غرائب الارقام الهندية

بقلم الاب انطون صالحاني اليسوعي

اثبتنا في «المشرق» ، في عدد كانون الثاني من هذه السنة ، مقالة عن غرائب الإرقام الهندية راقت في نظر القراء. وقد اطلعنا في المجلة الفرنسية «الطبيعة» La Nature في العدد ٢٨٢٣ على تعليل للغريبة الاولى احببنا ان نزفّه الى قرائنا مع اضافة بعض الشروح.

قالت المجلة الفرنسية ، بإمضاء المسيو تيبو E. Thibout :

لا نجد في العدد ١٤٢٨٥٧ وفي ثبات ارقامه وترتيبها شيئاً من الغرابة اذا ضربناه بالارقام ٢ او ٣ او ٤ او ٥ او ٦ ، ولا غرابة ان يكون الحاصل ست تسعات اذا ضربناه بالرقم ٧

اذا قسمنا هذا العدد ١٤٢٨٥٧ الى شطرين متساويين : الواحد ١٤٢ والآخر ٨٥٧ وجدنا ان مجموع الرقم الذي هو في اعلى مرتبة في الشطر الواحد مع رقم اعلى مرتبة في الشطر الآخر يساوي ٩ ، وكذلك في ارقام المرتبتين الاخريين :

١ + ٨ = ٩   ٤ + ٥ = ٩   ٢ + ٧ = ٩

فالعدد ١٤٢٨٥٧ هو دور الكسر العشري المساوي للكسر الدارج $\frac{١٤٢٨٥٧}{٩٩٩٩٩٩}$ ومعلوم ان هذا الكسر الدارج يساوي $\frac{١}{٧}$ لانّ ٩٩٩٩٩٩ | $\frac{١٤٢٨٥٧}{٧}$

فاذا ضربنا ١٤٢٨٥٧ بالرقم ٧ كان الحاصل ٩٩٩٩٩٩ ، وهكذا يُعلَّل الجزء الثاني من الغريبة الاولى .

ثم اذا حولنا الكسر الدارج $\frac{١}{٧}$ الى كسر عشري ، وجدنا ان كلًّا من البواقي الجزئية هو انقص من الرقم ٧ ، واليك العملية :

١ ∣ ٧
٠,١٤٢٨٥٧ ١٤٢٨٥٧ ...
١٠
٣٠
٢٠
٦٠
٤٠
٥٠
١٠
٣٠
٢٠
....

فالباقي الجزئي الاول هو ٣ والثاني ٢ والثالث ٦ والرابع ٤ والخامس ٥ ثم يعود الدور اذا تابعنا القسمة الى ما لا نهاية له. فترى ان كلًّا من البواقي الجزئية هو انقص من ٧ . فاذا حوّلنا الكسور الدارجة $\frac{٢}{٧}$؛ $\frac{٣}{٧}$؛ $\frac{٤}{٧}$؛ $\frac{٥}{٧}$؛ $\frac{٦}{٧}$ الى كسور عشرية كان كلٌّ من الاعداد المقسومة ٣٠ ٢٠ ٦٠ ٤٠ ٥٠ مساوياً لاحد المقسومين الجزئيين في القسمة السابقة . ومن ثم لا بد من ان يكون في ارقام الخارج الارقام ذاتها ١٤٢٨٥٧ لكن مختلفة الترتيب :

٢ ∣ ٧	٣ ∣ ٧	٤ ∣ ٧	٥ ∣ ٧	٦ ∣ ٧
٢٠ ٠,٢٨٥٧١٤	٣٠ ٠,٤٢٨٥٧١	٤٠ ٠,٥٧١٤٢٨	٥٠ ٠,٧١٤٢٨٥	٦٠ ٠,٨٥٧١٤٢
٦٠	٢٠	٥٠	١٠	٤٠
٤٠	٦٠	١٠	٣٠	٥٠
٥٠	٤٠	٣٠	٢٠	١٠
١٠	٥٠	٢٠	٦٠	٣٠
٣٠	١٠	٦٠	٤٠	٢٠
٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
.....	.....	.....	.....	.....

فاذا ضربنا العدد ١٤٢٨٥٧ بالرقم ٢ كان الحاصل ٢٨٥٧١٤ ؛ وان بالرقم ٣ كان الحاصل ٤٢٨٥٧١ ، وان بالرقم ٤ كان الحاصل ٥٧١٤٢٨ ؛ وان بالرقم

٥ كان الحاصل ٧١٤٢٨٥ ؛ وان بالرقم ٦ كان الحاصل ٨٥٧١٤٣ . فارقام الحواصل هي ذاتها لكن مختلفة الترتيب . وهكذا يطل الجزء الاول من الغرابة الاولى . وليس ثمَّ غرابة بل عملية حسابية بسيطة

وهذا ليس خاصاً بالكسر $\frac{١}{٧}$ ، لكن يجري على كل كسر تتم فيه الشروط ذاتها . مثلاً $\frac{١}{١٧}$ فانّ دور الكسر العشري المساوي لهذا الكسر الدارج هو :

٠,٠٥٨٨٢٣٥٢٩٤١١٧٦٤٧

فاذا قسمنا هذا العدد الى شطرين متساويين احدهما ٠٥٨٨٢٣٥٢ ، والآخر ٩٤١١٧٦٤٧ فان الرقم في اعلى مرتبة في الشطر الواحد مع رقم اعلى مرتبة في الشطر الآخر يجمعان على ٩ ، وهلمّ جرّاً في سائر الارقام بالتتابع كما يلي :

٩ = ١ + ٨ ٩ = ١ + ٨ ٩ = ٤ + ٥ ٩ = ٩ + ٠

٩ = ٢ + ٧ ٩ = ٥ + ٤ ٩ = ٣ + ٦ ٩ = ٢ + ٧

فاذا ضربنا هذا الكسر العشري ٠٥٨٨٢٣٥٢٩٤١١٧٦٤٧ بأحد الارقام من ٢ الى ١٦ كانت ارقام الحواصل هي ذاتها كما في العدد المضروب ، لكنها مختلفة الترتيب . واذا قسمنا كلًّا من هذه الحواصل الى شطرين متساويين كان مجموع كل رقمين متوازيين في المرتبة يساوي ٩ . واذا ضربنا الكسر العشري بالعدد ١٧ كانت ارقام الحاصل كلها تسعات اي ست عشرة تسعة

والكسر الدارج $\frac{١}{١٩}$ يساوي الكسر العشري ٠,٠٥٢٦٣١٥٧٨٩٤٧٣٦٨٤٢١ فاذا قسمنا هذا الكسر العشري شطرين ٠٥٢٦٣١٥٧٨ ثم ٩٤٧٣٦٨٤٢١ ، فان الرقم في اعلى مرتبة في الشطر الواحد مع الرقم في اعلى مرتبة في الشطر الآخر يساوي ٩ ، وكذلك سائر الارقام بالتتابع في كلا الشطرين . فاذا ضربنا هذا الكسر العشري باحد الارقــام من ٢ الى ١٨ كانت ارقام الحواصل هي ذاتها كما في العدد المضروب لكن مختلفة الترتيب . واذا قسمنا كلًّا من هذه الحواصل الى شطرين متساويين كان مجموع كل رقمين متوازيين في المرتبة يساوي ٩ وان ضربنا الكسر العشري بالعدد ١٩ كان الحاصل مؤلفاً من ١٨ تسعة .

والكسر الدارج $\frac{١}{٢٣}$ يساوي العشري : ٠,٠٤٣٤٧٨٢٦٠٨٦٩٥٦٥٢١٧٣٩١٣

فاذا قسمناهُ شطرين متساويين ٠٤٣٤٧٨٢٦٠٨٦ ثم ٩٥٦٥٢١٧٣٩١٣ نجد فيه ما وجدناه في الامثلة السابقة . فاذا ضربناه باحد الارقام من ٢ الى ٢٢ كانت الارقام في جميع الحواصل هي ذاتها كما في العدد المضروب ، لكن مختلفة الترتيب. واذا قسمنا كلًّا من هذه الحواصل الى شطرين متساويين كان مجموع كل رقمين متوازيين في المرتبة يساوي ٩. واذا ضربنا هذا الكسر العشري بالعدد ٢٣ كانت ارقام الحاصل اثنتين وعشرين تسعة. مثلًا:

٠٤٣٤٧٨٢٦٠٨٦٩٥٦٥٢١٧٣٩١٣	وايضاً :	٠٤٣٤٧٨٢٦٠٨٦٩٥٦٥٢١٧٣٩١٣
٣		٢
١٣٠٤٣٤٧٨٢٦٠٨٦٩٥٦٥٢١٧٣٩		٠٨٦٩٥٦٥٢١٧٣٩١٣٠٤٣٤٧٨٢٦

وهلمَّ جرًّا في ضرب العدد المذكور بالارقام ٤ او ٥ او ٦ الخ الى العدد ٢٢ واذا ضربته بالعدد ٢٣ كانت الارقام في الحاصل اثنتين وعشرين ٩

٠٤٣٤٧٨٢٦٠٨٦٩٥٦٥٢١٧٣٩١٣
٢٣
____
١٣٠٤٣٤٧٨٢٦٠٨٦٩٥٦٥٢١٧٣٩
٠٨٦٩٥٦٥٢١٧٣٩١٣٠٤٣٤٧٨٢٦
____
٠٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩٩

ويمكننا ان نبين هذه الحقيقة ايضاً في الكسر الدارج $\frac{١}{٢٩}$ وفي ما يساويه من الكسر العشري الذي هو ٠,٠٣٤٤٨٢٧٥٨٦٢٠٦٨٩٦٥٥١٧٢٤١٣٧٩٣١

النتيجة هي انه ليس هنا الا عملية حسابية.

واليك الآن بعض عمليات تظهر لك غريبة في نظام الارقام :

١٢٣٤٠٠٠٠٠١٢٣٤ = ١٦٠٤٣ × ٧٦٩٢٣٠٧٧
١٢٣٤٠٠٠٠٠١٢٣٤ = ٥٧٨٣٦٩ × ٢١٣٣٥٨٦
١٢٣٤٠٠٠٠٠١٢٣٤ = ١٦٤١٢٣ × ٧٥١٨٧٩٧
١٢٣٤٠٠٠٠٠١٢٣٤ = ١٧٦٤٦٣ × ٦٩٩٣٠٠٧

واليك عمليات ليست اقلَّ غرابةً :

تصحيح غلط : الصفحة ١٨٠ سطر ١ و ٣ ضع ٢٣١ بدل ٢٣١٠ و ٢٥٢ بدل ٢٥٢٠

۱۲۳ ۱۲۳ ۱۲۳ ۱۲۳ = ۲۳۱۰ × ۵۳۳۰۰۰۵۳۳
۲۳۴ ۲۳۴ ۲۳۴ ۲۳۴ = ۱۳۸۶ × ۱۶۱۰۰۰۱۶۱
۱۲۱ ۲۱۲ ۱۲۱ ۲۱۲ = ۲۵۲۰ × ۴۸۱۰۰۰۴۸۱

فكيف نعلل هذه الغرائب ؟

خذ عاملين احدهما غريب مثلاً ۱۰۰۰۰۰۰۰۱ وعاملاً آخر مثلاً ۱۲۳۴ فمن الواضح اننا اذا ضربنا هذين العاملين كان الحاصل ۱۲۳۴۰۰۰۰۰۱۲۳۴ فاذا حللنا كلًّا من عاملي هذا الضرب الى عوامل اصغر وجدنا :

۱۰۰۰۰۰۰۰۱ = ۷ × ۱۱ × ۱۳ × ۱۹ × ۵۲۵۷۹ ، وان حللنا العامل الثاني ۱۲۳۴ الى عوامل اصغر وجدنا ۱۲۳۴ = ۲ × ۶۱۷ فلدينا سبعة عوامل جزئية يمكننا ان نؤلف منها ٦۳ عملية ضرب يختلف في كل منها عدد العوامل او نوعها لا ترتيبها فقط ، فتعطينا كلها الحاصل ذاته ۱۲۳۴۰۰۰۰۰۱۲۳۴ مثلاً ۷ × ۱۱ = ۷۷ فهذا الحاصل هو عامل اول. ثم:

۱۳ × ۱۹ × ۵۲۵۷۹ × ۲ × ۶۱۷ = ۱۶۰۲۵۹۷۴۰۴۲

فهذا الحاصل ۱۶۰۲۵۹۷۴۰۴۲ هو عامل ثانٍ . فاذا ضربنا هذا العامل الاخير بالعامل ۷۷ كان الحاصل ۱۲۳۴۰۰۰۰۰۱۲۳۴ .

واليك مثلاً آخر ۱۹ × ۱۳ = ۲۴۷ هذا عامل اول لعملية ضرب . اما العامل الثاني فهو ۷ × ۱۱ × ۵۲۵۷۹ × ۲ × ۶۱۷ = ۴۹۹۵۹۵۱۴۲۲ فقد ألّفنا من سبعة عوامل جزئية عاملين. فاذا ضربنا الواحد بالآخر كان الحاصل

۲۴۷ × ۴۹۹۵۹۵۱۴۲۲ = ۱۲۳۴۰۰۰۰۰۱۲۳۴

ويمكننا ان نركب من العوامل الجزئية المذكورة ثلاثاً وستين عملية ضرب مختلفة العوامل يكون الحاصل فيها كلها هذا العدد ۱۲۳۴۰۰۰۰۰۱۲۳۴

فلو افترضنا شخصاً غير مطّلع على الطريقة التي شرحناها ، ورأى ثلاثاً وستين عملية ضرب مختلفة العوامل تُعطي الحاصل ذاته ، استغرب ذلك ؟ وليس ثمّ ما يُستغرب