

المعرفة؛ أحد مظاهر النبوغ

إيجاد فرص للموهوبين

ألكساندر كارب Alexander Karp

كلية المعلمين، جامعة كولومبيا



ملخص

تناقش هذه المقالة الصلة بين الموهبة الرياضية والمعرفة العميقة بالرياضيات، يستعرض فيها الباحث ملاحظات المعلمين في مدارس الطلاب الموهوبين، إضافة إلى السَّير الذاتية لعلماء بارزين في الرياضيات. ويحلل أيضاً الصلة بين الموهبة والمعرفة من المنظورين النظري والعملي، ويشير إلى ما يمكن فعله لتعرُّف الطلاب النابغين في الرياضيات وتطوير موهبتهم. وفي عملية التحليل هذه، اعتمد الباحث على الخبرة الروسية في التعامل مع الطلاب الموهوبين في الرياضيات.

مقدمة

غالباً ما ينظر إلى الموهبة والمعرفة على أن كلاً منهما نقيض الأخرى. وقد ترك لنا التراث الرومانسي كثيراً من صور «الكسالى» (Idle Loafers) الذين أتاحت لهم موهبتهم وحدها تحقيق ما عجزت عنه المعرفة (Pushkin, 1954). وفي الروايات القصصية عن المدارس، ليس ثمة غرابة أن تصادف موقفاً يصبح فيه طالب فاشل لا يفقه شيئاً من أكثر الطلاب إبداعاً وموهبة في الصف (انظر فالنتاين جلوشكو Glusko)، عالم الصواريخ الروسي الذي واصل إبداعاته وهو في السجن أيام ستالين). ويمكننا ملاحظة أوجه التوتر بين المعرفة والإبداع في الدراسات العلمية أيضاً. تناقش هذه المقالة علامات المعرفة الواسعة العميقة لدى كثير من الطلاب الموهوبين في الرياضيات، ونتائج المقابلات التي أجريناها مع المعلمين، وكذلك تحليل السير الذاتية لعدد من علماء الرياضيات البارزين، وستناقش أيضاً جوانب معينة من الخبرة الروسية في التعامل مع الموهوبين، وتقتراح بعض التوصيات.

المعرفة والإبداع والموهبة: البحث في علاقة صعبة مضطربة

يقول ويسبيرج (Weisberg, 2000):

«من المعروف عالمياً أن على المرء امتلاك معرفة في حقل ما، إذا أراد أن يأتي بجديد ضمن ذلك الحقل، ويوجد اعتقاد على نطاق واسع أن الخبرة الزائدة عن الحد يمكن أن تجعل المرء يعيش في وضع ممل؛ وهذا ما يجعله غير قادر على الذهاب إلى أبعد من الاستجابة النمطية. وبناءً على ذلك، فقد افترض أن العلاقة بين المعرفة والإبداع تكون على شكل حرف U مقلوب، حيث يحدث الإبداع في حده الأقصى مع وجود مدى متوسط من المعرفة» (P.226).

من الأعمال التي يمكن الاستشهاد بها لدعم هذا الرأي، هي دراسة سايمنتون (Simonton, 1984) الذي استقصى فيها العلاقة بين إنجازات الفرد ومستوى تعليمه الرسمي. وفي الوقت ذاته، تشير دراسات أخرى (Hayes, 1989; Weisberg, 2000) إلى أن المعرفة العميقة الكافية تجعل من الممكن تحقيق الإنجازات الإبداعية الأصيلة. لكن ويسبيرغ، مع ذلك، شكك في بعض الدراسات السابقة مشيراً إلى أن المزيد من التعليم

الرسمي لا ينطوي بالضرورة على زيادة في حجم المعرفة (وهذا يصدق على المواقف الموجودة منذ مئات السنين - حيث كان الحصول على التعليم حينئذٍ مختلفاً تماماً عما هو عليه الآن). وقد توصل ويسبيرغ إلى النتيجة القائلة بوجود إعادة التفكير في العلاقة بين الإبداع والمعرفة. ولكي نقوم بذلك، علينا أن نعرّف على نحوٍ دقيق، ما نعنيه بالمعرفة والإبداع (مثال، انظر (Sriraman, 2004)).

وتجدر الملاحظة إلى أن من الممكن دراسة كثير من جوانب هذه العلاقة دون الدخول في مزيد من النقاشات للنظريات ذات الصلة بالمعرفة والإبداع. لقد اهتمت الدراسات المذكورة آنفاً في جزئها الأكبر بمدى تأثير المعرفة في الإبداع؛ أي: كيف تؤثر زيادة المعرفة في الإبداع؟ وسوف نركز اهتمامنا هنا على المعرفة على نحوٍ رئيس، بصفتها مظهراً من مظاهر الموهبة.

وقد ظل هذا الموضوع أيضاً محوراً للجدال النظري مدة طويلة، حيث عُرضت اقتراحات كثيرة لتعريف المفهوم الدقيق للموهبة الرياضية (Sriraman, 2005). من الواضح أن مثل هذا التعريف يُعدُّ خلافياً، ويعتمد على من سيُختار ليكون من ضمن الموهوبين. وبصورة عامة، من الطبيعي أن تعد شخصاً ناقش رسالة دكتوراة في الرياضيات بنجاح أنه موهوب أكثر من شخص غير قادر على اجتياز امتحان الثانوية العامة، على الرغم من تلقيه كثيراً من الدروس الخصوصية على أيدي مدرسين خصوصيين. وفي الوقت ذاته، قد لا يكون من الممكن أن نعد الشخص الذي حصل على شهادة الدكتوراة المشار إليه آنفاً شخصاً موهوباً جداً عند مقارنته بغاوس (Gauss)، مثلاً، حدّد يوسيسكين (Usiskin, 2000) ثمانية مستويات من الموهبة (يرجى ملاحظة أن التمييز بينها بموجب التعريف غير دقيق، أي: يمكن أن تكون سبعة مستويات لدى بعض العلماء، وتسعة لدى بعضهم الآخر، والحدود بين المستويات في كل حالة هي حدود اسمية). ومن الواضح أن النموذج الوصفي سوف يتغير وفقاً لمن سيُعد موهوباً، وسيؤثر هذا أيضاً في درجة الرغبة في الربط بين الموهبة والإبداع.

وبحسب المفهوم الواسع للموهبة، هذا المفهوم الذي ضم، مثلاً، الحاصلين على درجة الماجستير في الرياضيات جميعهم إلى صفوف الموهوبين، فمن السذاجة بمكان

أن نعدّ الإبداع سمة ضرورية للأفراد الموهوبين جميعهم، لكن من الطبيعي فعل ذلك عند استخدام مفهوم أضيق ومحدد للموهبة. ويُعدُّ تعريف رينزولي (Renzulli) للموهبة من التعريفات الأكثر انتشاراً في هذا السياق، وينص على أن «الموهبة تتألف من التفاعل بين ثلاث مجموعات أساسية من السمات البشرية، هي: قدرات عامة فوق المتوسط، ومستويات عالية من الالتزام بالمهمة، ومستويات عالية من الإبداع» (Ridge & Renzulli, 1981, P. 204). وتستند المناقشات الآتية إلى المفهوم «الضيق» للموهبة والنبوغ في الرياضيات، ومن ثم فهي تستند إلى نموذج رينزولي. ومع ذلك، فمن المفيد الحديث في الأمثلة الرياضية المحددة المدروسة أدناه عن القدرات الرياضية المحددة بدلاً من الحديث عن القدرات العامة فقط.

خصائص الموهوبين في الرياضيات

أجرى عالم النفس الروسي كروتسكي تحليلاً أساسياً للقدرات الرياضية، اشتمل على استقصاءات تجريبية تتعلق بكيفية حل الموهوبين المسائل، ودراسات طويلة لمجموعات مختلفة من الطلاب، إضافة إلى بحث مبني على استبانة. واشتمل الجانب الأخير هذا من دراسته على مقابلات مع معلمي رياضيات هدفت إلى تحديد «ما يعنيه المعلمون بالقدرة على تعلم الرياضيات، والمعايير التي يستخدمونها في الحكم على القدرة، وأيّ الأشخاص يمتاز بالقدرة؟ وأيّهم غير قادر، ولماذا؟» (ص. 82). تبع ذلك توزيع استبانات خطية بين مجموعات مختلفة من المعلمين. واستناداً إلى الإجابات المقدمة من معلمي الرياضيات، فقد حُدّد عدد من المعايير والسمات للقدرات الرياضية، كان من أبرزها:

1. الاستيعاب السريع نسبياً للمعرفة والمهارات والمناحي الرياضية، والفهم السريع لتوضيحات المعلمين وشروحهم.
2. المقدرة على الاستدلال المستقل المنطقي.
3. الابتكار والكفاية في إيجاد الحلول.
4. الحفظ السريع للمادة الرياضية، واستبقائها.
5. المقدرة المتطورة جداً لابتداع المادة الرياضية وتحليلها وتركيبها.
6. المرونة العقلية، وغيرها.

وقد أُعطيت تعريفات أكثر دقة للسمات المذكورة في كثير من المقالات اللاحقة. هناك سمتان من السمات التي حددها كروتسكي تتعلقان بمعرفة الطلاب مباشرة. وبحسب وجهة نظر المعلمين، يمتلك الطلاب الموهوبون استعداداً وميلاً طبيعياً لتجميع المعرفة الرياضية، حيث يستوعبون المادة الرياضية الجديدة ويحتفظون بها بسهولة. وعلى الرغم من ذلك، لم يكن الهدف من دراسة كروتسكي تحديد إتقان الطلاب معرفة خاصة تفوق إطار البرنامج المدرسي.

وأظهرت استبانة مسح لبحوث علماء الرياضيات، أجراها كروتسكي، وجود نزعة بين العلماء على التفريق بين المعرفة والقدرة على التفكير الأصيل: «الفرق بين نوعين من العقول الرياضية» يتمثل في أن بعضها يتميز بسرعة التقاط الأفكار الجديدة وإتقانها «يصبحون أشخاصاً متعلمين»، في حين يفكر الآخرون بطريقة أكثر أصالة ولكن ببطء. (ص. 191).

المقابلات مع المعلمين الروس: الخلفية والمنهجية

تحتوي الدراسة التي سيصار إلى مناقشتها لاحقاً على عناصر شبيهة بدراسة كروتسكي من حيث منهجيتها وأهدافها. ففي الدراسة الحالية، طُلب إلى المعلمين، كما في الدراسة السابقة، الحديث عن الطلاب الموهوبين والناغبين جداً، وتحديد السمات الرئيسية التي تميزهم من غيرهم (واستقصت المقابلات مع المعلمين أيضاً مسائل أخرى، كما وردت النتائج الأخرى في مقالات أخرى). على النقيض من دراسة كروتسكي، فإن المشاركين المشار إليهم في الدراسة لم يكونوا معلمين في مدارس عادية، بل كانوا معلمين في مدارس خاصة مشهورة بتخصصها في تدريس الرياضيات.

وقد وجدت مثل هذه المدارس في روسيا (الاتحاد السوفيتي سابقاً) منذ مطلع ستينيات القرن العشرين (Vogeli, 1997). وجرت العادة أن يتعرض الطلاب لسلسلة من الاختبارات لتتاح لهم فرصة الالتحاق بمثل هذه المدارس، حيث إن منهاج الرياضيات في هذه المدارس أكثر شمولاً وعمقاً مقارنةً بمنهاج المدارس العادية (Karp, 1992)، ومع مرور الوقت تمكنت هذه المدارس من بناء شهرة راسخة لها، ومن الإنصاف القول أن هذه

المدارس كانت تستقطب الطلاب الذين يتوافر لديهم عادة الاهتمام والرغبة والموهبة في الرياضيات. ولإيضاح مدى فاعلية هذه المدارس، فقد كان خريجوها يشكلون ما يربو على 90% من قسم الرياضيات في جامعة سانت بيترسبورغ (Donoghue.Et Al., 2000).

أجرينا مقابلات مع نخبة من المعلمين (اثني عشر معلماً) من هذه المدارس في موسكو وجامعة سانت بيترسبورغ. وقد اعتمدنا المعايير الآتية في انتقاء المشاركين في هذه الدراسة: أولاً، أخذنا في الحسبان عدد الطلاب المشاركين أو الفائزين بمسابقات أولمبياد الرياضيات من المستويات العليا لكل معلم. وكان لدى غالبية المعلمين طلاب مشاركون وفائزون بمسابقة الأولمبياد الدولي. ثانياً، عدد طلابهم السابقين من الذين أصبحوا علماء رياضيات بارزين (علماء رياضيات وباحثين يحتلون مواقع مرموقة في كبرى الجامعات). وقد تمكّن الذين قابلناهم جميعاً من ذكر ثلاثة أسماء من طلابهم السابقين ممن أصبحوا أساتذة يشار إليهم بالبنان في دوائر أكاديمية ريادية في مجال الرياضيات. وأخيراً، اعتمد المبدأ الثالث في انتقاء المشاركين على نشاطهم المهني استناداً إلى عدد مؤلفاتهم المهنية، فقد كتب غالبية من قابلناهم ما لا يقل عن ثلاثة أعمال مهنية، وحقق أغلبهم إنجازات في المجالات الثلاثة آنفة الذكر. وعلى الرغم من ذلك، وفي عدد قليل من الحالات، قبلنا مقابلة من كانت لديهم إنجازات كبيرة في مجالين فقط. ومما تجدر ملاحظته، أن عدد معلمي الرياضيات الذين كانوا يعملون في مثل هذه المدارس، كان قليلاً بصورة عامة. ومع أننا لا نزعم أن الدراسة الحالية قد شملت خيرة المعلمين جميعاً، فإن من الواضح أنها اشتملت على نسبة كبيرة منهم. ومما لا شك فيه، أن جميع من وقع عليهم الاختيار كانوا متميزين بأعمال بارزة في هذا الحقل. ومن الواضح كذلك، أن المعلمين الذين وقع عليهم الاختيار كانوا يتمتعون بخبرة فريدة في التعامل مع الطلاب الموهوبين جداً، وقد سُجّلت المقابلات جميعها صوتياً.

بعض نتائج المقابلات

أكدت المقابلات في كثير من النواحي نتائج كروتسكي، حيث أكد عدد كبير من المعلمين السمات الآتية للطلاب الموهوبين جداً، مثل: النجاح في حل المسألة، والدقة

المتميّزة، وعمق فهم الطلاب للحل. وقد صاغ أحد المعلمين هذا كله على النحو الآتي:
«يتمكّن الطالب الموهوب من حل أي مسألة، ويفكر لحظات ومن ثم يقدم الحل. ولا جرم أن هذا يولد انطباعاً جيداً». في حين روى معلم آخر الحادثة الآتية:

«كان الطلاب الموهوبون متميزين بسرعة ردة الفعل، في كيفية فهمهم المسائل، ومدى عمق تفكيرهم. وكانوا يحللون المسألة كلها. أتذكر أنه كان لديّ طالب يعطيني حلاً فوراً لأي مسألة أطرحها. وكنت أختار أسئلة وأصوغها، ثم أطلب إليه الحضور إلى السبورة. وكان يقف برهة حيث السبورة خالية، دقيقة أخرى والسبورة فارغة، وفجأة يمسك بالطبشورة، ويرسم خطين قصيرين جداً ويعطيك الحل. ويعتقد المرء أنه كان يسبر أفكاره، ومن ثم يعد، واحد- اثنين- ثلاثة، انتهى الأمر، الجواب معدّ».

وعلى الرغم من أن كثيراً من المعلمين الذين قابلناهم أبرزوا بوضوح سرعة الطلاب الموهوبين جداً في حل المسألة، لكن هذه لا تكوّن بمفردها عاملاً رئيساً في الموهبة الرياضية، إذ يمكن «أن يكون الأشخاص البطيئون أقوياء»، بحسب رأيهم. وإضافة إلى ذلك، فقد ميز بعض من قابلناهم بين النبوغ الرياضي والنجاح في أولمبياد الرياضيات مؤكدين أنه لا يمكن شمول الفائزين جميعهم في مسابقات أولمبياد الرياضيات مع الطلاب الموهوبين جداً وفقاً لوجهة نظرهم، بل على النقيض من ذلك، لم يحصل بعض الطلاب الموهوبين جداً على مراكز متقدمة في أولمبياد الرياضيات (على الرغم من أن أداءهم في الأولمبياد كان ناجحاً جداً دون أدنى شك). ويكمن العامل الحاسم، بحسب وجهة نظر هؤلاء المعلمين، في مدى الاهتمام بحل المسائل، حيث «لديهم اهتمام بحل المسائل، وليس هدفهم الحصول على العلامة (A) أو الفوز بجائزة من نوع معين، بل ينصب هدفهم على حل المسألة ليس إلا».

ومن بين السمات الأخرى المهمة التي يظهرها الطلاب الموهوبين الطابع غير المألوف للحلول التي يقدمونها، ومقدرتهم على التفكير المستقل. وقد عبّر أحد المعلمين الذين قابلناهم عن هذا بقوله:

غالباً ما كانوا يأتون بحل مختلف عن الحل الذي يدور في ذهني، أي؛ أنا أفكر أن هذه المعادلة تحل هكذا وبالطريقة هذه، ولكنهم يقولون «هذا يعني أنها تشبه هذا الحل» - ويقدمون تفسيراً هندسياً لذلك».

والى جانب السمات التي أشرنا إليها، فقد أكد كثير من المعلمين قدرة الطلاب الموهوبين جداً على استيعاب كمية كبيرة من المادة الرياضية مبكراً بعمق، بصفته سمة مهمة من سمات هؤلاء الطلاب. وصاغها أحد المعلمين بقوله:

«كان هناك دليل واحد على هؤلاء الطلاب الذين كانوا نجومياً بالمعنى الحقيقي، حيث كانت أعراض هذه النجومية تبرز في الصفين الثامن أو التاسع عندما كانوا يعرفون كمّاً هائلاً استثنائياً من الأشياء. وبعبارة أخرى، قدرتهم السريعة على استيعاب المادة غير المألوفة والاحتفاظ بها كلها بسهولة. أي أنهم كانوا يعرفون كمّاً هائلاً من الأشياء المجردة. وهذه الثروة من المعرفة كانت مذهلة حقاً».

وعرض معلم آخر مثلاً عادياً على الطريقة التي تتكون من خلالها مثل هذه المعرفة بقوله:

سألته عن أكثر مجالات اهتمامه، فأجاب قائلاً: «حسناً، في نهاية المطاف، الجبر». عندما زرت رئيس قسم الجبر في الجامعة، قال: «نعم، لدي حلقة دراسية عن نظرية غالوا (Galois) (1) ولكنها مخصصة بطلاب الجامعة». عندئذٍ قلت للطلاب: «ساشا، لدي كتاب عن نظرية غالوا، ربما يمكنك إلقاء نظرة عليه». قرأه وذهب إلى الحلقة الدراسية، وعاد بعد ذلك وسألته: «كيف كانت الحلقة الدراسية يا ساشا؟» فأجاب: «فهمت كل شيء تقريباً»، فقلت له: «وماذا عن الكتاب؟» فأجاب: «أما ما يخص الكتاب، فكان الأمر سهلاً جداً، إذ فهمت كل شيء فيه». لقد استغرق الأمر

(1) غالوا إيفاريست (1832 - 1811)، عالم رياضيات فرنسي عُرف بأعماله المتعلقة بنظرية المعادلات التي تعد أحد أسس الرياضيات الحديثة التي عُرفت لاحقاً بنظرية الزمرة، ويبيّن أيضاً أن المعادلات الكوينتية وكثيرات الحدود من الدرجات لا يمكن حلها باستخدام عمليات جبرية، مثل: الجمع والطرح والضرب والقسمة وإيجاد رتب الجذور. ولم يئل في حياته القصيرة التقدير الذي يستحقه، إذ كانت مقالاته تُرفض، وهُشِل في الالتحاق بالكليات التي يريدها، ورسب مراراً في اختبارات المدرسة؛ وهذا ما جعل معلّم الفيزياء يكتب عنه قائلاً: «... إنه بالتحديد لا يفقه شيئاً. لقد قيل لي إن لهذا الطالب مهارات رياضية؛ وهذا بدوره ما أدهشني. فاستناداً إلى اختباراته، يبدو أنه على قدر بسيط من الذكاء، أو أنه قد أخفى عني ذكاءه على نحو جعل من المستحيل عليّ اكتشافه». وأعاد إليه المشرف البحث الذي احتوى على أهم النتائج في نظرية الزمرة معلقاً عليه بعبارة «غير مفهوم». وحياته كانت سلسلة من المآسي، فوالده مات منتحراً، وهو بدوره توفي مقتولاً بعد خروجه من السجن؛ لاتهامه بمعارضة الملك لويس فيليب. - المراجع

أسبوعاً. وبعد أسبوع كان الطالب قادراً على حضور حلقة دراسية عن نظرية «غالو» مع طلاب الجامعة في قسم الرياضيات».

تحدث معلم آخر عن أحد طلابه من الذين لوحظت قدراتهم عندما كان ملتحقاً بمدرسة متوسطة عادية قبل التحاقه بمدرسة متخصصة في دراسة الرياضيات. كان هذا الطالب يتلقى دروساً في الرياضيات بوساطة البريد (أي، ما يدعى مدرسة الرياضيات بالمراسلة)، إضافة إلى ما كان يتلقاه في المدرسة. وعندما كان يرسل الإجابة عن الأسئلة التي يحلها، كان يطرح أسئلة متعددة ومعقدة عن التكاملات، وتبين أنه كان يحل واجبات أخيه، حيث كان أخوه طالباً في الكلية. وقد تحدث معلمون آخرون عن قصص مماثلة.

مثلاً، تحدث معلم آخر عن طالب كان يهرب من المدرسة لمشاهدة محاضرات عن حساب التفاضل والتكامل في البيت كانت تعرض على شاشة التلفاز، وكانت حينئذ جزءاً من برامج التلفاز التربوي. ونتيجة لذلك، عندما التحق بمدرسة متخصصة في دراسة الرياضيات (في سن الرابعة عشرة)، كان يمتلك معرفة كبيرة بالرياضيات على المستوى الثالث تقريباً في حساب التفاضل والتكامل.

تجليات المعرفة الواسعة للرياضيين البارزين في طفولتهم

تتضمن السير الذاتية للرياضيين البارزين أمثلة حية على المعرفة الرياضية الواسعة في الطفولة. ومن الأمثلة البارزة على ذلك، معجزة الطفل الأمريكي نوربرت وينر (Norbert Wiener, 1964) الذي أتقن المنهاج المعتمد في الرياضيات العليا في سن مبكرة جداً. وكان كل من السرعة والعمق اللذين أتقن بهما عالم الرياضيات الفرنسي بليز باسكال (Blaise Pascal) الهندسة الإقليدية (Bell, 1937, P. 75) شيئاً أسطورياً. وحصل جاك هادامرد (Jacques Hadamard) على أعلى علامة في امتحانات تحديد المستوى (Placement Exams) في المعهدين المشهورين جداً للتعليم العالي في فرنسا آنئذٍ، وهما: معهد البوليتكنيك والمعهد العادي، الأمر الذي يستحيل معه الالتحاق بأي منهما لولا المعرفة الكبيرة بالرياضيات. وقد حصل الشيء نفسه مع الفرنسي جان غاستون داربو (Jean-Gaston Darboux)، وتشارلز بيكار (Charles Émile Picard)، وإميل بوريل

(Émile Borel) (Maz'ya & Shaposhnikova, 1998). وأما ما يخص سيرة غاستون الذاتية فقد كتب بيل (Bell, 1937) العنوان الفرعي الآتي: «حلم في الثانية عشرة من عمره بمكتشفات ثورية وحققها في سن الثامنة عشرة». (ص. 12)، وهذه هي الحقيقة، فقد أتقن غاستون كل شيء ضروري لذلك في سن مبكرة جداً.

وتلقي الفقرة الآتية من مذكرات عالمة الرياضيات الروسية صوفيا كوفالفسكايا (Sofia Kovalevskaya) الضوء على الطبيعة الفذة لبصيرة الأطفال الموهوبين جداً في الرياضيات، حيث تذكر أنها كانت وهي في سن الحادية عشرة تقرأ ما كتب على جدران غرفتها التي كانت مغطاة لأسباب اقتصادية بالورق، وكيف اكتشفت بمحض المصادفة، صفحات من كتاب لعالم الرياضيات الروسي أوستروغرادسكي (Ostrogradsky). ومما جاء في المذكرات:

بعد سنوات عدة، وعندما بلغت الخامسة عشرة من عمري، تلقيت أول درس عن حساب التفاضل والتكامل من أستاذ بيترسبورغ المشهور الكسندر نيكولايفيتش سترانوليبسكي (Alexander Nikolaevich Strannolyubsky). وكان مندهشاً من سرعتي الهائلة في استيعاب مفاهيم الحدود والاشتقاقات وتمثلها: «تماماً كما لو كنت تعرفينها من قبل». وفي الحقيقة أتذكر فجأة، عندما كان يشرح تلك المفاهيم، صفحات كتاب أوستروغرادسكي التي كانت ملصقة على جدران غرفتي، وبدا لي مفهوم الحدود كأنه صديق قديم» (ص. 123).

وفي الوقت ذاته، يبدو واضحاً أن ليس كل عالم رياضيات يظهر معرفة واسعة في مثل هذه السن المبكرة، إذ لم يظهر عالم الرياضيات الألماني ديفيد هيلبرت أي معرفة غير عادية، ولم يكن من ذلك النمط العبقري. وكتب ريد (Reid) (1970, P.6)، وهو مؤرخ سيرة حياة هيلبرت، عن ذلك قائلاً: «أغرته الرياضيات لأنها كانت مريحة سهلة لا تحتاج إلى جهد، ولا تتطلب أي حفظ» - لكنه لم يتميز داخل صفه بأي طريقة كانت (لا سيما عند مقارنته بعالم الرياضيات البولندي هيرمان منكوسكي (Minkowski) الذي التحق بالمدرسة في المدة نفسها). أما نيوتن (Newton)، فعلى الرغم من أنه أظهر مواهبه في سن مبكرة بحسب المعايير الحالية، فإنه لم يتميز على امتداد مدة طويلة من الزمن في المدرسة بأي طريقة كانت (باستثناء قدرته على الدفاع عن نفسه وقتال من يضربونه،

(Bell, 1937, P. 92). ولاحظ كثير من كتاب السير أن آينشتاين (Einstein) لم يكن متميزاً في المدرسة. وهناك كثير من الأمثلة من هذا القبيل.

ومما لا شك فيه أنه من الضروري، أن نأخذ في الحسبان، ونحن نحلل السير الذاتية خاصة السير الذاتية للعلماء الذين عاشوا قبل مئات السنين، عدم اكتمال الأدلة الباقية. فنحن نعرف كثيراً عن طفولة باسكال بفضل أخته، وكتبت كوفالفسكايا مذكرات طفولتها بنفسها، لكن مثل هذه المصادر لا تتوافر دائماً. وإضافة إلى ذلك، فإن حقيقة أن الذين كانوا حول الطفل لم يكتبوا أي شيء عن معرفته، لا يعني أن مثل هذه المعرفة غير موجودة. ومع ذلك، تتوافر أدلة يمكن الاعتماد عليها لتأكيد حقيقة أن المعرفة الرياضية الكبيرة في الطفولة ليست سمة عامة لعلماء الرياضيات الموهوبين جداً جميعهم (مثلاً، وصف هلبرت لطفولته بنفسه).

مناقشة: بعض الاعتبارات النظرية

ليس هناك من شك في أن هلبرت كان قادراً على استيعاب قدر كبير من المعرفة الرياضية: إذ تعزز حياته المهنية بمجملها بصفته عالماً، هذه الحقيقة. ومن الممكن حقاً أن نتبين عدم امتلاكه هذه الموهبة وهو طفل، وأنها تفتحت فقط في سن متأخرة. ويستطيع المرء الإشارة إلى أمثلة تؤكد عدم ظهور كثير من القدرات الرياضية على نحو أساسي في سن مبكرة. ومع ذلك، استناداً إلى الحقيقة التي نعرف أن الرياضيات قد أتت بسهولة في الطفولة، فمن الممكن افتراض تفسير آخر (يمكن دعمه بأدلة من السيرة الذاتية): لم يظهر هلبرت، مثل نيوتن، اهتماماً مبكراً في الرياضيات. وباستخدام مصطلح رنزولي يمكن أن نقول إنهما يعرفان أكثر بكثير مما كانا يعرفانه، لكنهما لم يريا ثمة حاجة إلى التركيز على الرياضيات إلى أن يبلغا عمراً معيناً.

ويرى هذا التفسير أنه ينظر إلى المستوى العالي من المعرفة في سن مبكرة، كتلك المشار إليها أعلاه، على أنها خصائص معقدة للموهبة الرياضية، مشيراً إلى وجود سمتين على الأقل من السمات الثلاث التي تعرّف الموهبة: لا يظهر مثل هؤلاء الأطفال القدرة على

إتقان المادة الرياضية بسرعة وعلى نحوٍ دائمٍ فحسب، كما وصفها كروتسكي، بل أظهرها مستوى من التركيز والاهتمام بالرياضيات؛ وهذا ما يمكّنهم من اكتساب المعرفة التي تتجاوز حدود المألوف.

ومن المرغوب فيه إجراء دراسة متعمقة للتفاعل بين المجموعات الثلاث للسّمات آنفة الذكر التي تحدد الموهبة الرياضية، ووصف كل واحدة منها بدقة متناهية. ومن الواضح، مثلاً، بعيداً عن كل «المعجزات الرياضية»، أن كل من يمتلك مستوى عميقاً من المعرفة في سن مبكرة جداً سيصبح عالم رياضيات كبيراً. مثلاً، مع أن الطالب المشار إليه آنفاً الذي ساعد أخاه في التكامل، تماماً كما هو الحال لطالب المرحلة الابتدائية الذي تعلم حساب التفاضل والتكامل عن طريق التلفاز، قد حصل على شهادة الدكتوراة في الرياضيات، لكن أيّاً منهما لم يصبح باحثاً بارزاً في الرياضيات (بناءً على عدد ما نشره في المجالات العلمية المشهورة).

فسّر معلم الطالب الأول ذلك بالطبيعة الخاصة للالتزام الطالب بالمهمة، وهذا ما كان جلياً في أثناء سني دراسته. وحتى عندما كان طالباً، فقد كان ميالاً إلى حل المسائل التي كانت تُحل على نحوٍ سريعٍ نسبياً. ولاحظ المعلم أنه «إذا كانت المسألة لا تحل في غضون نصف ساعة، فإنه كان يتجاهلها». وفي الحقيقة أن هذا الطالب، بفضل قدراته الاستثنائية، كان يستطيع إنجاز الكثير في نصف ساعة؛ فقد كان هذا الالتزام بالمهمة، مثلاً، يكفي بالنسبة إليه لإتمام مساق في حساب التفاضل والتكامل وهو لا يزال طالباً في المرحلة المتوسطة.

أما معلم الطالب الآخر الذي أشير إليه آنفاً، فأوضح أن سبب إخفاقه في الرياضيات كان مرده بصورة رئيس إلى انعدام الإبداع: «كان يعمل كل شيء دائماً وفقاً للقوانين، ولكنه لم يكن له مثيل في تطبيقه القوانين ودمجها».

وهكذا، فإنه ليس بالضرورة أن تفضي المعرفة المبكرة غير العادية إلى نجاح باهر في وقت لاحق. ومع ذلك، يمكن النظر إليها بصفاتها عاملاً يسهم إسهاماً كبيراً في إمكانية

تحقيق مثل هذا النجاح. وعند هذه النقطة من النقاش، من الضرورة بمكان الانتقال من أسئلة البحث البحتة إلى القضايا والمسائل ذات الصلة بممارسة التعليم الفعلي.

الكشف عن الموهبة الرياضية

من السهل نسبياً مقارنة مستويات مختلفة من القدرات الرياضية بأثر رجعي عن طريق تحليل السير الذاتية -مثلاً- لعلماء رياضيات مختلفين. ولكن من الصعب جداً التنبؤ والتخمين مسبقاً بتطور مواهب الطلاب، وتسيط الضوء عليها. ودون الخوض في التحليل المفصل للطرق المتعددة التي يمكن تحديد المواهب من خلالها، دعونا نؤكد أولاً على القيود التي لا مفر منها. فمثلاً، قد نجد أن المسائل، في مرحلة محددة من الدراسة وتحت ظروف محددة، التي قد نصور أنه لا يستطيع حلها إلا الأشخاص ذوو القدرات الاستثنائية هي مسائل سهلة عند الممارسة.

ادّعى ثورندايك (Thorndike, 1921) أن «طلاباً معيّنين لا يستطيعون حل مسائل بدرجة معيّنة من التعقيد والتجريد، تماماً كعدم قدرتهم على القفز فوق سور بارتفاع خمسة أقدام أو رفع ثقل يزن خمسمئة رطل.» لكن المسائل التي أشار إليها غالباً ما كانت مسائل في الحساب والجبر الابتدائي يمكن أن يحلها عملياً الطلاب جميعاً الذين درسوا مادة تعليمية مخطط لها تخطيطاً إستراتيجياً (وهذا ما دعا كروتسكي وغيره إلى توجيه انتقادات حادة لأعمال ثورندايك).

عادة ما يكون تأثير العامل الاجتماعي كبيراً جداً، لذا، يجب أن يشتمل هدف العمل التطبيقي على الاستفادة من هذا التأثير إلى أقصى قدر ممكن، ومن ذلك اتباع إستراتيجية مثالية كتلك التي تقدم مثل هذه الفرص للطلاب الذين يمتلكون مواهب متوقّدة وتتيح لمواهبهم الازدهار. وبطبيعة الحال، كانت موهبة كوفالفسكايا عرضة للتطور والظهور حتى لو لم تكن جدران غرفتها مغطاة بصفحات من كتاب الرياضيات. أما ما يخص غاوس، مثلاً، فلا يمكننا إلا الاتفاق مع ما قاله «بيل» (1937) من «أن سلسلة الأحداث السعيدة هي التي كانت وراء إنقاذ غاوس من أن يصبح بستانياً أو بناءً» (P.219)، وتمثلت تلك الأحداث السعيدة بتزويد معلميه له بالكتب بقدر استطاعتهم.

ويُعدُّ رمانوجان مثلاً تقليدياً «العبقري الخالص» (Pure Genius) دون أي تعليم، إذ «اكتشفه» هاردي (Hardy) استناداً إلى رسالة كتبها حين كان مغموراً احتوت على نتائج جديدة. ومع ذلك، كما أشار يوسيسكين (Usiskin, 2000) بدقة إلى أن المسألة ليست بتلك البساطة، إذ أتيحت لرامانوجان فرصة الحصول على كتاب من مجلدين بعنوان «مختصر النتائج الابتدائية في الرياضيات البحتة والتطبيقية»، شملت موضوعات الاختبار الذي كان لا بد من اجتيازه في ذلك الوقت للحصول على دبلوم شرف في الرياضيات من جامعة كامبريدج. وفي الحقيقة، كان لهذا الكتاب الفضل الكبير بتزود رامانوجان بفرصة دراسة الرياضيات.

لا يشتمل مفهوم الموهبة الرياضية على تحديد ما هو موجود أصلاً على نحو كبير بالقدر الذي يعني الكشف عن الموهبة القادمة- «منطقة التطور الوشيك للطلاب» (the zone of the student's proximal development) بحسب مصطلح فيجوتسكي (1986). وبناءً على ذلك، قد يتحول التعاون مع شريك أكثر تطوراً إلى حدث حاسم للطلاب المحتمل تفوقهم رياضياً. ويمكن لمثل هذه الشراكة أن تساعد أولاً، وقبل كل شيء، على إيجاد الفرص وتقديمها للطلاب الموهوبين. وسنحلل جوانب محددة من الخبرة الروسية في التعامل مع الطلاب الموهوبين من وجهة النظر هذه. وفي هذا السياق، من المفيد جداً الإفادة من التعريف الواسع للموهبة مقارنة بالتعريف المستخدم سابقاً، ودعونا نؤكد مرة أخرى أنه من المستحيل تحديد مستوى موهبة الطالب مسبقاً بأي درجة من الدقة.

وتجدر الإشارة أيضاً إلى أنه من المفيد جداً الحديث عن الإمكانيات وليس عن المتطلبات الصارمة. يرتبط مفهوم «المعرفة» (Knowledge) الذي أكدناه أعلاه، وما سنؤكدده لاحقاً، ببروز الاهتمام المستقل الناهض. ففي مثل تلك الحالات التي يُكره فيها الطالب، الذي جرى تقويمه على أنه موهوب جداً، بطريقة أو بأخرى على الالتحاق بدورات متقدمة، فإن الاستقلالية، التي تعد سمة مميزة للعظماء، تختفي. ودون الخوض في نقاش مفصل عن مزايا نظام المتطلبات الصارم وأوجه قصوره، دعونا نتفق مع يوسيسكين الذي

عبر في المقال الذي سبق ذكره عن وجهة نظره بعدم وضوح الرؤية لديه، عمّا إذا كان من الأفضل لراماناجون أن يكون قد التحق بصف عادي أم تابع دراسته بنفسه.

توفير الفرص

أمّا ما يتعلق بدور الأقرقاء والنوادي الرياضية التي يستحيل دونها، تطور الطلاب عملياً، كتب يوسيسكين قائلاً: «تجمع هذه الأنشطة الطلاب من مختلف الصفوف والمراحل في مدرسة واحدة، وتوجد ثقافة تتيح للطلاب إمكانية التعبير عن اهتماماتهم بالرياضيات» (ص. 155). ويمكن أيضاً أن يؤدي الدور نفسه جزئياً من خلال الكتب في تقوية الثقافة - أو بتعبير أكثر دقة في المساعدة على دمج الطلاب في الثقافة- التي تتيح لهم فرصة الاهتمام بالرياضيات. وينبغي أن تتاح للطلاب فرصة إدراك أن هناك كثيراً مما سيتعلمونه وراء حدود ما يتعين عليهم معرفته في المدرسة. ومن شأن هذا الإدراك أن يساعد على تحفيز الفضول الطبيعي لدى الطلاب، وإيجاد اتجاهات أكثر دقة فيما يتصل بمعرفة الرياضيات، وتوضيح طبيعتها المفتوحة التي لا تنضب، إضافة إلى إظهار أن الطلاب المهتمين بالرياضيات خصوصاً سوف يحظون بمزيد من الاهتمام.

وعند مناقشة التقاليد العريقة لأولمبياد الرياضيات، التي كانت، بلا شك، مهمة جداً في تحديد الموهوبين في الرياضيات ومتابعتهم (Kukushkin, 1996)، ينبغي عدم تجاهل نظام التمايز الأكثر مرونة، الذي وجد جنباً إلى جنب مع هذين التقليديين، المتضمن إشراك الطلاب في الرياضيات عن طريق نشر الكتب. وتجدر الإشارة هنا إلى أن نتائج المسابقات في المراحل الأولى لحركة الأولمبياد الروسية لم تكن تحظى بالاهتمام الكافي، حيث كان الفائزون يُمنعون من المشاركة في أي أولمبياد آخر. ولكن كان يعتقد وجوب تفاعل الفائزين مع علماء الرياضيات المختصين، وتلقي مجموعة متواضعة من الدراسات الرياضية (Fomin, 1994).

تشير طريقة التفكير هذه إلى رسالة الكتاب، ويتمثل المستوى الأول من تحقيق هذه الرسالة في تضمين الكتب الدراسية مواد وفصولاً إضافية مباشرة- تكون اختيارية لكنها أكثر صعوبة من غيرها. وسوف لن تقتصر هذه المواد الإضافية على مسألة أو مسألتين

فحسب، بل على مجموعة كبيرة من المهام أو الأقسام النظرية ذات صلة بالنص الأساسي تهدف إلى إثرائه وتوسيعه بصورة جوهرية. وهكذا، فإننا نجد في الكتاب المدرسي الروسي (الرياضيات 7)، مثلاً، أن كل فصل ينتهي بملخص بعنوان «لمن يهمهم الأمر». ويحتوي أيضاً كتاب شاريجين (Sharygin, 1999) على تسعة وأربعين جزءاً، تحوي ثمانية منها نجمة تشير إلى أنها جزء من المادة الإضافية. وهناك بعض الكتب المدرسية مثل وينر، رايزك، وهودت (Werner, Ryzik, & Hodot, 2001) تقدّم عملياً المواد كلها على وفق مستويات متعددة من الشرح.

يتألف المستوى الثاني من استخدام كتيبات تحتوي على فصول إضافية إلى جانب الكتب المدرسية ليصار إلى استخدامها في صفوف خاصة في تدريس الرياضيات المتقدمة، تماماً كما هو الحال فيما يتعلق بالقراءة المستقلة (Handbook By Atanasyan Et. Al, 1996) .. وتكون الموضوعات المطروحة في مثل هذه الكتب قريبة مما تتضمنه الكتب المدرسية الرئيسية، لكنها تستخدم طرائق ودراسات نظرية أكثر صعوبة وعمقاً (مثلاً، يقدم كتاب أتاناسيان المشار إليه أنفاً كثيراً من المسائل الهندسية التي يمكن حلها باستخدام طريقة المتجهات (Vector Method)، كما يقدم أيضاً موضوع الدوائر المحاطة (Inscribed Circles) والدوائر المحيطة (Circumscribed) وخصائص كل منها بطريقة مفصلة).

وأخيراً، يتمثل المستوى الثالث في قراءة الأدب الشعبي. وفي هذا الصدد، يوجد لدى طلاب المدارس الروس مجموعة كبيرة متنوعة من الكتب الروسية والمترجمة ليختاروا منها، والموجهة إلى أولئك المهتمين بالرياضيات، بدءاً من النص التقليدي لكل من رادماشر وتوبلتز (Rademacher And Toeplitz, 1957) وصولاً إلى كثير من الكتيبات في سلسلة «المحاضرات الشهيرة في الرياضيات» من منشورات مطبعة نوكا (Nauka Press) المترجمة جزئياً إلى الإنجليزية.

يمكن أن يبدأ طلاب المدارس الموهوبون عند مستوى معين من التطور الرياضي، بدراسة كتب أساسية، على أن يُزودوا في المراحل المبكرة الحاسمة من نضج موهبتهم الرياضية بمواد تؤدي إلى تطور موهبتهم، وتمكّنهم من التعبير عن أنفسهم. وقد فتحت

التقانة الجديدة، وعلى رأسها شبكة الاتصالات العالمية مجالات جديدة للعمل مع الطلاب الموهوبين، فأصبحت لديهم الآن ثروة من المصادر الجديدة التي يمكنهم الاعتماد عليها في الحصول على المعرفة الجديدة، وعدم الاكتفاء بالكتب وحدها.

مشكلات تربوية لمعلمي الرياضيات: بعض المقترحات العملية

تناولت المناقشات أعلاه أهمية الاحتمالات الاختيارية للطلاب الموهوبين، أي الفرص الموجودة خارج جدران غرفة الصف. ومع ذلك، يبدو دور المعلم مهماً في هذا السياق، حيث يمكن أن يساعد الطالب على اكتشاف مصادر جديدة من المعرفة بنفسه (كما حصل مع معلم غاوس الذي اعترف، بفعله هذا، «أن تفكيره أبعد من تفكيري» (Bell, 1937, P. 222)؛ ولكن المعلمين يمكن أن يكبحوا سعي الطلاب وراء المعرفة، من إظهارهم، مثلاً، عدم الاحترام للقراءة الإضافية.

كتب ستانلي (Stanely, 1987) مرة عن أهمية اختيار معلمين قادرين على تدريس الطلاب الموهوبين. دعونا نضع هذه القضية في إطار أوسع، ونشير إلى أهمية إعداد المعلمين الذين قد لا يكونون قادرين بالضرورة على تدريس الموهوبين، ولكنهم يمتلكون المقدرة على دعم الطلاب وإرشادهم. اقترح لي شولمان (Lee Shulman, 1986) ذات مرة مفهوماً مهماً هو: «معرفة المحتوى التعليمي». وقد عني بهذا معرفة أكثر أشكال عرض الأفكار فائدة «لأغراض التدريس»، وأكثر التشبيهات أو المقارنات قوة، إضافة إلى الإيضاحات، والأمثلة، والتفسيرات، والعروض». تتضمن معرفة المحتوى التعليمي أيضاً معرفة الموضوعات التي يراها الأطفال مثيرة ومهمة أو صعبة، وكذلك معرفة الأخطاء المفاهيمية الشائعة لدى الطلاب العاديين. وينبغي أن ينظر إلى الإلمام بالدراسات ذات الفائدة للطلاب الموهوبين والموجودة في كل بلد وفي كل لغة، على أنها مكون أساسي في معرفة المحتوى التعليمي؛ والإلمام كذلك بصعوبات تُعرّف الموهوبين وتعليمهم.

قد يفهم أحياناً المعلمون المبتدئون المقاومة المبررة الضرورية لعملية الحفظ عن ظهر قلب الحشو الذي لا طائل منه (Mindless Cramming) على أنها دعوة إلى تقليل الاهتمام بالمعرفة بصورة عامة. ويقود هذا حتماً إلى تعليم خالٍ من الجوهر يخيف الطلاب

الموهوبين فقط (وأي طالب آخر) ويبيدهم كثيراً عن الرياضيات. وللحيلولة دون تحقق مثل هذه النتيجة، يتعين على معلمي المستقبل أن يصبحوا أكثر معرفة بنماذج للطرائق التي يستخدمها الطلاب الموهوبون في بناء معرفتهم، ويستثمرونها في زيادة نشاطهم الإبداعي. علينا أن نلاحظ أن ضرورة إمام معلمي المستقبل بـ «مجال القدرات كله» (وهذا من متطلبات الحصول على إجازة تدريس في الولايات المتحدة) أمر مسلّم به عالمياً تقريباً؛ لكن الواقع يشير إلى غير ذلك، إذ غالباً ما ينحدر مثل هذا الإمام ليصبح معرفة بجانب واحد فقط من طيف المعرفة. لذا، سيكون من المرغوب فيه تضمين فصول خاصة مكرسة لتدريس الموهوبين ضمن برنامج تدريس معلمي الرياضيات (Evered & Karp, 2000). ومع ذلك، يمكن للدورات العامة المتعلقة بطرائق تدريس الرياضيات أن تعالج مثل هذه القضايا، حتى عند عدم توفر فرص تنظيم دورات خاصة.

الخاتمة

لا يزال الغموض في الوقت الراهن، يكتنف الطريقة التي تعمل بها الموهبة الرياضية وتتطور. وهذا يجعل من الصعب عدم إغفالها والتقليل من أهميتها في الممارسات اليومية. لقد بدأنا هذه المقالة باقتباس كلمات من مسرحية اليكساندر بوشكين (Pushkin) «موزارت وساليري» الذي وصف فيها أنطونيو ساليري الموسيقار موزارت (Mozart) بـ «المتسكع الخامل». وتظهر المعلومات المستمدة من سيرة موزارت الذاتية أن هذا الوصف لا يمت إلى الحقائق الفعلية بأي صلة؛ لأن موزارت كان مبدعاً، لكن خطيئة الحسد هي التي جعلت منافسه يصفه بهذا الوصف، وربما يكون هو الذي تسبب في موته. وينطبق الحال على الذين يملكون موهبة رياضية والذين يعارضونهم. ونحن نؤمن أن المعرفة المعقدة، كما حاولنا إبرازها، تمثل سمة مهمة معقدة من سمات الموهبة الرياضية، وبطبيعة الحال، فإن من الضروري إيجاد الظروف الملائمة التي تساعد الطلاب على اكتساب مثل هذه المعرفة.

قائمة المراجع

- Atanasian, L. S., Butusov, V. F., Kadomzev, S. B., Shestakov, S. A., & Iudina, I. I. (1996). *Geometria. Dopolnitel'nye Glavy K Shkol'nomu Uchebniku 8 Kl-assa. Geometry. Supplementary Chapters To The School Textbook For The 8Th Grade. M.: Prosveschenie.*
- Bell, E. T. (1937). *Men Of Mathematics. New York: Simon And Schuster.*
- Donoghue, E. F., Karp, A., & Vogeli, B. R. (2000). *Russian Schools For The Mathematically And Scientifically Talented: Can The Vision Survive Unchanged? Roeper Review. A Journal Of Gifted Education. 22(2), 121-122.*
- Dorofeev, G. V. (Ed.) (1997). *Matematika. Arifmetika. Algebra. Analiz Dannyh. 7 Klass. Uchebnik. [Mathematics. Arithmetic. Algebra. Data Analysis. 7Th Grade Textbook]. M.: Drofa.*
- Evered, L., & A. Karp (2000). *The Preparation Of Teachers Of The Mathematically Gifted: An International Perspective. Ncsms Journal, 5(2), 6-8.*
- Fomin, D. (1994). *Sankt-Peterburgskie Matematicheskie Olimpiady. [St. Petersburg Mathematical Olympiads]. St. Petersburg: Politehnika.*
- Glushko, M. (1953). *Na Vsiu Ghizn'. [All Life Long]. Simferopol': Krymizdat. Hayes, J. R. (1989). Cognitive Processes In Creativity. In J. A. Glover, R. R. Ronning, & C. R. Reynolds (Eds.), Handbook Of Creativity (Pp. 135-145). New York: Plenum*
- Karp, A. (1992). *Daiu Uroki Matematiki. [Math Tutor Available]. M.: Prosveschenie.*
- Kovalevskaya, S. (1978). *A Russian Childhood. New York: Springer-Verlag.*
- Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology Of Mathematical Abilities In Schoolchildren, (J. Kilpatrick & I. Wirszup, Eds.; J. Teller, Trans.). Chicago: University Of Chicago Press.*
- Kukushkin, B. (1996). *The Olympiad Movement In Russia. International Journal Of Educational Research, 25(6), 552-562.*
- Maz'ya, V., & Shaposhnikova, T. (1998). *Jacques Hadamard, A Universal Mathematician. AMS-LMS.*
- Pushkin, A. (1954). *Mozart I Salieri. Polnoe Sobranie Sochinenii. V. 3. (Mozart And Salieri. Complete Works.) M.: Pravda.*

- Rademacher, H., & Toeplitz, O., (1957) *The Enjoyment Of Mathematics: Selections From Mathematics For The Amateur*. Princeton, Nj: Princeton University Press,
- Reid, C. (1970). *Hilbert*. New York: Springer-Verlag.
- Renzulli, J. (1977). *The Enrichment Triad Model: A Guide For Developing Defensible Programs For The Gifted And Talented*. Wethersfield, Ct: Creative Learning Press.
- Ridge, H. L., & Renzulli, J. (1981) *Teaching Mathematics To The Talented And Gifted*. In Vincents J. G. (Ed). *The Mathematical Education Of Exceptional Children And Youth* (Pp. 91-266). Reston, Va: National Council Of Teachers Of Mathematics.
- Sharygin, I. F. (1999). *Geometria. 10-11. Uchebnik. (Geometry. 10-11. Textbook.)* M.: Drofa.
- Shulman, L. S. (1986). *Those Who Understand: Knowledge Growth In Teaching*. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Simonton, D. K. (1984). *Genius, Creativity And Leadership*. Cambridge, Ma: Harvard University Press.
- Sriraman, B. (2004). *The Characteristics Of Mathematical Creativity*. *The Mathematics Educator*, 14(1), 19-34.
- Sriraman, B. (2005). *Are Giftedness And Creativity Synonyms In Mathematics? A Theoretical Analysis Of Constructs*. *Journal Of Secondary Gifted Education*, 17(1), 20-36.
- Stanley, J. (1987). *State Residential High School For Mathematically Talented Youth*. *Phi Delta Kappan*, 68(10), 770-772.
- Thorndike, E. L. (1921) *The New Methods In Arithmetic*. Chicago: Rand McNally.
- Usiskin, Z. (2000). *The Development Into The Mathematically Talented*. *Journal Of Secondary Gifted Education*, 11(3), 152-162.
- Vogeli, B. R. (1997). *Special Secondary Schools For The Mathematically And Scientifically Talented. An International Panorama*. New York: Teachers College Columbia University.
- Vygotsky, L. (1986). *Thought And Language*. Cambridge, MA: MIT Press.

Weisberg, R. (2000). Creativity And Knowledge: A Challenge To Theories. In R.J.Sternberg (Ed.) Handbook Of Creativity (Pp. 226–253). Cambridge University Press.

Werner, A., Ryzik, V., & Hodot, T. (2001). Geometria–8. (Geometry–8.) M.: Prosveschenie.

Wiener, N. (1964). Ex–Prodigy: My Childhood And Youth. Cambridge: Mit Press.



ibikanda.com