بينوا ب ماندلبروت

# الكون الكَسْري

«لا يمكن للتاريخ، بطبيعة الحال، أن يفسِّر لغزَ تلك الفعالية غير العقلانية للرياضيات.... فهذا اللغز لا يكف عن الحركة وعن تغيير طبيعته. وإلا، فكيف يمكن لمزيج قوامه المعلومات والملاحظة والبحث عن تراكيب تقنعنا حتى الصميم..... أن يقدم مرة تلو الأخرى أفكاراً من القوة بحيث إنها.... لا تتوقف عن إلهامنا بتطورات فعالة في كلٍّ من مجالَيّ الفيزياء والرياضيات؟...».

بينوا ماندلبروت، 1983

## ثقافة مُنْشَقٍّ رياضي

«إن البطل هو شخص مُتوحِّد. وهو كبعض الرسامين، قد يسمى ساذجاً أو حالماً، لكن هناك تعبيراً أفضل في اللغة الأمريكية: المنشق».

بينوا ماندلبروت، 1983

اسمحوا لي أولاً أن ألجأ إلى أسلوب السيرة الذاتية وإلا فإن هذا البحث لن يبدو متماسكاً. تلقيتُ ثقافة تميزت بالغرابة، وهو أمر لا يحمل، عموماً، أية أهمية، إلا أنه، في ما يتعلق بي، كانت له أهمية كبيرة. فأنا، أولاً، لم ألتحق بالمدرسة

خلال مرحلة الصفين الأول والثاني، وهذا أمر مهم لأنني قضيت معظم الوقت ألعب الشطرنج وأتأمل الخرائط. كما أنني تعلمت القراءة بسرعة، لكن الأنشطة الأساسية بالنسبة لي كانت ذات طابع هندسي. الشطرنج هو شيء بصري جداً، وكذلك قراءة الخرائط.

بعد أن أنهيت مرحلة الدراسة الثانوية في منتصف الحرب العالمية الثانية، مررت بمرحلة صعبة محفوفة بالمخاطر كنت فيها أحاول التوفيق بين جسدي وروحي. لكنني قمت ببعض الأسفار بصحبة مجموعة من الكتب العلمية التي عثرت عليها في مكتبات معارفي في تول، وهي مدينة صغيرة في وسط فرنسا، حيث كنت أعيش. كان بعض تلك الكتب شديد القِدَم وبالتالي كانت تحوي رسوماً توضيحية. وهكذا، كنت أعيش في عالم كان الرسمُ التوضيحي فيه هو وسيلة التواصل، بينما اقتصر دور الكلمات على التفسير أو على تقديم البرهان. كان تقديم برهان ما دون وجود رسم توضيحي أمراً نادراً، فقد كان البرهان والصورة يقدَّمان سوية، وبالتالي، كان يُتوقع من الطالب أن يكتسب طلاقة في لغة لم يكن التعبير فيها عن الأشياء يتم بالكلمات والصِيَغ، بل بالأشكال. تلك هي اللغة التي أثنى عليها غاليليو، كما سنرى لاحقاً. أصبحتُ ماهراً بتلك اللغة، بل شديد البراعة، في واقع الأمر.

انتهت الحرب. وتقدمتُ كبقية الفرنسيين، الذين بلغوا العشرين من العمر أو قاربوا ذلك، إلى امتحانات القبول في كلٍّ

من معهدَيْ «إيكول بوليتيكنيك» و«إيكول نورمال سوبيريور». كانت تلك فحوصاً صعبة يجري فيها اختبار براعة الطالب في التعامل مع اللغة، بما في ذلك الرموز والمعادلات، وقد كانت مهاراتي في تلك المجالات متواضعة. ولكن لدى قيام المدرس بطرح أية مسألة، كان يتوارد إلى ذهني مباشرة عددٌ من الصور القوية الشديدة الوضوح من الناحيتين الحسية والبصرية. كان بإمكاني القيام باستنتاجات منطقية من تلك الصور مباشرة، دون وساطة الكلمات والمعادلات. كانت تلك هي الطريقة التي تمكنت بواسطتها من حل المسائل الأصعب في الامتحان. تضمَّنتْ إحدى تلك المسائل تكاملاً ثلاثياً Triple integra، لا يستطيع أي إنسان إيجاده عن طريق حل جبري خلال ثلاث ساعات ضمن ظروف امتحان. لم أواجه أية صعوبة في اختزال هذا التكامل لأنني تصورته في ذهني بشكل جرم كروي volume of sphere ذي إحداثيات مناسبة وإن كانت شديدة الغرابة. وهكذا بدأت حياتي كإنسان راشد وأنا أتمتع بإمكانية الحديث بلغة الرياضيات البصرية القديمة المنسية.

أخبرني عمي، ولسوء الحظ، أن الهندسة قد انتهى وقتها، وأنه ليس هناك فائدة تُرتجى من مهارتي تلك، وأن عليَّ أن أتعلم الطريقة الحديثة في التفكير لأنني، إن لم أفعل ذلك، فلن أحقق شيئاً. ومما زاد الأمور سوءاً ـ وجعل قصتي أكثر تشويقاً ـ أن عمي الأصغر هذا كان عالم رياضيات بارزاً وأستاذاً في جامعة كوليج دو فرانس، التي تضم نخبة الأكاديميين في

فرنسا. وكانت النتيجة أنني لم أتحول مباشرة إلى عالِم رياضيات. بل إنني، في الواقع، ارتكبت عملاً مخزياً: يُعتبر إيكول نورمال سوبيريور معهد النخبة الذي يتخرج فيه أساتذة الجامعات في فرنسا، تم قبولي في هذا المعهد، لكنني قررتُ، بعد يومين، أنني لا أصلح هناك وتركت المعهد. كان أمراً من الفظاعة بحيث أدى إلى شعور كثيرين بالسخط تجاهي.

لم يكن لديَّ أستاذ حقيقي، بل معلِّم خاص فقط يشرف على دراستي كان يُدعى بول ليفي (عالم مبدأ الاحتمالية probabilist الفرنسي 1886 ـ 1972). «كانت المؤسسة التقليدية متحفظة حيال ليڤي».

(ماندیلبروت، 1983)، لكنه، في النهاية، حاز شهرة كبيرة وتم الاعتراف به على نطاق واسع. كنت مطَّلعاً على أعماله بشكل جيد، لكن علاقتنا ظلت رسمية. كما أنني كنت شديد الإعجاب بجون ڤون نيومان، وهو عالم رياضي بارز، اتخذني مساعداً له في أبحاث ما بعد درجة الدكتوراه. كان بالغ اللطف، لكنه كان شديد الانشغال بشؤون الديبلوماسية العليا وبفكرة الحرب المحتملة ضد الروس.

قضيت سنوات عدة قمت فيها بمختلف الأعمال وأصبحت، بمعنى ما، خبيراً بالظواهر الغريبة النادرة، وهي أمور لم يكن عمي، أستاذ الرياضيات، يهتم بها. لم أكن أعرف، أو أهتم، بالمجال الذي كنت أعمل فيه. كنت أرغب في أن أجد مكاناً، مجالاً جديداً، أستطيع فيه أن أكون أول من

يُدخل إليه الرياضيات. كانت الشكلانية formalization قد بلغت أبعاداً مبالغاً فيها، بالنسبة لي، في مجال الرياضيات الذي تحبذه «المؤسسة التقليدية»، أما في المجالات الأخرى، فلم تكن قد بدأت مسارها بعد.

ويتعين علي هنا أن أذكر ملاحظة جانبية طريفة. كان عمي عالِم رياضيات منقطعاً إليها طوال أيام الأسبوع، لكنه في أيام الآحاد كان رساماً، أما ابنه فكان عالماً فيزيائياً لكنه اشتُهر أكثر كرسام. وبالتالي، فإننا جميعاً نحمل دليلاً على وجود مواهب في مجال الرياضيات المجرَّدة وفي مجال الأشكال. لكن عمي كان ينظر إلى الفن وإلى الرياضيات كمجالين منفصلين تماماً، أما بالنسبة لي فكانا على الدوام مجالين لا يمكن التمييز بينهما.

## حول اللغات الرياضية

أصبح غاليليو غاليلي (الرياضي الإيطالي، 1564 ـ 1642) أحد مؤسسي العلوم الطبيعية الحديثة وبخاصة في مجالَيّ الفيزياء والفلك. وكانت اللغة التوسكانية أول لغة نُقِلت إليها الترجمة العربية لنصوص إقليدس (عالم الرياضيات الإغريقي ومؤسس علم الهندسة، 330 ـ 270 ق. م. تقريباً). يحكي لنا صاموئيل إدجيرتون (1991)، في كتاب رائع، قصة غريبة تثير الدهشة مفادها أن التأثير الكبير المعروف لإقليدس على تفكير غاليليو قد تم عبر الرسم وفن العمارة، وهي وساطة لا يمكن لأحد أن يتوقعها. كادت الوسائل الغريبة التي ابتدعها غيوتو، الرسام والمعماري (1267 ـ 1337 تقريباً)، أن تتوصل إلى الإحاطة

بالقواعد الصحيحة للمنظور لكنها قصَّرت عن إدراك ناحية مهمة، وقام إقليدس بتقديم هذا العنصر الناقص. لقد أصبح الفصل بين الفراغ والفعل أحد السمات التي تُميِّز إحدى مراحل فن الرسم الإيطالي. نحن جميعاً نعرف بعض لوحات بداية عصر النهضة كلوحة القديس سيباستيان الشهيد بريشة پييرو ديللا فرانشيسكا (1420 ـ 1492)، ونرى فيها المنظور وقد بلغ فيها حد الكمال ونقطة التلاشي تكاد تأخذ بالألباب. الفراغ هو وعاء مجرَّد تحدُّه جدران ضخمة.

ويرى إدجيرتون، ورأيه هذا شديد الإقناع، أن هذا الأسلوب في الرسم كان مرحلة لا غنى عنها في المسار نحو العلوم الحديثة. فعلى سبيل المثال، كانت فكرة غاليليو المتعلقة بالقصور الذاتي تتطلب فصْل وجود الفراغ عما يحدث داخل الفراغ. ولم يكن هذا الفصل قد تم سابقاً. إن اقتناعي بفكرة إدجيرتون قد يكون مرده إلى أنها تنسجم مع آرائي المسبقة وليس هناك من لا يحب كل ما يؤكِّد آراءه المسبقة. لقد كنت أشعر على الدوام أن الهندسة (بالمعنى الإقليدي) والفن مرتبطان بقوة. وبالنسبة لي، تتمتع الهندسة بخاصية بالغة القوة، بصرية بالطبع، تكاد تكون حسية.

وبحسب رأي إدجيرتون، هناك سبب آخر، لا يتوقعه أحد، يفسِّر كون غاليليو هو الشخص الذي اختاره القدر، أو العناية الإلهية، أو كائناً من كان، ليصبح أول عالم في مجال العلوم الحديثة. ولم يكن ذلك محض صدفة، فقد كان غاليليو

رجلاً مثقفاً يعيش في توسكاني، وبالتالي، فقد كان هو نفسه بالضرورة رساماً. لم يكن مواطنو هولندا وفرنسا وألمانيا وإنكلترا، بكل بساطة، يعرفون كيف يُفَسِّرون لوحةً (راجع فصل پالِد في الجزء الثالث).

> إن الفلسفة مدوَّنة في هذا الكتاب العظيم - وأعني الكون - الذي يظل مفتوحاً أمام أنظارنا والذي لا يمكن فهمُه قبل أن يفهم المرء اللغة التي كُتب بها. لقد كُتِبَ بلغة الرياضيات وحروفها هي المثلثات والدوائر والأشكال الهندسية الأخرى التي لا يمكن للإنسان بدونها أن يفهم كلمة واحدة من هذا الكتاب. دون هذه الأحرف لن يكون بوسعنا سوى السير على غير هدى في كون يسوده الظلام.
>
> غاليليو غاليلي، Il Saggiatore (1623)

وبعد غاليليو بوقت قصير، قام رينيه ديكارت (الفيلسوف الفرنسي 1596 - 1650) باستخدام الهندسة التحليلية لتحويل الأشكال إلى أرقام. ومما يدعو للاهتمام، أن إسحاق نيوتن (1642 - 1727) كتب في الفيزياء مستخدماً أساليب هندسية بالغة الدقة والتعقيد، فيها دوائر فعلية ومماسّات، وإلى ماهنالك، متراكبة فوق بعضها، ولا شك أن هذه الأشكال كانت تكتسب أهمية كبيرة لدى نيوتن. ويعتقد الفيلسوف والرياضي البريطاني، برتراند راسل (1872 - 1970) أن نيوتن كان، من الناحية الفعلية، يفكر بلغة حساب التفاضل والتكامل، وبالتالي، بلغة رياضية مؤلفة من حروف وإشارات ومعادلات، لا بلغة مجازية مؤلفة من أشكال كالتي استخدمها غاليليو.

وضمن تاريخ العلوم، الذي تلا نيوتن، تراجعت أهمية الأشكال والمثلثات والدوائر. فقد رغب كلٌّ من جوزيف ـ لويس لا غرانج، الذي نشأ في تورينو، (1736 ـ 1813)، وعالِم الرياضيات الفرنسي پيير سيمون لا بلاس (1748 ـ 1827)، رغبا في محوها من الوجود، وكانا يعتقدان أن الهندسة قد اتخذت مسارها، كما أيدا فكرة كتابة الرياضيات والعلوم بلغة شائعة كالفرنسية والإنكليزية بالإضافة، طبعا، لِلُغة المعادلات الرياضية التي تأتي ضمن السياق. وتراجعت بالتدريج فكرة استخدام الأشكال كجزء من هذه اللغة. قبل خمسة عشر سنةً، ظهر في فرنسا كتاب لتدريس الهندسة للمرحلة الثانوية خُلْواً من أي رسم توضيحي، وقال المؤلف في مقدمة الكتاب، في تبرير غياب الرسوم التوضيحية، إن الطبيعة الفنية والحسية للصور ستؤدي إلى تضليل القارئ. ولهذا، فقد رغب هو في أن يفكر الطلاب بالهندسة بشكل لغوي صرف. أي أن اللغة الرياضية للهندسة يجب أن يتم إدراكها بلغة الحروف والكلمات والمعادلات، لا بلغة الأشكال.

## ما بعد الهندسة الإقليدية

> من الناحية التاريخية، كانت القوة الدافعة وراء الثورة (التي أدت لظهور الهندسة الحديثة) هي اكتشاف تراكيب رياضية لا تتناسب وأشكال إقليدس ونيوتن. وقد اعتُبرت تلك التراكيب من قبل الرياضيين المعاصرين «مَرَضية».... «صالة ملأى بالوحوش».
>
> ف. ج. دايسون، 1978

نحن نفكر عادة حسب مفهوم الفراغ الإقليدي الذي تحدده أبعاد ثلاثة، لكن مفكراً ألمانياً متقد الذكاء، وهو فيلكس هوسدورف (1868 ـ 1942) قام بخطوة جبارة تجاوز بها الأفكار الكلاسيكية. ولهذا المفكر قصة جديرة أن تروى. فقد ظل حتى الخامسة والثلاثين من عمره وهو يكرس جُلَّ جهوده للفلسفة والأدب والمسرح. وكان عليه الانتظار إلى أن بلغ الخامسة والأربعين قبل أن يتلقى عرضاً لأول منصب أكاديمي يشغله في جامعة بون (وقد جاء ذلك عقب تقديمه ثلاثة أبحاث فقط في الرياضيات). ولابد أن شخصاً ما في بون كان فعلاً بعيد النظر لأن هوسدورف أصبح في ما بعد عالماً رياضياً عظيماً بحق. ويقدِّمُ أحدُ أعماله، وهو عمل ذو أهمية متواضعة ـ بل إنه، في الواقع، يُعتبر عملاً ذا أهمية هامشية، وكثيراً ما يتم تجاهله ـ يقدِّم تعريفاً سنةً للبُعْد الذي يمكن أن يكون كَسْراً. وقد أسعدني الحظ بالاطلاع على هذا العمل.

برزت الأهمية العملية لبُعْد هوسدورف لدى قيامي بإجراء حسابات تتعلق بأسعار الأسهم وبالدَفْق الدوّامي turbulence. وقد قُدِّر لمفهوم هوسدورف الجديد المتعلق بالبعد، أن يلعب دوراً حاسماً في كلا هذين المجالين.

## العلوم المالية والدَفْق الدوّامي والتماثل الذاتي

صدرت أولى منشوراتي العلمية في 30 نيسان 1951. وبمرور السنين، بدا لكثير من الناس وكأن كل بحث من أبحاثي كان يأخذ وجهة مختلفة. لكن تلك الفوضى الظاهرية كانت مضلِّلة: فقد كانت

تُخفي وحدةً راسخة للأهداف..... وبعكس كل التوقعات، تبين في ما بعد أن معظم أعمالي كانت بمثابة آلام الوضع لفرعٍ معرفيٍّ علميٍّ جديد.

بينوا ماندیلبروت، 1983

بعد عدة بدايات فاشلة، كان أول مجال جعلتْني فيه إمكاناتي أحقق نجاحاً ما، هو مجال الاقتصاد. كانت المشكلة التي قمت بمعالجتها على الشكل الآتي: ظل رجال الاقتصاد، ولفترة طويلة، يعتقدون أن السبب وراء عجزهم عن فَهْم تقلبات الأسعار (تغيُّر سعر سلع كالقطن مثلاً) هو عدم توافر المعطيات بالشكل الكافي، كما أنهم كانوا يعتقدون أن بحوزتهم النظرية الصحيحة والوسائل المناسبة لتطبيق تلك النظرية. كانت النظرية ذات أساس لغوي، أما الوسائل فقد كانت رياضية، وسائل إحصائية. وكان اعتقاد رجال الاقتصاد أن ما ينقصهم هو مجرد المعطيات الكافية لا غير. ثم جاءت الكومبيوترات البدائية وتوافرت المعطيات. وهكذا، أصبح بإمكانهم أخيراً تطبيق نظرياتهم وتكنولوجياتهم، لكنهم عوضاً عن تحقيق الانتصار، واجهوا فشلاً ذريعاً.

وفي أحد الأيام (وفي ظروف طريفة يطول شرحها) أعطاني شخص، سرعان ما أصبح صديقي، كومة من بطاقات الكومبيوتر قائلاً إنه لم يستطع فهمها على الإطلاق وتحداني أن أقوم بأفضل مما قام به هو. هل تودون معرفة المجال الذي بحثت فيه عن طريقة أفضل؟... كنت قد سمعت أن التفريق

بين بيان أسعار تم وضعه على أساسٍ يومي وبين آخر وُضع على أساس شهري كان أمراً بالغ الصعوبة، إلا إذا استطاع المرء قراءة العناوين. لا بد وأنكم قد رأيتم بيانات من هذا النوع، تلك الأعمدة الملتوية المنشورة في الصحف بهدف متابعة التغييرات في أسعار الأسهم خلال فترات قصيرة أو طويلة. إن الأسعار قد تُذكَر على أساس يومي أو شهري أو حتى سنوي، ولا يمكن لمعظم الناس تمييز مقاييس الأسعار أحدها عن الآخر إلا بالنظر إلى الكلمات المطبوعة بحروف دقيقة.

هناك موقفان يمكن للمرء اتخاذهما حيال ظاهرة من هذا النوع. الموقف الأسهل هو التفكير أن «هذا فضول لا معنى له». لكنني سلكت السبيل المعاكس وافترضت أن أهم ما يميِّز تلك المقاييس هي سمة إمكانية التبادل في ما بينها. ما هي الظروف وما هو نوع تغيرات الأسعار التي يمكن أن تنشأ ضمن تلك الحقيقة الخارجة عن المألوف والقائلة بإمكانية الخلط بين البيانات التي تعتمد على أسسٍ زمنية مختلفة؟... وهكذا، قمت بوضع أبسط معادلة رياضية يمكنها، في تصوّري، تفسير هذه الظاهرة. ولم تكن تلك المعادلة تضم أية افتراضات تتعلق بالناس أو بالأسواق أو بأي شيء آخر في العالم الواقعي، بل كانت مبنية، بكل بساطة، على «مبدأ الثبات» invariance أي الافتراض أن الاقتصاد، بشكل ما، هو عالم تكون فيه الأمور، عند المستوى المحدود، هي ذاتها عند المستوى الواسع في ما عدا، بالطبع، تغَيُّر المقياس بالشكل المناسب.

إن ما اكتشفتُه كان أمراً يثير الذهول. دعتني جامعة هارڤارد لأكون أستاذاً زائراً في الاقتصاد، أُلقي محاضرات في مجال لم تسبق لي دراسته!... ووجدت نفسي أقوم بشرح هذه الوسيلة الرياضية، وشيئاً فشيئاً، أخذ شكل من أشكال السحر الأبيض يتبدى للعيان أمامي وأمام الحضور. إن معادلتي المتعلقة بتغير الأسعار يمكن وصفها باللغوية، بمعنى أنها كُتبت بالكلمات وبالرموز الرياضية. كانت المعادلة تمثل البساطة بعينها، لكنها قَدَّمت نماذج تتسم بتعقيد بالغ كانت شبيهة بالتقلبات المالية لدرجة لا يمكن تصديقها.

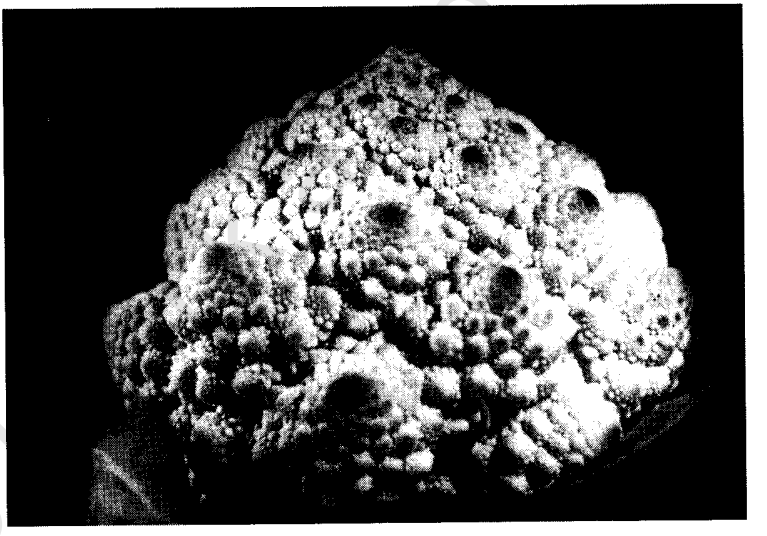
هل سبق وعانيتم محنة الاستماع إلى سمسار بورصة يحاول شرح تقلبات أسعار الأسهم عن طريق عرضِ كافة أنواع تشكيلات الأسواق؟... ومع ذلك، يمكن تقديم كل تلك التعقيدات بشكل تلقائي بواسطة معادلة صغيرة بلهاء لا يتجاوز طولها سطراً واحداً، تخلو من أية معارف تتعلق بالاقتصاد أو بعلم النفس. لكن هناك أشخاص لا يعتبرون اكتشافي مأثرة تحمل أهمية أساسية بل ويجدونه مزعجاً، إنه عمل لم يتمكنوا حتى الآن من التوصل إلى تفاهم معه.

سأنتقل الآن إلى الموضوع التالي، الدَفْق الدوّامي للغازات والسوائل. عندما كنت في جامعة هارڤارد، كان هناك أستاذ زائر آخر يحاضر في موضوع الدَفْق الدوّامي، وشيئاً فشيئاً، عدت بذاكرتي إلى الوراء لأتذكر أنني كنت قد سمعت بهذا الموضوع سنة 1948، عندما كنت طالباً في معهد كاليفورنيا للتكنولوجيا.

تذكرت شخصاً يدعى لويس ف. ريتشاردسون (1881 ـ 1953)، وهو رجل غريب من النوع الذي كانت إنكلترا تفاخر بإنجابهم (رغم أنها كانت تعاملهم بطريقة بائسة). وفي سنة 1920 تقريباً، وضع ريتشاردسون فرضية مفادها أن الطقس أو الريح أو الدَفْق الدوّامي المحلي كانت جميعاً ظاهرة واحدة ولكن بدرجات مختلفة. وبمعنى ما، كان ريتشاردسون وبكل بساطة، يقوم بصياغة نوع من الرأي العلمي (الذي يجب التحقق منه بالطبع)، وهو حقيقةٌ كان الرسامون يعرفونها على الدوام. هناك لوحات شهيرة، تُنْسَب إلى فنان عصر النهضة ليوناردو دافنتشي (1452 ـ 1519)، وتصوِّر نوافير نرى فيها دوّامات وفوقها دوّامات أخرى. كان دافنتشي مأخوذاً بكل الظواهر الطبيعية وقد قام بنسخ تلك الدوّامات من مخطوطات كُتبت في القرن الثاني عشر. إن المهندسين ضمن مجال التطبيقات العملية كانوا يعرفون دائماً أن الدَفْق الدوّامي في نهر أو في نافورة، كبيراً كان أم صغيراً، يتألف من دوّامات فوق دوّامات أخرى، أو من شكل من الدوّامات لا يكف عن الاتساع. كان ذلك جزءاً من المعارف العامة، قام ريتشاردسون بإعطائه شكلاً رسمياً ثم قام كولموغوروف ببعض الأبحاث الإضافية الأساسية بهذا الشأن سنة 1941.

وبمعنى ما، كان ما وجدته أنا هو دفْقٌ من فكرة خفية (كان يجري إهمالُها في معظم الأحيان) مفادها أن التماثل الذاتي self - similarity أو بعض الثبات المترابط related invariance، هو أمر جوهري. والتماثل الذاتي يعني أن كل جزء من تركيبة

ما يشبه كامل التركيبة. يبين الشكل 4 ـ 6 موضوعاً ذا أهمية عادية يبدو فيه كل جزء من الأجزاء بالشكل ذاته: زهيرة القرنبيط تبدو كثمرة القرنبيط الكاملة، كما وأن كل جزء من الزهيرة يبدو بنفس الشكل. وفي هذا النوع المحدد من القرنبيط بإمكانك تقطيع الثمرة عند خمسة عشر مستوى، بدءاً باستخدام اليدين والعين المجردة وانتهاء بعدسة مكبرة وملاقط دقيقة. إن خاصيَّة التماثل الذاتي واضحة بحيث إن التعبير يفسِّر ذاته بذاته. ولكن يبدو انني كنت أول من استخدم المفهوم، ما عدا حالة



**الشكل 4 ـ 6** التماثل الذاتي في القرنبيط. تقطع السكين رأس القرنبيط إلى مجموعة من ثمار القرنبيط الأصغر حجماً، ويعطي الاستمرار في التقطيع إلى قطع أصغر ثمار قرنبيط أصغر فأصغر. الأشكال الكَسْرية ليست معروفة فقط في عالم النبات، بل إن بقية العوالم الطبيعية قد عرفت هذه الأشكال منذ عهود سحيقة.

واحدة كما أخبرني بعضهم في ما بعد. فقد استخدم رالف والدو إيمرسون (1803 ـ 1882) من نيو إنغلاند، وهو شخص استثنائي كان يتمتع بموهبةِ الملاحظة الدقيقة للناس وللأحداث، استخدم الكلمة، بشكل عَرَضي، وذلك عندما وصف الأشجار أنها متماثلة ذاتياً. وفي عصر إيمرسون، وفيما بعد ذلك بوقت طويل، لم يكن التماثل الذاتي كمفهوم يُعتبر أمراً جديراً بالوصف بكلمة محددة، كما أنه لم يكن بالطبع جديراً بإجراء أبحاث حوله من قِبَل العلماء.

لم يكن ريتشاردسون أو إيمرسون هما أول من لاحظ التماثل الذاتي، بل إن المفهوم كان، من حيث الواقع، موجوداً في شعر كتبه الهجّاء الإنكليزي جوناثان سويفت:

وهكذا يلاحظ علماء الطبيعة،
أن البرغوث تغزوه براغيث أصغر منه،
وهذه تغزوها براغيث أصغر منها لتعضها،
وهكذا تمضي الأمور إلى ما لا نهاية.

جوناثان سويفت، 1773

كان سويفت، فعلياً، يكرر قولاً للفيلسوف والرياضي الألماني ليبنيتز (1646 ـ 1716)، الذي اقتبس بدوره من الفيلسوف الإغريقي الذائع الصيت، أرسطو (384 ـ 322 ق. م.). إذاً، فقد كان هناك خط طويل من الأفكار المتعلقة بالتماثل الذاتي يعود إلى عصور موغلة في القدم، ولكن ما من أحد رغب بالاستماع إلى ما أقول.

وفي أحد الأيام، شاهدت في إحدى مقالات ريتشاردسون تقريراً يتعلق بقياسات طول خط الساحل حيث كان يجري رفع نسبة الدقة بشكل تدريجي. تخيَّلْ سفينة كبيرة تبحر على مسار خط الساحل وتقيس طوله دون أن تمر بالجزر الصغيرة وأشباه الجزر. ثم تخيَّلْ سفينة أصغر تتبع مسار الساحل نفسه وتمر بكل خليج مهما صغر، إن قبطان السفينة الأصغر سيصرح أن الساحل أطول بكثير. والآن تخيَّلْ رجلاً يسير على طول خط الساحل، ثم تخيَّلْ فأراً. كلما صغر المقياس الذي ينظر المرء من خلاله إلى خط الساحل، زادت دقة التفاصيل التي يتضمنها المفهوم العام للساحل وزاد الطول الذي يجري قياسه. تخيَّلْ الآن أن هذا الساحل الواقعي هو ساحل اصطناعي بالكامل يمكن تمثيله بحسابات algorithm لا تتعدى خطاً واحد. هذا هو ما فعلتُه أنا.

إن حقيقة أن خط الساحل هو شكل معقد تعني في الوسط الإقليدي، الذي أسسه الرياضي الإغريقي وأبو الهندسة، أننا بحاجة إلى معادلة صعبة لتحديده. فبالنسبة لإقليدس، تُعتبر:

$$X2 + y2 = 1$$

مجرد معادلة بسيطة تمثل شكلاً بسيطاً وهو الدائرة. وفي سبيل الحصول على أشكال معقدة في الهندسة الإقليدية، أنت بحاجة إلى تراكيب معقدة. فمن أجل شكلٍ بدرجة تعقيد خط الساحل، تحتاج إلى تعبير جبري expression بالغ التعقيد. أنت بحاجة إلى 1024 متغيراً للوصول إلى قيمة تقريبية أولية، وإذا

كنت ترغب في نتيجة أكثر دقة، تحتاج هنا إلى عدد أكبر من المتغيرات. وبعبارة أخرى، الهندسة الإقليدية ليست ملائمة إطلاقاً لوصف الأشكال البالغة التعقيد. لكن هناك ذلك العالم الآخر: العالم الكَسْري.

## عالم جديد: الأشكال الكَسْرية

إن هذا العالَم الجديد الذي كنت بصدد اكتشافه، والذي بدأ يسود الاعتراف بإمكانية تطبيقه على نطاق واسع، كان يتطلب إسماً. لذلك، قمت في سنة 1975 بصياغة مصطلح له، كَسْري fractal. كان السبب الأول وراء اختيار هذا المصطلح هو أن الوصف الرياضي لهذا العالَم كان يتضمن أبعاداً كَسْرية، fractional dimensions أما السبب الثاني فهو أن كلمة fractus اللاتينية تعني «غير منتظم ومتقطِّع». في هذا الكون الكَسْري الذي بدأ يتشكل يجري قلب القاعدة القديمة، فالمعادلات البسيطة تتولد عنها نتائج معقدة، وعندما تتغير المعادلات البسيطة، تتغير النتائج المعقدة.

الأشكال الكَسْرية هي مجموعة من الأشكال الشديدة التعقيد، وتتألف من عدد لا متناه من التراكيب ذات العناصر غير المنتظمة، شظايا fragments تشبه بعضها بعضاً عند أي مقياس. يتم تحديد الأشكال الكَسْرية بواسطة معادلات رياضية بسيطة نسبياً تضم بُعْداً كَسْرياً كمحدِّدة determinant كبرى. يمكن إرجاع الأصول الفلسفية للأبعاد الكَسْرية إلى مبدأ الاستمرارية: Principle of Continuity الخاص بليبنيتز، وهو الاعتقاد أن الطبيعة تتألف من

مجموعة من الوحدات غير القابلة للانقسام لا وجود فيها للتحولات transitions المفاجئة.. وهكذا، أصبحتْ حتى الأبعاد التي تُحدِّد الفراغ الإقليدي، عرضةً للاستكمال Interpolation. نحن نفكر عادة حسب مفهوم الفراغ الإقليدي، الذي تحدِّده أبعادٌ ثلاثة تكوْن أعداداً صحيحة integers: يحدَّد الخط ببعد واحد ويحدَّد السطح ببعدين ويحدَّد الفراغ بثلاثة أبعاد. إن مفهوم الأبعاد الكَسْرية الذي طوره هوسدورف، لا يمكن إدراكه بداهة بسهولة، ولكن يمكن تخيُّله بالشكل التالي: خط حدودي boundary line، يتزايد عدم انتظامه ويتسم بالتماثل الذاتي عند جميع المقاييس، يصبح طويلاً بشكل لا متناه ويبدأ في ملء المساحات الحرة المتبقية. وهكذا يبدأ الحد في التحول إلى ما يشبه الشريط ribbon لا إلى خط line. ويأخذ الشكل، الذي بدأ خطاً ذا بعد واحد، باكتساب خاصيّات سطحٍ ثنائي الأبعاد، ويراوح بعده ما بين 0.1 إلى 0.2 ـ خصائص كسرية.

إن رؤية نتائج المعادلات الكسرية تتطلب حسابات سهلة لكنها مطوّلة. ومن الناحية النظرية، يمكن إجراء هذه الحسابات بواسطة الجداول اللوغاريتمية وذلك في حال توفر عدد كاف من «الأرِقّاء» للقيام بها. ورغم أن الكومبيوترات كانت شديدة البساطة في الفترة ما بين 1963 ـ 1964، إلا أنها كانت ذات نفع.

وخلال إجراء تلك الحسابات، ظهر «بُعْد هوسدورف» أو «البُعْد الكَسْري». وثبت أنه كان بالغ الأهمية، كان مفهوماً لا يقدر بثمن. وفي ما يتعلق بالدراسات المالية التي أشرت إليها سابقاً، كان يتعين علي أن أضع وصفاً ما لتقلبات سوقٍ ثانوية لأن بعض الأسهم كانت تتقلب أكثر من غيرها، بشكل لايمكن

تفاديه. ولم تكن الإجراءات المعتادة لأنشطة السوق ذات نفع في هذا المجال ولكن، وانتبهوا جيداً إلى ما أقول، كان بُعْد هوسدورف هو الوصف المناسب لتقلبات الأسواق. كما أنني لجأت لاستخدام بُعْد هوسدورف في بعض أبحاثي المتعلقة بالدَفْق الدوّامي. لقد أثبت فاعلية، ولكن ما من أحد استطاع فهْمَ كلمة مما كنت أقول، رفضٌ تام.

## عندما تتعرض للتجاهل

> إن الأمثلة التي ترى فيها المفاهيم والتكنولوجيات الجديدة وهي تأخذ طريقها إلى العلوم، ضمن مجالات ليس فيها سوى القليل من المنافسة، تعتبر نادرة في وقتنا الحالي، وبالتالي فهي حالات شاذة. والهندسة الكسرية هي مثال جديد على شذوذ تاريخي من هذا النوع.
>
> بينوا ماندلبروت، 1983

وها أنا أجد نفسي مرة أخرى أواجه التجاهل وقد أُسيء فهمي، لكنني أصبحت معروفاً جداً وإنْ بطريقة غريبة بعض الشيء. قد يعود السبب إلى أنني كنت أتمتع بمنصب أستاذ زائر في جامعة هارفارد (في قسمين مختلفين) وفي معهد ماساتشوسيتس للتكنولوجيا وفي أماكن أخرى. كنت أحاضر في اجتماعات كثيرة مهمة حول أمور كثيرة كنت قد ابتدعتها، وكان الناس يأتون للاستماع إلي. وفي نهاية المحاضرات، كنت أتلقى الإطراء من أشخاص أُكِنّ لهم إعجاباً كبيراً، بعضهم في مثل عمري وآخرون أكبر مني بكثير. بل إن بعض من كان يمكن أن

يكونوا أساتذة لي قالوا إن العمل بديع ويجب تطويره. وهكذا كنت آوي إلى فراشي كل ليلة والغبطة تغمرني، كان هناك من يهتم بالأمر، لا بد وأن أحداً ما سيقوم بتشجيع الدراسات ضمن هذا المجال، لكن أحداً لم يحرك ساكناً. كنت وحيداً تماماً، دون أي تشجيع خارج نطاق الكلمات المعسولة.

إن البحث الذي قدمه غونتر ستينت حول مرحلة ما قبل النضوج في مجال العلوم يستند إلى حد كبير إلى قصة أڤيري وماكلويد وماكارثي. فقد توصل هؤلاء الرجال إلى الاكتشاف الأساسي الذي شكل القاعدة للعمل الذي قام به واطسون وكريك في ما بعد والمتعلق بتركيب الـ د.ن.أ. DNA.

في سنة 1944، قام علماء الجرثوميات bacteriologist و. ت. أڤيري وس. م. ماكلويد وم. ماكارثي بالبرهنة إلى أن الـ د. ن. أ. هو مادة وراثية. وفي ذلك الوقت، كاد هذا الاكتشاف أن يمر دون أن يلحظه أحد، ولم يتوضح مغزاه قبل مرور عقد من الزمن. ويعتقد ستينت أن هذا يشكل مثالاً تقليدياً على الاكتشاف العلمي الذي لم يبلغ حد النضوج. ويقول بهذا الصدد: «يُعتبر الاكتشاف أنه لم يبلغ حد النضوج إذا لم يكن بالإمكان ربْط مدلولاته بالمعارف السائدة أو المقبولة بشكل عام، وذلك عن طريق سلسلة من الخطوات المنطقية البسيطة».

غونتر ستينت، 1972

إن قصة هؤلاء الأشخاص الثلاثة تحمل شبهاً كبيراً بقصتي. لا شك أن أڤيري كان يتمتع بمكانة أكثر رسوخاً من المكانة التي كنت أتمتع بها أنا، كما وأنه ما من شك أيضاً في

أن جميع الأشخاص الذين قد يجدون أنفسهم في وضع كهذا، أو أنهم فيه فعلاً أو أنهم سيجدون أنفسهم فيه في ما بعد، قد لا يصادفون حظاً كهذا. كان أڤيري منكود الحظ بمعنى أنه توفي قبل أن يتم الاعتراف بقيمة عمله، ولكن تلك لم تكن غلطة المجتمع.

كنت أشغل منصباً مريحاً في شركة IBM، وكانت الشركة في غاية السخاء لأن القائمين عليها شعروا أن المقامرة كانت رابحة إضافة إلى أن تلك المقامرة لم تكن ذات تكاليف تُذكر. لكنني كنت كلما طلبت نقوداً من مؤسسة العلوم الوطنية، عجز المسؤولون فيها عن إيجاد من يتولى التحكيم لتقويم العرض وبالتالي كانوا يعتبرونه غير جدير بأي اهتمام. ولم أكن أنا فعلياً بحاجة حقيقية إلى تلك النقود لأنني كنت أمتلك مصادر دعم أخرى، لكن وضعي بدأ يبعث على الضيق. لقد توصلتُ إلى فكرة هامة أثبتتْ جدارتَها في مجال المال في مواجهة منافسة غير عادية من قبل أشخاص دهاة يتمتعون بالبراعة، وفي مجال الدَفْق الدوّامي قمت بإسباغ معنى على أمور كانت ـ بالنسبة للآخرين ـ خلواً من أي معنى أو من أي ترابط منطقي. وقد أنجزت كل ذلك بواسطة معادلة شديدة البساطة. كيف يمكنني أن أجعل هذه المعادلة معروفة لدى الناس؟..

## الصور الكَسْرية الأولى

إن علماء الرياضيات الذين أوجدوا تلك الوحوش ينظرون إليها على أنها مهمة لإثبات أن عالَم الرياضيات الصرفة يحتوي على

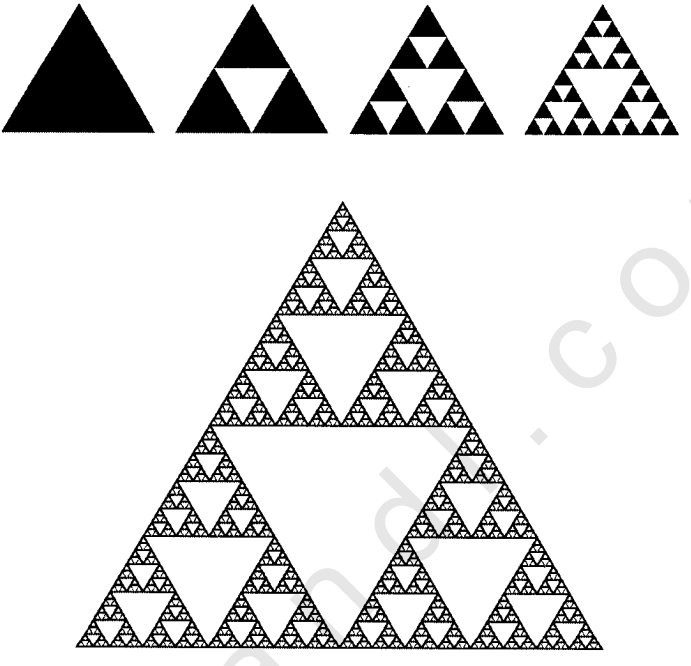
ثروة من الإمكانيات تتجاوز، إلى حد كبير، التراكيب البسيطة التي كانوا يشاهدونها في الطبيعة. لقد نمت رياضيات القرن العشرين وازدهرت في ظل الاعتقاد أنها تجاوزت تماماً القيودَ التي فرضتها الأصول الطبيعية التي كانت قد انبثقت عنها... أما الآن... فقد سخِرت الطبيعة من علماء الرياضيات.... وأصبح واضحاً أن التراكيبَ السقيمة ذاتها، التي ابتكرها علماء الرياضيات للانعتاق من الواقعية الطبيعية naturalism للقرن التاسع عشر، متأصِّلةٌ في الأشياء المألوفة المحيطة بنا.

ف. ج. دايسون، 1978

كانت عملية سبر النتائج المترتبة على التماثل الذاتي تبرهن أنها مليئة بمفاجآت مذهلة، وكان ذلك يساعدني على فهم بنْية الطبيعة.

بينوا ماندلبروت، 1983

أود الآن أن أتجاوز عدة مراحل من حياتي وأن أعرض بعض الصور الكسرية، مع إبراز تطورِ ما أصبح الآن أسلوبي الخاص في العمل. ولكي أطلعكم على مبدأ التماثل الذاتي أطلب منكم أن تنظروا إلى المثلث الموجود في الشكل 4 ـ 7، ولنأخذ الجزء الأوسط منه. بإمكانكم رؤية ثلاثة مثلثات جديدة، شكْلُ كلٍ من هذه المثلثات هو نفس الشكل الكُلّي، لكنه أصغر منه بمرتين. وبإمكانكم تكرار العملية ذاتها بكل واحدٍ من المثلثات الجديدة مرة بعد أخرى. أطلقتُ على هذه المجموعة من المثلثات اسم مثلث سييرپينسكي Sierpinski Gasket. وهو أحد الأشكال التي كان علماء الرياضيات يتلاعبون بها، في بداية

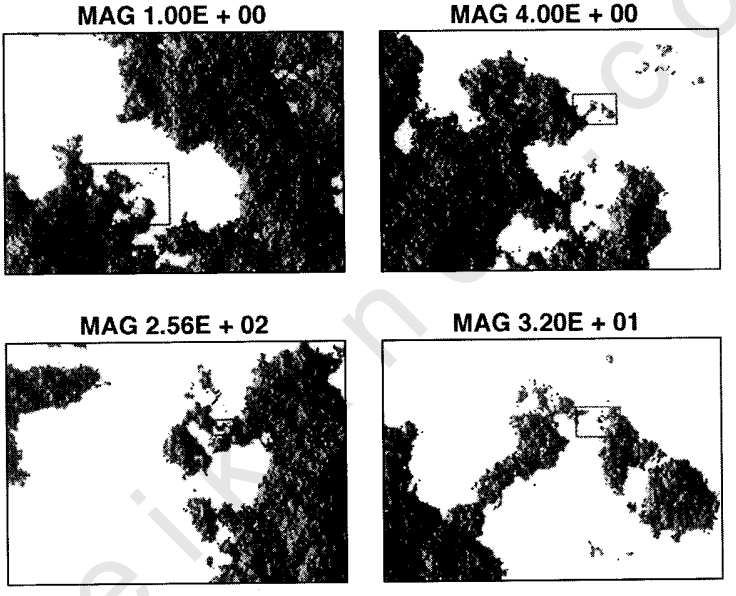


**الشكل 4 ـ 7** مثلث سييرپينسكي ـ المنحنى curve الذي قطع رحلة غريبة. هذا الشكل معروف منذ القدم وقد استُخدم كشكل تصميمي جذاب، مما يُثبت أن الفنون البصرية قد عرفت الأشكال الكسرية منذ زمن طويل. وفيما بعد، وفي أوائل القرن العشرين، تدنَّت منزلته وأُطلق عليه اسم «الوحش الرياضي». وفي سنة 1975 تقريباً، غيَّرت الهندسة الكسرية من وضعه ليصبح وسيلة فيزيائية لا غنى عنها. وفي نهاية المطاف، فتح هذا الشكل الطريق إلى أمثلة فنية لا تتوقف عن التجدد.

القرن العشرين، أثناء الثورة الكبرى ضد «الرياضيات القديمة»، التي لفظت أنفاسها الأخيرة، لتحل محلها «الرياضيات الجديدة»، التي تلاشت أيضاً منذ ذلك الوقت (راجع الاقتباس المأخوذ عن دايسون). كانت المعادلة التي تصف هذا الشكل شديدة البساطة، أو أنها قد لا تكون تماماً بتلك البساطة. ولكن

لم يكن هناك الكثير مما يمكن استخلاصه منها، فلكي تأتي لك المعادلة بما يثير الاهتمام، أنت بحاجة لشيء إضافي.

يبين الشكل 4 ـ 8 مجموعة صور لمنظر طبيعي أضيف إليها ذلك العنصر الإضافي. لكي تجعل المعادلة ذات معنى،



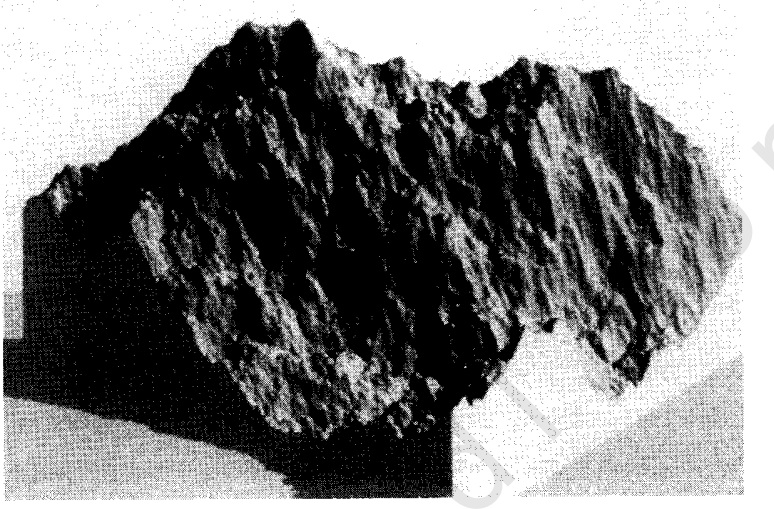

**الشكل 4 ـ 8** لقطة مقربة لخط ساحل كسري اصطناعي بالكامل. حسب اتجاه عقارب الساعة اعتباراً من الصورة العلوية اليسرى، الجزء الموجود داخل المربع في إحدى الصور، مُكَبَّر إلى حجمه الحقيقي في الصورة التي تليها. وقد تكررت العملية ثلاث مرات. (التنفيذ الفني ر. ف. فوس)

عليك إضافة أحد شيئين ـ إما العشوائية randomness أو اللاخطية non-linearity أي الفوضى الحتمية deterministic

chaos. وللحصول على مناظر طبيعية كسرية، أنت بحاجة للعشوائية. لدى انتقالك من لوحة إلى اللوحة التي تليها، تبدو كل تلك المناظر الطبيعية شديدة التشابه. وهذا مثال على التماثل الذاتي الإحصائي. ويبدو كل منظر وكأنه قطعة مختلفة على خط ساحل واحد، لقد قمنا، في الواقع، بتتبُّع لقطة مقرّبة zoom تمثل القطعة المبيَّنة في اللوحة الأولى، ولكن بعد تكبيرها (ثلاث مرات على التوالي) وذلك لإظهار التفصيل وهو يزداد دقة. وهكذا نرى أن التماثل الذاتي تم تجسيده بقوة في هذه الصورة المنفذة بواسطة الكومبيوتر. إنني أستبق الأحداث في عرضي لوجهة نظري لأن المخططات البيانية للكومبيوترات والمستخدمة في هذه الصورة جاءت في وقت لاحق.

لقد تطلّب إعداد أول صورة لمنظر طبيعي، جرى تنفيذها استناداً للمعادلة الكسرية التي وصفتُها، جهداً ممزوجاً بالعرق والدموع، فقد رفضتْ مجلة Science مرتين نشر البحث، كما رفضتْه مجلة Nature مرتين أيضاً. وفي النهاية، تمكّن صديق لي من الحصول على الموافقة لنشر البحث في مجلة Proceedings of the National Academy of Science، وهي رغم كونها مجلة رائعة في مجال علوم الأحياء، لكنها لا تلقى رواجاً كبيراً ضمن مجالات أخرى. ومع أنني أنتمي حالياً للأكاديمية، إلا أنني نادراً ما أقلب صفحات هذه المجلة.

يبيِّن الشكل 4 ـ 9 منظراً أحدث وأفضل للتركيب نفسه. وقد تم التوصل إليه عن طريق تكديس أهرامات صغيرة، بعضها



**الشكل 4 ـ 9** منظر طبيعي كسري خيالي. وهو ليس بصورة ولا بلوحة. جرى إعداد هذا التصميم كوسيلة لعرض البلاغة التصويرية ولا شك في أنه يساعد على فهم وتقبُّل الهندسة الكسرية. كما أنه يلبي احتياجات وأهواء علم الجيوفيزياء والفنون. (التنفيذ الفني ر. ف. فوس).

فوق بعض، بصورة عشوائية. إذا أنت استخدمت قواعد مناسبة للتكديس، فإنك تحصل على تلك التراكيب. ويعتبر هذا أبسط نموذج ممكن لمنظر طبيعي. إن هذه التراكيب المضحكة التي تم تكديسها بشكل عشوائي، والتي لا تمت للواقع بصلة، تقدم لنا صورة واقعية، لدرجة تثير الدهشة، لمنظر طبيعي. وهنا يبرز السؤال التالي، هل تَمُدُّنا هذه الصورة بأفكار معمقة جديدة تتجاوز مجال الرياضيات؟..

التحق ريتشارد ف. فوس بشركة IBM بعد أسابيع من

قيامنا بتنفيذ الصور الأولى البدائية للمنظر الطبيعي. وقد أصبح، بالنسبة لي، صديقاً حميماً وزميلاً لسنوات كثيرة. وتمثل اللوحة رقم 14، كاللقطة المقرَّبة في الشكل 4 ـ 8، ترجمةً للفكرة ذاتها كما نفذها ديك فوس. إنها تبدو كمنظر طبيعي لكنها ليست بلوحة وليست بصورة، إنها لا تكشف شيئاً عن شكل الأرض، ما تنطوي عليه هو فكرة التماثل الذاتي، أو بتعبير أكثر دقة، الائتلاف الذاتي self - affinity (وهو مفهوم يرتبط بفكرة التماثل الذاتي بعلاقة وثيقة، ولكنني لن أتعرض الآن لتفاصيله). الألوان الموجودة هي ألوان المناظر الطبيعية الواقعية ولا تشكل جزءاً من المعادلة الكسرية. واجهتنا الاعتراضات على أن تلك الألوان البديعة كانت مزيفة بشكل لا يمكن تجاهله، لذا قمنا بتعديل المنظر الطبيعي ذاته أن حذفنا الألوان. وقد وصف الجميع النتيجة أنها منظر طبيعي لجبل في فصل الشتاء. وأكرر مرة أخرى أن الصورة هي نتاج لمعادلة من سطر واحد. تقول المعادلة الكسرية إن الشيء يتسم بالتماثل الذاتي وأنه مستمر. هناك بعض المعايير الإضافية الأخرى، لكن المعادلة بحد ذاتها، تُعتبر بدائية جداً. . . جداً.

أما بلغة التطور العلمي، فإن الطريقة التي نُفِّذَت بها تلك الصور تتضمن خطوة استثنائية في مسار التطور. يجري تنفيذ المرحلة الأولى من مراحل اختبار النظرية بلغة الأشكال، التي كتبت بها النظرية، لا بلغة الرموز. وبعبارة أخرى، لو أعطيتُك المعادلة التي نشأتْ عنها الصور، وإذا أردتَ أن تقارن تلك

الصور بجبال حقيقية، فإن الأمر يتطلب اختبارها بشأن متغيرين parameters أو ثلاثة متغيرات. وقد كان ذلك، عادة، هو الهدف الأوحد للعلم «المادي الواقعي». ولا يزال، في معظم الحالات، هو الهدف الرئيسي وسيظل أحد الأهداف. وأؤكد هنا أنك ستقوم، في كل حالة، بمقارنة متغيرين أو ثلاثة متغيرات فقط. في الأشكال الكسرية يحدث شيء رائع!.. فأنت تجد أن الشروط المطلوبة لمتغيرات أخرى كثيرة، وقد تحققت.

ورغم ذلك، لا تتضمن المعادلة أية دلالة فيها إشارة إلى نسخة مطابقة عن التطور الحاصل في التشكُّلات التكتونية Tectonic، فالأشكال الكسرية لا علاقة لها بدراسة القشرة الأرضية أو بدراسة القوى التي تُحدِث التغيرات في هذه القشرة. وفي الوقت نفسه الذي كانت تقوم فيه معادلتي، ذات السمة الظاهراتية phenomenological المُتعَمَّدة (بل والتعسفية)، بتوليد صور الجبال، كان شخص آخر قد قام بتطوير نموذج بالغ الدقة لبنية القشرة الأرضية، وكان هذا الرجل يشعر بالاحتقار تجاه الصور التي قمتُ بتنفيذها، وقد قال مرة:

«يا لهذا الرجل الذي لا يعرف شيئاً عن الجبال ولا تحوي معادلتُه معرفةً من أي نوع بالأرض. ما الذي يمكن أن تعنيه هذه المعادلة؟.. لديَّ معادلة أفضل منها بكثير تأخذ باعتبارها كل المعارف المتوفرة حول الجبال».

وكان جوابي: «ما رأيك في تنفيذ صورة على أساسها؟..»

وأجاب: «ومن يحتاج لصورة، لقد طابقتُ المتغيرات الخمسة عشر للمعادلة على الطبيعة وتحققتْ القياسات الخمسة عشر جميعها».

وألححت عليه قائلاً: «نفذ الصورة رجاء».

نفَّذَ الصورة، ولم يكن الشكل فيها يشبه الجبل في شيء، كان شكلاً من نوع ما ظهر بشكل عَرَضي خلال جهوده الرامية لمحاكاة الجبال. وسقط ذلك الشكل في مهاوي النسيان.

لم تكن اللحظة التي نفذنا فيها أول صور للمناظر الطبيعية لحظة إلهام رئيسية من نوع «وجدتها»، ولم يدفعني أي كشف دراماتيكي للقول «لقد وجدت مفتاح الكون». بل جاء تطبيق المبدأ الكسري على الطبيعة بشكل تطور تدريجي بطيء، فأنا لم أدرك مباشرة المغزى الكلي لصور المناظر الطبيعية، ولم أفهم تأثيره الكامل إلا في ما بعد.

## معادلة بسيطة: تنوع لا نهائي في الأشكال

أثناء سير العمل برزت سمة أخرى مثيرة للاهتمام. إن فكرة الوعورة roughness والسخونة لا بد وأنها قديمة قِدَم البشرية ذاتها. لقد تم قياس درجة الحرارة من قِبَل غاليليو، وأُعطيت السخونة شكلاً كاملاً منذ قرون، وذلك في نظرية الحرارة (أي الديناميكيات الحرارية thermodynamics). لكن مفهوم الوعورة ظل عصياً على الأفهام. حاول الناس إدراك جوهر الوعورة بواسطة كل أنواع الكلمات والمعادلات، لكنهم

أخفقوا. غير أننا نستطيع، عن طريق استخدام الأشكال الكسرية، تنفيذ صور بواسطة الكومبيوتر تشبه بعضها من كل النواحي عدا ناحية الوعورة. يمكن التحكم بالوعورة بواسطة رقم في البرنامج وهذا الرقم هو البعد الكسري. وجدتها!...

في صورة «شروق كوكب كسري» (اللوحة 15) تم تنفيذ كل جزء عن طريق استخدام معادلة واحدة بسيطة، ثم جرى جمع الجزءين إلى بعضهما. ويقدم لنا ذلك مفهوماً جديداً للإبداع. لقد جاءت المعادلة نتيجة الرغبة الواقعية العملية في وصف بعض خصائص موضوع ما أو مطابقة هذه الخصائص. وانطلاقاً من هذه الفكرة، أبحث دائماً عن أبسط معادلة تكون ملائمة. فمن بين معادلتين تتمتعان بالقيمة نفسها أو بدرجة الملاءمة نفسها، مع اختلاف في درجة التعقيد، أختار دائماً المعادلة الأبسط. وهكذا، كان لدي هذه المعادلة البسيطة، أما الأشكال التي تولدت عنها فقد كانت أشكالاً خارقة.

بإمكاني أن أعرض عليكم بعض الأشكال فقط، هناك إمكانيات لانهائية. ويتولد التنوع عن طريق الإبقاء على خطوات الحل الحسابي algorithm وعلى البرنامج وتغيير «البذرة» (أي العدد الذي نُدْخله في برنامج الكومبيوتر لحفز العشوائية). إن عدد البذور المختلفة، بالنسبة لأي كومبيوتر، هو عدد محدود. ولدى استخدامنا 50000000 بذرة ممكنة، فإن البرنامج يعادل عندها كتاباً افتراضياً يبلغ عدد صفحاته 50000000 صفحة، تُظهر كل منها المنظر الطبيعي الذي نحصل عليه عندما نعتبر أن رقم

الصفحة هو البذرة. إن التنوع الهائل في الأشكال، الذي تسمح به هذه المعادلة البسيطة الصغيرة، كان فوق ما توقعته أنا أو توقعه غيري. لا أدري كيف أصف هذه الظاهرة. هل هو إبداع الرياضيات أم إبداع معادلة؟.. كيف يمكن لمعادلة رياضية من سطر واحد أن تُولِّد أشكالاً بهذا القدر من التعقيد والتنوع الواسع؟.. هذه ظاهرة تنتظر البحث والدراسة.

## المخططات البيانية للكومبيوترات: لا تُصَدِّقْ إلا ما تراه العين

هناك رغبة لا تقاوم لدى جميع الناس، بمن فيهم أنا، في التبرع بتقديم ما ينقص من معلومات وفي تفسير سبب قيام شخص ما، دون غيره، بإنجاز تطور معين. إن أحد التفسيرات الممكنة هو أنني كنت أعمل في شركة IBM. وكما سبق أن قلت، كانت الشركة في ذلك الوقت تتصف بالسخاء الشديد، بل إنها كانت، في الواقع، المكان الوحيد، وبالتالي الأفضل، الذي أتمكن فيه من إنجاز عملي. لكن الشركة لم تكن تثق بالمخططات البيانية للكومبيوترات، ولم تكن تولي أهمية للحسابات العلمية في بعض مجالات الرياضيات والعلوم التي كانت تدعمها. لم تكن شركة IBM تتوقع مني أن أكسب أية نقود، ولهذا، كانت الكومبيوترات المتوفرة لدينا بطيئة وكان تنفيذ مخططات بيانية بواسطة الكومبيوتر أمراً شبه مستحيل (كان ذلك في لوس آلاموس). وكان علينا تنفيذ المخططات الأولى بعد إجراء تعديلات عجيبة على الكومبيوتر.

ورغم أن الصور الأولى التي قمنا بتنفيذها كانت تتسم

بالبدائية في أول الأمر، إلا أنها أصبحت تمثل بالنسبة لنا وسيلة الخلاص، وربما أمكن القول إنها كانت نوعاً من البلاغة. وأود التأكيد على هذه النقطة نظراً لأنني كنت أميّز سابقاً ما بين لغة تعتمد الحروف والرموز الرياضية وبين لغة تتضمن الأشكال أيضاً. في ما يخص الحالة الراهنة، تم وضع اللغة الثانية «المجازية» لأغراض بلاغية: فلم يكن بإمكان أحد فهم معادلاتي التجريدية. ومن الناحية الفعلية، كان أولئك القلائل الذين تمكنوا من فهم المعادلات قد أقنعوا أنفسهم، بطريقة ما، أن معادلاتي لا يمكن أن يكون لها أية علاقة محددة بالواقع وأنني، بالتالي، كنت مخطئاً تماماً في تفكيري. أما أولئك الذين كانوا مُطَّلعين على واقع الأمور فلم يستطيعوا أن يتخيلوا أن بإمكان معادلة بسيطة إلى درجة البلاهة أن تشمل ذلك القدر، الذي أدّعيه أنا، من الحقيقة. كنت أعي تلك الانتقادات تماماً، وكان الكل يذكّرني أن فكرة التماثل الذاتي كانت، من حيث الواقع، خاطئة.

لم يكف هؤلاء عن تذكيري بالرأي القديم القائل إن الذرة كانت تشبه الشمس والكواكب المحيطة بها، وإن الإلكترونات كانت تدور حول البروتونات، وهي صورة كانت تَظهَر بشكل بدائي في الأبحاث الأولى لنيلز بور، عالم الفيزياء النووية الدانمركي الذي توفي سنة 1962. لا شك أن الواقع يختلف كثيراً عن هذه الصورة. وهكذا، استمر الجميع بالقول إن الأفكار العلمية السليمة الجديدة يجب أن تكون مجرَّدة، وأنه لا

وجود للصور في علم ميكانيكا الكم quantum mechanics لأنه لا مجال لوجود صور فيه. لم يكن الوضع يتصف بقدر كبير من الوضوح، وعندما قابلت، في ما بعد، عالم الفيزياء النووية ر. ب. فينمان (1918 ـ 1988)، كانت التحية التي قابلني بها هي أنه كان يرى في شخصي عالِم الهندسة، فقد كان هو أيضاً يعجز عن فهم معادلة ما إلا إذا رافقتْها الصورة المناسبة لها. لم أكن، على الأقل، متفرداً في مشاعري بشأن اللغة العلمية.

دعوني الآن أنتقل إلى سلسلة من الصور الأحدث زمنياً، لأوضح الفرق بين العصر الملحمي والعصر الكلاسيكي والعصر الرومانسي. في العصر الملحمي، كانت وسائل إعداد المخططات البيانية للكومبيوترات في وضعٍ مزرٍ. وقد تم إعداد الصورة الأولى للجبال (الشكل 4 ـ 9) على كاشف ذبذبة oscilloscope مخبري ومن ثم تصويرها. لقد واصلنا العمل ليلاً ونهاراً لجعل المعادلة تظهر على الشاشة، ولم تكن الوسائل الضرورية متوفرة في شركة IBM، وجدنا معدات مستهلَكة قمنا بتعديلها لتناسب احتياجاتنا (فلم تكن المعدات التي نحتاج إليها مما يمكن شراؤه جاهزاً من المتاجر). شكَّلت الصور التي نفذها ريتشارد فوس المدخل إلى العصر الكلاسيكي. وفي ذلك الوقت (أي خلال الفترة 1981 ـ 1982 تقريباً، عندما كنت على وشك الانتهاء من «الهندسة الكسرية في الطبيعة»)، أصبحت منظومة إعداد المخططات البيانية للكومبيوترات جاهزة تقريباً للعمل. استغرق إعداد الصور بضعة أيام فقط. لم تكن

البرمجيات اللازمة موجودة بعد، وكان علينا تطوير كل شيء من لا شيء. لقد كان العمل، من عدة نواح، لا يزال في العصر الملحمي، ولكن كان باستطاعة المرء أن يعبِّر عن مضمون المعادلة دون أن يحلم بإضافة أي تعبير جبري من عنده.

إن ريتشارد فوس رجل يتمتع بثقافة عالية وبذوق رفيع، وهو مبرمج من الطراز الأول. كنت أنا أقترح المعادلات الأساسية، وكان هو يقوم بإيجاد أفضل الطرق للعمل على الكومبيوتر. لقد أُعجب الجميع بجمال الصور التي نفذناها، لكننا كنا شديدي العناد، كان المقصود من جمال الصور هو تعزيز بلاغة الكلمات أو المعادلات. ولهذا اتفقنا على ألا نزج بمشاعرنا المتعلقة بالذوق أو بالجمال، وأن نقوم فقط بإظهار المعادلة.

كان هذا الأسلوب ناجحاً لأنه أقنع الجميع أنه لم يكن هناك في الصور سوى القليل مما لا يوجد أصلاً في المعادلات، عدا الألوان الاصطناعية. وقد خطا أحد زملائي، وهو طالب يسعى للحصول على درجة الدكتوراه من جامعة ييل، خطوة أكبر باتجاه العصر الرومانسي. ففي تلك المرحلة أصبح بالإمكان تنفيذ الأمور بطريقة أكثر حرية واسترخاء لأنه قد تمت البرهنة على ما يمكن التوصل إليه عن طريق صور تُركِّز بدقة صارمة على اللون والشكل الهندسي مينيمال minimal. لننظر إلى هذه الصورة التي نفذها كين ماسغريف (اللوحة 16). إنها تُظهر شكلاً قديم الطراز للرياضيات الصِرْفة. وهي صورة

مُرَكبة: فقد تم وضعُ كلٍ من المحيط والجبل والإضاءة في مكانه مع ظلاله وجرى حساب كل شيء. إن مبدأ «التصوير الفني» يقوم على أن المرء لا يقوم بتنظيف زاوية ليخلق تأثيراً أجمل، إذا لم يحُزْ شيء ما على رضاك، أعد الكرّة. وهنا، يصبح الأمر أشبه بفن التصوير المتميِّز من حيث النوعية. فالمصور المشهور ي. كارسن لم يكن يُنَمِّق أياً من صوره على الإطلاق، بل كان يقوم، عوضاً عن ذلك، بإعادة ترتيب الإضاءة ومن ثم يبدأ من جديد.

## الصور الكسرية ـ هل هي «نوع جديد من الفن»؟..

... إننا نتعامل مع شكل جديد من موضوع قديم مثير للجدل وهو أن كل أنواع التمثيل البلاغي للمفاهيم الرياضية تُعتبر شكلاً من أشكال الفن، شكلاً يتبدى بأفضل حالاته عندما يظهر بأبسط صوره، أي عندما يمكن لنا أن ندعوه (كما يقول الرسامون) الفن الذي يركِّز على اللون والشكل الهندسي minimal إن «الفن الهندسي الجديد» الكسري تربطه قرابة تثير الدهشة بلوحات أساتذة الرسم القدامى أو بعمارة الفنون الجميلة. والسبب هنا واضح، وهو أن الفنون البصرية، كالصور الكسرية، تتضمن عدة مقاييس للطول كما أنها تولي اهتماماً خاصاً للتماثل الذاتي.

پينوا ماندیلبروت، 1981 و1982

أشرتُ منذ قليل إلى بعض الصور الأولى التي قمنا بتنفيذها باسم «التي تركِّز على اللون والشكل الهندسي». وسأتحدث الآن عن هذه النقطة بقليل من الإسهاب لأنني قد أجريت دراسة حول فن الرسم والنحت الذي يركز على اللون والشكل الهندسي

(مينيماليست minimalist). أنا أكره فن المينيماليست. لنأخذ مثلاً كارل أندريه (1935) الذي قام في الستينيات بإرساء قواعد حركة المينيماليست الأمريكية. قد تتشكّل إحدى منحوتاته من 17 عموداً من الألومنيوم، تم شراؤها من أحد المورِّدين، سُمْك العمود ربع بوصة وطوله قدم واحد، الأعمدة مرتبة حسب شكل هندسي شديد البساطة. ولكي نَصِفَ هذه المنحوتة، المصنوعة وفق مدرسة المينيماليست، وصفاً يتيح إعادة تمثيلها بشكل واضح، يتطلب الأمر معادلات رياضية تشغل عدة أسطر. الشعور الذي تبعثه هذه المنحوتة في النفس هو شعور الالتزام باللون والشكل الهندسي (مينيمال)، لكن مصدرها أو أوصافها أو شرحها لا تبعث هذا الشعور. وبالتعبير الرياضي، إن أسلوب التنفيذ أو العيِّنة فقط يُعتبران مينيمال.

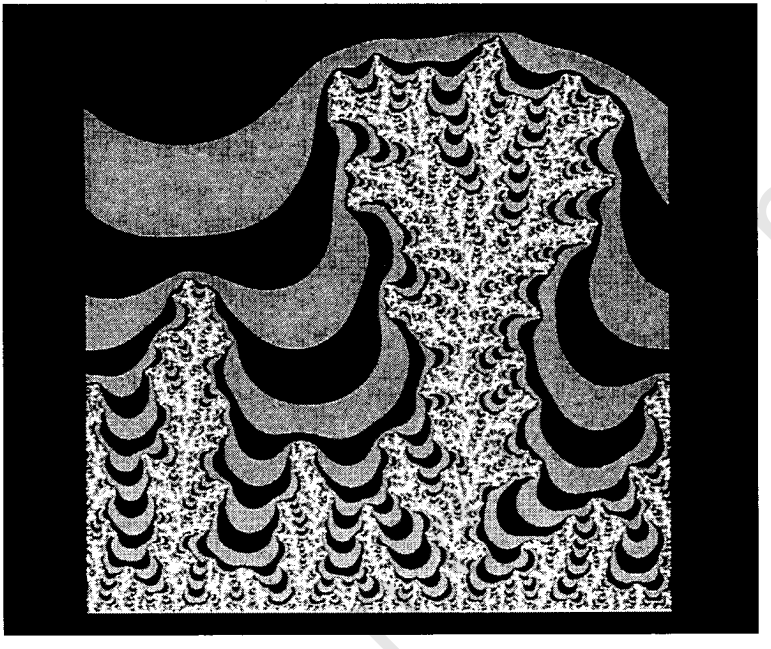
بالنسبة للصور الكسرية، تتسم طريقة تنفيذها بأسلوب الباروخ baroque. وبإمكاني أن أعرض عليكم تشكيلة متنوعة، تبعث على الذهول، من التراكيب التي تُمثِّل أسلوب الباروخ بأجلى معانيه، وقد تم الحصول على كلٍ منها من معادلة بسيطة لا تشغل سوى سطر واحد. وإذا اعتبرنا ذلك أيضاً فناً ينتمي لمدرسة المينيماليست، فإنه ضَرْبٌ من ذلك الفن تكون فيه معادلة رياضية هي مصدرُ غِنى التركيبة وليس شخصاً أو إدراكاً بشرياً أو عبقريةً بشرية.

إن كثيراً من التكوينات compositions الكسرية تلقى هوىً لدى الناس أكثر مما يلقاه معظم الأعمال الفنية المعروضة في

صالات الفن، بل إننا في الواقع نحصل، مقابل هذه الصور، على مبالغ تفوق ما يحصل عليه بعضهم لقاء أعماله الفنية (ويُعتبر ذلك أحد معايير الفن التي يؤمن بها بعض الناس ايماناً راسخاً). وعلى أية حال، فإن فكرةَ ما إذا كانت الصور الكسرية تُعتبر فعلاً شكلاً جديداً من «الفن الراقي»، لا تزال موضع تساؤل.

دعوني الآن أقدم لكم بشكل مختصر آليةَ تنام growth mechanism تدعى DLA (وهو اسم مركب من الأحرفَ الأولى لتعبير التراكم المحدود الانتشار Diffusion - limited aggregation). والمبدأ هو كالآتي: هناك خلايا صغيرة تعوم طليقة في الهواء، ولدى تساقطها ببطء إلى الأرض فإنها تلتصق بها، أو بخلايا أخرى كانت ملتصقة بالأرض سابقاً، أو بفرع كان قد نما من تراكم خلايا. لقد كانت هذه الظاهرة معروفة لسنوات عدة. كان الناس يرونها، لكنهم لم يفهموا ما كانوا يرونه لعدم توفر اللغة المناسبة لوصفها. يبين الشكل 4 ـ 10 ماذا يمكن أن يتولد عن تلك القاعدة البسيطة.

إن اكتشاف آلية DLA أثار نشاطاً كبيراً. فقد تم نشر خمسة عشر كتاباً ومئات الأبحاث، كانت كلها خالية من أية صورة لائقة، ولم تحو سوى معادلات وكلمات. وقام مؤلفون مختلفون بنشر نتائج متضاربة أدت إلى إرباك الجميع. كنت أعمل في موضوع آخر، لكنني قررت في النهاية أن أولي الأمر اهتماماً.



**الشكل 4 ـ 10** تراكم كسري محدود الانتشار. تقوم قاعدة بسيطة لدرجة السذاجة (انظر النص) بتوليد صورة بديعة ذات تعقيد يمثّل الواقع بشكل يتزايد باستمرار، ولا يزال هذا التعقيد يحير علماء الرياضيات ورجال العلم (التنفيذ الفني س. ايفيرتس).

كانت الصور الكسرية الأولى لآليةِ DLA بالأبيض والأسود ولم تبدُ أنها ستكون ذات فائدة تذكر. وهكذا، كنت جالساً ذات مرة أمام الكومبيوتر مع مساعدي، وكنت أدلُّه على كيفية تلوين الصور التي قمنا بتنفيذها وعلى كيفية تغيير الألوان بواسطة ما يدعى «بخارطة اللون». كنت أتصرف لا كعالِم بل كرسام، بالمعنى الحرفي للتعبير، لأنني كنت أختار الألوان التي تحقق توازناً معيناً في الصورة. كان التركيب العام للتكوين قد جاء

نتيجة معادلة كسرية. ولكي نفهم التركيب بشكل أفضل، قمنا بتلوينه بألوان مختلفة. وبينما كانت الألوان تتغير، باغتتني فكرة مفاجئة، القواعد الأساسية التي كانت تَحْكُم ذلك الشكل البديع المعقد الذي كان سابقاً يستعصي على الأفهام. هذا هو الجمال، بالنسبة لبعض الناس على الأقل.

وهناك مشكلة أخرى ظلت غير مفهومة لحين توفُّرِ الصور المناسبة وهي شكل يدعى «تَجَمُّع التقطير percolation cluster» (اللوحة 13). قارِنْ شكل «تَجَمُّع التقطير» بلوحة من رسم أوغستو جياكوميتي (اللوحة 12). ألبرتو جياكوميتي هو نحات تُعرَض تماثيله النحيلة الطويلة في المتاحف في كل أرجاء العالم، لكن أوغستو جياكوميتي مغمور نسبياً، ومعظم لوحاته تقريباً موجودة في سويسرا. شعرت بالإعجاب الشديد تجاه أعماله ولذلك أَجْمَعُ من مَعارِضه الكتيِّبات التي تصور هذه الأعمال. قبل أن يتحوَّل الآخرون إلى التجريد، أخذ هذا الفنان، ذو الخيال الرائع، موضوعاً بالغ الواقعية ـ زهور في مرج ـ وقام، انطلاقاً من هذا الموضوع، بتقطيرِ شكل متوازن من البقع اللونية التي يمكن لكم رؤيتها في اللوحة رقم 12.

هل أستطيع استخدام الكومبيوتر لإنتاج نسخة مزيفة عن لوحة جياكوميتي؟.. لا أستطيع طبعاً. وعلى أية حال، هناك سمة واحدة في فن جياكوميتي تُعتبر جوهرية. فرغم أن فنه ليس فناً تصويرياً بالكامل، أو تجريدياً، إلا أن كل لوحة من لوحاته تحوي عناصر ذات توازن وتناظر استثنائيين. وهذا هو النسق

order الأساسي الخفي الذي تتضمنه المعادلة الكسرية.

سندرس الآن العلاقة بين هذا النوع من الفن التجريدي وبين تكوين كلاسيكي بريشة فنان، ولنقل مثلاً، الفنان الفرنسي نيكولاس بوسين (1594 ـ 1665)، وهو رسام أحبه كثيراً. تُظهر لوحات بوسين أشخاصاً ضمن مناظر طبيعية. الأشخاص بحد ذاتهم لا تربطهم أية علاقة بالأشكال الكسرية لأن المظهر الخارجي للأجسام البشرية ليس شكلاً كسرياً. ولكن، حتى الفن الكلاسيكي لبوسين يُعتبر أكثر من مجرد نقلٍ دقيق للحياة. إن حياة اللوحة أو موتها يتوقفان على العلاقات الفراغية التي تحدِّد شكل التكوين بكامله. هناك بعض الفنانين ممن يتمتعون «بعين» تنزع للاستقلالية وبخيال خصب، والفنانون من هذا النوع يُبدعون تكوينات خصبة تتمتع بتوازن استثنائي وبتركيب معقد، إن وصف هذه التراكيب بدقة بتعابير رياضية تقليدية قد يحتاج لصفحات وصفحات. أنا مدرك تماماً لما أقول لأنني قرأت الكثير من هذه الأوصاف بدقة بالغة. لكن الكثير من هذه التكوينات، على أية حال، يتبع القواعد الكسرية.

إن الصور الكسرية، من حيث الأساس، لا ترتبط بالعاطفة أو بأية فكرة محدَّدة عن الجمال. والتراكيب التي تنشأ عن معادلة كسرية بسيطة من سطر واحد هي تراكيب معقدة، غير متوقعة، كما أن أشكالها تتنوع ما بين الفن الذي يركِّز على اللون والشكل الهندسي (المينيمال)، وبين فن الباروخ. هناك كثير من الناس ممن يعتبرونها جميلة. وبما أن الفن يبدأ حيث

ينتهي التصوير representation الحَرْفي، يبرز هنا سؤال: هل يُعتبر هذا «الفن الهندسي الجديد» شكلاً من أشكال الفن؟.. إن حقيقة أن كثيراً من اللوحات الكسرية يمكن أن يظنها بعضهم، للوهلة الأولى على الأقل، عملاً فنياً راقياً، هذه الحقيقة لا يمكن تجاهلها.

## أسلوب مختلف في التفكير

إن استخدامي للمخططات البيانية للكومبيوتر قد أمدَّني بوسيلة جديدة كلياً، وسيلة نشأ عنها نوع جديد من بلاغة التعبير وأسلوب مختلف في التفكير وفي الوصول إلى استنتاجات عقلانية. وكان هذا المنظور أقرب إلى الأُطُرِ الفكرية لعلماء التاريخ الطبيعي في القرن الثامن عشر، أو علماء الجيولوجيا في القرن التاسع عشر، الذين كانوا يدرسون تأثير الضوء الساطع المُسْتَقطَب على الصخور، منه إلى عالَم الرياضيات البحتة.

كان عالِم الرياضيات غاستون جوليا، (1893 ـ 1978)، أحد أساتذتي سنة 1945، ولم يكن على وفاق مع المؤسسة التقليدية في ذلك الوقت، كما أن عمي (أستاذ الرياضيات) لم يكن يحمل له وداً شخصياً، لكنه كان معجباً بأحد أبحاثه الذي كان مهملاً منذ سنة 1917. وكان يعتقد أن إلقاء نظرة ثانية على البحث قد يكشف أمراً عظيماً إذا كان ذلك يستند إلى فكرةٍ جديدة جيدة. وفي سنة 1947 تقريباً، قرأتُ البحث الذي كان يدور حول التكرار iteration، أو التطبيق المتكرر للتحولات

transformation الرياضية، لكن أفكاري لم تكن أفضل من أفكار أي شخص آخر. وبعد ثلاثين سنةً، قررتُ معاودة النظر إلى ما كان يقوم به جوليا، ولكن بدقة أكبر وبمنظور مختلف هذه المرة. كان جوليا يمتلك إحساساً قوياً في ما يتعلق بالهندسة، لكن نظريته لم تُكتب لها الحياة لافتقارها إلى عمق الخيال الهندسي ضمن ذلك المجال. لم يكن قد تبقى لدى الناس أية أسئلة ليطرحوها، وكانت النظرية تقبع مهملة في زوايا النسيان. وعن طريق الكومبيوتر، قمت أنا بإتاحة الفرصة للوسائل الجديدة لتقوم بمهمة إثارة كل أنواع التخمينات التي لقيت رواجاً شعبياً واسعاً، وأدت إلى صدور الكثير من الكتب وآلاف الصفحات في مجال الرياضيات. لم يكن لمؤلفي تلك الكتب والصفحات أن يبدأوا العمل من دون جهودي، ولكنني لم أكن لأصل إلى أية نتيجة لولا تلك الأعمال. لقد لعبتْ «منظومات جوليا»، التي قام الكومبيوتر بوضعها، دوراً مركزياً في أسلوب تنفيذ الهندسة الكسرية وفي قبولها.

إن للأشكال في «منظومة جوليا» نسقاً خفياً. فبإمكانك تعديل الأسلوب الباروخي للشكل عن طريق تغيير حدود terms المعادلة الرياضية بأسلوب موجَّه. ورغم أن المعادلات لا تشغل أكثر من سطر واحد، إلا أن التعقيد الناتج عنها لا حدود له. وعن طريق اختيار النقطة التي تنظر إليها، تستطيع رؤية تركيب ذي أسلوب باروكي بديع، أو تركيبٍ يحمل طابع الأناقة المُتكلِّفة الذي ساد في أواخر القرن الثامن عشر، أو أي تركيب

آخر قد ترغب به. لم يكن هناك أي فنان بين مجموعة المبرمجين، لكنني أعتقد أنهم كانوا يمضون وقتاً ممتعاً مع الألوان، كما أعتقد أنهم يتمتعون بذوق رفيع. وليس من الصعب إدراك العلاقة بين هذا النوع من «الفن» وبين الصورة التقليدية التي يبدعها الرسام.

لدى اقترابنا من نهاية هذا البحث، دعوني أعرفكم بمنظومة ماندیلبروت. لا أستطيع أن أشرح كيفية عمل هذه المعادلة، لكني أريد فقط أن أريكم كم هي قصيرة. ها هي المعادلة:

$$X' = x2 - y2 + c'$$
$$Y' = 2xy + c''$$

تُبين اللوحة رقم 17 منظراً سنةً وتبين اللوحة 18 تكبيراً لجزء بالغ الصغر. عليكم توخي الحذر: إن تأمُّل منظومة ماندیلبروت هو أحد أضمن الطرق لمرور الوقت دون أن تشعر به.

ونظراً لجرأة الشكل 4 ـ 11 وتعقيده وتوازنه، فإنه يذَكِّر الكثيرين بالرسوم الموجودة في الكهوف العائدة للعصر الحجري القديم في لاسكو أو في ألتاميرا. إن التوازن الموجود في العناصر الشكلية للصورة لم ينشأ عن مخيلة شخص ما ولا هو مُتضَمَّن في الألوان. بإمكاني أن أريكم الصورة بخمس عشرة مجموعة مختلفة من الألوان، قد يختلف تأثير كل منها لكنها تتساوى في قوتها. إن توازن كل تكوين على حدة فريدٌ من

**الشكل 4 ـ 11** تصميم كسري. يراه بعض الظرفاء وكأنه ضرب من الأشكال التي يمكن الخلط بينها وبين رسم اكتُشف مؤخراً في كهف يعود للعصر الحجري. (التنفيذ الفني ر. ف. فوس).

حيث روعته، شأنه في ذلك شأن الوهم الذي تخلقه بعض التراكيب (في بعض الحالات، ولكن ليس في هذه الحالة) أنها ثلاثية الأبعاد في الوقت الذي تكون فيه فعلياً مسطحة تماماً. (إن شرح تأثير الأبعاد الثلاثة هذا يستغرق ساعة وهو يبعث على التسلية). إن الأشكال الكسرية هي أشكال فوق مستوى البشر (أو غير بشرية أو ضد البشرية، بإمكانك أن تطلق عليها ما تشاء من الأسماء) لكنها أشكال لا تُنسى.

سأعود الآن إلى سنة 1300، لأختم حديثي بقصة أرجو أن

تكون صحيحة. إن ملكاً من شمال إيبيريا وجد نص إقليدس في بورغوس، وبما أن أعمال إقليدس تُرجمت إلى اللغة التوسكانية، أدى تراث جيوتو لظهور غاليليو لتبدأ مسيرةٌ ظافرة باتجاه علوم أخذت تخلو من الصور شيئاً فشيئاً وذلك لدى تَحوُّلِها إلى علوم «مادية واقعية». وأنا أعتبر بالطبع علم الأحياء الجزيئي ضمن هذه «العلوم المادية الواقعية»، لكنني لا أعتبر علوم النبات أو الحيوان، التي لا تحظى حالياً بالاحترام، ضمن تلك العلوم.

سننتقل الآن إلى نوع آخر من البلاغة البصرية. فبالنظر للحب الذي أكنُّه لعالَم الهندسة الإقليدي، وبالنظر لتوفر كومبيوترات أكثر تعقيداً ذات إمكانات لا تتوقف عن التطور في مجال رسم المخططات البيانية، ولتزايد أعداد الأصدقاء من المهرة في برمجة تلك الكومبيوترات، بالنظر لكل تلك الأسباب مجتمعة، توفر لي الامتياز الكبير لاكتشاف هذه الطريقة الجديدة لابتكار نوع شديد البساطة من الفن «المينيمالي» الحقيقي، نوع أكثر زخرفة وإتقاناً من كل أنواع الفن التي يمكن تخيُّلها. ويمكن تعديل هذا الفن بطريقة يمكن التنبؤ بها عن طريق تبديل المتغيرات parameters في المعادلة الرياضية. وهكذا، فإن خاصية نظام ترتيب التدرج scaling order والتماثل الذاتي، التي تميِّز الأشكال الكسرية لا تتواجد فقط في الطبيعة، ولكن في بعض من أروع الإبداعات البشرية. هل تُعتبر تلك الصور «فناً»؟.. قد لا تعتبر كذلك أكثر مما تُعتبر الدوائر البسيطة «فناً»

بحد ذاتها. ومهما يكن من أمر، فإن المفهوم المتعلق بموقع الإنسان من حيث علاقته بالفن الراقي ـ وذلك في ما يخص نظرته الفنية وخياله ـ لابد وأن يتغير تِبْعاً لهذا الكون الجديد من الصور الكسرية، التي تولدت عن معادلة رياضية بسيطة من سطر واحد، ولم تتولد عن مخيلة بشرية.

**كلمة شكر**. إن الكلمات المكتوبة تحت الأشكال تكفي لإظهار حقيقة أن عدداً من فناني الكومبيوتر البارزين، قد أشعل فيهم حُلمي نارَ الحماسة، وأسهموا في تحقيقه إلى حد كبير.

obeikandl.com