.

ومن خلال هذه المعلومات، يمكن استنتاج وجـود إختلاف بين تخيل العدد بلون وتخيل العدد فى شكل، رغم أن هناك ارتباط بينهما دال احصائيا.

وللتمييز بين الإبداع والقدرة الرياضية فى مجموعات الطلاب أشار اختبار (ت)، إلى عدم وجود اخـتلاف بين العاملين، وذلك يعنى عدم وجود اخـتلاف بين نتائج اختبـارات الإبداع والتحصيل الرياضى بشكل واضح فى مجـموعات الطلاب، مما يدل على أن الإبداع والقدرة الرياضـية يرتبطان معاً إحـصائيا.أما إذا كـان معامل الارتباط بينهما صغـيراً، فإن اختبار(ت) لمقارنة استراتيـجيات التخيل لحل المشكلة ومستوى الطلاب الرياضى يدل إلى وجود اختلاف دال إحصائياً بين المجموعات.

وعند عقد مقارنة بين الثلاثة عـوامل والمستوى الرياضى، يظهر أن هناك اختلاف دال إحصائيا بين المجموعات فى الإبداع واستـراتيجيات التخيل، ولا يكون لصالح الإبداع. وعند مقـارنة الإبداع والتحصيل فى الثـلاثة مستويات، يكـون الاختلاف ملحوظـاً، ويؤكد أن الإبداع والتحـصيل الرياضى يـزدادان كلما ارتفع المسـتوى الرياضى، وكذلك الحال بالنسبة لتخيل العدد بلون. وبما أن هناك تشابه فى استخدام العدد الملون فى المجموعات، فإنه قد لاتوجد استراتيجية للعدد الملون.

إن العلاقـة بين الإبداع والمستوى الرياضى، والعـلاقة بين التحـصيل الرياضى والمستوى الريـاضى، قياساً بمعامـلات الارتباط الخاصة باسـتراتيجيـات التخيل، ومقارنتها بنتائج تحليل التباين لاستراتـيجيات التخيل والمستوى الرياضى، قد تجعلنا نتوقع ضعف العلاقة بين استخدام العدد اللونى والاشكال التخيلية للعدد. إن معدل استخدام الطلاب الأشكال التخيلية للعـدد فى المستويات المختلفة لا يختلف بشكل دال إحصائياً مثلمـا يختلف مع العدد اللونى. أما معامل ارتباط استراتيـجية التخيل والمستوى الرياضى يكون متوسطاً فى الغـالب، وربما تكون بيانات تحليل معاملات الارتباط فى هذه الحالة هى الأكثر إفادة. وبالنظر إلى فرضية أن الطلاب ذوى الموهبة الرياضية يستخدمون استراتيجيات التخيل الشكلى أو اللونى للعدد أكثر، فإن النتائج تختلف، حيث لايوجـد ارتباط بين القدرة الرياضيـة واستراتيجيـة التخيل اللونى

للعدد، كما أنه لايوجد ارتباط بين استراتيجية التخيل الشكلى للعدد والتحصيل الرياضى.

وعند مقارنة معاملات الارتباط بين الإبداع والعدد اللونى والتخيل الشكلى للعدد، قد يظهر أن الطلاب المبدعين يستخدمون العدد اللونى ولا يستخدمون التخيل الشكلى للعدد كاستراتيجية تخيل.

وهناك ارتباط بين طريقة التخيل والموهبة الرياضية والابداع. وقد لايذكر الطلاب الذين يفضلون متابعة دراسة الرياضيات رؤيتهم للأعداد بالألوان، ولكنهم يفضلون استخدام استراتيجيات التخيل فى حل المشكلات. والطلاب الذين يفضلون إستخدام استراتيجيات التخيل، يفضلون -فى الوقت نفسه -إستخدام الإبداع.

وتعطى معاملات الارتباط صورة للأفراد الذين يستخدمون العدد اللونى وشكل العدد فى تفكيرهم. أما الطلاب الذين يستخدمون استراتيجيات التخيل، قد يكونوا غير مبدعين ، رغم إنهم موهوبين رياضياً. والطلاب الذين يتخيلون الأعداد بالالوان يكونوا أكثر إبداعاً، كما يكون بعضهم من الموهوبين رياضياً.

والطلاب الذين لديهم ميول إبداعية، يكون لديهم ميول قوية لاستخدام استراتيجيات التخيل، وميول رياضية أقل. المقارنة بين التحصيل الرياضى والمستوى الرياضى، وبين الميول الرياضية والمستوى الرياضى، يجب أن تقترب معاملات ارتباطها من ١٠٠٪. ونفس الشىء بالنسبة لمقارنة ميول الإبداع المذكورة فى المسح ودرجات الإبداع.

خلاصة القول ، استهدف الحديث السابق إيجاد العلاقة بين أشكال تخيل العدد والقدرة الرياضية، ورغم وجود علاقة بين المستوى الرياضى واستخدام العدد اللونى، فإنه لاتوجد مؤشرات قوية متسقة مع هذه البيانات. ولكن يرتبط الإبداع بالقدرة الرياضية، وكذلك باستخدام أشكال التخيل اللونى للعدد. وبعامة فإن الطلاب الذين يرون الارقام بالألوان مبدعين أكثر من كونهم موهوبين رياضياً، وعلية يمكن أن تتأكد العلاقة بين الإبداع والقدرة الرياضية فى المستويات الرياضية المختلفة، حيث إن

الطلاب الذين يستخدمون العدد اللونى التخيلى يكون مستواهم الرياضى مرتفعاً ودرجات إبداعاتهم تكون مرتفعة. وتعد هذة ملاحظات وصفية، كما أن معاملات الارتباطات بين المتغيرات قد لا تشير إلى وجود علاقة قوية. وفى المقابلات، يحصل الطلاب - ممن يشيرون إلى استخدامهم للعدد اللونى التخيلى- على درجات مرتفعة فى قدراتهم الرياضية، وكذلك يكون لديهم قدرة إبداعية أقوى. ومع عدد ضئيل من الطلاب، قد تتزامن القدرة الفنية الإبداعية مع القدرة على تخيل العدد اللونى والشكل العددى. وهؤلاء الطلاب يعتمدون على التخيل لتذكر المعلومات الرقمية ولأداء العمليات الحسابية.

إن الأفراد الذين يتخيلون الأعداد بالألوان أو فى أشكال، رغم إنهم يمثلون نسبة صغيرة من السكان، فإنهم يمثلون النسبة المبدعة.ومن الصعب إثبات فرضية وجود علاقة بين القدرة الرياضية وأشكال تخيل العدد، ولكن تظهر العلاقة واضحة بين القدرة على الإبداع وتخيل العدد باللون أو فى شكل. وبالفعل فإن الطلاب الذين يتخيلون الأعداد بالألوان يميلون إلى امتلاك قدرة أو اهتمامات إبداعية أكثر من أقرانهم. والطلاب الذين يستخدمون استراتيجيات التخيل ولديهم ميول تخيلية يميلون إلى استخدام تخيل الأعداد فى أشكال لحل المشكلات، كما تكون (أولا تكون) لديهم ميول رياضية.أما الطلاب الذين يتخيلون الأعداد بالألوان أو فى أشكال، فإنهم يميلون لاستخدام استرايتجات التخيل لحل المشكلات وللتعبير عن الإبداع. وبالتالى، فإن المفكرين التخيليين يميلون ليكونوا أكثر إبداعاً وأكثر منطقية فى تفكيرهم.

ويجب ملاحظة الارتباط بين الإبداع والقدرة الرياضية. وفى الأبحاث المستقبلية، يجب أن يمثل الإبداع العامل المستقل عند تقييم جهود تطوير البرامج المليئة بالمعلومات البيانية، مثل :الرياضيات، أو الفنون، أو تكنولوجيات الكمبيوتر.