أثر الأصابع في العد[1]

عشرُ دوراتٍ للقمر كانت تؤلف السنة الرومانية ،
وكان ينظر إلى هـذا العدد نظرة احترام عظيم ،
وربما كان السبب احتياجنا إلى العـدّ على الأصابع ،
أو لأن المرأة تلد بعد مضاعف خمسة أشهر ،
أو لأن الأعداد تكبر حتى تصل إلى العشرة ،
ثم تبدأ مجدّداً من الواحد بإيقاعها المنتظم .

« مترجمة عن الجزء الثالث من قصيدة
فاستي للشاعر الروماني أوفيـد[2] »

(١)

يملك الإنسان حتى في مراحل تطوّره الدنيا ملكة سأسميها « حاسة العدد » ، إذ لم أجـ
اسماً أحسن من هـذا الاسم . وهذه الملكة تساعده أن يعرف أن شيئاً ما قد طرأ على مجموعـ
صغيرة ، فغير فيها ، وذلك إما بأخذ شيء منها ، وإما بإضافة شيء إليها من غير علم منه .

ويجب ألّا يُخلَط بين « حاسـة العدد » و « العدّ » الذي هو في الأرجح ثمرة متأخر
جـداً ، ويتضمن كما سـنرى عملية فكرية لا تبرأ من التعقيد . والعدّ بحسب ما بلغه علمنا أم
خاص بالإنسان وحدَهُ ، ولـكن بعض أنواع الحيوان يملك على ما يظهر حاسـة بدائية للعد
قريبةً من حاستنا ، أو هذا هو على الأقل رأي ذوي الكفاية من ملاحظي سلوك الحيوان .

ويدعم هذه النظرية طائفة قيمة من البراهين . مثال ذلك : أن لدى الكثير من الطيو
حاسةً للعدد كهذه ، فإذا احتوى عش على أربع بيضات ، أمكن أخذ واحدة منها بأمان . أ

---

(١) مترجم من كتاب « العدد لغة العلم Number The language of Science » تأليف « توبياس دانتزيك Tobias Dantzig أستاذ الرياضيات في جامعة ميريلاند في الولايات المتحدة الأمريكية » .

(٢) « أوفيد » شاعر روماني عاش في الفترة (٤٣ ق . م — ١٨ ب . م) ، نظم قصيـدة باللغة اللاتينية من ستة أجزاء ، وسماها « فاستي » .

إذا أخذت أنثيان ، فالطائر يفرّ في الغالب ، فهو يستطيع بطريقة لا يمكن تعليلها أن يميّز بين الأثنين والثلاثة . ولكن الملكة ليست مقتصرة بوجه من الوجوه على الطيور وحدها . والواقع أن أغرب مثال نعرفه هو عن حشيرة تسمى (Solitarywasp وهي من نوع الزنابير) . فالزنبورة الأم تضع بيضها في خلايا مستقلة ، وتمد كل بيضة بعدد من اليساريع « Caterpillars » ليعيش عليها الصغار عندما ينفقس عنها البيض . ولكن عدد الضحايا التي تزود أمهات كل نوع خلاياها بها ثابت ثباتاً عجيباً . فبعض الأنواع يقدّم خمسة يساريع ، وبعضها يقدّم أثني عشر يسروعاً ، وآخر يصل إلى ٢٤ يسروعاً للخلية الواحدة . ولكن أغرب من ذلك كله ما يصنعه النوع المسمى (جينوس فيومينوس Genus Fumenus) ، وهو نوع يكون الذكر فيه أصغر جداً من الأنثى . فالأم تميز بطريقة خفية ما ستنفقس عنه البيضة من ذكر أو أنثى ، وبموجب ذلك تعين كمية الطعام ، فهي لا تغير نوع الفريسة أو حجمها . ولكنها تمد البيضة بخمس ضحايا إن كانت ذكراً ، وبعشر إن كانت أنثى .

إن الانتظام في عمل الزنبور وحقيقة كون هذا العمل يرتبط بوظيفة أساسية في حياة الحشرة ، يجعل هذه الحالة الأخيرة أقل إقناعاً لنا من الحادثة الآتية التي يظهر منها أن العمل الذي يقوم به الطائر فيها يتاخم منطقة الشعور :

أراد سيّد أن يقتل غراباً عشش في برج المراقبة في مقاطعته ، وحاول مباغتته مراراً ، فأخفق ، وذهبت محاولاته كلها سدى . ذلك أن الغراب كان يغادر عشه عند أقتراب الرجل ، ويقف محترساً على شجرة بعيدة ، حتى إذا فارق الرجل البرج ، عاد إلى عشه . وتفتق ذهن السيّد ذات يوم عن حيلة ، بأن أدخل في البرج رجلين ، ثم خرج أحدهما وذهب ، وبقي الآخر داخل البرج ليباغت الغراب . ولكن الغراب لم يخدع ، بل بقي مكانه إلى أن خرج الرجل الآخر . وأعاد الرجل التجربة في الأيام التالية برجلين وثلاثة وأربعة ، ولكن من غير جدوى . وأخيراً أرسل خمسة رجال ، فدخلوا البرج ، ثم خرج أربعة وغادروا المكان ، وبقي

واحد في البرج ، وحينئذ أضاع الغراب حسابه ، فعاد فوراً إلى عشه ، لعدم تميزه بين الأربعة والخمسة .

(٢)

يمكن إقامة حجتين على مثل هذا الدليل : الأولى — أن الأنواع التي لديها حاسة عدد كهذه قليلة جداً ، فلم يعثر على مثل هـــذه الملكة لدى الحيوانات اللبونة ، بل هي مفقودة على ما يظهر حتى عند القرود . والثانية — أن حاسة العدد عند الحيوانات في جميع الحالات المعروفة هي من ضيق النطاق بحيث يمكن إهمالها .

أما الحجة الأولى ، فلها وزنها . وإنه لأمر عجيب حقاً أن تكون ملكة معرفة العدد مقصورة على بعض الحشرات والطيور والإنسان ، وقد أخفقت جميع التدقيقات والتجارب التي أجريت على الكلاب والخيل والحيوانات الأليفة الأخرى في إظهار أية حاسة عدد عندها !

أما الحجة الثانية ، فقيمتها ضئيلة ، لأن نطاق حاسة العدد عند الإنسان أيضاً ضيق جداً . ففي كل حالة واقعية اقتضت الرجل المتحضر أن يبصر عدد نراه بصورة شعورية أو لاشعورية ، يساعد الحس المباشر بالعدد عنده بوسائل ، كقراءة النماذج المماثلة ، أو التصنيف الذهني ، أو العد . والعد بصورة خاصة ، صار جزءاً مكملاً لجهازنا الفكري ، بحيث أصبحت معه الفحوص لحاسة العدد محاطة بصعوبات عظيمة . ومع ذلك حصل شيء من التقدم ، فقد أدت التجارب الدقيقة إلى نتيجة لا تقبل الجدل ، وهي أن الحس بالعدد — بالإبصار المباشر لدى الرجل الاعتيادي المتحضر — قلما يتجاوز الأربعة . أما بحاسة اللمس ، فهو أضيق نطاقاً من ذلك .

ودراسات أحوال الانسان في الأقوام البدائية تعزز هذه النتائج تعزيزاً عجيباً ، فقد أظهرت أن الأقوام الهمجية التي لم تبلغ بعد مرحلة العد على الأصابع ، تكاد تكون محرومة بالكلية من أي احساس بالعدد . وهذه هي الحالة لدى قبائل عديدة في أستراليا وفي جزر البحر الجنوبي وفي أمريكة الجنوبية وإفريقية . و (كر Curr) الذي قام بدراسات واسعة لأستراليا البدائية ، يعتقد أن قليلاً من السكان الأصليين يبلغون بالعد أربعة ، ولا يوجد أستراليا

واحد بين من هم في الحالة الهمجية يصل بالعد الى سبعة . أما جماعة البوشمن في إفريقية الجنوبية ، فليس لديهم من الأعداد إلاّ « واحد » و « أثنان » و « كثير » ، بل هم يلفظون هـــذه الكلمات بشكل مدغم غير واضح بحيث يشك أنهم يقصدون بها معنى معيناً .

ومع وجود أسباب كثيرة تدعو إلى الشك ، فليس ثمة من سبب يدعو الى الأعتقاد أن أجدادنا الأقدمين كانوا أوفر علماً من هؤلاء ، لأن اللغات الأوربية كلها تحمل آثار مثل هذه الحدود الضيقة ، فالكلمة الانكليزية « thrice » مثل الكلمة اللاتينية « ter » تحمل معنيين : « ثلاثة أمثال » و « كثير » . وثمة علاقة بين الكلمات « tres » و « three » و « trans » أي « ما وراء » تعني بالقبول ، ويمكن أن يقال مثل ذلك فيما يتعلق بالكلمة الفرنسية « tres » « جداً » أو « كثير » و « trois » « ثلاثة » .

إن نشوء العدد يختفي وراء حجاب لا يمكن خرقه ، يتغلغل قبل التأريخ بعصور لا يحصى عددها . فهل الفكرة تولدت من التجربة ، أو التجربة كانت مجرد عامل أظهر بوضوح ما كان كامناً في الفكر البدائي ؟ هذا بحث شائق للمتضمين فيما وراء الطبيعة ، وهو لهذا السبب يخرج عن نطاق هذه الدراسة .

وإذا كان لنا أن نحكم على تطور أجدادنا الأقدمين بالحالة العقلية للقبـــائل المعاصرة ، فلا مناص من الجزم بأن البدايات كانت تافهة جداً . حسّ بدائي بالعدد ليس أوسع نطاقاً مما تملكه الطيور ، كان النواة التي نشأت عنها فكرة العدد . ولا ريب في أن الإنسان لو أقتصر على هـذا الإحساس الآني بالعدد ، لما تقدم في فن الحساب أكثر من الطيور . ولكنه بتأثير سلسلة من حالات عجيبة ، تعلّم أن يعاون إحساسه المحدود جداً بالعدد بوسيلة قدر أن يكون لها أثر بالغ في حياته المقبلة . وهذه الوسيلة هي العدّ . فإليه يُعْزَى هذا التقدم الباهر الذي أحرزناه في التعبير عن الكون بدلالة العدد .

(٣)

وفي بعض اللغات البدائيـة ، كلمات لكـل لون من ألوان قوس قُزَحَ ، إلا « اللون » ،

فلا كلمة له فيها . ولغات أخرى فيها أسماء الأعداد ، ولكن ليس فيها كلمة « عدد » . ويصدق ذلك على أفكار أخرى . واللغة الانكليزية غنية في تعابيرها الأصليـــة عن أنواع خاصة من المجموعات : flock سرب ، و herd قطيع ، و set « طقم » ، و lot جلة ، و bunch حزمة ... تستعمل في حالات خاصة . ومع ذلك فالكلمتان : Collection مجموعـة ، و Aggregate جمهرة ، هما من أصل غريب عنها .

والمحسوسات قد سبقت المجردات . يقول برتراند رسـل : لقد اقتضى مرور أزمنة كثيرة قبل أن يكشف عن أن زوجين من الدراج ويومين هما مثالان للعدد « اثنين » . وحتى في يومنا هذا نجد طرقاً قليلة للتعبير عن اثنين مثل pair و Couple و set و team و twin و brace ... الخ ، ويراد بها كلها الزوجان بحسب مواضعها في الاستعمال .

ونجد في اللغة الثمشية (Themshian) لإحدى قبائل كولمبية البريطانيـة مثالاً عجيباً في بابه عن التطرف في المحسوسات ، ففيها سبعة « أطقمة » متمايزة لأسماء الأعداد ، يستعمل أولها في عد الأشياء المسطّحة والحيوان ، والثاني للأشيـاء المدوّرة والزمن ، والثـالث للرجال ، والرابع للأشـياء الطويلة والأشجار ، والخامس للطوافات (القوارب المنحوتة من الخشب Canoes) ، والسادس للقياسات ، والسابع للعد حين لا يوجد ما يعدّ . وهذا الأخير هو ، في الأرجح ، أحدث تطور . أما الأخرى ، فيجب أن تكون من بقايا أقدم العهود يوم لم يكن رجال العشيرة قد تعلموا العدّ بعدُ .

إن العدد هو الذي أدمج المحسوسات ، وكذلك التصور غير المتجانس عن التعدد ، وهو من خصائص الإنسان البدائي ، بفكرة العدد المجرد المتجانس . وبذلك أصبحت الرياضيـات أمراً ممكناً . ومع ذلك فان من العجب إمكان الوصول إلى فكرة منطقية واضحة الحدود عن العدد من غير التجاء إلى وسيلة العد .

ندخل بهواً ، فنجد مجموعتين من مقاعد ومستمعين ، ونستطيع أن نتحقق من غير أن نعدّ أكانت المجموعتان متساويتين أم لا ، وإن تباينتا فأيهما أكبر ؟ ذلك أنه لو شغل كل

مقعد ، ولم يبق أحد واقفاً ، نعلم من غير عدّ أن المجموعتين متساويتان . ولو شغل كل مقعد ، وبقي نفر من المستمعين واقفاً ، لعلمنا من غير عدّ أن عدد الناس أكثر من المقاعد .

لقد توصلنا الى هذه المعرفة بعملية تسيطر على جميع الرياضيات ، ويطلق عليها اسم « التناظر واحداً لواحد » . وهي تتألف من تخصيص شيء من مجموعة بشيء من مجموعة أخرى ، ويستمر على ذلك حتى تنتهي إحدى المجموعتين أو كلتاهما .

إن فن العدد لدى الكثير من الأقوام البدائية ، يقتصر على مثل هذا التناظر ، فقد كانوا يسجلون قطعانهم وجيوشهم بحزوز تفرض في شجرة ، أو بحصى يجعل أكواماً . أما أن أجدادنا كانوا بارعين في مثل هذه الطرق ، فيشهد عليه اشتقاق كلمتي tally ، ومعناها عدّ ، أو جرد ؛ وكلمة calculate ، ومعناها أحصى . فالأولى مأخوذة من الكلمة اللاتينية talea ومعناها قطع أو حزّ ، والثانية من الكلمة اللاتينية calculus ، ومعناها حصاة [1] .

وعملية التناظر كما نلوح لأول وهلة ليست أكثر من واسطة المقارنة بين مجموعتين ، وأنها ليست قادرة على خلق العدد بالمعنى المجرد للكلمة . ولكن الانتقال من العدد التناظري إلى العدد المجرد ليس صعباً ، فيكفي أن نخلق مجموعات نموذجية تمثل كل منها إحدى المجموعات الممكنة . فيقتصر إذ ذاك تقدير أية مجموعة كانت على اختيار أحد النماذج المتيسرة التي يمكن أن تقارن بالمجموعة المعطاة عضواً عضواً .

ويجد الرجل البدائي مثل هذه النماذج في بيأته الخاصة . فجناحا طائر يمكن أن يرمزا عن العدد اثنين ، وأوراق النفل [2] عن الثلاثة ، وأرجل الماشية عن الأربعة ، وأصابع يده عن الخمسة . ويمكن العثور في الكثير من اللغات البدائية على مثل هذا الأصل لأسماء الأعداد . فإذا ما ابتدع اسم عدد واصطلح عليه ، يصبح بالطبع نموذجاً كالشيء الذي كان يمثله بالأصل . وضرورة التمييز بين اسم الشيء المستعار وما يرمز عن العدد نفسه ، استدعت بالطبع إحداث تغيير في الصوت ، وبمرور الزمن ضاعت من الذاكرة العلاقة نفسها بين الاثنين . ويتعلم

(١) يناظر ذلك في اللغة العربية كلتا : حصى وهي صغار الحجارة ، وإحصاء وهو العد .

(٢) نبت من أحرار البقول ، ثوره أصفر ، طيب الرائحة . الواحدة نفلة .

الإنسان بالتدريج الاعتماد أكثر فأكثر على لغته ، أصبحت الأصوات تحل محل الصور التي تمثلها ، وأخذت النماذج الحسية الأصيلة الصيغ المجردة لأسماء الأعداد . والذاكرة والعادة تعير هذه الصيغ المجردة ما يجعلها كالمحسوسات . وهكذا أصبحت الكلمات الصرفة مقاييس للتعدد .

(٤)

إن الفكرة التي وصفناها الآن تسمى العدد الجملي Cardinal number . فالعدد الجملي يعتمد على قاعدة التناظر ، ولا يعني العد . وليس يكفي في عملية العد أن يكون لدينا صف من النماذج على كونه واسعاً ، بل يجب أن نبدع نظاماً عددياً ، أي أن مجموعة النماذج يجب أن ترتب ترتيباً تصاعدياً ، فتتسلسل بحسب مقاديرها التصاعدة تسلسلاً طبيعياً : واحد ، إثنان ، ثلاثة ... إلخ . فإذا ما أبتدع هذا النظام ، فإن عد مجموعة يعني أن يخصص بكل عضو كلمة في التتابع الطبيعي بتسلسل منتظم حتى تنفد المجموعة . والكلمة المخصصة في التتابع الطبيعي بالعضو الأخير من المجموعة ، تسمى « العدد الترتيبي Ordinal Nnmber » للمجموعة .

والنظام الترتيبي يشبه هيأة السبحة ، ولكن ذلك بالطبع ليس جوهرياً . فالنظام الترتيبي يظهر للوجود حين تحفظ الذاكرة الأسماء القليلة الأولى للأعداد بتسلسلها المرتب مع إبداع خطة صوتية للانتقال من أي عدد أكبر الى الذي يليه .

ولقد علمنا أن الانتقال من العدد الجملي إلى العدد المرتب سهل سهولة تجعل المظهرين يلوحان شيئاً واحداً . فلأجل وجدان تعداد مجموعة ـ أي عددها الجملي ـ لم نعد نعبأ بتاتاً بالبحث عن مجموعة نموذجية نجري المقارنة معها ، بل نعدها . ويعزى تقدمنا في الرياضيات إلى تعلمنا تشخيص المظهرين . فبينما نحن في الواقع نهتم حقاً بالعدد الجملي ، إذا هو ليس بقادر على أن يخلق حساباً . فإن العمليات الحسابية تعتمد على الفرضية المفهومة ضمناً أن في وسعنا على الدوام أن ننتقل من عدد ما الى الذي يعقبه ، وهذا هو جوهر الفكرة الترتيبية .

وهكذا ، لا تستطيع المقارنة وحدها أبتداع فن العد . فلو فقدنا القدرة على تنظيم الأشياء بتسلسل مرتب ، لما أمكن حدوث أكثر من تقسيم تافه . فالتناظر والتسلسل ، وهما المبدآن

اللذان يتخللان كل الرياضيات ، بل كل دائرة التفكير المضبوط ، يتغلغلان في صميم نظامنا العددي .

(٥)

ومن الطبيعي أن نتساءل عند هذه المرحلة : هل كان لهذا التمييز الدقيق بين العدد الجملي والعدد الترتيبي أثر في التاريخ القديم لفكرة العدد ؟ إذ من المغري أن نظن أن العدد الجملي المعتمد على المقارنة وحدها سبق العدد الترتيبي الذي يتضمن المقارنة والترتيب معاً . ولكن أدق التحريات في الثقافات البدائية واللغات ، عجزت أن تظهر مثل هذه الأسبقية ، فحيثما وجد شيء ما من فن العدد وجدت معه كلتا الوجهتين .

على أنه أيضاً حيثما وجد فن للعد ـ جدير بهذا الاسم ـ وجد أن عد الأصابع إما أن يسبقه وإما أن يرافقه ، فقد ملك الإنسان في أصابعه وسيلة ساعدته على الانتقال بصورة غير محسوسة من العدد الجملي الى العدد الترتيبي . فهو إذا أراد أن يبين أن مجموعة ما تتضمن أربعة أشياء ، رفع أو خفض أربع أصابع في آن واحد . أما اذا أراد أن يعد المجموعة نفسها رفع أو خفض هذه الأصابع على التسلسل . ففي الحالة الأولى كان يستعمل أصابعه على النمط الجملي ، وفي الثانية على وفق نظام ترتيبي . وقد وجدت آثار لا تقبل الشك تدل على هذا الأصل للعد في جميع اللغات البدائية فعلاً ، ففي معظم هذه الألسنة يعبر عن العدد خمسة بـ « يد » ، وعن العدد عشرة بـ « اليدين الاثنتين » ، و بـ « رَجُل » أحياناً ، ثم إن أسماء الأعداد الى الأربعة في عدد كبير من اللغات البدائية هي أسماء الأصابع الأربع نفسها .

أما اللغات التي هي أرقى حضارةً ، فقد عانت من التحريف أو التصحيف ما طمس المعنى الأصلي للكلمات . و « طبعات الأصابع » حتى هنا ليست مفقودة . فإن كلة Pontcha السنسكريتية ، ومعناها خمسة ، بأختها الفارسية Pentcha ومعناها يد ، والكلمة الروسية Piat خمسة بالكلمة Piast اليد الممدودة .

والانسان في نجاحه في العدّ ، مدين لأصابعه العشر ذوات المفاصل ، فهذه الأصابع هي

التي علمته كيف يعـــد ، ثم يوسع مجال العدد إلى غير حد . ولم يكن للانسان من غير هـذ الوسيلة أن يتجاوز في فن العد حاسة العـدد البدائية تجاوزاً كثيراً . ومن المستساغ أن نخم أنه لولا أصابعنا لبقي نشوء العدد ثم نشوء العلوم المضبوطة التي ندين لها بتقدمنا المادي والفكر مبتوراً لا أمل في تكامله .

(٦)

ومع ذلك ، ففيما عدا أن أولادنا يتعلمون العدّ على أصابعهم وأننا أنفسنا نلتجيء اليها أحيا كعلامة للتأكيد ، ضاع فن العـــدّ على الأصابع عند الإنسان المتمدن الحديث . فإن ظهو الكتابة سهل العدّيّة ، والتعليم العام أدى الى هجر هذا الفن لانتفاء الحاجة اليه . ومن الطبيعي في الأحوال الحاضرة عندنا أن نبخس الخدمة التي أدتها الأصابع في تأريخ الحساب . فف زمن ليس بأكثر من مئات قليلة من السنوات ، كان العدّ بالأصابع عادةً بلغت من الشيو في أوربة الغربية مبلغاً لا يعد معه كتاب متداول في الحساب كاملاً ما لم يعط تعليمات واف عن هذه الطريقة (أنظر الصورة) .

إن فن استعمال الأصابع في العـدّ وفي إجراء العمليات الحسابية السهلة ، كان يومئذ من صفات الرجل المهذب ، وقد تجلت البراعة العظمى عند إبداع قواعـــد للجمع والضرب على الأصابع . وهكذا نجـد أن الفلاح في أواسط فرنسة (أوفرن Auvergne) يستعمل حتى اليوم طريقة عجيبة في ضرب الأعداد فوق الخمسة . فهو إذا أراد أن يضرب ٩ × ٨ يقبض أصابع من يده اليسرى (وال ٤ هي زيادة ال ٩ على ال ٥) و٣ أصابع من يده اليمنى (٨ــ٥) فعـــدد الأصابع المقبوضة يعطيه رقم العشرات في الحاصل ، وحاصل ضرب الأصابع غير المقبوضة (١ × ٢ = ٢) يعطيه رقم الآحاد . وقد لوحظ وجود مثل هذه الطرائق في أماكن متباعدة مثل بسرابية وصربية وسورية . وحقيقة أن هذه البلدان كانت جميعاً في عهدٍ ما أجزا من الإمبراطورية الرومانية العظيمة يدعو إلى الظن أنها طرائق ذات أصل روماني . ومع ذلك فالعقل يستسيغ بالقوة نفسها الأخذ بأن هذه الطرائق نشأت نشأةً مستقلة ؛ لأن الأحوال

المتشابهة تولد نتائج متشابهة .

والقسم الأعظم من البشرية حتى اليوم يعد بأصابعه ، إذ يجب أن نتذكر أن هذه هي الوسيلة الوحيدة للرجل البدائي في إنجاز حساباته السهلة في حياته اليومية .

(٧)

ما عمر لغتنا العددية ؟ من المستحيل تبيان المدة المضبوطة لنشوء أسماء الأعداد ، ولكن هنالك دليل لا يقبل الخطأ : هو أنها سبقت التأريخ المدوّن بآلاف كثيرة من السنين . ولقد ذكرنا سابقاً إحدى هذه الحقائق ، وهي أن آثار المعاني الأصلية لأسماء الأعداد في اللغات الأوربية قد ضاعت ، مع احتمال استثناء الخمسة . وهذا أمر يلفت النظر ؛ لأن أسماء الأعداد تمتلك ، كقاعدة ، ثبوتاً عجيباً . فبينما أحدث الزمن تغييرات جذرية في جميع المظاهر الأخرى ، نجد أن كلمات الأعداد لم تتأثر فعلاً . وقد استخدم علماء اللغات هذا الاستقرار في تتبع القرابة بين مجموعات من اللغات تدل الظواهر على أنها متباعدة . وندعو القارىء أن يفحص الجدول في آخر هذا الفصل حيث يجد مقارنة بين أسماء الأعداد في اللغات الهندية الأوربية البارزة .

لماذا إذن لم يعثر — على الرغم من هذا الثبوت — على أثر للمعنى الأصلي ؟ إن التفسير المعقول هو أنه بينما بقيت أسماء الأعداد من غير تغيير منذ ظهورها ، طرأ على أسماء الأشياء الأخرى تغيّر تام .

(٨)

أظهرت البحوث اللغوية أن بنيان لغة الأعداد يكاد يكون متشابهاً عند الكل ، فقد تركت أصابع الانسان العشر طابعها الخالد في كل مكان .

والواقع أنه لا مجال للشك في تأثير الأصابع العشر في اختيار أساس نظامنا العددي ، فالعشرة هي أساس العدّ في جميع اللغات الهندية الأوربية ، وكذلك في اللغات السامية والمغولية ومعظم اللغات البدائية ، أي أنه توجد أسماء مستقلة للأعداد الى حد العشرة التي تستعمل بعدها قاعدة المزج حتى تصل الى ال ١٠٠ . وفي جميع هذه اللغات كلمات مستقلة

لـ ١٠٠ ولـ ١٠٠٠ ، وفي بعضها الى وحدات عشرية أعلى ، وأستثناءات ظاهرة مثل eleven أحـد عشر و twelve اثني عشر الانكليزيتين ، ومثل elf أحـــد عشر و zwolf أثني عشر الألمانيتين ، وهذه تعود إلى ein lif و zow lif وكلمة lif في الألمانية القديمة تعني عشرة .

ومن المحقق أنه بالإضافة إلى النظام العشري كان لأساسين عديين آخرين شيء من الأنتشار . ولكن خواصها تطابق الى مدى بعيد طبيعة تعدادنا المشتقة من هيأة الإنسان . وهذان النظامان الآخران هما النظام الخمسي وأساسه ٥ ، والعشريني وأساسه ٢٠ .

ففي النظام الخمسي أسماء مستقلة للأعداد الى حد الخمسة ، ثم يبدأ بالتركيب بعد ذلك (أنظر الجدول في آخر هذا الفصل) . ومن الواضح أنه ظهر بين الأقوام التي كانت لها عادة العدّ على يد واحدة . ولكن لماذا يقصر الإنسان نفسه على يد واحدة ؟ إن التفسير المعقول لذلك هو أن الإنسان البدائي قلما كان يسير من غير سلاح . فاذا ما أراد العد ، وضع سلاحه تحت إبطه الأيسر ، ثم يعد على يده اليسرى مستعملاً يده اليمنى في حسابها . وقد يفسر هـذا لنا لمـاذا يستعمل الناس الأيامن على وجه العموم تقريباً اليد اليسرى في العد .

ولا تزال بعض اللغات تحمل آثار النظام الخمسي ، ولنا أن نعتقـد أن النظام العشري مرّ بمرحلة النظام الخمسي . ويزعم عدد من علماء اللغات أن التعابير عن الأعداد حتى لدى الأقوام الهندية الأوربية هي ذات أصل خمسي ، ويشيرون الى الكلمة اليونانية Pempazein ومعناها العد بالخمسات ، وإلى الخاصية الخمسية التي لاتقبل الشك في الترقيم الروماني . على أنه ليس هنالك دليل آخر من هذا النوع ، وأرجح من ذلك بكثير أن هـذه المجموعة من اللغات مرت بمرحلة عشرينية أبتدائية .

وهذا النظام نشأ لدى القبائل البدائية التي تعد على أصابع رجليها كما تعد على أصابع يديها ، وأبرز مثال لهـذا النظام هو ما يستعمله هنود المايا في أمريكة الوسطى ، فاليوم عند الأزتكيين Aztecs مقسم الى ٢٠ ساعة ، وفرقة الجيش تتألف من ٨٠٠٠ جندي وهي (٢٠ × ٢٠ × ٢٠) .

ومع أن النظم العشرينية الصرفة نادرة جداً ، فان عدداً وافراً من اللغات أمتزج فيها النظامان

العشري والعشريني ، ففي اللغة الانكليزية كلمة Score ومعناها ٢٠ و two score ومعناها عشرينان و three score ثلاث عشرينات ، وفي الفرنسية vignt ومعناها ٢٠ و quatre vingt (٤ × ٢٠) ومعناها أربع عشرينات أي ثمانون . والفرنسيون القدامى يستعملون هذه الصيغة أكثر من غيرها ، ففي باريس مستشفى أنشيء في الأصل ليضم ٣٠٠ جندي أعمى من ضحايا الحروب يحمل الاسم الغريب quenze - vingt (خمسة عشر عشرينا) ، والاسم onze-vingt (أحد عشر عشرينا) يطلق على سرية من عرفاء الشرطة ، وهي تتألف من ٢٢٠ شخصاً .

(٩)

ولدى أقرب القبائل الى الحالة البدائية في أستراليا وإفريقية نظام عددي ليست الـ ٥ أو الـ ١٠ أو الـ ٢٠ أساساً له . إنه النظام الثنائي أي الذي أساسه اثنان . فإن هؤلا المتوحشين لم يصلوا بعد الى العد على الأصابع ، فعندهم أسماء للعدد واحد وللعدد اثنين ، ثم أعداد مركبة الى الستة . وكل شيء أكثر من ستة ، يسمى « كوماً » .

ويدّعي (كر Curr) الذي نقلنا عنه عناسبة ذكر القبائل الأسترالية أن معظمهم يعد بالأزواج ، وأن هذه العادة متأصلة فيهم بحيث أنهم قلما يفتقدون نقصان ديوسين أخذا من صف فيه سبعة ، ذلك أن حسهم بالتماثل أقوى من حسهم العددي .

ومن الغريب أن تجد هذه الأسس البدائية جداً محامياً عنها ـ في العصور الحديثة نسبياً ـ في شخص ليس أقل من ليبنتز . وان التعداد الثنائي لا يتطلب أكثر من رمزين هما (٠) الصفر و (١) الواحد اللذان بهما يمكن أن يعبر عن جميع الأعداد الأخرى كما يبينه هذا الجدول :

النظام العشري	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
النظام الثنائي	١	١٠	١١	١٠٠	١٠١	١١٠	١١١	١٠٠٠

النظام العشري	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦
النظام الثنائي	١٠٠١	١٠١٠	١٠١١	١١٠٠	١١٠١	١١١٠	١١١١	١٠٠٠٠

ومزايا الأساس الثنائي هي أقتصاد في الرموز وسهولة عظيمة في العمليات ، إذ يجب أن نتذكر كل نظام يتطلب حفظ جداول جمع وضرب ، وفي النظام الثنائي يقتصر ١ + ١ = ١٠ و ١ × ١ = ١ . أما النظام العشري فيه ١٠٠ مدخل ، غير أن هذه المزية تنهار أمام فقدان الأختصار ، فالعدد العشري ٤٠٩٦ = ٢^١٢ يصبح عند التعبير عنه بالنظام الثنائي ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ .

وهذا الجمال الروحاني في النظام الثنائي هو الذي دعا ليبنتز أن يهتف قائلاً « الواحد يكفي لخلق كل شيء من لا شيء » . يقول لابلاس : « لقد رأى ليبنتز صورة الخليقة في حسابه الثنائي ... فقد تصور أن الوحدة تمثل (الله) ، والصفر يمثل العدم ، وأن الموجود الأسمى خلق جميع الكائنات من العدم كما تعبر الوحدة والصفر عن جميع الأعداد في نظامه التعدادي . وقد راقت هذه الفكرة ليبنتز حتى نقلها الى كريمالدى الجزويتي رئيس المجمع الصيني الرياضي مؤملاً أن شمار الخليقة هذا قد يسبب هداية إمبراطور الصين الذي كان مولعاً بالعلوم . إنني أذكر ذلك لمجرد أن أبين كيف أن آراء الطفولة الفجة يمكن أن تغشي حتى على بصيرة أعظم الرجال » .

(١٠)

من الممتع أن نخمن الاتجاه الذي كان يتخذه تأريخ الحضارة فيما لو كان الإنسان أجنح بدلاً من أن تكون له الأصابع ذات المفاصل ، فلو نشأ أيّ نظام عددي في مثل تلك الظروف لكان من الطراز الثنائي .

إن اقتباس البشرية للنظام العشري هو مصادفة فيزيولوجية ، وعلى أولئك الذين يرون العناية الالهية في كل شيء أن يعترفوا أنها كانت رياضياً ضعيفاً . ذلك أن النظام العشري ، فيما عدا مزيته الفيزيولوجية ، ليس له ما يسوغه إلا اليسير ، فان أي أساس آخر ـ وقد نستثني منه

التسعة ـ كان يمكن على الأرجح أن ينجز الشيء نفسه على صورة أفضل .

ولو ترك اختيار الأساس لجماعة من المحنكين لكان من المحتمل أن نشهد خصاماً بين الرجل العملي الذي سيصر على اتخاذ أساس يحتوي على أكبر عدد من القواسم مثل ١٢ ، والرياضي الذي يريد عدداً أولياً مثل ٧ أو ١١ . وقد اقترح العالم الطبيعي العظيم بوفون في القرن الثامن عشر اتخاذ النظام الاثني عشري نظاماً عالمياً ، فأشار الى حقيقة وجود ٤ قواسم للـ ١٢ ، على حين ليس للعشرة غير قاسمين اثنين ، وأكد أن الشعور بنقص النظام العشري كان على مدى العصور حاداً ، مع أن العشرة كانت هي الأساس العام كانت معظم المقاييس تقسم الى ١٢ وحدة ثانوية .

وادّعى الرياضي العظيم لاكرانز أن اتخاذ عدد أولي أساساً أوفق من ذلك بكثير ، وأشار إلى أن اتخاذ أساس أولي يجعل كل كسر نظامي غير قابل للاختصار ، وهو لذلك سيمثل العدد بصورة فريدة . ففي نظامنا الحالي يمثل الكسر العشري ٠٫٣٦ مثلاً عدداً كبيراً من الكسور الاعتيادية : $\frac{٣٦}{١٠٠}$ ، $\frac{١٨}{٥٠}$ ، $\frac{٩}{٢٥}$ ، ٠٠٠٠ ومثل هذا الغموض إذا اتُّخذ عدد أولي مثل ١١ أساساً ، يقلّ كثيراً .

وسواء اختارت هذه الجماعة المحنكة التي أودعنا اليها اختيار الأساس عدداً أولياً أو عدداً مؤلفاً ، فمن المحقق أنها لن تولي العدد ١٠ ولو شيئاً من الالتفات ؛ لأنه عدد ليس بأوّلي ، كما أنه لا يضم عدداً كافياً من القواسم .

وما من أحد في عصرنا الحاضر — الذي حلت فيه ، في معظم الحالات ، آلات الإحصاء محل الحساب الذهني — يمكن أن يأخذ أحد هذين الاقتراحين مأخذ الجد ، فالمزايا الناجمة عن ذلك تافهة ، وعادة العد بالعشرات متأصلة بحيث تجعل تحديها أمراً مضحكاً .

وتغيير الأساس حتى لو كان عملياً ، هو من وجهة نظر تاريخ الثقافة أمر غير مرغوب فيه للغاية . فما دام الإنسان يعد بالعشرات ، فأن أسابيعه العشر ستذكره بالأصل الإنساني لأهم ناحية من حياته الفكرية ، وعلى ذلك فسيبقى النظام رمزاً حياً للنظرية القائلة إن « الإنسان هو مقياس كل الأشياء » .

أسماء الأعداد في اللغات الهندية الأوربية يتبين منها الاستقرار العجيب لأسماء الأعداد

	السنسكريتية	الإغريقية القديمة	اللاتينية	الجرمانية	الانكليزية	الفرنسية	الروسية
١	إكا	اك	أونوس	آين	وَن	أن	أودين
	eka	en	unus	eins	one	un	odyn
٢	دفا	دو	دو	زفاي	تو	دو	دفا
	dva	duo	duo	zwei	two	deux	dva
٣	ترى	تري	تري	دراي	ثري	تروا	تري
	tri	tri	tres	drei	three	trois	tri
٤	كيتور	تترا	كواتور	فير	فور	كاتر	چيتير
	catur	tetra	quattor	vier	four	quatre	cheryre
٥	بانكا	بنت	كوينك	فنف	فايف	سانك	پيات
	panca	pent	quinque	fünf	five	cinq	piat
٦	سس	هكس	سكس	سكس	سكس	سيز	شست
	sas	hex	sex	sechs	six	six	shest
٧	سپتا	هبتا	سپتم	زيبن	سفن	ست	سم
	sapta	hepta	septem	sieben	seven	sept	sem
٨	اسطا	اوكتو	اوكتو	آخت	أيت	ويت	فوزم
	asta	octn	octo	acht	eight	huit	vosem
٩	ناڤا	ايئيا	نوفم	نوين	ناين	نوف	دفيات
	nava	enea	novem	neun	nine	neuf	deviat
١٠	داكا	ديكا	دسم	زهن	تن	ديز	دشيات
	daca	deca	decem	zehn	ten	dix	disiat
١٠٠	كاتا	أكتون	سنتم	هندرت	هندرد	سنت	سطو
	cata	ecaton	centum	hundert	hundred	cent	sto
١٠٠٠	زهاسر	زيليا	مل	تاوزند	ثاوزند	مل	تيشيا كا
	sahastr	xilia	mille	tausend	thausend	mille	tysiaca

نظام عشريني نموذجي : لغة المايا في أمريكة الوسطى

١	هان	hun	١
٢٠	كال	kal	٢٠
٤٠٠	باك	bak	٢٠٢
٨٠٠٠	بك	pic	٢٠٣
١٦٠٠٠٠	كالاب	calab	٢٠٤
٣٢٠٠٠٠٠	كنجل	kinchel	٢٠٥
٦٤٠٠٠٠٠٠	آلس	alce	٢٠٦

نظام خمسي نموذجي : لغة الأباي Api في هجريد الجديدة

	الكلمة		المعنى
١	tai	تاي	
٢	lua	لوا	
٣	colu	تولو	
٤	vari	فاري	
٥	luna		يد
٦	otai	أوتاي	واحد آخر
٧	olua	أولوا	اثنان أخريان
٨	ocolo	أوتولو	ثلاثة أخرى
٩	ovair	أوفير	أربعة أخرى
١٠	luna luna	لونالونا	يدان

نظام اثنائي نموذجي : قبيلة في غرب مضايق تورس

أوكاسا أوكاسا أورابون	أوكاسا أورابون	
okasa okasa urapun ٥	okasa urapun ٣	أورابون urapun ١
أوكاسا أوكاسا أوكاسا	أوكاسا أوكاسا	أوكاسا okasa ٢
okasa » » » ٦	okasa okasa ٤	

محي الدين يوسف