

## البحث الرابع :

« البحث في الرياضيات التربوية واحد اتجاهاته المتميزه في مصر »

مقدمة :

زادت البحوث في الرياضيات التربوية زيادة كبيرة منذ الخمسينات خاصة في العشرين سنة الماضية ، واستحدثت مجالات جديدة ينشأ مستحدثوها بالتوسع وعمل العديد من البحوث فيها (١) . ومع ذلك فان البحوث في الرياضيات التربوية لم تؤد الى فاعلية التربية . فمثلا تطور المناهج وطرق التدريس لم يتأثرا كثيرا بنتائج البحوث التربوية في هذا المجال ، ولا بأفكار الفلاسفة وعلماء النفس (٢) . ولعل ذلك يرجع الى تضارب في نتائج بعض البحوث أو عدم اعطاء نتيجة وحيدة لبحث ما (٣) من جهة ومن جهة أخرى الى قصور في طرق ( تكتنيات ) البحث في المجالات المختلفة .

ومن ثم تتضح الحاجة الى ارساء قواعد نظرية للرياضيات التربوية حتى يمكن تجميع وتوحيد البحوث ونموها الاستفادة منها في التطبيق الفعال . وقد نادى بيكر (٤) بضرورة بناء نظرية للرياضيات التربوية وعضد نداءه توصيات مؤتمرات عالميه (١) (٤) . وعلى ذلك فاننا نقدم في هذا البحث فكرة عامة عن بحوث الرياضيات التربوية ، ثم نقدم تصورا للنظرية ومجالات وتكتنيات البحث فيها ، مع التعرض الى أحد الاتجاهات الجديدة المتميزة للبحث في مصر والتي تسبق فيها حتى الدول المتقدمة في هذا المجال .

---

(\*) الرياضيات التربوية هي ترجمة mathematical education ولم تأخذ الترجمة المألوفة تعليم الرياضيات حتى تفرق بين معلم الرياضيات والرياضى التربوى mathematical educator وفي هذا نتفق مع فرويد على الرياضيات كعمل تربوى mathematics as educational task

## أولاً : البحث في الرياضيات التربوية :

البحث في الرياضيات التربوية هو البحث في ميدان العلم الذي نسميه طرق تدريس الرياضيات • وعموما فالتسمية الرياضيات التربوية *mathematical education* أصبحت هي السائدة المقبولة في المؤتمرات العلمية والمعاهد التربوية • وتعدد مجالات البحث وقد تختلف من بلد لآخر (قد يكون نامياً أو متقدماً) في هذا الميدان (٤)، (٥) • إذ أنه يوجد جوانب كثيرة لتعليم وتدريس الرياضيات تقع في مجموعة بحوث الرياضيات التربوية ومنها : بناء المناهج وتطورها - قياس وتحسين فاعلية المدرس - تحديد وقياس الاتجاهات نحو الرياضيات - حل المشكلات - قياس التحصيل والتقويم - انماء الابداع - تدريب المدرس • ولقد كان القائمون على بحوث الرياضيات تقليدياً متخصصين في علم النفس التربوي حيث كان الاهتمام السائد هو بحث علاقة القدرات العقلية المختلفة بالتحصيل •

وبعد الثورة التي حدثت في تطوير برامج الرياضيات وادخال الرياضيات الحديثة في المراحل المختلفة ( منذ حوالى الستينات بالخارج والسبعينات بمصر ) أصبح الرياضيون التربويون هم المضطلمون بعمل البحوث • كما وجد اتجاه ينادى بتعاون الرياضيين التربويين والرياضيين ومن لهم دور في عملية التعليم للقيام بالبحوث ، كما تنوعت مجالات البحث في الرياضيات التربوية • الا أن الاهتمام الأكبر تركّز على بناء مناهج جديدة ، مناهج تنتمس مع العصر التكنولوجي الذي نعيش فيه ، وله ارتباط بحياة الناس واحتياجات المجتمع • واستلزم ذلك ضغط على تدريس رياضيات أكثر للتلميذ نتيجة للنمو الهائل في الرياضيات ( والتي تسمى بالحديثة ) ولتعدد تطبيقاتها كأساس للتطور العلمي والتكنولوجي ومن ثم زادت الحاجة الى معرفة أكثر عن تعلم الرياضيات يتمشى مع طبيعة الرياضيات النامية وخصائص التلميذ •

واضطلعت المشروعات الرياضية لبناء معظم المناهج المتطورة والقيام  
ببحوث حول تدريسها وتقييمها • الا ان المناهج المتطورة التي وضعت في  
أول الأمر ( منذ أكثر من عشرين سنة بالخارج وعشر سنوات بمصر ) لم  
يطراً عليها الا تغييرات سطحية طفيفة ، وشملها الجمود الى حد ما ، حتى  
أصبحت محتاجة الى ثورة أخرى تستند الى مبادئ قوية لتثير اتجاه  
البحوث من جديد من أجل تبسيط رياضيات أساسية تعتبر أحدث من التي  
أدرجت في المناهج المتطورة ، مع اثاره أهميتها العلمية والتطبيقية والحيوية  
للتلميذ وتوضيح كيفية تعلمها وتعليمها •

ومن جهة أخرى في ظل أهداف مجتمعنا الجديد الخاص بتطوير  
التعليم بمد سن الالزام ووضع التعليم الأساسى والشامل تتبادر الى  
الذهن تساؤلات تستحق الفحص والبحث منها : ما هي المفاهيم أو  
الموضوعات الرياضية التي نود أن يتمكن منها كل التلاميذ في التعليم  
الأساسى ( أو ما يليه في التعليم الثانوى ) هل التلاميذ الذين سوف  
يلتحقون بالتعليم الثانوى ( أو ما يليه الجامعى ) يقومون بدراسة  
موضوعات تختلف عن أولئك الذين ينهون دراستهم في نهاية التعليم  
الأساسى أو الثانوى ، ما هي الرياضيات التي تخدم الظروف البيئية  
المختلفة ( زراعية - صناعية - بتروكيميائية - تجارية - ملاحية ... ) ؟  
هل توجد بعض من طرق التدريس أو تكتياته تكون ذات فاعلية لكل التلاميذ  
أم ان فاعلية الطرق هي دالة لخصائص التلميذ كميوله واستعداداته  
وحصيلته ذات النفع في البيئة ؟ هل نختر طرقا بحيث تبدو أنها تتطلب  
وقتا أقل في الدراسة ؟ • وما هو أحسن ترتيب أو تنظيم للأفكار  
الرياضية يبنى به المنهج من التعليم الابتدائى أو الأساسى وخلال التعليم  
الثانوى ؟

وبالرغم من تعدد الدراسات والبحوث ( النظرية والتجريبية ) في  
الرياضيات التربوية الا أنها ما زالت تعتبر حديثة العهد وغير ذات جدوى •

فقد اشار بجل (٣) عام ١٩٦٩ الى القضايا التي بحثها الرياضيون وأوضح ان معظمها يمكن تصنيفه في الأصناف العامة التالية .

١ — الأهداف ( الغايات ) القصوى للرياضيات التربوية ( فمثلا ما هي الموضوعات التي نود ان يتمكن منها التلاميذ ) .

٢ — تنظيم وتتبع الموضوعات في المنهج ( فمثلا : ما هي المتطلبات التعليمية لتعلم مفهوم ما ) .

٣ — الاجراءات التدريسية في التعليم pedagogical procedures ( فمثلا ما هي فاعلية طرق الاكتشاف بالمقارنة بالطريقة التقليدية أو الطرق الأخرى ) .

٤ — طبيعة ومقدرات capabilites المتعلم للرياضيات ( فمثلا هل ممكن ان يتمكن كل التلاميذ من المفاهيم والأفكار الهامة في الجبر والهندسة و . . . . . ) .

وقد استخلص بجل انه بينما البحوث السابقة امدتنا باجابات لاسئلة في هذه الاصناف الا أنه في بعض الأحيان تعددت الاجابات وتضاربت مما يجعلنا لا نستطيع الاعتماد عليها وقيمتها واهية ومشكوك فيها . وارجع بجل ذلك الى أن الاجابة على التساؤلات الخاصة بالسلوك المعقد complex للتلاميذ هي غاية في السذاجة والتبسيط . فمثلا بالرغم من الاعتقاد بأن التلميذ ذا القدرات الأقل ( غير القادر ) لا يستطيع فهم الرياضيات كالتلميذ الأقدر الا انه توجد بحوث تبين النقيض حيث يتضح منها أن التلميذ البطيء يمكن ان يصل تقريبا الى نفس مستوى التمكن من الفهم والتحصيل للتلميذ الأسرع اذا أعطى وقت أكثر . أما بيكر ( ٤ ) عام ١٩٧١ فقد أرجع قلة جدوى مثل هذه البحوث الى أن القائمين عليها تقليديا متخرجون من أقسام علم النفس حيث أخذوا دراستهم الشكلية فيها ومن ثم فقد أصبحت البحوث الناتجة

غير ذات قيمة للرياضيات التربوية حيث أنها كانت تهدف الى التعلم  
البشرى بصفة خاصة .

ومن ثم ظهرت الحاجة الى بناء الرياضيات التربوية كجسم منظم من  
المعرفة تكون كنظرية علمية . وقد أبرز بيكر الحاجة الى مثل هذه النظرية  
حتى تبني مجالات الرياضيات التربوية على أساس أكثر صلابة . ولترد  
على تساؤلات لم تتحدد اجابتها بعد وحتى يمكن الاقتداء بنتائجها .  
ومن هذه المجالات :

١ — بناء المنهج .

٢ — سيكولوجية وتعلم الرياضيات .

٣ — الفروق الفردية وتدريس الرياضيات .

٤ — التقويم والاختبارات التحصيلية .

ومن التساؤلات التي تحتاج الى الرد عليها في هذه المجالات كما  
أشار بيكر مثلا على الترتيب : ( ١ ) الأهداف القصوى للرياضيات  
التربوية ، ما هو المنهج الذي نريده ، ما هو المحتوى الذي نريد أن  
يتضمن ، ما هي طريقة العرض ، من هم التلاميذ الذين يوجه لهم .  
( ٢ ) كيف يمكن اسراع أو تسهيل عبور التلميذ خلال مراحل النمو  
لبياجية ، متابعة بحوث التعلم بالاكشاف ونقل أثر التعلم . ( ٣ ) تحديد  
التفاعل بين الاستعداد والتعليم لمعرفة أفضل طريقة في التدريس لتلميذ  
معين أو لمجموعة معينة من التلاميذ سواء اعتبرت قدرات التلميذ استاتيكية  
كما يراها جلفورد أو متغيرة كما يراها بياجيه كدالة لنمو التلميذ العقلي  
ومروره بخبرات معينة . ( ٤ ) تحديد المقاييس التي تعطى معلومات عن  
كيفية قيام التلميذ بأعمال في الموضوعات المختلفة في الرياضيات التقليدية  
والحديثة ، تحديد بروفيل Profile لقدرات التلميذ وتطويع  
التدريس لتقوية قدرات التلميذ الضعيفة ، وتطويع التدريس كدالة لزيادة  
البروفيل مستقبلا ، ولاسراع فهم التلميذ لمفاهيم وأفكار الرياضيات .

## ثانيا : النظرية Theory في الرياضيات التربوية

يتضح مما سبق الحاجة الى تجميع ما هو معروف عن تعلم الرياضيات وتعليمها والبداية بتكوين اطار نظرى للرياضيات التربوية • فنحن نحتاج الى تجميع التوجيه النظرى لبناء جسم من المعرفة بأساليب علمية • وذلك حتى يمكن العمل بشئ من العمق فى بحوث الرياضيات التربوية ، ولكى يمدنا بقاعدة معقولة يمكن ان يبنى عليها النواحي التطبيقية فى تعلم وتعليم الرياضيات • وفى نفس الوقت عن طريق فتح قنوات الاتصال بين البلدان المختلفة ( النامية والمتقدمة ) بالمؤتمرات المحلية والعالمية يمكن ان نكتشف عن طريق التعاون بحث المشكلات المشتركة فى الرياضيات التربوية •

ولهذا فقد ركز بيكر على أن النظرية لها دور هام فى الرياضيات التربوية كما لها فى العلوم الأخرى • ويعنى بالنظرية فئة من التعميمات المتعلقة بتعلم وتعليم ( تدريس ) الرياضيات التى تهتم معظم الرياضيين التربويين • وهذا يتطلب أن يقوم بالعمل معا مدرسون لهم خبرة فى التدريس وكفاءة ممتازة فى المحتوى الرياضى وفى التربية ، ورياضيون يمتازون بمعرفتهم فى الرياضيات وبتفكيرهم الرياضى ، ورياضيون تربويون، وباحثون فى مجالات أخرى ولهم ميل وشغف فى تعلم الرياضيات ولهم أعمال فى بحوث مرتبطة (١) ، (٢) ، (٣) • هذه المجموعة من الأشخاص تختبر وضع الرياضيات التربوية وتطبيقاتها العملية الحالية لتكوين فئة من التعميمات حول تعلم وتعليم الرياضيات • هذه التعميمات تكون نقطة بداية ( مثلها مثل المسلمات أو البديهيات فى المجالات الرياضية والعلمية ) لترشيد البحوث فى الرياضيات التربوية • وبهذا فان فئة التعميمات سوف :

١ — تجذب ما هو معروف عن سيكولوجية التعلم •

٢ - توضح الطريق لعمل البحوث المرتبطة حيث تشتق الفروض من فئة التعميمات •

٣ - سوف توضح نتائج البحوث عما اذا كانت النظرية ممكن العمل بها Tenable أو كيف يمكن تقويتها وتطويرها •

وباختصار فان النظرية سوف تبين الطريق الى البحث ونتائج البحث قد تؤدي الى وضع اصطلاحات وصيغ على أساس أكثر دقة • وهذه تؤدي الى تكوين جسم منظم من المعرفة مشتق بأسلوب علمي • وبهذا نأمل ان يكون للنظرية دور في مساعدة المدرس لفهم أكثر لتعليم وتعلم الرياضيات •

وقد استرشدنا برأي بيكر في وضع أسلوب جديد في تعلم الرياضيات يعد كنظرية في تعلم الرياضيات (١) ، وذلك عن طريق : تحليل الاساليب المختلفة الحديثة للتعلم ومعرفة جذورها في نظرية المعرفة وفي علم النفس ، ودراسة الفاعلية التطبيقية في طرق التدريس المشتقة من هذه الأساليب ، والاستعانة بأفكار التربويين والرياضيين التربويين والرياضيين في الدراسة التحليلية لهذه الأساليب بالنسبة لمتغيرات تخص علم النفس ، والتربوية ، والتدريس، والرياضيات وطبيعتها النامية ، وخصائص التلميذ • وقمنا بوضع فئة التعميمات للنظرية المقترحة في صورة مبادئ بعضها يوحد بين هذه الأساليب وبعضها يكامل بينها ، وبعضها الآخر اهملته هذه الاساليب • وقد قمنا بوضعه عن طريق خبرتنا في تدريس الرياضيات النامية ( الحديثة والأحدث ) في الجامعه وخبرة طلاب البحوث في تبسيطها للمراحل الادنى وكذلك عن طريق أفكار الرياضيين المعاصرين الذين لهم خبرة في خلق رياضيات جديدة ولهم شغف بالرياضيات التربوية •

### ثالثا : مجالات البحث وتكنياته :

#### ( ١ ) بالنسبة لمجالات البحث في الرياضيات التربوية كما اثارها

مؤتمرات عالمية (١) ، (٢) ، (٣) :

- ١ — بحوث في تنظيم المنهج ، والعلاقة بين الموضوعات الرياضية وتسلسلها .
- ٢ — بحوث نظرية في معنى ومدائل الموضوعات الرياضية .
- ٣ — بحوث تاريخية للنمو الثقافي للموضوعات الرياضية ( كالتفاعل بين النمو الحضارى ونمو الرياضيات ) .
- ٤ — بحوث بديهية منطقية axiological للموضوعات ( والتركيبات ) الرياضية .
- ٥ — بحوث في تكوين المفاهيم والبرهنة الرياضية .
- ٦ — بحوث في طرق ( تكنيات ) التدريس ، وطرق تقويم الانشطة التعليمية في الرياضيات .
- ٧ — بحوث في استخدام الأساليب ( التكنيات ) الرياضية في دراسة الأحوال التربوية .
- ٨ — بحوث حول التلاميذ الضعفاء في الرياضيات .
- ٩ — بحوث حول التفاعل الناجح وغير الناجح بين المدرس والتلميذ .
- ١٠ — بحوث حول المشكلات العامة في التعلم والتعليم التى لا تخص الرياضيات .
- ١١ — بحوث حول قدرة التلميذ على قراءة الكتب المدرسية في الرياضيات وعلى الدراسة الذاتية .

١٢ — بحوث حول تأثير أهمية الصرامة والدقة الرياضية للتلاميذ  
المبدعين ولهم تذوق جمالي للرياضيات •

### ( ب ) بالنسبة لطرق ( أساليب تكنيات ) البحث :

يستلزم الاتجاه الجديد في بحوث الرياضيات التربوية تحديث  
أساليب البحث والمعالجات الاحصائية • فنحن نحتاج في البداية الى  
استكشاف explore وجمع معلومات جديدة عن تفاعل التلميذ  
مع العملية التعليمية لتساعد على وضع التعميمات ( المبادئ الأولية ) •  
أما اختبار صحة الفروض التي تشتق من التعميمات فتأتى في مرحلة  
تالية لتوسيع جسم النظرية • وهذا يتفق مع رأى بجل وويلسون (٨)  
في مراحل البحث الأولى ( يجب التركيز على البحوث التي تهدف الى جمع  
المعلومات أكثر من البحوث بإختبار صحة الفروض » •

ومن جهة أخرى فان بعض المعالجات الاحصائية التقليدية تعطى  
صورة كلية عن افضلية طريقة عن طريقة ، ولكن لا تعطى صورة دقيقة  
عن فاعلية طريقة معينه بالنسبة لأى نوع من التلاميذ ( قادرين وغير  
قادرين — مبدعين وغير مبدعين ••••• ) أو بالنسبة للمكونات المختلفه  
للمادة الرياضية ( مفاهيم — علاقات — حسابيات أو مهارات حسابيه —  
نظريات — تركيبات ••••• ) • وعلى ذلك فانه لا يكفى فقط أن تعمل  
مقارنات باستخدام اختبارات المتوسط بين مجموعات التلاميذ على متغيرات  
الدراسات من خلال استخدام اختبار ( ت ) أو التحليل المتعدد  
multiple analysis أو التحليل المتزامن covariance  
ولكن باستخدام خطوط الانحدار المتميز الدقيق للطرق المناسبة للتلاميذ  
باختلاف أنواعهم كما يقترح كرونباخ وآخرون (٤) •

كذلك في تقويم برامج أو وحدة أو كتاب مدرسى لم يعد يكفى  
نسبة نجاح التلاميذ أو تمكنهم في التقويم ولكن ينادى بتحديد  
البروفيل Profile لقدرات التلميذ المختلفة وذلك لكي يطوع

التدريس كدالة للبروفيل لزيادة فهم التلميذ للمفاهيم والأفكار والموضوعات الرياضية الهامة • أو يستخدم أسلوب التحليل المتميز المتعدد لتقويم مجموعة من البرامج أو الكتب  
discriminant analysis  
المختلفة (١٢) •

وقد أوصى كواجوش أن تبني طرق للبحث في نظرية الرياضيات التربوية لتكون كأي نظرية علمية • وأورد بعضاً من هذه الطرق التي تستخدم في الرياضيات التربوية نقدمها فيما يلي مع توضيحها ومناقشتها :

#### ١ - طريقة ضبط المتغيرات : Method of controlling conditions

تستخدم هذه الطريقة اذا كانت الدراسة لها عوامل كثيرة ونود ان نبحث أثر متغير واحد بضبط العوامل الأخرى المراد تثبيتها • وهذه الطريقة مألوفة في العلوم الطبيعية ولكن في البحوث التربوية نجد أنه ليس من السهل دائماً ضبط العوامل المراد تثبيتها •

فمثلاً في بحث عن صعوبة المسائل ( المشكلات ) اللفظية أخذ كواجوش العوامل الآتية التي تحدد الصعوبة :

( أ ) نوع العمليات الحسابية التي تستخدم في حل المسألة •

( ب ) معنى العمليات الحسابية التي تستخدم للعلاقات الرياضية المكونة للمسألة •

( ج ) النواحي التركيبية كخواص العمليات الرياضية كالعملية أو معكوسها للمسألة •

( د ) عدد وترتيب العمليات المستخدمة في المسألة •

( هـ ) تنظيم الكلمات أو الالفاظ التي تعطى المعلومات الرياضية أو العلاقات في الجمل التي تعبر عن المسألة •

- ( و ) أنواع الكميات الموجودة في المسألة •  
( ز ) نوع ( مدى range ) الاعداد في المسألة •

ولكى يبين تأثير العامل ه على صعوبة المسألة ثبت العوامل الأخرى  
واستخدم طريقة التعليم المبرمج ليضبط عن قصد أحوال المتغيرات  
( المواد ) التعليمية للتلميذ •

## ٢ - طريقة المقارنة Comparison method :

هذه الطريقة أعم من الطريقة السابقة حيث يمكن اعتبار طريقة ضبط  
المتغيرات هي إحدى طرق المقارنة • ويمكن أن تصنف هذه الطريقة  
الى النوعين التاليين :

### - طريقة الدراسة المتابعة : Follow up investigations

وهذه الطريقة تستخدم في تحليل بحوث الباحثين الأوائل للتحقق  
عما اذا كانت نفس نتائجهم يتوصل اليها أم لا بمتابعة نفس برامج  
بحثهم كمتابعة بحوث بياجيه مثلا •

## ٢ - طريقة المقارنة لمجموعات ضابطة :

وهذه يمكن تصنيفها أيضا الى النوعين :

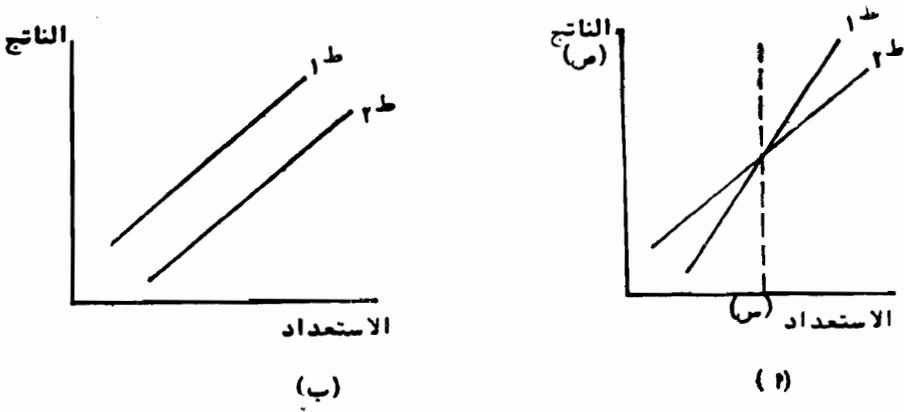
- ( أ ) نفس المحتوى الدراسى ومجموعات مختلفة من التلاميذ •  
( ب ) محتويات دراسية مختلفة ومجموعات متكافئة ( متوازية ) من  
التلاميذ •

فمثلا يمكن استخدام الطريقة ( أ ) لدراسة الفرق بين أوجه التحصيل  
لمجموعتين مختلفتين من التلاميذ يدرس لهم بنفس الطريقة لنفس المحتوى  
الدراسى • وأيضا يمكن استخدامها لمقارنة التلاميذ المتخلفين دراسيا  
والعاديين الذين لهم نفس العمر العقلى فى أوجه تفهمهم لمفاهيم الاعداد •

اما الطريقة ( ب ) فيمكن استخدامها لدراسة الفرق بين تحصيل مجموعتين متكافئتين من التلاميذ اذا درس لهم محتويان دراسيان مختلفان بعوامل مشتركة .

ويوجد ثم طريقة أخرى تعتبر صورة لهاتين الطريقتين وهى طريقة دراسة الفرق بين التحصيل لمجموعتين متكافئتين من التلاميذ باستخدام طريقتين مختلفتين للتدريس . ( تدريس القائي - تدريس بالاكشاف الموجه - تدريس مبرمج ... ) وهنا يكون المحتوى الدراسى بنفس الترتيب المنطقى لنفس المقرر بنفس الاهداف ونفس الزمن .

وقد بين بيكر (٩) ان مثل هذه الطرق مستخدم في دراسات عديدة ولكنها مختصة بالبحث عن افضلية طريقتين أو أكثر بالنسبة لمجموعة واحدة أو مجموعات متكافئة من التلاميذ . ولذا فقد اثار أهمية البحث في فاعلية الطرق المختلفة لانواع مختلفة من التلاميذ حتى يمكن معرفة الطرق المختلفة التى تناسب الفروق الفردية للتلاميذ . ومن ثم فانه يتفق مع كرونباخ في استخدام خطى الانحدار لطريقتين بالنسبة لقدرات واستعدادات التلاميذ لمعرفة فاعلية الطريقتين بالنسبة لمجموعات جزئية من التلاميذ ( القادرين والضعفاء مثلا ) . شكل (١) أ يبين أن كل خط انحدار يناظر طريقة ، وكل خط يمثل معادلة انحدار على الصورة  $v = b + s$  ، حيث  $v$  الجزء المقطوع من محور الصادات ،  $b$  معامل الانحدار لمتغير القدرات أو الاستعداد ،  $v$  ،  $s$  يمثلان على الترتيب متغير الناتج ( التحصيل ) ، الاستعداد ( أو القدرات ) . ويوضح هذا الشكل (١) (أ) : أن المجموعة التجريبية يمكن تجزئها الى مجموعتين جزئيتين الأولى للتلاميذ الأقوياء حيث تفضل لهم الطريقة ط ، التدريس والمجموعة الثانية للتلاميذ الضعفاء حيث تفضل لهم الطريقة ط ، للتدريس . أما شكل (١) ب فيوضح أن الطريقة ط ، هى الأفضل لكل التلاميذ في المجموعة التجريبية عن الطريقة ط .



شكل (١)

### ٣ - طريقة استخدام تحليل رياضي: Method by mathematical analysis:

هذه الطريقة ليست محدودة بالمفهوم الضيق الذي يسمى بالاجرائيات الرياضية الاحصائية Stochastics المستخدمة في التقويم

التربوي ، ولكن تتسع باستخدام الاجراءات الرياضية الخاصة بالبنية الرياضية والطريقة البديهية • وهي تختص بتجريد الأمور التربوية باعطائها أو مماثلتها بتعاريف وبديهيات رياضية ومنها تستخلص بالبرهنة خواص وعلاقات مختلفة تطبق على الأحوال والظواهر التربوية الواقعية •

### ٤ - طريقة الاستبطان : Introspection

هذه طريقة لدراسة دوال الحجة والاستدلال الرياضي بواسطة الاستبطان في عملية التفكير للدارس أو الباحث نفسه • وهي الطريقة التي يتضح منها كيف توصل التلميذ الى فهم المسألة - كيف فشل أو نجح في اختراجه المبدئي - كيف نجح في النهاية في الحصول على فرصة الحل السليم بعد مسارات دائرية detours أو بالمحاولة والخطأ • ومن خواص هذه الطريقة انها تدرس عمليات التفكير بالتفصيل عندما ينجح الفرد على التغلب

على الصعاب الماثلة أمامه والطرق المسدودة dead lock وقد استخدمها الرياضيون في معرفة مراحل الابداع ومنهم بوانكريه ، وهادامارد والتي اعتبرها علماء النفس نواة لدراستهم في هذا المجال ( تيلور (١٠) ) .

كذلك استخدمها سراج (١١) من خبرته الشخصية ومن دراسته في التوصل الى تحليل الأخطاء وتصنيفها بالنسبة لمتغيرات خاصة بعدم الفهم وهي : عدم الوصول الى فكرة — التوصل الى الفكرة الخاطئة — اللف في دورات ( حلقات مفرغة ) going round in circles — خرق الخواص ، أو القوانين — الفشل في الفهم حتى بعد اعطاء التفسيرات والتوضيحات .

ومن جهة أخرى تستخدم هذه الطريقة في عمل المنهج بطريقة بنائية . فمثلا تستخدم في بناء الوحدات البنائية حيث تبني الوحدة من تفاعل التلميذ مع مكونات الوحدة ، وهنا يصل التلميذ الى مستوى التمكن بعد تعمق الباحث في عملية تفهم التلميذ للأفكار الرياضية المختلفة ومساعدته على التغلب على الصعوبات باستخدام مداخل أو اساليب بديلة معروفة للباحث أو يثيرها التلميذ أو يقترحها في بعض الأحيان .

#### ٥ — طريقة تكنولوجيا التعليم : Method of educational technology

وبهذه الطريقة يمكن استخدام الوسائل السمعية والبصرية في تحليل عمليات التفكير للتلميذ . بالاضافة يمكن الاستعانة بشرح أو توضيح دروس الرياضيات للمدرسين الكفاء المسجلة في شرائط فيديو لاستخدامها كمواد في بحوث تنظيم المنهج ، وطرق ( أو تكنيات ) التدريس ، وطرق التقويم للأنشطة الرياضية . كما يمكن عن طريقها استخدام التدريس المصغر في اعداد المدرسين فمثلا يمكن ان تسجل الدروس التي يعطيها الطالب في التربية العملية بغرض عرضها للتحليل والنقد على مجموعات أخرى من الطلبة وذلك لتحسين تدريب واعداد المدرس . ومن المحتمل ان يكون للاجهزة الالكترونية ( والفيديو ) دورا كبيرا في البحوث وفي

التدريس مستقبلاً • وتطبيق نتائج مثل هذه البحوث سوف يؤدي إلى تحسين حيوى فى تدريس الرياضيات للمراحل المدرسية كما يقول كواجوشى •

#### ٦ — طريقة الأسلوب التاريخى للرياضيات التربوية :

Method by historical approach of mathematical education.

وهى طريقة دراسة أوجه نمو الرياضيات التربوية من الماضى البعيد حتى الوقت الحاضر • ويمكن الإستعانة بهذه الطريقة فى تحسين التدريس الحاضر والمستقبلى للرياضيات •

#### ٧ — طريقة التربية المقارنة فى الرياضيات التربوية :

Method by comparative pedagogical approach of mathematical education.

وهى طريقة دراسة الأوجه الحالية للرياضيات التربوية فى البلدان المختلفة للتعرف على المشكلات المختلفة والمشاركة وطرق حلها • وهذه قد تؤدي إلى تحسين تدريس الرياضيات فى بلد معين • وتسهم المؤتمرات المحلية والعالمية فى ترشيد مثل هذه الطريقة •

#### رابعاً : احد الاتجاهات المتميزة فى بحوث الرياضيات التربوية بمصر :

سلمنا فى هذا الاتجاه بوجود تحديث البرامج المطورة فى البلاد المتقدمة والنامية ، والتي كما ذكرنا لم يطرأ عليها الا تعديلات طفيفة سطحية منذ وضعها من سنوات عديدة • وان يكون لهذا التعديل صفة الاستمرارية • ويستلزم ذلك معرفة اعمق واشمل بالرياضيات وخاصة التى تعتبر احدث من التى أدرجت فى هذه البرامج ، وكذلك معرفة تطبيقها ودلالاتها فى النمو الحضارى وبكيفية تعلمها •

وقد سلمنا أيضاً بأهمية وضع أساس نظرى سليم لتعلم وتعليم الرياضيات سواء النامية ( الحديثة والأحدث ) أو التقليدية بالإستعانة بأفكار وآراء افراد متخصصين فى مجالات لها علاقة بتعلم وتعليم

الرياضيات ، خاصة بمن لهم خبرة في تدريس الرياضيات النامية  
ومتخصصين في الرياضيات التربوية بصفة عامة وبتعلم الرياضيات بصفة  
خاصة .

ومن ثم فاننا نهدف في هذا الاتجاه الى :

( أ ) ارساء قواعد نظرية لتعلم الرياضيات أو بالاحرى وضع  
اطار لنظرية في تعلم الرياضيات تتمشى مع طبيعة الرياضيات النامية .

( ب ) تحديث البرامج المطورة عن طريق تبسيط رياضيات تعتبر  
احدث مما ادرجت في البرامج المطورة ولها دلالة في نمو الرياضيات بحيث  
تؤدى الى معرفة اشمل وادق واعمق وأكثر تكاملا في مجالات مختلفة  
للتلميذ .

( ١ ) بالنسبة لتحقيق الهدف الاول :

قد اتيجت لنا فرصة اخذنا فيها خبرة بتدريس بعض من الرياضيات  
الحديثة في الجامعة مثل التوبولوجى العام ، الهندسات المختلفة على أساس  
بديهى سليم ( هندسة المسلمات ) foundations of geometry — الهندسة  
المطلقة ، والهندسية الأقليدية ، والهندسات اللاقليدية ، و الهندسية  
الاسقاطية . ونتج عن ذلك اننا قمنا بعدة دراسات مختلفة : دراسة فاعلية  
طرق مختلفة لتدريس الرياضيات الحديثة بالجامعة ( كما في (١٣) ) ، دراسة  
مستويات التجربة التى تميز الرياضيات النامية (١٣) ، (١٥) ، دور الطريقة  
البديهية axiomatic method فى نمو الرياضيات (١٤) ، (١٦) ،  
دراسة نقدية لوضع الطريقة البديهية ومقترحات بشأن تحسين  
تدريسها (١٤) .

ومن هذه الدراسات لمسنا الحاجة الى دراسة أعمق وأقوى فى تعلم  
الرياضيات . وقد لاحظنا أنه وجد اتجاه حديث فى تحليل العملية التعليمية  
منذ الثورة التى حدثت فى الخمسينيات لادخال الرياضيات الحديثة فى البرامج

المطورة من جهة ، ومنذ الأفكار التي فجرها بياجيه نتيجة لبحوثه في نمو الذكاء والذي استخدم فيها نمو مفاهيم أساسية في الرياضيات الحديثة ( والتقليدية ) • ونشأ من هذا الاتجاه أساليب حديثة في تعلم الرياضيات أو يسميها البعض جواز نظريات في تعلم الرياضيات منها التعلم بالاكشاف لبرونر ، التعلم الموجه لجانيه ، التعلم بالمعنى لاوسابل ، كما تولدت من التعلم بالاكشاف والتعلم بالمعنى أساليب تسمى بالاكشاف الموجه • الا أنه من دراسة الفاعلية التطبيقية لهذه الأساليب المختلفة (١٦) ، (١٧) وجدنا انها لا تلمس الا المستوى البسيط من الأفكار الرياضية الحديثة ( أو التقليدية ) ولا تتناسب طبيعة الرياضيات النامية ومستويات التجريد التي تميزها باستخدام الطريقة البديهية وما يتبعها من أسلوب مميز للتعميم والتوحيد • ومن ثم قمنا بسلسلة من الدراسات • ابتدانا بدراسة تحليلية للأساليب الحديثة في تعليم الرياضيات حول اربع متغيرات أساسية سيكولوجية وتربوية وتوضيح جذور هذه الأساليب في علم النفس ونظرية المعرفة (١٦) • ومن هذه الدراسة اتضحت الحاجة الى بناء أسلوب جديد يوحد ويكامل بين هذه الأساليب ويتمش مع طبيعة الرياضيات النامية التي اهملتها هذه الأساليب وتطويعها للتعليم •

ومن ثم اتبعنا هذه الدراسة بدراسة اشمل حيث قمنا بتحليل الأساليب الحديثة حول متغيرات أخرى ( ست متغيرات غير الأربعة السابقة ) تخص عملية التدريس وطبيعة الرياضيات النامية وخصائص التلميذ • ووضعنا اطارا لأسلوب جديد في تعلم الرياضيات يعتبر نواة لنظرية تعلم الرياضيات حيث ناقشنا فيه مبادئها (١٧) • كما قدمنا تطبيقا للأسلوب الجديد الذي بنيناه في تدريس احد التركيبات الرياضية المجردة (١٨) عام ١٩٨٠ •

### ( ب ) بالنسبة للهدف الثانى :

البحوث التي قمنا وما نزال نقوم بها ( مع طلاب البحوث ) لتحقيق هذا الهدف تبين الفاعلية التطبيقية للأسلوب الجديد الذى بنيناه في تعلم

الرياضيات من جهة ، ومن جهة أخرى يفجر الجمود الذي لازم البرامج المطورة في المرحلة الثانوية عن طريق تقديم رياضيات عالية ذات دلالة في نمو الرياضيات وتساعد التلميذ على تفهم أعمق واشمل لموضوعات في متناول يده . أو قد تكون لها صبغة جمالية ابداعية منطقية تشحذ النواحي الخلاقة للتلميذ وتساعد على معايشة الروح الرياضية المتجددة وتذوق جمالها . ومسألة تبسيط مثل هذه الرياضيات لتناسب تلميذ المرحلة الثانوية ليست بالأمر السهل . وذلك لان معظم مراجعها مكتوبة لطالب الجامعة أو الدراسات العليا . وقد يكون لافكارها جذور بدائية يمكن ان نجعلها ملموسة لتلميذ المرحلة الابتدائية الا انه يصعب معالجتها بشيء من الشكلية والصرامة لتلميذ المرحلة الثانوية ( أو الاعدادية ) . وعلى ذلك فتتعاقل تلميذ المرحلة الثانوية مع البرنامج أو الوحدة التي تحوى الأفكار الاساسية لها ( للرياضيات النامية ) أمر هام . ومن ثم فقد اتبعنا في معظم هذه البحوث عمل وحدات بنائية ( كما اقترح رومبرج وديفولت وبين فاعليتها كنج (١٩) ) . حيث تبني الوحدة في بادئ الأمر مع عينة صغيرة ( ٣ - ٦ ) تلاميذ . ويكون الباحث فيها قريب من التلميذ . لا يهمله فقط ان يصل التلميذ الى مستوى التمكن بأعطاء وقت أطول أو استخدام توضيحات ووسائل . ولكنه عن طريق الاستبطان في أسباب أخطاء التلميذ واستجاباته للأفكار المختلفة وفي اساليب معالجة الأخطاء ، تعدل في كل خطوة اجزاء الوحدة . كذلك تتحدد أى المداخل الرياضية يفضلها التلميذ . وقد يكون للتلميذ نفسه دور في اقتراح يثير البدائل المختلفة لتقديم أو سير الفكرة الرياضية وفي رفضها أو قبولها وعلى ذلك فالتقويم البنائى للوحدة ليس فقط التقويم الشكلى الكتابى ( اختبارات بأى صورة . . . . ) ، ولكن بالمقابلة أو الاستبطان واستخدام أسئلة شفوية يقدمها الباحث أو يثيرها التلميذ أو من أعمال يطلب من التلميذ عملها . وقد يستعان بعمل بروفيل لكل تلميذ أو حساب الدالة المتميزه لاخذصور فكلية ومفصلة عن التقويم . ثم تجرب الوحدة استطلاعيا على عينات أكبر كما في الوحدات المعادية . ومن البحوث التي اجريت ( أو مازالت تحت البحث ) في هذا الاتجاه : أى في تبسيط الرياضيات النامية لتلميذ المرحلة الثانوية أو الاعدادية :

١ — بحث في تقديم التكامل عن طريق نظرية القياس لتلميذ المرحلة الثانوية (٢) • وفيه يقدم تكامل أعم واحداث من التكامل الريمانى الموجود فى البرنامج المطور وهو تكامل ليبيه • وتقديم هذا الموضوع يتمشى مع مبادئ الاسلوب الجديد الذى بنيناه فى تعلم الرياضيات • أى أن هذا البحث يعكس فاعلية المدخل الرياضى والفاعلية التطبيقية لهذا الاسلوب الحديث كطريقة متكاملة فى التدريس • ومن جهة أخرى فهو مجرد معلومات التلميذ فى مجالات القياس المتعددة التى قابلها ( الطول — المساحة — الحجم — الوزن — الاحتمال ) ويكاملها فى ذهنه •

٢ — تبسيط نظرية تصنيف السطوح لتلميذ المرحلة الثانوية • هذا البحث يقدم تطويرا لتدريس الهندسة بادخال شكل جديد من الهندسة يمتد جذوره فى موضوعات للرياضيات النامية مثل التوبولوجى التجميى ، التوبولوجى الجبرى ، التوبولوجى الهندسى ، بجانب انه يعكس الروح الجديدة فى البحث فى الرياضيات كما يقدمها الرياضى الخلاق المعاصر زيمان وله صبغة هندسية جمالية •

٣ — تحسين تدريس الهندسة الفراغية لتلميذ المرحلة الثانوية عن طريق تبسيط الهندسة الاسقاطية وهندسة المسلمات وهذا يعطى فكرة عن توظيف الرياضيات الحديثة فى اصلاح عيوب الرياضيات التقليدية وبنائها على أساس بديهى سليم • بجانب إعطاء فكرة عن نوع من الهندسات له صبغة جمالية ومنطقية وتطبيقية • كذلك الاستعانة بأجهزة تركيبية ووسائل لتحسين الادراك الفراغى للتلميذ •

٤ — تطوير تدريس الهندسة الاقليدية المستوية بالمرحلة الاعدادية بتوضيح الأساس البديهى لها باستخدام النمو التاريخى للطريقة البديهية (أو النمو الرجعى للطريقة البديهية) • وهى طريقة اقترحها احد الرياضيين المعاصرين شيباتا • مع الاستعانة بوسائل وأجهزة تركيبية لمساعدة التلميذ على اكتشاف المفاهيم والأفكار الهندسية •

٥ - تبسيط الاحتمالات لتلميذ المرحلة الاعدادية مع توضيح الاساس البديهي لها وأهميتها التطبيقية خاصة في نمو مفاهيم الاحصاء عن ( طريق المتغير العشوائي ودوال التوزيع ) • مع الاستعانة بوسائل وأجهزة تركيبه لمساعدة التلميذ على اكتشاف المفاهيم والأفكار الأساسية للاحتتمالات •

٦ - مدخل لتقديم الهندسة التحليلية عن طريق تركيب متجه الفراغ في بعد وبعدين وثلاث أبعاد (٣١) • وتقديم الهندسة التحليلية عن طريق المتجهات في البرامج المطورة يقدم في مرحلة متأخرة في الهندسة التحليلية حيث تستخلص بعض أفكار المتجهات من افكار أولية في الهندسة التحليلية اخذها التلميذ من قبل ، أما في هذا البحث فان أفكار المتجهات وتجريدها الى متجه الفراغ يكون مستقلا عن المعلومات الأولية في الهندسة التحليلية والتي تنبى بطريقة منطقية من البعد الأول على أساس الأفكار الأساسية للمتجهات ( كالمتجهات المستقلة والمعتمدة خطيا ، المجموع الخطى للمتجهات ) •

وبهذا يسهم بناء النظرية في الرياضيات التربوية في تحسين تعليم الرياضيات والتطوير المستقبلي في مناهج الرياضيات بما يتمشى مع خصائص الرياضيات النامية والتطلعات الاجتماعية في ظل الدراسات التربوية والنفسية وفي ظل تقدم الرياضيات ذاتها •

## المراجع :

1. A. G. Howson : «Developments in Mathematical Education». Cambridge University Press, 1973.
2. H. B. Griffiths (et al) : «Mathematics, Society, and Education.» Cambridge University Press, 1974.
3. E. G. Begle : «The role of Research in the Improvement of Mathematics Education. Proceedings of the first International Congress on Mathematical Education (ICME).» 1969.
4. J. P. Becker : «Some aspects of Mathematics Education Research in the United States. Journal of Japan Society of Mathematical Education. (JSME). Special Issue, 1971.
- ٥ — الحلقة السنوية لمركز تطوير تدريس العلوم جامعة عين شمس حول « دور البحث العلمى التربوى فى مصر فى تطوير التربية العلمية وتدريس العلوم والرياضيات » ١٩٨٠ \*
- ٦ — د. نظلة حسن أحمد خضر « نحو بناء أسلوب جديد فى تعلم وتعليم الرياضيات » مؤتمر تعليم الرياضيات ما قبل الجامعة ، القاهرة . ١٩٨٠ .
7. T. Kawagachi : «Training of Mathematics Teachers in Japan.» (JSME), 1971.
8. E. Begle & J. Wilson : «Evaluation of Mathematics Programs.» (JSME), 1971.
9. J. Becker : «Research in Mathedatics Education». The Role of Theory and Apptitude Treatment Interaction.» (JSME), 1971.
10. C. Taylor : «Scientific Creativity». John Wiley, 1963.
11. Sarage : «How we do Mathematics.» Lecture read at Faculty of Education, Ain Shams University, 1977.

12. D. Bock : «Contributions of Multiple variate Experimental Designs to Educationnal Research.» Chapter 28 in Handbook of Multivariate Experimental Psychology, (ed) Reymond B Cattell, Chicago, Rand McNally, 1966.

١٣ — د. نظلة حسن أحمد خضر « فاعلية طريقتين لتدريس الرياضيات الحديثة بالجامعة » ، مجلد كلية البنات العاشر ١٩٧٩ .

١٤ — د. نظلة حسن أحمد خضر « دور الطريقة البديهية في الرياضيات الحديثة ( والاحداث ) والتضمين التربوى لها » صحيفة التربية العدد الاول ١٩٧٧ .

١٥ — د. نظلة حسن أحمد خضر « أصول تدريس الرياضيات » عالم الكتب ١٩٧٤ .

١٦ — د. نظلة حسن أحمد خضر « دراسة تحليلية لاساليب حديثة في تعلم الرياضيات » مذكرة غير منشورة ، كلية التربية جامعة عين شمس .

١٧ — د. نظلة حسن أحمد خضر « نحو بناء أسلوب جديد في تعلم وتدريس الرياضيات » أعمال وتوصيات مؤتمر تعليم الرياضيات لمرحلة ما قبل الجامعة القاهرة ديسمبر ١٩٨٠ .

١٨ — د. نظلة حسن أحمد خضر : « حول تعلم الرياضيات » مذكرة غير منشورة كلية التربية جامعة عين شمس . ( او البحث الأول في هذا الكتاب )

19. I. King : «A Formative Development of an Elementary School Unit on Proof.» (JPME), I, 1973.

٢٠ — عبد اللطيف الجزار « مدخل مقترح لتدريس التكامل — بواسطة مفاهيم نظرية القياس » ، رسالة ماجستير — كلية البنات جامعة عين شمس ١٩٧٧ .

٢١ — مصطفى عبد السميع : « فاعلية تدريس الهندسة التحليلية بالمتجهات في الصف الاول من المرحلة الثانوية » رسالة ماجستير — كلية التربية جامعة عين شمس ١٩٧٦ .

22. Proceedings of the 4-th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Part (A) on «Teaching and Learning Mathematics» - Berkeley, California, August 16-17, 1980.

23. Journal for Research in Mathematics Education, No. 1, 1978 & No. 4, 1980.

( م ٦ — دراسات تربوية )

