

الفصل الثامن

تأسيس التلاميذ لمعاني حل المشكلات من خلال
الأسلوب المنظم والمرونة في حل المسائل الرياضية

* تمهيد.

* أدوار التلاميذ في تأسيس معاني مقصودة أثناء حل المشكلات.

* الأسلوب المنظم والمرونة في حل المسائل.

* تمهيد:

بات أسلوب حل المشكلات منهجية يجب على الفرد إتباعها والأخذ بها في مقابلة المعضلات التي يقابلها في حياته العامة والخاصة على السواء. وبالنسبة للمتعلمين، بات حل المشكلات كمنهجية تعليمية تعلمية، ضرورة جوهرية بالنسبة لهم، إذا أرادوا تحقيق النجاح والفلاح، إذ دون هذه المنهجية يُصعب عليهم مواجهة الموضوعات الدراسية الصعبة، ويكون في حكم المستحيل أن يمارسوا التفكير العلمى الدقيق، ناهيك عن افتقارهم لمقومات الإبداع، وخاصة في حل المسائل الحسابية.

إذًا، من المهم مساعدة التلاميذ على تأسيس معانى واضحة ولها دلالاتها القاطعة بالنسبة لحل المشكلات كأسلوب فاعل في تعلم مادة الرياضيات، على أن يتحقق ذلك وفق قاعدة تعتمد على أساليب تتسم بالانتظام والمرونة، في الوقت نفسه.

أولاً: أدوار التلاميذ في تأسيس معانى مقصودة أثناء حل المشكلات:

تزايد أهمية تحليل التفاعل بين التلاميذ في مجال تعليم الرياضيات، وذلك من وجهة نظر العلماء الذين يرون أن المعرفة يجب أن يتم بناؤها وتداولها في إطار إجتماعى. وأحد مظاهر التفاعل الإنسانى يتمثل في الأدوار التى يقوم بها التلاميذ أثناء عملية التفاعل الصفى.

و باستخدام منظور رمزى تفاعلى، يجب تحليل التطور فى أدوار التلاميذ وفقاً للزمن المتاح لتعلمهم، وأثار ذلك على تأسيس معانى مشتركة.

وهناك إعتقاد بين الباحثين فى مجال تعليم الرياضيات بأن الأنشطة الرياضية التفاعلية تتيح التلاميذ إمكانات تعليمية تتخطى "آفاق الإجراءات المحفوظة". وبمعنى آخر، يحدث الإكتساب الحقيقى للمعرفة عندما يشارك التلميذ فى حوار^(١) معين، حيث تشير لفظة حوار إلى الأنشطة الاجمالية التواصلية، كما تتم ممارستها فى المجتمع. وتُكرس أبحاث حديثة فى مجال تعليم الرياضيات جل جهودها لتحليل

(١) "كلمة.. حوار" لها معنى شامل يشير إلى إجمالية الأنشطة التواصلية، كما يمارسها مجتمع من المجتمعات.

تأسيس التلاميذ لمعاني حل المشكلات

العوامل الأساسية التي تشكل الحوار، وذلك بالنسبة إلى المشاركين في الحوار، واللغة المستخدمة في الحوار، والقواعد التي تحكم التفاعلات الصفية.

وعلى الرغم من تواجد عديد من التحليلات المتعلقة باللغة، وبأساليب التكيف التي تؤثر على عملية التفاعل، وبالطرق التي تنظم التفاعل الصفى بين جميع أطراف العملية التعليمية التعليمية، فإن عدد قليل من تلك الأبحاث قد أجريت عن أدوار المشاركين أنفسهم، خاصة عن كيفية إنعكاس هذه الأدوار على السياق الأشمل الذى تحدث فيه، أو كيفية تأثيرها على التفاعل أو إكتساب المعرفة ذاتها.

وعليه، من المهم التركيز على أدوار المشاركين، وتوزيعهم عبر المواقف التفاعلية وأثرها على خلق معانى مشتركة، وذلك يتطلب الإجابة على الأسئلة التالية:

أ) ما الأدوار^(١) الفعلية التي يؤديها الطلاب أثناء المشاركة فى حل مشكلة رياضية؟

ب) ما تطور هذه الأدوار وفق الزمن المتاح؟

ج) ما أثر لعب هذه الأدوار على تأسيس معانى مشتركة من قبل الطلاب؟

إن إجابة الأسئلة السابقة تقتضى تحديد الإطار النظرى، الذى على أساسه يمكن تقديم مؤشر قوى وواضح المعالم بالنسبة لما يجب أن تدور فى فلكه الإجابات المنشورة. وعليه يمكن أن نقول أن التفاعلية الرمزية نظرية فى علم الاجتماع قدمها ميد Mead (١٩٣٤) وبلامر Blumer (١٩٦٩) ورسخها جوفمان Goffman (١٩٦١، ١٩٧١، ١٩٧٢) وآخرون. وكما يبين إسمها، تعتبر هذه النظرية أن دور الرموز أمراً حيويًا فى عملية التفاعل، فمن خلال الرموز يُكون الأفراد معانى مشتركة، ويعرفون أبعاد الموقف التفاعلى الذين يشاركون فيه. واللغة هى أهم مجالاً لاستخدام الرموز، رغم أن غيرها من الرموز غير اللفظية يمكن أن تكون موضوعاً للبحث أحياناً.

فالفرد لا يعامل على أنه متلقى سلبى لتأثيرات المجتمع، ولكن يجب إعتبره كمشارك نشط يمكن أن يساهم فى تكوين وإستكشاف دلالات المعرفة أثناء عملية التفاعل الرمضى.

(١) الدور يُعرف على أنه "المخزون السلوكى المميز لشخص أو موقع ما".

وتتضمن هذه العملية عديد من المظاهر المترابطة. والمظهر الأساسى، الذى قد يتضمن جميع المظاهر الأخرى، يتمثل فى سلوك الفرد أو أدائه، والذى يُعرف على أنه 'كل النشاط المتعلق بأحد المشاركين فى موقف أو مناسبة بعينها، بحيث يؤثر بطريقة من الطرق على أى من المشاركين الآخرين'.

يمكن القيام بتحليل للأداء عن طريق إستخدام نظرية الأدوار، والتي توظف نموذجين أساسيين لتحليلاتها: النموذج المسرحى والذى يُعتبر الفرد من خلاله كمثل، يقدم نفسه للآخرين ويحاول توجيه وضبط إنطباعهم عنه؛ ونموذج اللعب والذى يعتبر التفاعلات الإنسانية كنوع من الألعاب التى تضع قيوداً وقواعد على سلوك المشاركين، وتمنحهم الفرصة لتوظيف أساليب متنوعة لتحقيق أهدافهم. ويجب التعامل مع هذين النموذجين كمكملين لبعضهما وليس كمتناقضين، إذ أن كلاهما يتشاركان فى أحد الإفتراضات الأساسية للتفاعلية الرمزية، وهى: أن أدوار وأفعال الأفراد هى محصلة أو ناتج تفاعل أدوار وأفعال الآخرين.

ومن المفاهيم التى ثبتت فائدتها لمحاولة تفسير الخصائص المميزة للأداءات مفهوم **المظهر الإجتماعى**، والذى يقصد به «القيمة الإجتماعية الإيجابية التى يتخذها الشخص بفاعلية لنفسه من خلال الخط، الذى يحدده فى تعاملاته وتصرفاته مع الآخرين، والذى يفترض أن الآخرين -أيضاً- قد أخذوه أو بنوه عنه أثناء إتصالهم به، وتفاعلاتهم معه».

وأثناء كل تفاعل، غالباً ما يحدث شكل من أشكال تكوين المظهر الإجتماعى. وبمجرد أن يدرك الشخص جميع المعايير الإجتماعية المتعلقة بموقعه، والتفسيرات المحتملة للآخرين بخصوص أدواره أو أفعاله، يقوم بتوظيف أساليب حفظ الإعتبار الخاصة به.

وفى تدريس التلاميذ، يجب أن يقوم كل واحد منهم، باختيار شريك له، على أن تكون التعليمات الوحيدة الموجهة إليهم، هى قيامهم بالتعبير كتابة عن كل فكرة ينتجونها، وأن يحاولوا التعاون لحل المشكلات المطروحة. ويجب أن يقوم الملاحظ بتسجيل جميع الدورات، وأن لا يتدخل إلا قليلاً.

وجميع أدوار التلاميذ اللفظية التي يتم تأسيسها لتكوين معاني مشتركة بين التلاميذ أثناء حل المشكلات يمكن أن تدرج تحت العناوين التالية:

- أ) يظهر التلميذ اليقين، ب) يظهر عدم اليقين، ج) يظهر الموافقة.
د) يظهر عدم الموافقة، هـ) يقدم إقتراحاً، و) يسأل عن إقتراحات.
ز) يبدي رأياً، ح) يطلب رأياً، ط) يقدم معلومات.
ي) يطلب معلومات / أو يسأل عن معلومات.

وخلال الأدوار السابقة، يجب متابعة ومراقبة أدوار كل طالب، وإستجابة شريكه لهذه الأدوار، وأثر هذه الأدوار على عملية التفاعل الصفي، ودرجة مساهمته للمعايير الإجتماعية، وأيضاً الإجتماعية الرياضية التي تظهرها هذه الأدوار. كل هذه العناصر تساعد على تصنيف العناوين سابقة الذكر، وبذلك تظهر الفئات التالية:

- أ) المتعاون (بمعنى، الشخص الذي دائماً يسأل عن رأى شريكه قبل التقدم).
ب) المساهم (بمعنى، الشخص الذي يبدي إقتراحات كثيرة).
ج) المُفَصِّل / الموضح (أى الشخص الذي يقدم معلومات متصلة بإقتراحاته قدر الإمكان).

د) المُوفِّق (وهو الشخص الذي نادراً ما يُصر على إقتراح تم سحبه أو ضحده).

وهذه الفئات يجب إضافة أبعاد لها؛ بمعنى أن أدوار الشخص قد تمتد من المتعاون إلى غير المتعاون، أو قد يكون الشخص غير مهتم / غير مبال وهكذا. ويمد الجمع بين هذه الفئات المذكورة بمعلومات كافية لوصف دور كل طالب. ولدراسة أثر لعب هذه الأدوار على تكوين معاني مشتركة، من المهم القيام بملاحظة العمليات التي من خلالها يتم تقديم المعاني الجديدة وكذلك توضيحها وقبولها (أو عدم قبولها)، بهدف دراسة كيفية إرتباط هذه العمليات بمجموعات معينة من الأدوار. ويمكن تقديم وصف موجز لعملية التحليل، من خلال النموذج التالي الذى يوضح مدى مساهمة الأدوار التي يقوم بها التلاميذ للمعايير الإجتماعية، وأيضاً للمعايير الإجتماعية الرياضية، وذلك من خلال جلسة فعلية تمت بين تلميذين تحت إشراف المعلم:

المسيرة	النص العناوين	الأدوار اللفظية
(1) معيار إجتماعى (مرتفع)	- يطلب رأى.	١-أ: هل تفهم ما علينا فعله؟
	- يظهر الموافقة.	٢-ب: نعم.
	- يبدى إقتراحاً.	٣-أ: إحسب المربعات و...
أ- معيار إجتماعى (مرتفع).	- يطلب معلومات.	٤-ب: أقوم بعدهم؟
	أ- يطلب رأياً	٥-أ: هل نقوم بحسابهم؟
ج- معيار إجتماعى (متوسط).	ب- يقدم معلومات.	أحد الجوانب هو واحد إثنان ثلاث أربع وها هو
د- معيار إجتماعى (منخفض)	ج،د،هـ- يبدى إقتراحاً ويظهر عدم اليقين.	واحد إثنان ثلاث أربع.. دعنا نفحص إذا كان... أنا أعتقد أن هذين المثلثين متساويين، لأن هاتين الزاويتين، إنتظر...
	- يطلب معلومات.	٦-ب: هل هاتين زاويتين؟
د- معيار إجتماعى (متوسط).	أ،ب،ج- يقدم معلومات. د- يطلب رأياً	٧-أ: نعم. زاويتين أفقيتين (قائمتين). ولذلك هذا الجانب متساوى مع هذا الجانب، أحدهما جانب
	هـ- يبدى إقتراحاً	

(١) المعيار الإجتماعى الوحيد الموجود فى النص هو ذلك الذى يشير إلى الإحترام الذى يجب على الفرد إظهاره لشريكه ولرأى شريكه. وقد يتم التعبير عن مستوى عالى من المسيرة من خلال الأسئلة المتعلقة بفهم الشريك وسؤاله عن رأى. وقد يتم التعبير عن مستوى منخفض من المسيرة من خلال الإقتراحات التى يتم إبداءها بصيغة الإنبات وبأسلوب المتكلم المفرد. أما المستوى المتوسط من المسيرة فيتم تقديمه فى صورة أدوار لفظية تتضمن عنصر المشاركة (عادة الضمير: نحن)، ولكن لا تصنف على أنها مستوى مرتفع لأسباب عديدة.

بقية النص

		عادي والآخر زاوية... ماذا تعتقد؟ لذلك، هذا هو مركز الدائرة...
	يظهر عدم اليقين	٨- ب: Hm همم (وقفه متوسطة)
معيار إجتماعي (متوسط)	يطلب إقتراحاً	٩- ب: وماذا سوف تقول له عن رسم الدائرة؟
معيار إجتماعي (مرتفع)	أ- يظهر عدم اليقين ب - يبدى إقتراحاً ويطلب رأياً يظهر الموافقة	١٠- أ: همم هل نقول هذا أولاً؟
ب- معيار إجتماعي (متوسط)	أ- يبدى إقتراحاً ويظهر اليقين ب- يطلب إقتراحاً ج- يبدى إقتراحاً	١١- ب: نعم ١٢- أ: حسناً، إنه مربع يشتمل على عشرة مربعات صغيرة في كل جانب. كيف سنكتب الإرشادات/ التعليمات...؟ يتكون التصميم من دائرة...
معيار إجتماعي (متوسط)	يبدى إقتراحاً يبدى رأياً	١٣- ب: ومثلثان ١٤- أ: وهكذا، سوف نقدم بنداً كما يلي....
	يبدى عدم اليقين	١٥- ب: همم

والملاحظة الأولى بين الأدوار المشتركة بين التلميذين، أن أولهما يقدم أغلب الإقتراحات، وأحياناً يسأل شريكه عن رأيه فكان دائماً يقدم له معلومات كافية،

وبذلك يظهر مستوى مرتفع من المسابرة للمعيار الإجتماعى الخاص بالمشاركة.^(١)

وقد يكشف الفحص الدقيق أن تمسك التلميذ الأول بهذا المعيار، أحياناً يكون تمسكاً مصطنعاً، حيث أنه فى البنود ٥، ٧، ١٢ كان يتقدم فوراً بالإجابة بعد طرح السؤال، دون إنتظار رد / جواب شريكه. ويمكن القول بأن هدف التلميذ الثانى هو المحافظة على مظهره كشريك متعاون، ومن جهة أخرى كان يريد تجنب تهديداً محتملاً لمظهره التنافسى^(٢) من قبل شريكه، عن طريق التلهف أو الرغبة لابتداء إقتراحه. إن التلميذ الثانى بالكاد قدم إقتراحاً واحداً (يتضمن البند ١٣ إقتراحاً، أبداه التلميذ الثانى بالفعل)، لقد كان متعاوناً؛ بمعنى أنه كان يستمع إلى إقتراحات شريكه ويبدى موافقته، أو عدم يقينه، ويطلب معلومات. ومن ثم، يمكن استنتاج أن التلميذ الثانى لعب دوراً سلبياً فى هذه الجزئية، حيث إن إجاباته وردوده المترددة كانت تساعد التلميذ الأول على توضيح وتفصيل إقتراحاته.

والمعنى الأول الذى تم تقديمه خلال النص يتمثل فى «عد المربعات» (من جانب التلميذ الثانى)، والذى أصبح فوراً بمثابة معنى مشترك، إذ أن التلميذ الثانى قبلته فى البند الرابع، دون إظهار عدم التأكد / عدم اليقين أو الإستفسار عن معلومات. أما المعنى الثانى الذى قدمه التلميذ الأول أيضاً - كما جاء فى البند الخامس - فتمثل فى «المثلثات المتساوية»؛ وفى هذه المرة أبدى التلميذ الثانى إجحاماً عن قبوله، حيث قام بالإستفسار عن معلومات كما جاء فى البند السادس، ثم أظهر عدم التأكد كما جاء فى البند الثامن. ورغم أن التلميذ فى البند الثالث عشر قد نطق عبارة «مثلثان» فإنه أظهر عدم التأكد ولم يستخدم الصفة «متساوى». هذا مثال على معنى لم يصبح مشتركاً بين التلميذين.

خلاصة القول:

يتيح الفحص متنوع الجوانب للنصوص الفرصة للتعرف على أربع فئات أساسية:

- (١) بإستثناء (٥-١) حيث استخدم التلميذ أ ضمير (نحن) فى تعبيراته.
- (٢) قد يكون تهديد مظهر التعاون سبباً لإقتراح أكثر فاعلية، أو لطلب معلومات يتمكن التلميذ من فهمها.

"المبادئ المتعاون"، "المبادئ المسيطر"، "المقيّم المتعاون"، و"الموافق غير المتيقن". ويظهر المبادئ المتعاون أعلى مستويات المسابرة للمعايير الإجتماعية والمعايير الرياضية الإجتماعية، وقد يبدى المشاركون المتعاون كثيراً من المقترحات، ويقدم معلومات عند الضرورة ويكون مستعداً لسحب إقتراح ما، لكى يحافظ على المشاركة. وبالنسبة للمبادئ المسيطر، فرنه يبدى كثيراً من الإقتراحات، ولكنه نادراً ما يطلب رأى شريكه، وقد يوضح هذا الشريك مقترحاته، ولكنه يكون متزهداً فى التخلّى عن هذه الإقتراحات.

أما المقيّم المشاركون فيبدى ملاحظات قليلة نسبياً، سواء لأنه يشعر بعدم اليقين أو بعدم التأكد من مهاراته أو بسبب سلوك شريكه. أما الموافق المتردد / غير المتيقن فلا يبدى أى ملاحظات تقريباً، وقد يعبر عن أدنى مستوى من المسابرة لأغلب المعايير، حيث أن ملاحظاته عادة ما تظهر الموافقة على أدوار شريكه دون أى نوع من التقييم.

وقد تتغير الأدوار المذكورة عاليه تغيراً طفيفاً، وقد يُعرف هذا بصفة جزئية إلى أسلوب الحفاظ على المظهر. أيضاً، قد تتغير بعض الأدوار أثناء المقابلات، وقد يُعزى هذا إلى سلوك شركائهم، إذ إن جميعهم كانوا مبادئين متعاونين. كما يتأثر تكوين المعانى المشتركة كذلك بأدوار الطلاب.

ثانياً: الأسلوب المنظم والمرونة فى حل المسائل الحسابية؛

هناك مجهودات كثيرة لتطوير منهج الحساب الذى يلبى حاجات المجتمع الخاصة، وينعكس ذلك من خلال الاصلاح العالمى لتطوير مناهج الرياضيات من حيث: محتواها وطرق تدريسها، وأساليب تقويمها ويتطلب تحقيق هذا التطوير تحقيق إجراءات عديدة، لعل من أهمها الإجراءات التى يجب أن يخضع لها الطلاب للقيام بالعمليات الحسابية من منظور مفهوم الرقم.

وتوفر المداخل المنهجية التقليدية مدخلاً لعمليات الحساب الرقمى، كما هو الحال فى عمليات النظام الحسابى القائم على الجمع الرأسى القياسى الذى يدرسه التلاميذ، وبذلك يكون فهم الارقام والعمليات الحسابية والطلاقة فى الحساب الرقمى هو جوهر العمليات الحسابية. فى بعض البلاد، تؤكد الاستراتيجية القومية للعد الرقمى

الاستراتيجيات العقلية التى سببت تخلفاً فى تطبيق المبادرة التى تأخذ بنظام الحساب القياسى، حيث يكون من المتوقع أن يدرك التلميذ العمليات والعلاقات بين الأرقام، عن طريق إعمال العقل. وفى بلاد أخرى، هناك المدخل الواقعى الذى يؤكد تطوير النماذج المنهجية المتجسدة فى المواقف المحسوسة، حيث الأمثلة التحريرية ذات الكفاءة يعمل بها كنظام رقمى غير مقسم. وإحداث تغيير للنظام الحسابى فى أى بلد من البلاد، لا يحدث على وتيرة واحدة وثابتة، فالاقترحات القومية تقابلها ردود فعل واستجابات المدرسين والخبراء التربويين وعلماء السياسة العامة على نطاق واسع، كما يحدث فى الولايات المتحدة، حيث ظهرت حروب الحساب Maths War. أيضاً تعرضت إنجلترا وهولندا إلى مبادرات مختلفة تهدف تغيير مناهج الحساب. وعلى الرغم من مضاهاة الأهداف ومقابلتها وتوافقها مع بعضها البعض بدرجة كبيرة، فإن دروب التغيير تتطلب اجراءات مناهضة لحدوث ذلك.

وكنماذج تؤكد ما تقدم، يتم ذكر الآتى:

(١) عملية القسمة:

هناك اجراءات للعمليات الخاصة بالقسمة وذلك عن طريق نموذج التجزئة Partitive & Quotitive الذى يقوم على أساس المقسوم والمقسوم عليه. ويظهر ذلك خلال عمليات الطرح المتكرر وتعدد قيم وبدائل القاسم. أما الطريقة الأخرى، فتقوم على أساس الاقسام Share عن طريق تقسيم قيمة العدد المقسوم Value Partition وبذلك تأخذ العملية الحسابية التقليدية شكل "القسمة المصغرة" وتنتهى بالحصول على الناتج النهائى فى خطوة واحدة، أما القسمة المطولة فتأخذ شكل رأسياً للعمليات الفرعية الحادثة.

(٢) القاسم أحادى الرقم "الشق":

أيا كان العدد، يتكون من رقم واحد، أو من رقمين، أو قد يكون المقسوم من أربعة أرقام فلا بد من خضوع هذه الأرقام للقسمة، وفق المنهجية التى يجب اتباعها. فعلى سبيل المثال: إذا كان المطلوب توزيع ست كراسات على تلميذين، فكل من

المقسوم والمقسوم عليه يتكون من رقم واحد، أما إذا كان المطلوب حزم ٩٨ زهرة في ٧ باقات فإيجاد عدد الباقات التي نحتاج إليها يتطلب قسمة الرقم ٩ على ٧ فيكون الناتج ١، ويتبقى ٢ في خانة العشرات تضاف إلى ٨ الموجود في خانة الأعداد، وبذلك يكون المطلوب قسمة ٢٨ على ٧، فيكون ناتج هذه العملية ٤، وبذلك يكون ناتج قسمة ٩٨ ÷ ٧ = ١٤. وكمثال ثالث: هناك ٥٤٥ تفاحة قسموا على ٥ من الباعة فإن عدد التفاح التي يحصل عليها كل بائع، يتحقق عن طريق قسمة ٥ على ٥ فيكون الناتج ١، ثم ٤ على ٥ وذلك لا يمكن تحقيقه وتكون النتيجة صفر، لذلك يتم ترجمة الرقم ٤ من خانة العشرات إلى آحاد، وضمه إلى ٥ في رقم الآحاد، وبذلك يكون المطلوب قسمة ٤٥ على ٥ فيكون الناتج ٩، ويكون الناتج النهائي لقسمة ٥٤٥ ÷ ٥ = ١٠٩.

وفي هذا الشأن يجب أن يهتم المدرس بتعريف التلاميذ أهمية تحديد قيمة ناتج العملية الثانية في عملية القسمة السابقة (٤ ÷ ٥)، وهي تساوى صفر في هذه المسألة)، لأن بعض التلاميذ قد لا يكتبون ناتج هذه العملية، وبالتالي، فإنهم يكتبون الناتج النهائي لقسمة ٥٤٥ ÷ ٥ = ١٩، وهذا جواب غير صحيح وخطأ.

عمليات القسمة السابقة كانت منتهية، ولكن إذا كان المطلوب حل المسألة ١٢٥٧ ÷ ٦، تكون عملية القسمة غير منتهية، كما يوضح ذلك الاجراءات التالية:

بقسمة ١ ÷ ٦ يكون الناتج صفراً

بقسمة ١٢ ÷ ٦ يكون الناتج ٢

بقسمة ٥ ÷ ٦ يكون الناتج صفراً

بقسمة ٥٧ ÷ ٦ يكون الناتج ٩ ويتبقى ٣

إذاً ناتج العملية السابقة هو ٠٢٠٩، ويتبقى ٣. يتم وضع العلامة العشرية، ثم إجراء قسمة ٣٠ ÷ ٦ = ٥، وعليه فإن الناتج النهائي للعملية السابقة يكون ٠٢٠٩,٥ لم نهتم بكتابة الصفر الذي على شمال الرقم ٢ لأنه لا يعتد به ولا يغير الناتج.

إذا استبدلنا الرقم ٧ بالرقم ٦ في المسألة السابقة، يكون المطلوب حل المسألة

١٢٥٦ ÷ ٦، ويتم إجراء العمليات السابقة نفسها، ولكن يتبقى فى هذه الحالة ٢، ويوضع العلامة العشرية وإجراء القسمة ٢٠ ÷ ٦ يكون الناتج ٣ والباقى ٢، وتكرر هذه العملية ولا تنتهى، حيث يكون الناتج ٦ فى كل مرة، والباقى ٢ فى كل مرة أيضاً، فى هذه الحالة يمكن تقريب ناتج القسمة حسب المطلوب فى المسألة، وذلك على النحو التالى:

$1256 \div 6 = 209,7$ (التقريب لأول رقم عشري) =
 $209,67$ (التقريب لثانى رقم عشري) = $209,667$ (التقريب لثالث رقم عشري) = $209,6667$ (التقريب لرابع رقم عشري)، وهكذا دواليك.

(٣) القاسم يتكون من رقمين:

فى حل المسألة: تم حزم ٦٤ قلم فى ١٦ صندوق، فكم عدد الصناديق المطلوبة؟ يمكن استخدام عمليات الجمع المتتالى أو عمليات الطرح المتتالى، وبذلك تكون إجراءات الحل على النحو التالى:

عمليات الجمع المتتالى: $16, 32 = 16 + 16, 48 = 16 + 32, 64 = 16 + 48$ ، وعلى ذلك فإن العملية كررت أربع مرات، وعليه فإن $64 \div 16 = 4$ ، وللتأكد من صحة الحل، يقوم التلميذ بضرب 4×16 فيحصل على ٦٤.

وفى عمليات الطرح المتتالى: $16 - 16 = 0, 32 = 16 - 16, 48 = 16 - 32$ ، وعلى ذلك تكرر العملية أربع مرات، وعليه فإن $64 \div 16 = 4$ ، وللتأكد من صحة الحل، يقوم التلميذ بضرب 4×16 فيحصل على ٦٤.

وفى حل المسألة ٨٤ ÷ ١٤ يمكن أن يتبع التلميذ عملية التخمين أو المحاولة والخطأ، من خلال عمليات ضرب القاسم فى عدد بحيث يعطى قيمة المقسوم عليه. فيبدأ بضرب 14×5 فيكون الناتج ٧٠، ثم يضرب 14×6 فيكون الناتج ٨٤، وعليه فإن $84 \div 14 = 6$. وتكرار حل المسائل بهذه الطريقة، يستطيع التلميذ تحديد النتيجة مباشرة وبسهولة.

وفى حل المسألة: هناك ٤٣٢ طفلاً، والمطلوب نقلهم، فكم حافلة نحتاج، إذا

كانت سعة الحافلة ١٥ تلميذ؟ يتم ترجمة المسألة السابقة في صورتها الحسابية، وهي:
المطلوب خارج قسمة $٤٣٢ \div ١٥$. بقسمة $٤٣ \div ١٥$ يستطيع التلميذ اكتشاف أن
خارج القسمة = ٢، ويتبقى ١٣ (لأن $١٥ \times ٢ = ٣٠$). وتكون الخطوة التالية إيجاد
خارج قسمة $١٣٢ \div ١٥$ ، يستطيع التلميذ اكتشاف أن خارج القسمة = ٨، ويتبقى
١٢، (لأن $١٥ \times ٨ = ١٢٠$ ، وبينما $١٣٥ = ١٥ \times ٩ < ١٣٢$).

إذا عدد الحافلات المطلوبة ٢٨ حافلة، ويتبقى ١٢ تلميذ ليس لهم مكان، ولذلك
تضطر الجهة المسئولة لاحتضار حافلة أخرى، لأن العملية مرتبطة بنقل الأطفال ولا
يمكن تقسيمهم أو تجزأتهم. وبالتالي يكون عدد الحافلات المطلوبة لنقل الأطفال
مساويا ٢٩ حافلة، وإن كانت الحافلة الأخيرة لن تنقل سوى ١٢ طفلاً فقط.

ولكن في حل المسألة $٥٣٨ \div ١٥$ ، فإن الوضع يختلف لأنها مجرد مسألة عددية،
لا ترتبط بتطبيقات عملية. وتكون إجراءات الحل على النحو التالي:

بقسمة $٥٣ \div ١٥$ يكون الناتج ٣ والباقي ٨، وبقسمة $٨٨ \div ١٥$ يكون الناتج ٥
والباقي ١٣، وبوضع العلامة العشرية وبقسمة $١٣٠ \div ١٥$ يكون الناتج ٨، ويتبقى
١٠، وبقسمة $١٠٠ \div ١٥$ يكون الناتج ٦، ويتبقى ٤، وهكذا تستمر العملية.
وعلى ذلك فإن $٣٥٨ \div ١٥ = ٨٦,٣٥$ (لأقرب ثاني رقم عشري).

(٤) القسمة على العدد ١٠

في حل المسألة $٦٠٠ \div ١٠$ ، يستطيع التلميذ وضع المسألة في الصورة ٦٠×١٠
 $\div ١٠ = ٦٠ \times ١ = ٦٠$ ، وبمزيد من التدريب على مثل المسائل السابقة يقوم بحلها
عن طريق حذف الأصفار المتناظرة في كل من البسط والمقام.

أما إذا كانت المسألة في الصورة: هناك ٦٠٤ مكعبا يراد ترتيبها في صفوف، يسع
كل منها ١٠ مكعبات، فكم عدد الصفوف؟ يتم وضعها في صورتها الحسابية، وهي:

$٦٠٤ \div ١٠$ ، وبقسمة $٦٠ \div ١٠$ يكون الناتج ٦، وبقسمة $٤ \div ١٠$ ، فذلك لا
يمكن تحقيقه وتكون النتيجة مساوية للصفر، لأن المقسوم أصغر من المقسوم عليه.
وعليه فإن عدد الصفوف يساوي ٦٠ صفًا، وتبقى أربعة مكعبات يتم وضعها في

صف مستقل. وعليه فإن عدد الصفوف المطلوبة يساوى ٦١ صفًا، مع مراعاة أن الصف الأخير يحتوى على ٤ مكعبات فقط.

فى المسألة: $٨١٣ \div ١٠$ ، يتم قسمة $٨١ \div ١٠ = ٨$ ويتبقى ١، ثم يتم قسمة $١٣ \div ١٠ = ١$ ، ويتبقى ٣، وبوضع العلامة العشرية وقسمة $٣٠ \div ٣ = ١٠$ ، وعليه فإن $٨١٣ \div ١٠ = ٨١,٣$.

وفى هذا الشأن، تجدر الإشارة إلى:

* ليست التوجيهات الحسابية التى تسهل اجراءات الحسابات لدى التلاميذ، حتى وإن كانت ذات فائدة، بل هى المفاهيم التى ترتبط بالمعان الحسابية التى يدرکها التلاميذ وفق الطريقة التى يتبعونها فى عملية القسمة.

* لا توجد اجراءات مختصرة للقسمة، وهناك شواهد على العمليات العقلية التى يقوم بتحقيقها التلاميذ، وخاصة فى حالة الرجوع إلى الحل المنطقى فى الأسئلة الكلامية.

* القسمة على ١٠، أو ١٠٠، أو ١٠٠٠ (وأحيانًا القسمة على ١، ٠، وعلى ٠,١)، أسهل فى مسائل الحساب العادية، وفى حل الأسئلة الكلامية.

(٤) عندما يتبع التلميذ أسلوب حل المشكلات فى تحقيق المسائل الحسابية، يجب أن يتبع نظامًا حسابية تمتاز بالمرونة والكفاءة فى الحل لأنها تساعد فى وضع بدائل عن الحقائق الخاصة بالأرقام، وبذلك يكون التلميذ وثيق الصلة بامتلاك أسلوب ما فى الحل بدلاً من نمذجة وتقليد أسلوب نمطى متبع.

(٥) لابد من تحقيق التوازن بين المرونة والدقة الحسابية فى حل المسائل، وخاصة عندما يتبع التلميذ أسلوب حل المشكلات.