مكعبات الأعداد

لإيجاد مكعب اثنين من الأرقام ، استخدم الصيغة التالية :

$(أ + ب)^{٣} = أ^{٣} + ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} + ب^{٣}$

يمكن كتابة هذه الصيغة كالآتي :

$أ^{٣} + أ^{٢} ب + أ ب^{٢} + ب^{٣}$

$٢ أ^{٢} ب + ٢ أ ب^{٢}$

لقد قمنا بتفكيك $٣ أ^{٢} ب$ وكذلك $٣ أ ب^{٢}$ إلى جزأين : $أ^{٢} ب$ ، $أ ب^{٢}$ ، $٢ أ^{٢} ب$ ، $٢ أ ب^{٢}$ وذلك لتبسيط التعامل معهم .

في الصيغة السابقة نرى أن كلًا من : $أ^{٣}$ و $أ^{٢} ب$ و $أ ب^{٢}$ و $ب^{٣}$ قد تم وضعهم في الصف الأعلى . أما $٢ أ^{٢} ب$ و $٢ أ ب^{٢}$ فقد تم وضعهم في الأسفل . تظهر الصيغة بالكامل عندما تقوم بإضافة الأرقام الموجودة في الأعلى إلى تلك الموجودة في الأسفل .

إذا نظرنا إلى السطر العلوي بدقة ، فسنجد أنه :

$\frac{أ^{٣} \times ب}{أ} = أ^{٢} ب$ ، و $\frac{أ^{٢} ب \times ب}{أ} = أ ب^{٢}$ ، $\frac{أ ب^{٢} \times ب}{أ} = ب^{٣}$

النسبة المشتركة بين مكونات السطر الأول هي أ / ب .

علينا فقط أن نكتشف أ / ب وسنحصل على النتيجة المرجوة .

دعنا نشرح ذلك عن طريق هذا المثال :

$(٢ ١)^{٣}$ فعندنا هنا أ = ١ ، $أ^{٣} = ١$ ، ب = ٢ ، ب/ أ = ٢

ب أ

obeikandl.com

الخطوات :

- المصطلح الأول : $أ^{٣} = (١)^{٣} = ١$
- المصطلح الثاني : $أ^{٢}ب = \frac{(أ)^{٣} \times ب}{أ} = ١ \times ٢ = ٢$
- المصطلح الثالث : $أب^{٢} = \frac{(أ^{٢}ب) \times ب}{أ} = ٢ \times ٢ = ٤$
- المصطلح الرابع : $ب^{٣} = \frac{(أب^{٢}) \times ب}{أ} = ٤ \times ٢ = ٨$
- قم بوضع كل هذه المصطلحات في الصف الأول مع ترك مسافة بينهم .
- أما الصف الثاني ، فقم بمضاعفة المصطلحين الموجودين في المنتصف على النحو التالي :

$أ^{٢}ب = ٢$ $\quad$ $٢ أ^{٢}ب = ٤$

$أب^{٢} = ٤$ $\quad$ $٢ أب^{٢} = ٨$

وهكذا يتكون الصف الثاني من ٤ و ٨

- والآن قم بجمعهم .

١ ٢ ٤ ٨

٤ ٨

١ ٧ ٢ ٨ الإجابة

١ المتبقي من كل مرحلة

مثال آخر : $١٦^{٣}$

أ = ١ ، ب = ٦ ، $\frac{ب}{أ} = ٦$ ، $أ^{٣} = ١$

obeikandl.com

$(١٦)^{٣}$ = ٤٠٩٦ ٢١٦ ٣٦ ١٦ ١

١٢ ٧٢

الإجابة ٤ ٠ ٩ ٦

المتبقي ~~٣ ١٢ ٢١~~

الخطوات بالتفصيل :

- في العدد الموجود على اليمين ٢١٦ يتم وضع الرقم الأحادي ٦ كجزء من الإجابة. أما المتبقي وهو ٢١ فيتم جمعه على الجانب الأيسر.
- بعد جمع المتبقي ٢١ إلى (٣٦ + ٧٢) نحصل على ١٢٩ يتم وضع الرقم ٩ كجزء من الإجابة والرقم ١٢ يتم جمعه على الجانب الأيسر.
- عند جمع ١٢ على الرقم الموجود على اليسار، نحصل على ٣٠، يظل الصفر كجزء من الإجابة والرقم ٣ يتم جمعه على الجانب الأيسر.
- بعد جمع الأرقام الموجودة في أقصى اليسار نحصل على الرقم ٤، وبذلك تكون الإجابة هي ٤٠٩٦

مثال آخر لمزيد من التوضيح :

- $(٢١)^{٣}$

أ = ٢، ب = ١ ، $أ^{٣}$ = ٨ ، $\frac{ب}{أ} = \frac{١}{٢}$

$٢١^{٣}$ = ٨ ٤ ٢ ١

٨ ٤

٩ ٢ ٦ ١

~~١~~

● $(٢٢)^{٣}$

أ = ٢، ب = ٢ ، $أ^{٣}$ = ٨ ، $\frac{ب}{أ}$ = $\frac{١}{٢}$

$٢٢^{٣}$ = ٨ ٨ ٨ ٨ ٨

١٦ ١٦

١٠ ٦ ٤ ٨

~~٢ ٢~~

● $(٢٥)^{٣}$

أ = ٢، ب = ٥ ، $أ^{٣}$ = ٨ ، $\frac{ب}{أ}$ = $\frac{٥}{٢}$

$٢٥^{٣}$ = ١٢٥ ٥٠ ٢٠ ٨

٤٠ ١٠٠

١٥ الإجابة ٦ ٢ ٥

~~٧ ١٦ ١٢~~ المتبقي من كل مرحلة

● $(٢٧)^{٣}$

أ = ٢، ب = ٧ ، $أ^{٣}$ = ٨ ، $\frac{ب}{أ}$ = $\frac{٧}{٢}$

$٢٧^{٣}$ = ٣٤٣ ٩٨ ٢٨ ٨

٥٦ ١٩٦

١٩ الإجابة ٦ ٨ ٣

~~١١ ٣٢ ٣٤~~ المتبقي من كل مرحلة

بنفس هذه الطريقة يمكنك إيجاد مكعبات أي عدد مكون من رقمين .

obeikandl.com

تدريبات :

(١) $\sqrt[3]{١٤}$	(٢) $\sqrt[3]{١٧}$	(٣) $\sqrt[3]{١٨}$
(٤) $\sqrt[3]{١٩}$	(٥) $\sqrt[3]{٢٤}$	(٦) $\sqrt[3]{٢٦}$
(٧) $\sqrt[3]{٢٨}$	(٨) $\sqrt[3]{٢٩}$	(٩) $\sqrt[3]{٣١}$
(١٠) $\sqrt[3]{٣٢}$	(١١) $\sqrt[3]{٣٣}$	(١٢) $\sqrt[3]{٣٧}$
(١٣) $\sqrt[3]{٣٩}$	(١٤) $\sqrt[3]{٤٢}$	(١٥) $\sqrt[3]{٤٦}$
(١٦) $\sqrt[3]{٤٥}$	(١٧) $\sqrt[3]{٤٧}$	(١٨) $\sqrt[3]{٤٨}$
(١٩) $\sqrt[3]{٤٩}$	(٢٠) $\sqrt[3]{٥٢}$	(٢١) $\sqrt[3]{٥٣}$
(٢٢) $\sqrt[3]{٥٤}$	(٢٣) $\sqrt[3]{٥٥}$	(٢٤) $\sqrt[3]{٥٦}$
(٢٥) $\sqrt[3]{٥٧}$	(٢٦) $\sqrt[3]{٥٨}$	(٢٧) $\sqrt[3]{٥٩}$
(٢٨) $\sqrt[3]{٦١}$	(٢٩) $\sqrt[3]{٦٢}$	(٣٠) $\sqrt[3]{٦٣}$

الإجابة :

(١) ٢٧٤٤	(٢) ٤٩١٣	(٣) ٥٨٣٢
(٤) ٦٨٥٩	(٥) ١٣٨٢٤	(٦) ١٧٥٧٦
(٧) ٢١٩٥٢	(٨) ٢٤٣٨٩	(٩) ٩٧٩١٢
(١٠) ٣٢٧٦٨	(١١) ٣٥٩٣٧	(١٢) ٥٠٦٥٣
(١٣) ٥٩٣١٩	(١٤) ٧٤٠٨٨	(١٥) ٩٧٣٣٦
(١٦) ٩١١٢٥	(١٧) ١٠٣٨٢٣	(١٨) ١١٠٥٩٢
(١٩) ١١٧٦٤٩	(٢٠) ١٤٠٦٠٨	(٢١) ١٤٨٨٧٧
(٢٢) ١٥٧٤٦٤	(٢٣) ١٦٦٣٧٥	(٢٤) ١٧٥٦١٦
(٢٥) ١٨٥١٩٣	(٢٦) ١٩٥١١٢	(٢٧) ٢٠٥٣٧٩
(٢٨) ٢٢٦٩٨١	(٢٩) ٢٣٨٣٢٨	(٣٠) ٢٥٠٠٤٧

obeikandl.com

الجذر التربيعي

الجذر التربيعي للمربع

لإيجاد الجذر التربيعي يجب أن تكون لديك بعض المعلومات كما هو موضح فيما يلي :

الرقم الأخير		المربع	الرقم
$١^{٢}$	=	١	١
$٢^{٢}$	=	٤	٤
$٣^{٢}$	=	٩	٩
$٤^{٢}$	=	١٦	٦
$٥^{٢}$	=	٢٥	٥
$٦^{٢}$	=	٣٦	٦
$٧^{٢}$	=	٤٩	٩
$٨^{٢}$	=	٦٤	٤
$٩^{٢}$	=	٨١	١
$١٠^{٢}$	=	١٠٠	٠٠

بعد قراءة المثال السابق ، يمكن أن نقول إن المربع الحقيقي ينتهي برقم ١ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٩ و ٠٠ ، أو إنه قد لا ينتهي بالأرقام التالية : ٢ ، ٣ ، ٧ ، و ٨

وأيضًا عدد الأرقام في الجذر التربيعي سيكون : $\frac{\text{س}}{٢}$ أو $\frac{(\text{س} + ١)}{٢}$

obeikandl.com

يجب أن نعلم أولًا كيف يمكننا إيجاد مربع أي رقم .

الرقم	المزدوج الخاص
أ	$أ^{٢}$
أ ب	٢ أ ب
أ ب جـ	٢ (أ جـ) + $ب^{٢}$
أ ب جـ د	٢ أ د + ٢ ب جـ
أ ب جـ د هـ	٢ أ هـ + ٢ ب د + $جـ^{٢}$
أ ب جـ د هـ و	٢ أ و + ٢ ب هـ + ٢ جـ د

الرقم	المزدوج الخاص
٢	$٢^{٢}$ = ٤
٢١	٢ × (١×٢) = ٤
٢١٢	٢ × (٢×٢)+$١^{٢}$ = ٩
٢١٢٤	٢ (٢×١) ٢+(٤×٢) = ٢٠
٢١٢٤٣	٢ (٢×٣)+ (٤×١) + $٢^{٢}$ = ٢٤

معرفة الرقم المزدوج الخاص به مطلوب لتحديد الجذر التربيعي .

دعنا نوضح ذلك بالمثال التالي :

$\sqrt{٢١١٦}$

	٢	١	:	١ ٦
٨		٥		٣
	٤	٦	:	٠

obeikandl.com

الخطوات :

- قم بتزويج الأرقام بنفس التقنية المعروفة لديك لتكوين مجاميع . (ابدأ من الرقم الأخير وكون مجموعة من كل رقمين) .
- أوجد الرقم الأول من الإجابة بتقريب أول عددين من أقرب مربع تام ففى المثال السابق (٢١) أقرب رقم لها هو (١٦) مربع الرقم (٤) فيكون الرقم الأول من الإجابة هو (٤) .
- ضع الرقم ٤ في مكان الإجابة (انظر للجزء الخاص بصيغ القسمة لمعرفة مكان الإجابة) . ثم نوجد القاسم بضرب الرقم الأول من الإجابة فى العدد ٢ فيكون ٢ × ٤ = ٨

والآن نحن على استعداد لإيجاد الجذر التربيعي .

	٢١	١٦
٨	٥	٣
	٤٦	

- إجمالي المقسوم هنا ٥١ ، قم بقسمته على ٨ ، الإجابة = ٦ والمتبقي ٣
- وهكذا نكون قد حصلنا على الحل النهائي . فالجذر التربيعي هنا هو $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$ ، ولكن دعنا نشرح بمزيد من التفصيل .
- المقسوم التالي هو ٣٦ والذي سنقوم بطرح مربع الرقم ٦ منه :

$٦^{٢} = ٣٦$

	٦ ١ ١	
٢	١	
٨	٣ ٥	
	٠ ٤٦	

- وهكذا يكون المتبقي صفرًا .

شرح لبعض النقاط الهامة :

- كما هو الحال في عملية القسمة ، فإن عملية إيجاد الجذر التربيعي تتكون من خطوتين . القسمة +الاتجاه .

  القاسم هنا هو ضرب الرقم الأول من الإجابة فى العدد ٢ولمعرفة الاتجاه نقوم بطرح مربع الأرقام الموجودة في ناتج القسمة مع ترك الرقم الأول من الإجابة فقط .

- يجب أن نترك الرقم الأول من الإجابة منفصلًا أثناء قيامنا بإيجاد مربعات الأرقام .

دعنا نستعرض هذا المثال للتوضيح :

٤ ٦ ٢ ٤	
١٠ ٦	١٢
٦ ٨ : ٠	

الخطوات :

- الرقم الأول من الإجابة = ٦ والقاسم = ١٢
- يكتب المتبقي (٤٦ – ٣٦) = ١٠ قبل الرقم التالي ٢
- المقسوم هنا هو ١٠٢ ، الناتج = ٨ والمتبقي = ٦ ، يوضع هذا المتبقي قبل الرقم ٤ كما هو موضح .
- المقسوم التالي هو ٦٤ ، ولمعرفة الاتجاه نقوم بطرح $٨^{٢}$ = ٦٤ من المقسوم ، فتصبح النتيجة صفرًا .

ملحوظة :

يمكنك تجنب الخطوة الأخيرة إذا أردت ذلك لأن من معرفتنا السابقة

obeikandl.com

نعلم أن الأرقام الموجودة في الجذر التربيعي ستكون $\frac{\text{س}}{٢}$ = ٢ وفي المثال السابق لدينا مربع صحيح .

	١	٢	٩	٩	٦
٢		٠	٠	٠	
	١	١	٤	:	٠

الخطوات :

- الرقم الأول من الإجابة هو ١ . وهكذا يصبح القاسم ٢
- ١ – ١ = ٠ ، تكتب قبل الرقم التالي وهو ٢
- المقسوم التالي هو ٢ . الناتج = ١ والمتبقي = ٠
- لمعرفة الاتجاه : المقسوم التالي = ٩

  قم بطرح $١^{٢}$ = ١ من ٩ الناتج = ٨
- اقسم الرقم ٨ على ٢ الناتج = ٤ والمتبقي ٠ . بهذه الخطوة يكتمل الحل حيث إن لدينا إجابة مكونة من ثلاثة أرقام = $\frac{(\text{س} + ١)}{٢}$.
- أما الآن فسوف نقوم بإيجاد المتبقي .
- الاتجاه ـ المقسوم التالي = ٩

	١	٢	٩	٩	٦
١٢		٠	٠	٠	
	١	١	٤		

الخطوة الأولى للاتجاه = ٠٩ مربع الرقم ١٤

٠٩ – ٢ × (١ × ٤) = ١

الخطوة الثانية للاتجاه = ١٦ مربع الرقم ٤

obeikandl.com

١٦ – ٤^{٢} = صفر

وهكذا يكون المتبقي = ٠

مثال :

$\sqrt{١٢٥٣١٦}$

	١	٢	٥	٣	١	٦
٦			٣	٥	٤	
	٣	٥	٤	:		

(١) ٥٣

−٢٥

٢٨

(٢) ٤١

−٤٠

١٦

١٦

٠٠

شرح مختصر للخطوات :

- الرقم الأول من الإجابة هو ٣ والمتبقي = ٣ والقاسم = ٦
- المقسوم ٣٥ يقسم على ٦ . الناتج = ٥ والمتبقي = ٥
- إجمالي المقسوم هو ٥٣ . قم بطرح مربع الرقم ٥ من ٥٣ ، الناتج = ٢٨ . قم بقسمته على ٦

ناتج هذه القسمة = ٤ والمتبقي = ٤

وهكذا تكون هذه العملية قد اكتملت .

معرفة الاتجاه :

- ٤١ – مربع الرقم ٥٤

٤١ – ٢ × (٢٠) = ١

سوف يضاف الرقم ٦ إلى الرقم ١ ليصبح ١٦

- ١٦ – مربع الرقم ٤

١٦ – ١٦ = ٠ [المتبقي هنا صفر]

obeikandl.com

إيجاد جذر تربيعي يشتمل على منازل عشرية :

في كافة الأمثلة السابقة كان هناك متبقٍّ ولكن الآن دعنا نحاول إيجاد الجذر التربيعي لمربعات غير مكتملة .

على سبيل المثال :

$\sqrt{٧٣٢١٠٨}$

	٧٣	٢	١	٠	٨
١٦		٩	١٢	١٦	١٤	١٥
	٨	٥	٥	٦	٣	٣

الخطوات بالتفصيل

عدد الأرقام الموجودة في الجذر التربيعي ٣ = $\frac{\text{س}}{٢}$

- الرقم الأول من الإجابة هو ٨
  والمتبقي = ٩ والقاسم = ١٦
- ٩٢ ÷ ١٦ . ناتج هذه القسمة = ٥ والمتبقي = ١٢
- ١٢١ – مربع الرقم ٥ = ٩٦
- ٩٦ ÷ ١٦
  الناتج = ٥ والمتبقي = ١٦

(إذا اعتبرنا أن الرقم ٦ هو ناتج القسمة فستظهر لنا العلامة السالبة) .

استطعنا الآن إيجاد ثلاثة أرقام قبل العلامة العشرية . سوف نستكمل الخطوات لإيجاد باقي الأرقام التي ستوضع بعد العلامة العشرية في الإجابة .

(١)
١٢١
٢٥–
٩٦

(٢)
١٦٠
٥٠–
١١٠

(٣)
١٤٨
٨٥–
٦٣

(٤)
١٥٠
٩٠–
٦٠

obeikandl.com

- ١٦٠- مربع الرقم ٥٥ = ١١٠
- ١١٠ ÷ ١٦

ناتج القسمة = ٦ والمتبقي = ١٤

- ١٤٨ - مربع الرقم ٥٥٦

[٢ × (٦×٥) + ٥^{٢}]

١٤٨ - ٨٥ = ٦٣

- ٦٣ ÷ ١٦

ناتج القسمة = ٣ والمتبقي = ١٥

- قم بإضافة صفرين على المقسوم، استخدم ١٥٠ كمقسوم .

١٥٠ - مربع الرقم ٥٥٦٣

١٥٠ - [٢ × (٥×٣) + ٢ × (٥×٦)] = ٦٠

- ٦٠ ÷ ١٦

ناتج القسمة = ٣ والمتبقي = ١٢

- الناتج النهائي = ٦٣٣ , ٨٥٥

تدريبات :

(١) ١٨٦٢٤١	(٢) ٢٢٥٦٤٦	(٣) ٣٨١٢٣
(٤) ٢٥٣٦٢	(٥) ١٦٨١	(٦) ٢٠٢٥
(٧) ١٨٦٣٤	(٨) ١٩٩٤٣٢	(٩) ١٠٦٣٢٤
(١٠) ١٠٨٧٦	(١١) ١٣٦٣٧	(١٢) ٩٨٤٣٦
(١٣) ٦٣٤٧٣	(١٤) ٧٤٢٨٢٢	(١٥) ٨٩٨٤٢٦
(١٦) ١٦١٢٣	(١٧) ١٦٣٤٦٢	(١٨) ١٣١٢٦١
(١٩) ٥٠٢١٧	(٢٠) ٤٨٣٢٤	

obeikandl.com

الإجابة :

(١) ٤٣١,٥٦٦	(٢) ٤٧٥,٠٢٢	(٣) ١٩٥,٢٥١
(٤) ١٥٩,٢٥٤	(٥) ٤١	(٦) ٤٥
(٧) ١٣٦,٥٠٦	(٨) ٤٤٦,٥٧٨	(٩) ٣٢٦,٠٧٣
(١٠) ١٠٤,٢٨٨	(١١) ١١٦,٧٧٧	(١٢) ٣١٣,٧٤٥
(١٣) ٢٥١,٩٣٨	(١٤) ٨٦١,٨٧١	(١٥) ٩٤٧,٨٥٣
(١٦) ٢٤٥,١٩٩	(١٧) ٤٠٤,٣٠٤	(١٨) ٣٦٢,٢٩٩
(١٩) ٢٢٤,٠٩١	(٢٠) ٢٩١,٨٢٧	

obeikandl.com

الجذر التكعيبي

إيجاد الجذر التكعيبي للأعداد يستلزم أن تكون لديك بعض المعلومات:

الرقم			الناتج الأخير
$١^{٣}$	١	=	١
$٢^{٣}$	٨	=	٨
$٣^{٣}$	٢٧	=	٧
$٤^{٣}$	٦٤	=	٤
$٥^{٣}$	١٢٥	=	٥
$٦^{٣}$	٢١٦	=	٦
$٧^{٣}$	٣٤٣	=	٣
$٨^{٣}$	٥١٢	=	٢
$٩^{٣}$	٧٢٩	=	٩

يمكننا مما سبق تحديد الناتج الأخير للرقم $٢^{٣}$ وهو ٨ ، وللرقم $٣^{٣}$ وهو ٧ وهكذا.

خطوات إيجاد الجذر التكعيبي

- ابدأ من الجانب الأيمن وضع فاصلة بعد كتابة الأرقام الثلاثة.

obeikandl.com

مثال :

٩,٢٦١ ـــــ

١,٧٢٨ ـــــ

٣٢,٧٦٨ ـــــ

١٧٥,٦١٦ ـــــ

- بعد وضع الفاصلة، انظر إلى الرقم الأخير. قارن ذلك بالأرقام الموجودة في الجدول السابق لتعلم الناتج الأخير.
- انظر الآن إلى أول مجموعة من الأرقام وتأكد أي مكعب رقم أقل من المجموعة. هذا الرقم هو أول رقم .
- وهكذا تكون قد عرفت الرقم الأول والأخير.

على سبيل المثال :

- ٩,٢٦١

٢ ١

الخطوات :

- بداية من الرقم الأخير ، ضع فاصلة بعد الرقم ٩
- تؤكد لنا معرفتنا بالرقم الأخير أن مكعب هذا الرقم سيكون ١
- و الآن لدينا الرقم الأخير ٩ و نعلم أن ٢ ^{٣} = ٨ وهو أقل من ٩ وكذلك ٣ ^{٣} = ٢٧ وهو أكبر من الرقم ٩
- وهكذا تمكنا من معرفة الرقم الأول وهو ٢ فتصبح الإجابة النهائية ٢١

obeikandl.com

مثال آخر

٣٢,٧٦٨

٢ ٣

- أولًا نقوم بإيجاد الجذر التكعيبي للرقم الأخير وهو يساوي ٢
- بالنسبة إلى الرقم الأول والثاني ٣٢ ، نضع ٣ كرقم أول حيث أن
٣^{٣} = ٢٧ اقل من الناتج النهائي لـ ٣^{٢} و٤^{٣} = ٦٤
- وبذلك يكون الناتج النهائي ٣٢

ملحوظة :

هذه التقنية تصلح للمكعبات الصحيحة فقط .

كما أنها طريقة جيدة لإيجاد الأرقام التقريبية .

obeikandl.com