

## البحث الثانى :

### « دراسة تحليلية للتعلم بالاكتشاف والتعلم الموجه والتعلم

بالمعنى بالنسبة لمتغيرات أساسية تخص تدريس

### الرياضيات »

#### مقدمة :

قدمنا فى الدراسة السابقة فكرة عن الأساليب الحديثة فى تعلم الرياضيات التى أثارته أعمال بياجيه من جهة وتحديث مناهج الرياضيات منذ الخمسينيات من جهة أخرى . فقدمنا التعلم بالاكتشاف لبرونر ، والتعلم الموجه لجانيه ، والتعلم بالمعنى لأوسابل (١) . ومع أن هذه الأساليب نشأت وليدة الحاجة الى ايجاد أنسب وسائل تعلم الرياضيات الحديثة التى زحفت الى البرامج المطورة ، الا انها ما زالت تتعامل مع المكونات البسيطة لها ولم تأخذ فى الاعتبار تعلم الطريقة البديهية ومستويات التجريد التى تميز الرياضيات النامية ( الحديثة والأحدث ) .

ومن دراسة دور الطريقة البديهية فى الرياضيات النامية والتضمين التربوى لها (٢) ، اتضح ضرورة التوصل الى أسلوب جديد فى تعلم الرياضيات يتفق مع طبيعتها النامية.ولهذا فاننا نحتاج أولا الى دراسة أعمق لهذه الأساليب تبين أوجه الاختلاف والاتفاق بينها ، لا بهدف المفاضلة بينها فكل منها يستند الى أساس نظرى يمتد جذوره فى علم النفس ونظرية المعرفة كما أنه اتضحت فاعليتها التطبيقية فى مجالات مختلفة ، ولكن بهدف توضيح الأساليب الثلاث بالنسبة لمتغيرات أساسية تخص تعلم الرياضيات وتدريسها . وذلك للتوفيق والتوحيد بين الأفكار .

ومن ثم فاننا نقدم فيما يلى تحليلا لهذه الأساليب الثلاث فى ضوء عشر متغيرات أساسية تخص تعلم الرياضيات وتدريسها . أى فى ضوء أسس ( م ٣ - دراسات تربوية )

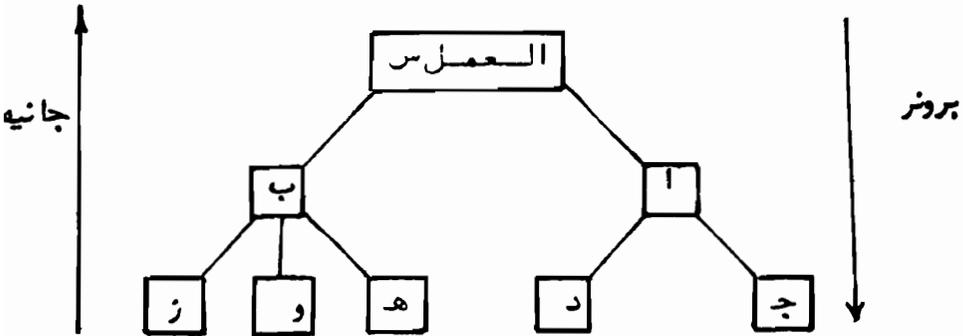
وقضايا تربوية وسيكولوجية ورياضية • فنحل موقف هذه الأساليب في ضوء : الهدف التدريسي ، المتابع التدريسي ، الاستعداد ، نقل أثر التعليم ، اثاره التعليم ، سير التعليم ، المتعلم وخصائصه ، التنظيم المنطقي للمادة ، طبيعة الرياضيات النامية ، والنتائج التربوية •

### ١ — بالنسبة للهدف التدريسي : Instructional objective

ينفق جانبيه مع برونر على الاعتقاد بأن عمليات الحصول على المعرفة مع استخدامها هي أقيم صور للمعرفة ومن ثم فانها أهم أهداف التربية • أى يتفنان على أسبقية العملية process عن الناتج (الناتج) product الا أن الاثنين يختلفان في وسائل الحصول على المعرفة • فجانبيه كرجل عملي empirisist يعتبر غاية المنبع الرئيسى لكل المعرفة هو الخبرة ، أما برونر كرجل عقلانى rationalist فيعتبر أن الحجة (والاستراتيجيات) هي المنبع الرئيسى للفهم وليست الخبرة • وثم اختلاف آخر بينهما ، فبينما يرى برونر أن أى نظرية للتدريس لا بد أن تأخذ في الاعتبار المتعلم وعملية الحصول على المعرفة وأن يكون من أهداف التدريس خلق العقول المكتشفة وتعليم التلميذ أن يكتشف بنفسه ، الا أن جانبيه يرى أن أهداف التدريس يجب أن تنصب على تكوين المقدرات (أو المهارات العقلية) التى يمكن تحليلها اجرائيا operational والتى يمكن أن يعمل لها تحليل عمل ثم تدريسها • أما أوسابل فيعارض أن تكون لأى نوع من العمليات ، سواء أكان مهارات أو استراتيجيات (مراحل) الأسبقية بين أهداف التربية • فأهم هدف للتربية لاوسابل هو ناتج (نتاج) المعرفة : أى الجسم المنظم من المادة التى تفهم نفسها ، الا أن أوسابل يتفق مع جانبيه على أن التدريس بالالقاء أنفع من التدريس بالاكشاف ولكنهما يختلفان بالنسبة للأهداف المناسبة للتدريس (مهارات عقلية لجانبيه أو جسم من المعرفة لاوسابل) •

٢ - التابع التدريسي : Instructional sequence

يختلف جانبيه وبرونر بالنسبة للتابع التدريسي • فبرونر يعطى أهمية أقل لتنظيم المادة حيث يعتقد أن المتعلم يبدأ بتعامله مع المواد أو الأعمال التي تمثل المشكلات أو التعلم عنده هو عمل متعاقب من الاتزان وعدم الاتزان ينتهي باكتشاف المعرفة المرغوبة • أما بالنسبة لجانييه فالتدريس يكون ممهد وموجه الى أعلى هرم ( سلم ) الأعمال التعليمية المبني بدقة • فأعلى مستوى للتعلم لجانييه هو حل المشكلة والمستويات الأقل تتضمن حقائق ، مفاهيم ، مبادئ • فالمتابعة المناسبة لجانييه يمكن وصفها في الشكل الآتي (١) من أسفل الى أعلى • أما بالنسبة لبرونر يكون بعكس اتجاه الأسهم في نفس الشكل ، حيث يبدأ المتعلم بحل المشكلة التي تقابله بطريقة مباشرة أو مقدمة من المدرس أو متضمنة في المواد التعليمية ، ثم يساعد المتعلم الى الرجوع من خلال الهرم ليكون الارتباطات اللازمة وليحصل على المفاهيم اللازمة ، وأخيرا يشتق القواعد المناسبة لحل المشكلة • أما أوسابل فلو أنه يتفق مع جانبيه في التابع الالقاءى الموجه الدقيق الا أنه يتفق مع برونر في بداية التعلم من أعلى الهرم التعليمي عن طريق المنظم المتقدم ، هذا المنظم المتقدم يدرس بطريقة الالقاء كأول خطوة في الوحدة التدريسية ولكنها تكتشف كما هو الحال في مرحلة البداية بالنسبة لبرونر •



شكل (١)

### ٣ - بالنسبة للاستعداد : Readiness

يتفق جانبيه على مبدأ برونر للاستعداد ( الذى يقول : أى مادة يمكن أن تدرس بطريقة فعالة بأمانة عقلية ما لأى طفل فى أى مرحلة لنموه ) ولكنه يفسره بطريقة مختلفة عن برونر .

فبالنسبة لجانيه : فهم الاستعداد مفتاحه المتطلبات المعرفية ( التعليمية ) أو المقدرات . وعلى ذلك فهو يتوقف على امداد المتطلبات التعليمية الكافية للفهم فى وقت ما ليعد أى طفل ليتعلم أى مادة . هذا بغض النظر عن النمو الجينى لبياجيه ، فمثلا طفل الخامسة الذى لا يدرك حفظ conservation حجم السائل ، لا يرجعه جانبيه الى أن الطفل لم يصل نموه العقلى لذلك ولكن لانه لم يؤت خبرة لازمة سابقة . وهذا يختلف عن تصور برونر للاستعداد من امكانية تبسيط المادة لتعطى بصورة أنشطة وصور ذهنية ورمزية ، تناسب مرحلة التلميذ ليستطيع أن يكونها فى ذهنه بالصورة التى يتشكل بها عقله . ويتفق أوسابل مع جانبيه على مبدأ الاستعداد ، ويعتقد أوسابل أن المشكلات الخاصة بالاستعداد والتعلم المبكر والاسراع فى التعلم أقل تعقيدا بالنسبة لطرق الالقاء عن طرق الاكتشاف .

### ٤ - بالنسبة لنقل أثر التعلم : Transfer of learning

يقصد جانبيه بنقل أثر التعلم العرضى lateral أن تعلم مقدره فى مجال يسهل اتقان مقدره موازيه فى مجال آخر فمثلا تعلم أسلوب البرهنة المنطقية فى نظريات الهندسة يؤدى الى سهولة استنتاج نظريات مماثلة على الاعداد فى الجبر . ويقصد بنقل أثر التعلم الرأسى أن تعلم مقدرة ما تؤدى الى اتقان تعلم فى مستوى أعلى ( لنفس الهرم التعليمى ) فمثلا اتقان تعلم الضرب يؤدى الى اتقان عمل أصعب على القسمة المطولة . أسلوب برونر للاكتشاف يتمشى مع نقل أثر التعلم الرأسى ، فعندما يصن التلميذ الى المرحلة الرمزية يكون قد نقل أثر التعلم الى أقصى ما يمكن

حيث أن التجريد يجعله يطبق في مجالات مختلفة • كما أنه يساعد على نقل أثر التعلم العرضي حيث بين برونر أن ما يتعلمه التلميذ على المعادلة بالمسطحات ينتقل على الميزان • وعلاوة على ذلك فالتعلم بالاكتشاف يؤدي الى القدرة على الاكتشاف بصورة أوسع • فنقل أثر التعلم هنا هو نقل عملية الحصول على المعرفة ( التعلم الذاتي ) سواء استراتيجيات ، طرق بحث ، اجراءات اكتشاف *heuristics* وما يماثلها • أما أسلوب جانبيه نتعلم الموجه فهو يعتبر أسلوبا لنقل أثر التعلم الرأسي الا أن جانبيه لم ينكر امكانية نقل أثر التعلم العرضي مثل تدريب المقدرة المراد نقل أثر تعلمها في مجالات أوسع • والفرق بين وجهتي نظر جانبيه وبرونر في نقل أثر التعلم ينبع من ، الاستراتيجيات وتحليل العمل والهرم ( السلم ) التعليمي • فبالنسبة لبرونر الأفكار المجردة والمعرفة القصوى تتكون من تحرير الفرد من تأثير النواحي الملموسة والتصورية لها والتعامل معها بالصورة الرمزية البحتة ، وهذه تؤدي بالضرورة الى أن تكون هي أكثر صورة فعالة لنقل أثر التعلم ، فالتجريد يؤدي الى التطبيق والتعميم • أما بالنسبة لجانبيه فنقل أثر التعلم يحدث بسبب حدوث عناصر متماثلة ( أو متشابهة ) محددة في النمو التتابعى الى حد أن العنصر الذى تم تعلمه ( علاقة — مفهوم — مبدأ ، ... ) يمكن أن يستخدم بطريقة مباشرة في المجال الجديد وبذلك يحدث نقل أثر التعلم • أما اذا تطلب المجال الجديد سلوكا مختلفا عن المقدرة المعينة التى أتقنت من قبل فلا يحدث نقل أثر التعلم •

أما أو سابل فيعتقد أن الذى ينقل هو المادة المعرفية وأن أى تعلم بالمعنى يؤدي بالضرورة الى نقل أثر التعلم • وهذا يجعله يقف في موقف واضح متباين بين موقف جانبيه وبرونر • فهو أقل تحفظا عن تأكيد جانبيه على العناصر المتماثلة • ولكنه أكثر اعتدالا من دعوى برونر للانتقال الواسع المدى للعملية • وعموما فهو يتفق مع جانبيه في تفوق طرق الالقاء ( الموجهة ) على طرق الاكتشاف في سهولة وبلوغ النهاية القصوى للنقل

٥ — بالنسبة لاثارة التعلم : Initiation of learning

يركز أو سابل على أن اثارة ( بداية أو خلق ) التعلم لا بد أن تؤدي الى تصعيد فكري لربط ما يعرفه المتعلم بما سوف يتعلمه عن طريق تقديم المنظمات المتقدمة في صورة أكثر تجريدا وعمومية واحتواءا من المادة المتعلمة . ويعتقد برونر أن بداية التعلم تؤدي الى اثارة المتعلم لخلق تنظيم جديد . أما جانبيه فاثارة المتعلم عنده تكون عن طريق المتطلبات التعليمية للمقدرات الأدنى في الهرم التعليمي بحيث تتضح كل واحدة تتعلم بما يسبقها مما قد تم تعلمه . ومن ثم فان الأساليب الثلاث تعتمد على المعرفة المسبقة للتعلم واستخدامها اما لتطبيق مباشرة كما في أسلوب جانبيه أو لعمل مد أو تصعيد فكري كما في أسلوب أو سابل أو عمل بناء ( تنظيم ) جديد كما في أسلوب برونر . وتبعا لتصنيف مستويات المعرفة (بلوم أو غيره) فان أقل مستوى للتعلم ( المستثار ) يكون من أسلوب جانبيه ثم الأعلى من أسلوب أو سابل ، ثم الأكثر علوا من أسلوب برونر . ومن جهة أخرى يكون مدخل التعلم تبعا لجانبيه من الخاص الى العام بينما مدخل التعلم لبرونر وأوسابل من العام الى الخاص .

٦ — بالنسبة لسير ( اجراءات procedures ) التعلم :

المحتوى الأساسى الذى يتعلم يجب أن يكتشف تبعا لبرونر فالمتعلم يجب أن يعيد تنظيم المعلومات ويكاملها بما عنده في تركيبه المعرفى (العقلى) ويكون به تنظيما جديدا يكتشف به شيئا . ويكون غاية التعلم هـذا الاكتشاف . ولكن هذا غير كاف بالنسبة لأوسابل لأنه يعتقد أن ما اكتشف يجب أن يتبعه شىء آخر يجعله ذا معنى عن طريق ادخاله بمعنى في التركيب المعرفى للمتعلم . وعلى ذلك فان أو سابل يركز على أن المادة يجب أن تنظم بحيث تكون ذا معنى ولا يهم أن يسبق ذلك أن يكتشف المتعلم المحتوى أو يكون نشطا في حل المشكلة . وعلى ذلك فهو يتفق مع جانبيه على أهمية العرض المنطقى الموجه . وهذا التتابع الدقيق للمادة يكون استمرارية

بين التركيب المعرفى الموجود فى ذهن المتعلم والمادة الجديدة المتعلمة بما يجعلها ذات معنى .

ومن جهة أخرى يمكننا ان نقول ان مراحل ( أو استراتيجيات ) التعلم لبرونر ينقصها مرحلة التحقيق . فالمرحلة الأخيرة خاصة بالتجريد حيث يتعامل المتعلم بالرموز . وقد صورها برونر فى أمثلته بشئ من السذاجة والبساطة (١) . حيث يكتشف المتعلم القاعدة عن طريق الانماط . ولكن فى الرياضيات يجب التحقق من القاعدة قبل الأخذ بها . فالاكتشاف يجب أن يتبعه التحقيق ومراحل التعلم لدينيز Z Dienes (٢) تشمل هذه المرحلة . فقد حدد مراحل التعلم ( بالاكشاف ) : اللعب والتكوين أو البناء والتحقيق . فهو يفترض ان الطفل عندما يقابل تركيبا ما فانه يقوم عن طريق لعبه ( تنقيبه بيده ) البحث عن قانون اللعب الذى يقوم به أو تمثيله ، باكتشاف نظام هذا التركيب ، ثم بعد ذلك يكون الطفل من المتغيرات الرياضية التى يلاحظها تركيبا آخر يساعده على حل المشكلة التى أمامه ( أو فهم التركيب الأسمى ) . وتكون مرحلة التكوين والبناء هذه تابعة لمرحلة التفكير الحدسى حيث يحس الطفل بالتركيب قبل ان يتضح له . ثم يتبع مرحلة التكوين هذه مرحلة تحقيق الطفل لاكتشافه وتحليله ليثبت صحته . . ومن ثم فان مرحلة اللعب لدينيز تناظر مرحلة النشاط لبرونر ، ومرحلة التكوين تناظر مرحلتى الصور الذهنية والتجريد لبرونر ( ولكن بتفسير مختلف ) أما المرحلة الثالثة له وهى التحقيق فهى تكمل مراحل برونر .

وبالإضافة فالتجريد فى الرياضات ( خاصة الحديثة ) ليس بالصورة البسيطة التى وصفها برونر ، فالتجريد له مستويات مختلفة كما بينا فى دراسة سابقة (٣) وكما نوضح فى النقطة التاسعة .

## ٧ - بالنسبة للمتلم وخصائصه Learner characteristics

ركز كثير من التربويين على أهمية أخذ المتلم وخصائصه في الاعتبار عند اختيار أنسب طرق التعلم • فمثلا يركز كروبناخ (٤) على أهمية الفروق الفردية في التعليم ويقترح الا تكون الأفضلية بين طريقة وأخرى بالنسبة لكل التلاميذ ولكن اى طريقة أفضل لأى التلاميذ • ولا تقتصر خصائص التلاميذ على قدراتهم ولكن تعتمد أيضا على حصيلتهم المعرفيه وفهمهم للمتطلبات الأساسية لتعلم شىء ما • كذلك تعتمد على مرحلة النمو التى يمر بها التلميذ • وتختلف الأساليب الثلاث بالنسبة لذلك، فبينما يعتقد أوسابل ان طريقة التعلم قد تناسب مرحلة نمو ولا تناسب مرحلة أخرى فمثلا ( كما ذكرنا ) يعتقد ان التعلم بالاكتشاف أنسب للطفل قبل سن البلوغ عنها في مراحل أكثر نضجا • أما برونر فالتعلم عنده لا يعتمد على مرحلة نضج معينة ( ويؤيده دينيز ) كما يعتقد جانبيه ان التعلم لا يعتمد على مرحلة نضج بقدر ما يعتمد على المتطلبات التعليمية لدى التلميذ •

وبعض خصائص المتلم تتعلق بعوامل المتغير الاسلوبى أو الأسلوب المعرفى stylistic variable - cognitive style • ويعتقد البعض مثل ايزنك ، والأش ، كوجان (٥) ان من بين هذه العوامل ، دوافع التحصيل والانطواء الانبساط والابداع والقلق •

ولو ان من الواضح حدسيا وجود ثم تفاعل بين هذه العوامل وطريقة التعلم الا أنه لا توجد دراسة نظرية أو عملية تدعم بذلك • وعموما يمكننا القول بأن الأساليب الثلاث لم تأخذ في الاعتبار عوامل الاسلوب المعرفى الذى يميز نوعية التلاميذ ، اللهم الا اذا اعتبرنا أسلوبى برونر وجانبيه اللذين يعتبران التعلم عملية تأخذ بعضا من هذه العوامل وتفاعلها مع العوامل المعرفية لدى المتلم •

٨ - بالنسبة للتنظيم المنطقي Logical structure والسيكولوجي للمادة الرياضية :

المادة الرياضية الموجودة في كتب الرياضيات لها تنظيم منطقي يحدد تسلسل عرض المادة • وقد يحدد هذا التنظيم بعض اعتبارات تتصل بنمو المادة وطبيعتها وعناصرها وتطبيقاتها • تنظيم المادة ( المدرسية ) أما ان يكون رأسيا حيث ترتب المادة تبعا للمرحلة أو الصف، أو يكون افقيا حيث ترتب المادة لبرنامج معين في صف معين مثلا • وقد بين هندرسون (١) العوامل التي تؤثر في تنظيم المادة :

( أ ) المعرفة المسبقة ( أو المتطلبات التعليمية ) فمثلا لتقديم نظرية كل عدد حقيقي يكون له معكوس جمعي  $\forall s \exists c, s + c = 0$  لا بد ان يعرف التلميذ الرموز  $\exists, E, v$  قبل ان يفهم الصيغة المعممة باللغة الرياضية •

( ب ) التجريد : فالتجريد ( كما يوضحه هندرسون ببساطة ) يزيد عندما نزيل القيود الخاصة فمثلا في التنظيم الافقى : مستطيلات متوازيات اضلاع > أشكال رباعية > مضلعات • ( حيث > تعنى تسبق ) هو ترتيب بالنسبة لزيادة التجريد • كذلك في التنظيم الرأسى : اعداد صحيحة غير سالبة > اعداد صحيحة > اعداد قياسية غير سالبة > اعداد حقيقية > اعداد قياسية > اعداد مركبة ، هو أيضا ترتيب بزيادة التجريد •

( ج ) النمو التاريخي للمادة : فالصعوبات التي تقابل الرياضيين في نمو المادة هي التي يقابلها التلميذ أيضا اثناء تعلمه لهذه الأفكار كما يقول كلين (١) • ومن ثم فهو يقترح تنظيم تاريخي للمادة وبه تعرض المادة في ترتيب يكون مماثلا لترتيب اختراعها • فمثلا تدرس الهندسة الاقليدية ثم اللاقليدية ، الاعداد السالبة بعد الموجبة وغير القياسية بعد القياسية والمركبة بعدهما •

( د ) المباشرة في التطبيق immediacy of application : فما لا لتقديم الفئات في الجبر نقدمها في فصل قد يكون في بداية الكتاب أو نجزيء بنودها وتقديم كل بند عند الاحتياج اليه . وفي هذه الحالة الأخيرة نقول اننا ننظم المادة عن طريق المباشرة في التطبيق . ونفس الشيء يحدث عندما نقدم المنطق في الهندسة فبدلاً من تقديمه ككل قبل الهندسة يجرأ تبعاً لا استخدامه في برهنة النظريات بالطرق المختلفة .

( هـ ) الألفة familiarity : فالأشكال الهندسية ، المبتدئين والمربع أكثر الفه من النسبة والنسبة المئوية وهذه أكثر الفه من المعادلات . وتنظيم المادة تبعاً لما هو مألوف يستند الى قواعد سيكولوجية وتربوية .

وعموماً فالتنظيم المنطقي يقابله تنظيمياً آخر هو التنظيم السيكولوجي للمادة وهو كما يقول أوسابل (٨) : التنظيم الداخلي الممثل للمعرفة في تركيبات الذاكرة (العقل) للفرد . أي هو ما يمثل تنظيم الأفكار الداخليه والمعلومات في ذهن الفرد تبعاً لدرجة كل من النضج المعرفي ( العميق ) sophistication وطبيعة المادة . وكل من التنظيم المنطقي والسيكولوجي للمادة يعتمد على الآخر . فمن ناحية ، التنظيم السيكولوجي للمعرفة هو مشتق لمحتوى المادة مجرداً من التنظيم المنطقي لها . ومن جهة أخرى فالتنظيم المنطقي هو إعادة تنظيم ( ترتيب ) للتنظيم السيكولوجي للمادة كما وجدت في عقول المخترعين الرياضيين الذين بنوا المادة .

والتنظيم السيكولوجي للمادة يتم تبعاً لبياجيه عن طريق عمليتي التمثيل والتطويع ومبدأً التوازن الذاتي حيث يتبع النمو مساراً من عدم الاتزان والاتزان . ويمكن أن نقول أن برونر يستخدم هذا المبدأ في تفسير التنظيم السيكولوجي للمادة عن طريق توجيه هذا المسار من تعاقبات عدم الاتزان والاتزان لينتهي بالاكشاف لحالة معرفية مرغوبة . أما جانييه فيعتقد ان التنظيم السيكولوجي للمادة يعتمد على تكوين المتطلبات

التعليمية اللازمة والعرض الموجه للمنطق الدقيق للمادة ( من الأبسط الى الاعقد ) • ويرى أوسابل أن المنظم المتقدم الذى يقوم بعمل مد وتصعيد فكرى يعد أساسيا للتنظيم السيكولوجى للمادة كما يقرب بين التنظيم المنطقى والسيكولوجى لها • فالمنظم المتقدم يكون أكثر تجريدا وعمومية واحتواء من المادة التى تقدم بعد ذلك بعرض منطق موجه • ومن ثم فإن المعرفة المكتشفة لبرونر يجب ان يتبعها عرض بتنظيم ممنطق لهذه المعرفة حتى يمكن تمثيلها تمثيلا منظما فى ذهن الفرد لكى تكون ذات معنى • وقد يكون ذلك فى مرحلة التحقيق التى تنقصها مراحل برونر كما أوضحنا فى النقطة السادسة •

#### ٩ — بالنسبة للمادة الرياضية وطبيعتها النامية :

خصائص الرياضيات وطبيعتها النامية يجب ان تؤخذ فى الاعتبار عند تحليل الأساليب الثلاث • ومع ان هذه الأساليب نشأت وليدة الحاجة الى ايجاد انسب وسائل التعلم للرياضيات الحديثة التى زحفت الى البرامج المتطورة الا انها مازالت تتعامل مع تعلم المكونات البسيطة للرياضيات ( خاصة الحديثة ) من مفاهيم ، علاقات ، مبادئ تعميمات ، تطبيقات ( كما وضح أعمال برونر ومؤيديه ) أو موضوعات تقليدية متقدمه ( كما وضح من أعمال أوسابل ومؤيديه ) (١) • وقد اهتم بياجيه بعد بلورة أفكاره بتعلم الرياضيات الحديثة وتدريباتها ( تمارينها ) • ومع ذلك فهو أو غيره من السيكولوجيين لم يتطرق الى مستويات التجريد التى تميز الرياضيات الحديثة ( والأحدث ) ونموها فى ذهن التلميذ بدراسات جديه • وبالتالي لم يلمس أحدهم ما ينتج عن مستويات التجريد من تعميمات تميز الرياضيات الحديثه ( والأحدث ) ، كالموجوده فى النظريات الأكثر تعميما كنظرية القياس مثلا • وقد أوضحنا ذلك فى دراسة سابقة (٢) • عندما بينا دور الطريقة البديهية *axiomatic method* فى تطور ونمو الرياضيات فى القرن ١٩ ( التى يسميها البعض رياضيات حديثة ) عن طريق خلق تركيبات رياضية مجردة مثل التركيبات الجبرية

والتوبولوجيه وظهور نظرية الفئات وبتطوير نظم بديهيه مثل الهندسة الأقليدية وتعميماتها ( آفينيه ، اسقاطيه ) وبخلق نظم هندسية جديدة • وفي القرن ٢٠ ( التى يسميها البعض رياضيات أحدث ) عن طريق خلق تركيبات أكثر تجريدا مثل تركيب الصنف والتركيبات المتعددة التكافؤ • وقد أوضحنا مستويات التجريد التى تميز التركيبات الرياضية المختلفة وما تبعها من خلق نظريات أكثر عمومية وقد بينا ان أقل التركيبات الرياضية تجريدا هى النظم العددية والنظم الهندسية ثم يتلوها فى التجريد التركيبات الجبرية ( كتركيب المجموعة ، و تركيب التوبولوجى ) ويسمىها شوكيه Choquet تركيبات أم (٣) ثم التركيبات متعددة التكافؤ ( مثل تركيب المجموعة التوبولوجية ) و تركيبات مفترق الطرق ( مثل تركيب نظريات الجهد ) ثم تركيب الصنف •

وقد أدى التجريد الذى ميز الرياضيات الحديثة ( والأحدث ) ببناء تركيبات رياضية الى تعميم واسع • هذا التعميم ليس فقط الوصول الى قانون عام كما فى الرياضيات التقليدية ولكن التوسع فى النظم والتركيبات الرياضية بحيث يكون التركيب الموسع له تركيب جزئى متشاكل مع التركيب الأسمى ( مثلا فى توسع نظام الاعداد الطبيعية الى الصحيحة تكون الاعداد الصحيحة الموجبه متشاكله مع الاعداد الطبيعية ) • ويتضح ذلك من التوسع فى النظم العددية بخلق نظم جديدة مثل الأعداد الجراسمانية ، أو الى الوصول الى هندسات عامة من هندسة اقليدية الى آفينيه الى أسقاطيه الى توبولوجى ، أو الى الوصول الى نظريات عامة مثل نظريات الجهد ، والقياس •

وكداله للتجريد الذى ميز الرياضيات الحديثة باستخدام الطريقة البديهية وما تبعه من تعميم وتوحيد الرياضيات عدم وجود فواصل بينها بما يسمح بتكوين نظريات متبادله يحدث توسع ونمو أكبر (٣) •

وعموما لم يتعرض برونر الا لمستوى واحد من التجريد • وهو أبسط

أنواع التجريد ( التقليدي ) في المرحلة الرمزية باستخدام الرموز • وكذلك تعرض دينيز ( أحد مؤيديه ) في أحد أعماله (٣) الى أبسط أنواع التعميم الناتج عن أبسط مستوى تجريد للتركيبات الرياضية وهو التوسع في النظم العددية ولكنه لم يدرس أساليب تعلمه أو نموه في ذهن التلميذ • وما يقصده أو سابل من أن المنظم المتقدم يكون أكثر تعميما ( أو احتواء وتجييدا ، من المادة المتعلمه ) لا يعدو أكثر من صياغة مركزة مختصرة وشاملة بأسلوب لغوي مجرد • والتعميم عنده تعميم تقليدي يتمثل في قاعدة أو قانون عام • ومن ثم فإن اثاره التعلم من أعلى السلم ( الهرم ) التعليمي كما يعتقد برونر وأوسابل يمكن ان نبلوره بأن يكون المدخل التعليمي عن طريقة الأحوال أو النظريات الأكثر تعميما ، وقد قام أحد طلابي في بحثه بتقديم التكامل لتلميذ المرحلة الثانوية عن طريق النظرية الأكثر تعميما وهي نظرية القياس وتكامل ليبييه ، وبينت هذه الدراسة فاعلية هذا المدخل (١) •

## ١٠ - بالنسبة للنتائج التربوية Educational outcomes

ذكرنا في النقطة الأولى العملية والنتائج ( النتائج ) كهدف من أهداف التربيه واتجاه الأساليب الثلاث منه • ولكن يوجد نواتج ( نتائج ) أخرى تتعلق بالعوامل الوجدانية وتشمل : الدوافع motives القيم والادراك الذاتى self - perception • فمثلا بالاضافة الى هدف التمكن من فئة من المبادئ والأساسيات ( أو المقدرات ) • يمكننا أن نأخذ الأهداف : الرغبة في تعلم رياضيات أكثر ، تقدير للمعرفة الرياضية كمعرفة لها قيمتها ، الثقة بالنفس كرياضي ذى حجة أو حلال للمشكلات • ومثل هذه الأهداف يعتقد برونر ( دوناً عن جانبيه وأوسابل ) أنها تتحقق بطرق الاكتشاف •

وأخيرا يتضح من التحليل السابق للأساليب الثلاث حول المتغيرات الأساسية الخاصة بتدريس الرياضيات ( تعلمها وتعليمها ) ، أن هذه

الأساليب تختلف اختلافا بينا في بعض النقاط وتتفق في نقاط أخرى .  
وقد تتفق على الغايات وتختلف في الوسائل للوصول إليها ، أو تستخدم  
وسائل متشابهة للوصول الى غايات مختلفة . كما أنها تستخدم نفس  
المبدأ بتفسيرات ومعان مختلفة . ومن ثم يمكن أن نعتبر هذه الأساليب  
مستقلة ومكاملة بعضها البعض . الا أن جميعها غير كامل حيث أغفلت تعلم  
المستويات المجرده للرياضيات التي تتميز بصفة خاصة الرياضيات النامية  
( الحديثة والأحدث ) . وعلى ذلك فمبادئ هذه الأساليب تحتاج الى  
مراجعة لنصل الى نوع من التوحيد والتوفيق والتكامل بينها بما يتفق  
وطبيعة هذه الرياضيات . وذلك لوضع مبادئ جديدة أكثر شمولا وعموميه  
لأسلوب جديد في تعلم الرياضيات النامية مستقبلا .

## المراجع :

- ١ — نظلة حسن أحمد خضر : « حول تعلم الرياضيات »  
مذكرة غير منشورة — كلية التربية جامعة عين شمس • تحت  
النشر في مجلة المنظمة العربية للتربية والثقافة بقطر •

— أو البحث الأول السابق —

- ٢ — نظلة حسن أحمد خضر « دور الطريقة البديهية في الرياضيات  
الحديثة ( والأحدث ) والتضمين التربوي لها » صحيفة التربية  
— العدد الأول — ١٩٧٧ » •

- ٣ — نظلة حسن أحمد خضر « أصول تدريس الرياضيات » — الباب  
الثاني والثالث — عالم الكتب ١٩٧٤ •

4. J. P. Becker : «Some aspects of Mathematics Education Research in the United States.» Journal of Japan Society of Mathematical Education (JSME) Special Issue 1971.
5. L. S. Shulman : «Psychology and Mathematics Education». in 69th Yearbook of the National Society for the Study of Education, University of Chicago Press, 1970.
6. C. D. Henderson. «Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics». Houghton. Mifflin, 1975.
7. D. V. Ausubel «The use of Advance Organizers in Learning & Retention of Meaningful verbal material». In D. T. Gow (ed) «Design and development of curricular materials «Instructional Design Articles, Vol, 2. 1978.
8. D. P. Ausubel : «Some Psychological aspects of the Structure of Knowledge» Op. Cit. pp 24 - 37.

