تمكين مزيد من الطلاب لتحقيق النجاح الرياضي

دراسة حالة سارة

سيلفيا بولغار Sylvia Bulgar

جامعة رايدر

ملخص

في الوقت الذي تكافح فيه الولايات المتحدة لتنافس الأمم الصناعية الأخرى في تعليم الرياضيات وتعلّمها، لكن يبدو أن هناك حاجة إلى التركيز على أحد أعظم الموارد البشرية؛ إنهم أولئك الذين سيصبحون مميزين في الرياضيات. لذا، فإنه من الضروري جدّاً توفير الإمكانات المثلى للطلاب جميعاً لإظهار ما لديهم من أداء متميز؛ كي يتمكنوا من تلقي التدريب الملائم عبر مراحل حياتهم التربوية. تعرض الباحثة في هذا البحث بعض التجارب الرياضية لطفلة اسمها (سارة) -حفيدتها- التي أظهرت سمات عالية في التحصيل الرياضي. وقد ظهرت هذه المؤشرات عندما كانت سارة صغيرة جدّاً.

المقدمة والإطار النظري

تعمـل الولايات الأمريكية جميعها بجـد نحو إيجاد معايير تربوية قابلة للقياس، وإيجاد أدوات قياس لهذه المعايير بهدف الامتثال لقانون «عدم إهمال أي طفل » (No Child Left Behind) الصـادر عـام 2001. وقـد رُبطت الإعانـات الاتحادية بالامتثال لهـذا التشريع، الذي يركز علـى تلبية الأطفال جميعاً للمعايير الأساسية للبراعة والكفاية. (Proficiency) ويُحـدّد مدى تلبية المعايير من خلال الاختبارات في مختلف الصفوف الدراسية. وقد ترتب علـى ذلك قيام المعلمين في كثير من الحالات بإعادة تحديد أهدافهم التربوية بحيث يكون جميع طلبتهـم، بصرف النظر عن قدراتهم، أكْفاء (Proficients) في الاختبارات المقننة (Schorr & Bulgar, 2003). وتطبـق 50 ولاية، إضافة إلى مقاطعة كولمبيا، بدءاً من العام الدراسـي (2000–2001)، برنامج اختبار على نطـاق واسع (Education Week On The Web, 2002). ثـم تخطـت النزعة نحو إجراء مزيد من الاختبـارات المقننة للكفاية حدود الولايـات المتحـدة الأمريكيـة (Albrantes, 2001; Firestone & Mayrowetz, 2000; Keitel, & Kilpatrick, 1998 As Cited In Albrantes, 2001; Niss, 1996).

وفـي الوقـت ذاته، أشـار تقريـر «خريطة الطريـق للأمن القومـي: حتميـة التغيير»، (Road Map For National Security: Imperative For Change, 2001) المعـروف أيضـاً باسـم تقريـر لجنـة هـارت رودمـان (Hart–Rudman)، إلـى حاجـة الولايـات المتحـدة الملحـة لتربية جيل جديد مـن المواطنين البارعين فـي مجالات العلوم والتقانـة والهندسـة والرياضيـات. وهكذا، كوّن عضـوا الكونغرس فيرن إيلـر ومارك يودال (Ern Ehlers &Mark Udall) التجمـع المعـروف باسـم مسـار عـرف باسـم (STEM) (Pipeline Science, Technology, Engineering, Mathematics Stem). للمساعدة علـى تزويد الولايات المتحدة برأس المال المعرفـي المطلوب لتعزيز الاقتصاد المبني على المعرفـة وتطويـره. وبناءً علـى ذلك، فقد بات مـن الضروري تزويد الأطفـال جميعهم منذ نعومـة أظفارهم بالفرص التي تعزز من أدائهم في الرياضيـات، الأمر الذي يجعل تعليمهم داعماً لنموهم وتطورهم المتواصل في الرياضيات.

وعلى الرغم من التركيز على جعل الأطفال يطورون مهاراتهم في الرياضيات، فإن الاختبارات الوطنية والعالمية المستخدمة في قياس التقدم التربوي في الرياضيات، مثل مسابقة الدراسة الدولية للرياضيات والعلوم -تيمس- (And Science Study -Timss) واختبار القياس الوطني للتقدم التربوي (Progress-Naep) تشير إلى أن عدد الطلاب في الولايات المتحدة الذين أبدوا فهماً للأفكار أو المعرفة التي يطلب إليهم العمل على أساسها، من خطوات وحساب ومسائل أساسية كان غير كاف. وبناءً على ما سبق، ليس من الغريب وجود تركيز تربوي على تحديد الطلاب الضعفاء ومساعدتهم، وهذا ما يحدث غالباً عن طريق إجراء علاجي، بهدف تحقيق نتائج مرضية في الاختبارات، دون اهتمام كافٍ بضرورة بناء المعرفة التي يمكن أن تقوي الفهم. وإضافة إلى ذلك، ونظراً إلى الحوافز المالية المقيدة بوجوب وصول الطلاب جميعاً إلى مستوى الكفاية، يعاني مجتمع النابغين الذين وصلوا إلى الكفاية التجاهل بسبب الفكرة الخاطئة التي تقول إنهم سيواصلون التقدم بمفردهم (Goodkin, 2005)، إذ إنهم يحتاجون أيضاً إلى تلبية أهدافهم التعلمية التي لا تتحقق بمجرد الوصول إلى الكفابة. وأن قدراتهم في حاجة إلى شحذ، ليس من أجل تطورهم الشخصي فحسب، بل من أجل مصلحة الأمة أيضاً.

وقد نشر المجلس الوطني الأمريكي لتعليم الرياضيات (The National Council of Teachers of Mathematics, Nctm) مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية (Principles and Standards For School Mathematics, 2000) التي تحدد الرياضيات التي على الطلاب جميعاً تعلّمها. وقد جرت العادة على تحديد الطلاب ذوي القدرات المتميزة في الرياضيات عن طريق الحصول على علامات عالية في الاختبارات المقننة. وفي هذا السياق يشير ستانلي (Stanely, 1976) إلى عدم ملاءمة كثير من هذه الاختبارات؛ لأن الاختبارات التي تستند إلى العمر أو مستوى المرحلة ليس لها سقف كاف لاستيعاب الطلاب النابغين جدّاً. لذا، فإن الاختبار الملائم لتحديد الاستعداد للتسريع، سوف يوفر للطلاب أداة لإظهار قدراتهم في البرهنة والتواصل رياضيّاً على مستويات عالية جدّاً. ولتحقيق هذه الغاية، طُوّر **اختبار القدرات الرياضية للطلاب النابغين** (Test of Mathematical Abilities For Gifted Students, Tomags) آخذاً في الحسبان معايير المجلس الأمريكي لمعلمي

الرياضيـات، وسمـات الطـلاب النابغين في الرياضيـات، كما حددها كثير مـن الباحثين. وفيما يأتي قائمة تحتوي على طيف واسع من سمات الأطفال النابغين في الرياضيات، بسبب ارتباطها بهذه الدراسة. وهذه السمات، هي (Ryser & Johnsen, 1998):

- امتـلاك القدرة على فهـم المسائل والأسئلـة وخطوات الحـل وصياغتها بطريقة عفوية.
- القـدرة على التمييز بين المعلومـات المتصلة بمهام حـل المسألة الجديدة وغير المتصلة.
- القدرة على رؤية الأنماط والعلاقات الرياضية.
- امتلاك المزيد من الإستراتيجيات الإبداعية لحل المسائل.
- مرونة أكثر في تناول البيانات وتنظيمها.
- امتلاك القدرة على تقديم تفسيرات أصيلة.
- امتلاك القدرة على تحويل الأفكار التي جرى تعميمها على المواقف الرياضية.
- حب الفضول على نحوٍ كبير بخصوص المعلومات العددية.
- امتـلاك القدرة على تعلـم الأفكار الرياضيـة وفهمها فهماً سريعـاً، والقدرة على التفكيـر التأملـي، واستنفاد وقت طويل في حل المسائـل المعقدة أو المسائل ذات الحلول المتعددة.
- المثابرة على محاولة التوصل لحل المسألة.
- إبداء السرعة والمرونة في استخدام مهارات ما وراء المعرفة.

وبطبيعة الحال، فإنه لا يتوقع من أي طفل يُعرّف أنه متفوق في الرياضيات امتلاك هذه السمـات كلها. ومع ذلـك، فمن الممكن عند تحديد هذه السمـات، اتخاذها معايير لتحديد الأطفـال المتقدميـن رياضيّاً. ويمكـن أن تفتح هذه السمات أيضاً نافـذة على عمل الأطفال الذيـن قد لا يُصنّفون أنهم متفوقون بالضرورة، حيـث إن إظهار هذه السمات في أثناء أداء المهـام الرياضية يُظهر المستوى العالـي للتحصيل الممكن لكثير من الأطفال. وفي معرض استعراض السمات، يبدو جليّـاً أن التركيز ينصب على الاستدلال، وحـل المسائل أكثر من

المهارات الحسابية، وهذا يتفق مع معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات للأطفال جميعاً (Nctm, 2000).

ومن أجل توسيع نطاق دراسة التحصيل في الرياضيات، أُجريت مراجعات لبعض الدراسات المتوافرة ذات الصلة بالمجال الوجداني والأداء الرياضي. يشير الوجدان - كما هو مشار إليه هنا - إلى التركيبة المعقدة للاستجابات العاطفية والمشاعر والدافعية والمواقف والمعتقدات والقيم التي تتفاعل جميعها مع المعرفة. وعلينا هنا ملاحظة الفرق بين الوجدان القوي رياضيّاً (Mathematically Powerful Affect)، والوجدان الإيجابي رياضيّاً (Mathematically Positive Affect)، إذ يشير الأول إلى القدرة على أداء الرياضيات على نحوٍ قوي، ويُعدُّ هذا سمة من سمات النضج المبكر في الرياضيات. ويشتمل هذا النوع من الوجدان على كل من الشعور الإيجابي تجاه الرياضيات (مثل، الفضول والمتعة والغبطة فيما يتصل بالبصيرة الرياضية والفخر والرضا)، والشعور المتردد أو السلبي (مثل، الانزعاج والقلق والاضطراب والخوف). عندما يمتلك المرء وجداناً رياضيّاً قويّاً، فإن الشعور السلبي المرتبط بالرياضيات يحدث في سياق آمن، وبذلك يكون الطلاب قادرين على إدارة هذه المشاعر والإفادة منها. وهكذا، فإن الإحباط الذي يلازم المسألة الصعبة يقود نحو توقع تعلم شيء جديد، ويزيد من الفخر بالإنجاز عند التوصل إلى حل للمسألة. ويؤدي امتلاك الطلاب للوجدان القوي رياضيّاً إلى دعم قدرتهم على المثابرة في التوصل إلى حل للمسألة (Ashley, 1973; House, 1987)، والتأمل في التفكير، واستغراق وقت أطول عند حل المسائل المعقدة أو ذات الحلول المتعددة، وهذه كلها تحدد سمات الطلاب النابغين في الرياضيات وخصائصهم. وبناءً عليه، إذا كان بوسعنا مساعدة الطلاب على تطوير وجدان قوي رياضيّاً، فسيترتب على ذلك إظهارهم سمات أداء متقدمة في الرياضيات.

يشير كوفمان وباير (Kaufman & Baer, 2004) في دراستهما، إلى أن الطلاب عند تقويم إبداعهم الشخصي، عبروا عن اتساق مستوى الإبداع بين المجالات جميعها باستثناء الرياضيات. وعلى نحوٍ مماثل، يشير جولدن (Goldin, 2004) إلى أنه يُنظر

إلــى الرياضيات تقليديّــاً بصفتها عقلية منطقية تحليلية، ومن ثــم، فإنها تحول بين الأفراد المتضلّعيــن من المجال والمتمكنين فيه، وإضفاء مكونات عاطفية على ما ينجزونه. وإذا ما نظرنــا إلــى سمات الطلاب النابغين في الرياضيات آنفة الذكــر، فمن الواضح أن المكونات العاطفيــة تؤدي دوراً في الأداء المتقدم في الرياضيات عوضاً عن المهارات الإجرائية. وفي الحقيقة أن امتــلاك إستراتيجيات أكثر إبداعاً لحل المسائل يُعدُّ سمة من سمات التحصيل العالي في الرياضيات.

تأتــي عمليــة التمكيــن لبنــاء الأفــكار الرياضيــة ممــا أطلق عليــه مصطلــح التجميع (Assembly) أو إيجــاد تمثيــلات من لبنات البنى المعرفية. عندمــا يشعر الأطفال بملكية الفكــرة، فإنــه يمكنهم تكويــن تراكيب جديدة، مــن خلال البنــاء على الخبــرات السابقة، حيــث يوجدون نماذج تَمثُّــل (Assimilation Paradigms) أو مجــازات داخليةInternal Metaphors . تسهــم كثير من الظروف الصفية في إيجاد البيئة الملائمة لكل ذلك. مثلاً، يحتــاج الطلاب إلى وقت كافٍ ليغوصوا في المسألة، وعــدم الخوف من القيام بالمخاطرة. دافــع ديفــز (Davis, 1997) عــن بيئة تعلمية بديلــة لتعليم الرياضيات تعــزز الروابط بين التمثيلات في عقل كلٍّ من المعلم والطالب، وقال: «إذا ما طلبنا إلى الطلاب أن يفكروا، فإنه يتعين علينا أن نأخذ أفكارهم بمنتهى الجد.» (Davis, 1992, P. 349).

ويلاحــظ في كثير من المواقف البحثية، توافر البيئــات التي تمكّن الطلاب من إظهار المهــارة الرياضية. وقــد أعاد الباحثون تكــرار كثير من الدراسات علــى بيئات البحث هذه فــي الصفوف العاديــة، وتوصلوا إلى نتاجــات مماثلــة (Bulgar, 2003A; Bulgar Under Review; Bulgar, Schorr, & Warner, 2004).

وإضافــة إلى البيئات المواتيــة، ينبغي اختيار مهام ملائمة بهــدف مساعدة مزيد من الأطفال على تحقيق مستويات عالية من التعلم والتفكير الرياضي. وتُعدُّ مسألة الحفاظ على مستويــات عالية من الشروط أو المطالب المعرفية مــن الأمور الأساسية في اختيار المهام. وقد صنّف سميث، شتاين، هيننجسن، وسيلفر Smith, Stein, Henningsen And Silver

المهام إلى أربعة مستويات من حيث المطالب المعرفية، هي: الحفظ، والإجراءات دون روابط، والإجراءات بروابط، وحل الرياضيات.

تؤدي طبيعة الأسئلة التي يسألها المعلم، وإيجاد بيئات تمكين، واختيار مهام تتطلب مستوىً عالياً من المطالب المعرفية، دوراً كبيراً في مساعدة الطلاب على بناء أفكار رياضية لأنفسهم، وتولّي مسؤولية تعليم أنفسهم بأنفسهم. تقول جولي تاورز (J. Towers, 1998) إنه ينظر إلى المعلم في غرفة الصف التقليدية على أنه منفصل عن الطلاب، وأن التعلم والتعليم كيانان منفصلان. وتفحصت دراستها دور تدخلات المعلم في تطوير مستوى الفهم الرياضي لدى الطلاب. وقد صنف هايبرت وويرن (Hiebert & Wearne, 1993) الأسئلة التي يطرحها المعلمون إلى أربعة أنماط هرمية تحت المستويات التصاعدية المتطورة للتفكير الرياضي. وفي السياق نفسه، يرى دان، وبانتوزي وستينكن (Dann, Pantozzi, Steencken, 1995) أن أسئلة المعلم الملائمة تساعد على تعزيز الاستدلال والنقاش لدى الطلاب.

تحاول المؤلفة في هذا البحث دراسة عمل طفلة تدعى سارة، وهي حفيدتها التي كانت قد شاركت في أنشطة رياضية على مستويات غير رسمية منذ نعومة أظفارها، ومن ثم قياس النتائج وفقاً لمعايير الموهبة الرياضي. وهدفت هذه الدراسة إلى إظهار ذلك، حيث إن سارة قد منحت فرصة تجريب أنواع معينة من المهام في بيئات محددة جدّاً، وتمكنت من التميز وإظهار سمات مرتبطة بالموهبة في الرياضيات، إضافة إلى تجريب الوجدان القوي رياضيّاً. بدأت هذه التجارب في سن مبكرة، وكانت فرضية المؤلفة أنه إذا ما أتيحت فرص مشابهة للأطفال جميعاً، فسوف ينجح كثير منهم في الرياضيات نجاحاً باهراً. ويُعدُّ هذا مهمّاً بسبب الحاجة إلى تطوير الموهبة الرياضية بصفتها مسؤولية تجاه الأفراد، وتطوير الأصول الفكرية لمصلحة الأمة.

المنهجية

يستند هذا البحث إلى البيانات الوصفية والعمل الحقيقي المكتوب لطفلة واحدة هي سارة. وقد جرى تعميم الأفكار المتعلقة بكيفية إثارة أداء من مستوى عالٍ مماثلٍ لدى

كثيــر من الأطفال من خلال تفحص دقيق للبيانات. لم تكـن لدى الباحثة نية في أثناء جمع البيانـات لاستخدامها لأغراض البحث باستثناء البحث الذي أُجري على آيس كريم (بوظة) صنداي (Ice Cream Sundaes). نُفّذ العمل بصفته نشاطاً مشتركاً بين الجدة وحفيدتها. ويشتمـل تحليل البيانات علـى مقارنة سمات الطفلـة بسمات الموهبة فـي الرياضيات التي حددهــا كثير من الباحثين، وأُشير إليها في الإطــار النظري، بحيث تعد هذه السمات نقاطاً مرجعية للقدرات الرياضية، وقد أضيف وصف مكان كل رواية قصيرة وظروفها إلى الوصف الخاص بها بسبب التنوع بين الأمكنة والظروف.

تتكـون عينــة دراسة الحالة هذه مــن الطفلة ســارة (Sarah) فقط، وهــي طفلة ذات جـذور عائلية قوية تستمتع بعمل المهام الرياضية لا سيمــا مع جدتها (مؤلفة هذا البحث)، التــي تُدرِّس الرياضيــات في جامعة محلية. كانت سارة ترتبط بعلاقة حميمة مع جدتها منذ ولادتهــا، واستمــرت هذه العلاقة على نحــوٍ ممتاز بعد تجربة الرياضيــات. يضاف إلى ذلك أنها رياضية أيضاً حيث كانت سبّاحة متميزة واجتماعية، ولديها كثير من الأصدقاء، وكانت تعزف على البيانو، إضافة إلى تميزها في المواد الدراسية جميعها. والتحقت بمدرسة دينية خاصــة حيث كانت تكرس نصــف يومها فقط للدراسات غير الدينيــة، وكانت تعيش في حي مجاور للطبقة الوسطى.

تستخــدم مدرسة سارة سلسلة كتب الرياضيــات المدرسية (The Scott Foresman Math Textbook Series) التــي تُعدُّ سلسلة غير تقليديــة. واختيرت تلك السلسلة في عام 2005 للمشاركة في تقويم مناهج الرياضيات المبكرة الذي تجريه وزارة التربية في الولايات المتحــدة. وهــذا التقويــم يُعد دراسة علــى نطاق واسع تهــدف إلى تحديد فاعليــة كثير من البرامج الرياضية الواعدة في تحسين تحصيل الرياضيات في الصفوف الدراسية المبكرة. وكانــت نتائج سارة في اختبارات الرياضيات الصفية جيدة، وحصلت على علامات مناسبة في اختبارات الرياضيات المقننة، ولكن ليس بمستوى العلامات نفسه الذي حصلت عليه في اختبــارات القراءة المقننة، ولم تكن علاماتها في اختبارات الرياضيات المقننة رائعة. ولم يكن في مدرستها برنامج للموهوبين، ولم تتلق دروساً إضافية تتحدى قدرتها في الرياضيات

وتشجعها. تقول سارة إن الرياضيات موضوعها المفضل، وأنها تستمتع بالحساب إضافة إلى أنشطة حل المسائل.

يتبع هذا البحث بعض الأنشطة الرياضية التي شاركت فيها سارة على مدار سنوات عدة. ومن الجدير بالذكر أن سارة كانت تبلغ من العمر ثماني سنوات وتسعة شهور عند كتابة هذا البحث.

النتائج ومناقشتها

الخبرة الأولى المُلاحَظة التي تشير إلى التفكير الرياضي المتقدم

لمّا كانت سارة قد أمضت وقتاً طويلاً مع جدتها التي كانت مُدرِّسة لمادة الرياضيات، فقد شاركت في ألعاب العدّ (Counting Games) والحديث عن الأعداد منذ نعومة أظفارها. وقد لوحظ نضجها المبكر في الرياضيات أول مرة في صيف عام 1999، عندما كان عمرها سنتين وثمانية شهور تقريباً. وكانت يومئذٍ، بصحبة جدتها في السيارة في طريقهما لزيارة ابنتيّ عمها اللتين تبعدان عنهما مسافة تستغرق ساعة بالسيارة، وكانت إحداهما تكبرها بعشرة شهور، في حين كانت تصغرها الأخرى بعشرة شهور. ونظراً إلى أنها كانت طفلةً فصيحةً، فقد واصلت الحديث إلى جدتها طوال الرحلة. وفي أثناء الحديث، أشارت جدتها إلى أنها قد أحضرت معها مِرشَّة بثماني أذرع تشبه الأخطبوط. وأعقب ذلك نقاش عن الأخطبوط المصنوع من شيء مثمّن الزوايا والأضلاع. وفجأة، سكتت سارة، وقد لاحظت جدتها من خلال مرآة السيارة أنها كانت تعمل شيئاً ما بأصابعها. وعندما سألتها جدتها عما تفعله، أجابت قائلة: «أنا أفكر»، ثم طلبت إليها أن تشاركها في تفكيرها عندما تنتهي منه. أشارت إلى أنه إذا كان للأخطبوط ثمانية «خراطيم»، فإن بوسع ابنتيّ عمها سامانثا (Samantha) وأوليفيا (Olivia) أن تحصلا على خرطوم لكل واحدة منهما، وبذلك يظل لدينا متسع لخمسة أصدقاء آخرين، بحيث يكون لكل واحد منهم خرطوم. وعلى هذا، فإن سارة وجدت حلاً للمسألة باستخدام عملية الطرح وعلاقة واحد لواحد، أي خرطوم واحد لكل طفل، وهكذا، أظهرت معرفة بالقدرة على رؤية العلاقات والأنماط الرياضية. وتعد هذه القدرات من سمات الموهبة في الرياضيات. ويشير هذا الحدث

أيضاً إلى الاهتمـام والفضول بالمعلومات العددية. لقد أخذت حقيقة رياضية (مِرشّة الماء الأخطبوطية لهـا ثمانية خراطيم)، ولم تكتفِ بتوزيع الخراطيم عليها وعلى ابنتيّ عمها، بل حسبـت عدد ما تبقى من الخراطيم. ويُعـدُّ هذا عملاً رياضيّاً فذّاً بالنسبة إلى طفلة صغيرة جدّاً. وأن الفضول الذي قادها نحو إيجاد مسألة والتفكير في كيفية حلها هو أيضاً دليل على الموهبة (Cruikshank & Sheffield, 1992; Miller, 1990).

اليسروع (اليرقات) (Caterpillars)

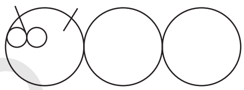
تابعـت الباحثة فـي معرض إعدادهـا لتدريس أساليـب الرياضيات لأحـد الصفوف، كثيـراً من الأنشطة الرياضية التي ستستخدمها مـع طلابها، وفيها نشاط وجدته على شبكة الاتصـالات (Rotz & Burns, 2002)، ولكنهـا أجرت تعديلاً طفيفاً عليه بهدف استخدامه في صفوفها. صُمّمت المسألة لاستخدامها مع طلاب الصف الأول الأساسي، الذين عادة ما تكون أعمارهم ست سنوات. وفي محاولة لمعرفة كيف سيتلقى الصغار تلك التعديلات، فقد عُرضت المسألة على سارة في الثاني من ديسمبر عام 2002 عندما كان عمرها أربع سنوات وأحد عشر شهراً (الشكل 6 :1).

يشتمـل تصميم المهمـة على زيادة الصعوبـة تصاعديّاً مع تقدم المـرء في المسألة. وتهـدف المسألة على نحـو أساسي، إلى استخلاص علاقة بين عـدد حلقات جسم اليسروع وعمـره. ويمكن لهذه المسألـة أن تكشف بصورة واضحة معالم التفكيـر في هذا الموضوع. وفـي حلها هـذه المسألة، يمكـن أن تضيف دائرة عنـد إضافة سنة واحدة مـن العمر، وفي كثيـر مـن المواقـف التي لوحظـت، كانت تلك هـي الطريقة التي بـدأ بها الطـلاب عموماً. وعلـى أي حـال، عندما تقفز المسألة من يرقـة عمرها سبع سنوات إلـى يرقة عمرها عشر سنـوات، تبـرز إستراتيجيات حلول مختلفة. فقـد يواصل الطفل العمليـة الحسابية بإضافة سنـة واحـدة من العمر كل مـرة، ومن ثم يضيف حلقـة واحدة كل مرة. ويشتمـل النظر إلى المسألـة من ناحيـة هندسية على الاستدلال الجبري وهو أكثر الطـرق تعقيداً لإيجاد الحل. وتعنـي هـذه في جوهرهـا أن الطالب يبحـث عن علاقة بين عـدد الحلقات، وعـدد سنوات العمـر بدلاً من مجـرد إضافة حلقة واحدة لكل سنـة من العمر. ووفقاً لـرأي جيمس كابوت

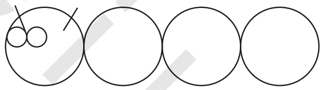
(James Kaput, 1998)، الـذي يعـد مرجعاً فـي الاستدلال الجبري، فـإن هذا الاستدلال يتألف من التمثيل والتعميم وتشكيل الأنماط والانتظام.

اليسروع

هذه يرقة عمرها سنة واحدة. عُدّ حلقاتها، كم حلقة لها؟__________



هذه يرقة عمرها سنتان. عُدّ حلقاتها، كم حلقة لها؟__________



كم حلقة ليرقة عمرها ثلاث سنوات؟__________

كم حلقة ليرقة عمرها أربع سنوات؟__________

ارسم يرقة عمرها أربع سنوات.__________

كم حلقة ليرقة عمرها خمس سنوات؟__________

كم حلقة ليرقة عمرها ست سنوات؟__________

كم حلقة ليرقة عمرها سبع سنوات؟__________

كم حلقة ليرقة عمرها عشر سنوات؟__________

كيف عرفت ذلك؟ هل تستطيع رسم يرقة عمرها عشر سنوات في الخلف؟

شكل 1:6 مهمة اليرقات

من الأهمية بمكان عند إعطاء هذه المسألة للحل، أن يلاحظ المعلم ما يقوم به الطفل عـن كثب، وتوجيـه الأسئلة بدقة لتعـرّف الطريقة التي يستخدمها في التعامـل مع المسألة. عندمـا أتمت سارة الجزء الأخير من المهمة، وتوصلـت إلى الإجابة بحيث يكون لليرقة التي يبلـغ عمرهـا عشر سنـوات اثنتا عشرة حلقـة، سألتهـا الباحثة: كيف عرفـت ذلك؟ وكانت إجابتها، وهي مسجلة على ورقة العمل، «لأنها عشر، إحدى عشرة، اثنتا عشرة». لم تشر إلى الأعمـار المتقطعة بين سن السابعة والعاشرة. فهـي تعُد أو تضيف اثنين إلى العمر، عشرة، وبذلـك تطبق الاستدلال الجبري. وتظهر سارة وتطبق تفكيراً رياضيّاً متقدماً بطرق متعددة فـي هذا المقام. فهي تعمـم الأفكار؛ وتفهم وتدرك أهمية العلاقـة بين عدد الحلقات وعمر اليرقة، إضافة إلى أنها تلاحظ وتدرك الأنماط والعلاقات الرياضية.

أنماط الأسرة

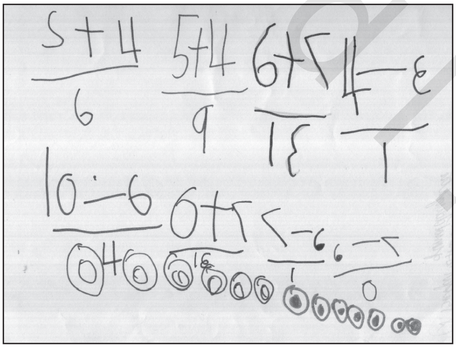
تظهر سارة غالباً اهتماماً بالحساب. فهي ترى مثلاً أنماطاً في عائلة ابنة عمها الأولى، بعضها واضح وبعضها الآخر غامض، وبعد مدة وجيزة من ولادة أخيها الأصغر عام 2003، عندما كانت سارة ابنة خمس سنوات ونصف، بدأت بابتداع «أنماط أسرية». وفي معرض مقارنتها بين الأطفال في عائلتها مع ابنة عمها الأولى، أدركت أن النمط الآتي: بنت- ولد- ولد ينطبق على الجهتين. ومع ذلك، فإن ابنتي خالتها تقعان ضمن النمط الآتي: بنت- بنت- ولد. أفادت سارة أن ابنتي الخالة هاتين لا تقعان ضمن نمط عائلتها نفسه، ولكن بوسعها ابتداع نمط ينطبق على كلتا العائلتين. فرتبت بنات العائلة الست بحسب العمر، ولاحظت أنه من خلال ذلك يتناوب الأطفال بين العائلات مكوّنين نمطاً مختلفاً، ولكنه مع ذلك نمط. أي، إذا كان S يرمز إلى طفل من عائلة سارة، و M يرمز إلى طفل من عائلة خالتها، فعندئذٍ تصف سارة النمط الآتي: M-S-M-S-M-S. ويبدو من خلال ذلك أن سارة تبحث عن أنماط، إذ من الواضح أنها تظهر ميلاً نحو الرياضيات، بإظهارها سمات محددة للموهبة في الرياضيات. وهنا يبدو أنها فضولية جدّاً فيما يخص المعلومات العددية، وأنها تبحث عن أنماط وعلاقات. إضافة إلى ذلك، فإن مثابرتها في التوصل إلى النمط الثاني جديرة بالملاحظة، وأظهرت مستوى عالياً من الارتياح في عملية تنظيم البيانات.

الماصات والإشارات الرمزية

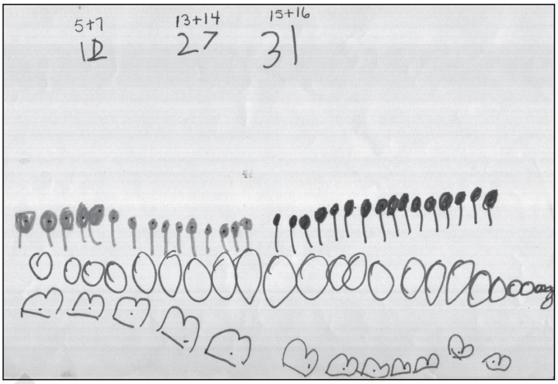
عندما كانت سارة في الروضة وهي ابنة خمس سنوات وخمسة شهور، رافقت جدتها إلى العمل حيث حضرتا اجتماعات غير رسمية. كانت تجلس بإزاء طاولة في زاوية الغرفة مزودة بالورق وأقلام التخطيط؛ لأنها قالت إنها ستلوّن في أثناء الاجتماع. وبعد ذلك، تبين أنها كانت «تقوم بعمليات رياضية». لقد ابتدعت مسائل جمع وطرح بسيطة باستخدام الإشارات الرمزية، وعبّرت عن المسائل على صورة كسور، في حين كوّنت الحلول المقامات (الشكل6 :2).

وعقب انتهاء الاجتماع، نظرت جدة سارة ومدرسة رياضيات جامعية أخرى إلى ما عملته سارة، فدُهشتا ليس بسبب تقدمها في عملها فحسب، بل كونها قد عملت ذلك بمفردها. وقد

لوحـظ أن بعض الأعداد كانت معكوسة وهو أمر طبيعي بالنسبة إلى هذا العمر، لكن الحلول جميعهـا كانت صحيحة باستثناء حل واحد فقـط. حيث كتبت سارة 0=7−6 مباشرة بعد أن كتبـت 1=6−7. وسئلـت عن الأسئلـة السابقة، وطُلب إليها تفسير كيـف عرفت أن الإجابات كانـت صحيحـة. فأشارت إلى أن 0=7−6 ليسـت إجابة صحيحة. حيث قالـت إنها يجب أن تكون أقل من صفر، لكنها لم تكن تعرف كيف ستعبر عن ذلك كتابة. وبعد مزيد من الأسئلة تمكنـت مـن القـول، إن الجواب أقل مـن صفر بواحد. وتعـدُّ مفاهيم الأعـداد التي تقل عن صفـر متقدمة جـدّاً بالنسبة إلى طفلة عمرهـا خمس سنوات. فقيل لهـا عندئذٍ: «يوجد في الرياضيـات مسمّى خاص بالعدد واحد دون الصفر، يُطلق عليه سالب واحد» وبناءً على هذه اللغة، فقد أصبح بمقدورها أن تميز ما يعنيه العدد سالب اثنين. وهنا تُظهر سارة مرة أخرى مستوى عالياً من التحصيل الرياضي بمقدرتها العفوية على صياغة المسائل وخطوات حلها، عن طريق تقديم تفسيرات أصيلة وقدرتها على تعلم الأفكار الرياضية وفهمها بسرعة. وعند انتهائها من حل المسائل التي كتبتها ومناقشتها، طلبت سارة إعطاءها مسائل أكثر صعوبة، (انظر شكل 3:6)، فأُعطيت مسألة 7+ لحلها، ففعلت ذلك



شكل 2:6 مسائل الجمع والطرح باستخدام الإشارات الرمزية الذي دعته سارة «العمل في الرياضيات»



شكل 3:6 حل سارة للمسائل الأكثر صعوبة التي طلبتها

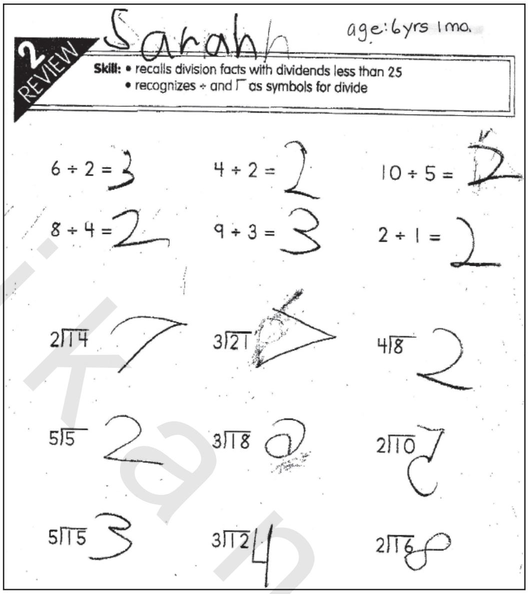
بمنتهى السهولة، وقالت إنها تريد مسألة أكثر صعوبة ذات أعداد أكبر. ثم بعد ذلك أعطيت مسائل الجمع الآتية: 14+13 و 16+15. فابتدعت تمثيلاً لكل مسألة على حدة لمساعدتها على العد، مستخدمة قلوباً، ودوائر وماصات وقصبات كل منها ذات لونين على التوالي كي تمثل عمليات الجمع. ويشير استخدامها لمثل هذه التمثيلات إلى أنها تفهم معنى الجمع بصفته إضافة أجزاء منفصلة.

يتعلم كثير من الأطفال الجمع بالعد كما تفعل سارة. ومع ذلك، فقد رأينا نقطة بداخل كل قلب كما بداخل كل ماصّة، مشيرة إلى أنها عندما تربط الإضافتين لا تقوم بمجرد العد حتى العدد الأصلي بل يجب عليها عد المواد جميعها مبتدئة من العدد واحد. وهذا يُعدُّ من الناحية التطورية أمراً شائعاً مألوفاً، وقد مكّن سارة من التعامل مع أعداد أكبر من هذه.

اكتشاف القسمة

عندما كان عمر سارة ست سنوات وشهراً واحداً، كانت تمضي بعض الوقت مع جدتها، وتأخذ بتقليب دفاتر جدتها في مكتبها، فرأت صفحة كُتب عليها حقائق قسمة أساسية مستخدمة الرمزين المألوفين للقسمة، وهما: ÷ و/، ونظراً إلى أن سارة لم تر هذين الرمزين من قبل، فقد سألت جدتها عنهما فأجابتها أنهما رمزان للقسمة. وعندما سألت سارة عما تعنيه القسمة، أجابتها جدتها قائلة: إنها تشتمل على إيجاد كيف يمكننا تقسيم شيء واحد على شيء آخر، وأُعطيت مثالاً واقعيّاً على النحو الآتي: «إذا كان لديّ ست قطع

مـن الحلـوى وأردت توزيعهـا بالتساوي على ثلاثـة أشخاص، فكم قطعة سيكـون نصيب كل شخص؟» أرادت سارة حل صفحة حقائق القسمة (انظر شكل 4:6)



الشكل 4:6 تجربة سارة الأولى مع القسمة

بـدأت سارة العمـل على الصفحـة، وأُعطيت مكعبـات ملونة لتزودها بسيـاق ملموس للأمثلة على الصفحة، فرفضتها وحلت المسائل جميعها باستخدام الإشارات الرمزية فقط. وكانـت إجاباتها كلها صحيحـة إلا واحدة. وتوثق هذه الحكاية مرة أخـرى براعتها الفائقة، فقد أظهرت فضولها فيما يخص المعلومات العددية، وتعلمت أفكاراً رياضية جديدة بسرعة.

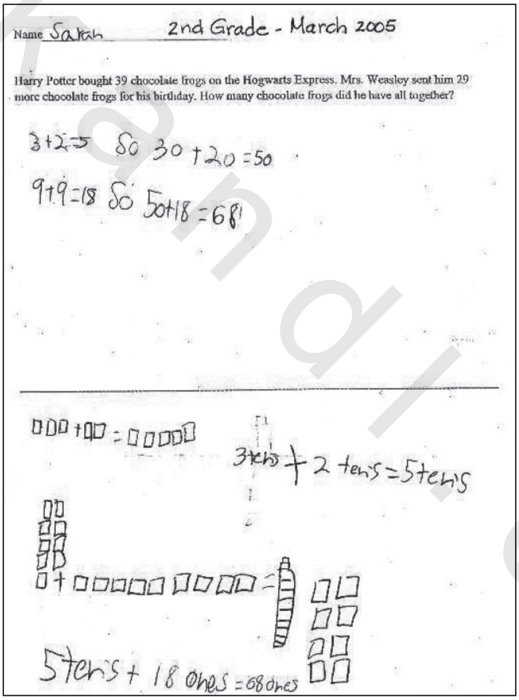
ضفادع الشوكولاته لهاري بوتر

حضـرت الباحثـة وطلابهـا الجامعيـون ورشة عمل فـي ربيع عام 2005 عـن دمج حل المسائل في منهاج قائم على استخدام الكتاب المدرسي. في ورشة العمل هذه، ربط المنسّق إحـدى المسائل بعدد قليل من صفحات كتاب الصـف الثالث الأساسي، وكانت المسألة على النحـو الآتي: اشترى هاري بوتر (Harry Potter) تسعة وثلاثين ضفدع شوكولاته، وأرسلت

إليــه السيدة ويسلي (Weasley) تسعة وعشرين ضفدعاً آخر مــن الشوكولاته بمناسبة عيد ميلاده. فكم عدد ضفادع الشوكولاته التي أصبحت لديه؟

يوجد خط أفقي عند منتصف الصفحة، وطلب إلى الطلاب حل المسألة الموجودة فوق الخط. وعند الانتهاء من الحل، طُلب إليهم أن يحلّوها تحت الخط باستخدام طريقة أخرى.

ونظــراً إلى اعتقاد الباحثة أن سارة سوف تستمتــع بمثل هذا الأمر، أُعطيت نسخة من المسألــة والتعليمــات نفسهــا عندما كانت في الصــف الثاني الأساســي، وكان عمرها سبعة أعوام وأربعة شهور (انظر شكل 5:6).



شكل 6: 5 ضفادع الشوكولاته

اشتمل حل سارة الأول على إشارات رمزية، حيث عللت ذلك بقولها: لمّا كانت 5=2+3، فــإذن: 50=20+30. وعلــى الرغم من أنها كانت لا تزال فــي الصف الثاني، فإنها كما يبدو كانت تفهم عناصر القيمة المنزلية، واستخدمت هذه المعرفة في حل المسألة. وأما في حلها

الثانـي تحـت الخط، فقد حلّت المسألـة باستخدام التمثيل الذي ربطتـه بوضوح بالإشارات الرمزيـة. وهكذا، فـإن سارة قادرة على التحـرك بمرونة بين الحلين وعلـى الربط بينهما، حيث إن حل المسألة يتطلب خطوات كثيرة، وهذه الأمور تعد من سمات النبوغ الرياضي.

بوظة الآيس كريم

مـن أجـل الإبقاء على حداثـة نتائج هذه الدراسـة، كُلّفت سارة بمهمة فـي أثناء كتابة هذا البحث. وقد أُطلق على المهمة التي وقع عليها الاختيار «بوظة الآيس كريم»، وكانت على النحو الآتي:

أنـتِ موجودة في متجر لبيع الآيس كريم، حيـث تعملين الآيس كريم بنفسك. وبوسعك أن تختاري ما تريدين مما يأتي:

- آيس كريم بالشوكولاته
- آيس كريم بالفراولة
- قشدة مخفوقة
- حلوى ساخنة
- كرز

بكم طريقة يمكنك أن تحضّري الآيس كريم؟

لجـأت الباحثـة إلى تبسيط هـذه المسألة مـرات كثيرة لطلاب المرحلتيـن الابتدائية والجامعيـة. وقـد بـرزت أنماط معينـة في الحـل، حيث عمد الطـلاب الصغار إلـى ابتداع تركيبـات عشوائية، إذ غالباً ما كانوا يكررون المكوّنات ويحذفون كثيراً منها. وتوصل معظم طـلاب المرحلة الجامعية في نهاية المطاف إلى الحل: أربعـة وعشرين، بطرق متعددة مثل استخـدام التنظيم بحسب الحالـة والاستقراء والقائمة العشوائية. مـن المألوف أن يحذف طلاب المرحلة الجامعية في البداية الحالات التي يُختار فيها الآيس كريم وحده.

حلت سارة هذه المهمة في الثاني من أغسطس من عام 2006، وسط الضجيج والإزعاج اللذيـن نجما عن وجود أخويهـا وقريباتها الثلاث. وكل ما كان يقلقهـا أن يساعدها من هم

أكبـر منها سناً. وكان عمرها آنـذاك ثماني سنوات وثمانية أشهر. فقـرأت المسألة بنفسها وأُعطيـت أقـلام تخطيط وورقة. وكان السـؤال الذي سألته هو: هل يُسمـح لها بأن تستخدم الحـروف في الدلالة على الكلمات (المختصرات)، بحيـث لا تكتب كل كلمة في كل مرة. ثم استخدمت المختصرات الآتية في عملها (أول حروف الكلمات باللغة الإنجليزية)، باستثناء كلمة كرز فقد اختارت كتابتها كاملة.

- C.I.C = آيس كريم بالشوكولاته
- S.I.C. = آيس كريم بالفراولة
- H.F. = حلوى ساخنة
- W.C. = قشدة مخفوقة

بـدأت سارة بقوائـم عشوائية، وسألت على نحـو سريع جدّاً، هل بوسعهـا أن تبدأ مرة أخـرى. وعندمـا سُئلت لماذا، أشارت إلى عـدم القدرة على تمييز ما كتبتـه. ويبدو أنها قد لاحظـت نقاط الضعف فـي القوائم العشوائية. عندئـذٍ، قسمت الورقـة برسم خط عمودي فـي المنتصف، وسبعة خطوط أفقية على عرض الورقة مكوّنـة شبكة تشتمل على ستة عشر مربعـاً. وكتبـت كل تركيب في مربع آخر فـي الشبكة مستخدمة مختصراتهـا، وكوّنت شبكة جديـدة على ورقـة أخرى عندما زادت التركيبـات لديها على ستة عشـر. وعملت بكل عناية وانتبـاه وتركيـز على الرغم مـن الضجيج المحيط بها إلى أن أتمت الحـل، وكانت واثقة من حلها، وهو إحدى وعشرون قطعة آيس كريم، حيث حذفت الخيارات ذات الآيس كريم وحده.

لـم تتـح الفرصة للقاء سارة وسؤالهـا عما قامت به إلا في اليـوم اللاحق. وكانت تتوق شوقـاً إلى الحديث عمـا توصلت إليه. وعندما سُئلت كيف توصلت إلـى الحلول، ولماذا كنت واثقـة من صحتها، أجابـت أنها بدأت بالحلوى التي تحتوي على كل شيء. ثم واصلت بحذف طبقـة إضافية واحدة في كل مـرة، حتى وصلت إلى مركبات تحتوي علـى نكهتين من الآيس كريم بطبقتين إضافيتين لكل واحدة. وبعد ذلك وضعت طبقة إضافية واحدة على كل واحدة مـن قطع الحلـوى الثلاث بنكهتي آيسـ كريم. ثم أعادت مـا فعلته بوضع طبقـة آيس كريم الشوكولاتـه وحـده، وأخيراً بآيس كريم الفراولـة وحده. لقد توصلت إلـى برهان معقد جدّاً

بحسب كل حالة، مع أنها حذفت حالة واحدة وهي الخالية من الطبقة الإضافية. واستخدمت كلمة مجموعات لتصف فيها الحالات مشيرة إلى أن تفكيرها يشتمل على هيكل تنظيمي. واستخدمت الحروف الأبجدية الكبيرة لمختصرات الإضافات والأحرف الصغيرة لنكهات الآيس كريم؛ لتنظم عملها على نحوٍ أفضل. فقسّمت حالاتها أو مجموعتها بحسب نكهة الآيس كريم، في حين استندت المجموعات الفرعية إلى عدد الإضافات، وهي بذلك تظهر قدرتها على تنظيم البيانات وإدارتها بطريقة متطورة جدّاً، وهذا يُعدُّ من سمات الإبداع في الرياضيات.

وعندما شرحت كيف توصلت إلى الحل، جرى الحوار الآتي بينها وبين الباحثة:

الباحثة: هل من شيء احتوى عليه كل واحد من أنواع الحلوى؟

الطالبة: الآيس كريم

الباحثة: هل من شيء آخر يجب أن تحويه كل قطعة حلوى؟

الطالبة: (ابتسامة عريضة) لا، فكرت فقط بمزيد من الحلوى.

ثم أضافت سارة عندئذٍ الحلوى الخالية من الطبقات الإضافية إلى مخططها.

الباحثة: فيمَ فكرت عندما ابتسمت؟

الطالبة: يمكن أن تكون قطعة الآيس كريم عادية، إذ عندما أذهب إلى بقالة آيس كريم أحصل على آيس كريم عادي.

الباحثة: ما علاقة هذا بالمسألة التي حللتِها؟

الطالبة: عرفت أنني لم أحصل على حلوى الآيس كريم كلها (بعد السؤال)، لذا، أضفت الآيس كريم العادي وآيس كريم الشوكولاته والفراولة إلى بعضها بعضاً دون إضافات.

الباحثة: إذاً، ما عدد حبات الآيس كريم التي حصلت عليها؟

الطالبة: أربع وعشرون.

النتائج والآثار

لقد وصفنا كثيراً من الأنشطة في هذا البحث قصصيّاً أو ببيانات داعمة موثقة. تظهر هــذه الأنشطة أعمال ســارة، وهي حفيدة مؤلفة هذا البحث، في سنــوات كثيرة من عمرها. وقــد بــدا واضحاً مــن تحليل هذه الأنشطة أن ســارة قد أظهرت كثيراً مــن سمات النبوغ في الرياضيــات. ويمكــن لهذه السمــات أن تتوافق مع سمات الموهبة كمــا عرَّفها عدد كبير من الباحثين.

يؤكــد تشيكزنتميهالي، راثوند، ووالين (Csikszentmihalyi, Rathunde, Halenh, 1997) أنــه بصرف النظر عن مستوى الموهبة لــدى المرء، فليس بمقدوره الأداء مثل عالم الرياضيــات ما لم يتعرضــ لخبرات تشتمل على مجال الرياضيــات. ويشير هذا البحث إلى اتساع هذا المفهوم بالإشارة إلى أن الطفل الذي لا يُعدُّ متفوقاً في الرياضيات يمكن أن يظهر أداء متميــزاً في الرياضيات تحت ظروف معيّنة. وقــد أتيحت الفرصة لسارة لتتعرض لكثير مــن المهام الرياضية الإثرائية ضمن سياقــات آمنة، ومرد ذلك أن جدتها التي كانت تسكن بالقــرب منهــا وكانت تستمتع بقضــاء الوقت معها، كانــت تدرس الرياضيــات في الجامعة. وعندمــا أخذت سارة تكبر شيئاً فشيئاً، بــدأت ببعض هذه الأنشطة بسبب وعيها للعمل الذي كانت تقوم به جدتها، ورغبتها في أن تطور علاقتها بها.

وإذا مــا نظرنــا إلى عمل سارة بضفادع الشوكولاته (شــكل 5:6)، فإننا نرى أنها كانت مرتاحة للتوصل إلى حلول تشتمل على إشارات رمزية (أعداد) أو تمثيلات تصويرية. وغالباً ما ترتبط القدرة على استخدام تمثيلات متنوعة للمفهوم نفسه بنمو التفكير الرياضي. وقد يلاحظ القارئ أن الحلول الأولية لسارة تشتمل على إشارات رمزية أو أعداد بدلاً من الصور واليدويــات أو الأشــكال الأخرى من الأدوات المحسوسة. ويمكــن الاستدلال على أن خبراتها السابقــة قد ساعدتهــا على تمثل الموقــف ذهنيّاً، وإيجــاد الروابط التي تقودهــا إلى حلول تستند إلى الرموز على نحوٍ كبير، وهذه تعدُّ واحدة من نماذج المعرفة المعمّمة، وكانت فقط تستحضر استخدامها التمثيلي للصور عندما يُطلب إليها إيجاد حل آخر.

إذا كان بمقدور سارة أن تظهر أحياناً بعض سمات الموهبة، فكيف يمكن تزويد الأطفال جميعهم بفرصة لإظهار مستوى عالٍ من التحصيل في الرياضيات؟ إضافة إلى ذلك، كيف يمكن تقديم هذه الفرص داخل بيئة الصف العادي؟ يستطيع المرء أن يستدل من البحث على أن هناك ثلاثة عوامل في الأقل، تسهم في تطوير مستويات عالية من التفكير الرياضي والوجدان الرياضي القوي لدى كثير من الأطفال. وهذه العوامل الثلاثة، هي: تصميم البيئة الملائمة، واختيار المهام الملائمة، وتدخلات المعلمين الملائمة. ولكي نستطيع تطوير شعور رياضي قوي، علينا بتوفير سياقات آمنة. يحتاج الطلاب إلى تطوير التمكين فيما يتصل بالرياضيات، ويلاحظ وجود هذه البيئات في غرف الصف العادية. كانت سارة تشعر بالأمن وهي تؤدي المهام الرياضية آنفة الذكر، وهذا ما شجعها على المخاطرة وإعادة بناء تفكيرها، والبدء من جديد عند الضرورة تماماً كما فعلت مع مسألة بوظة الآيس كريم.

تظهر المهام جميعها المعطاة لسارة التي نوقشت آنفاً، على أنها أمثلة للأنشطة التي تستدعي امتلاك الطلاب مهارات معرفية عالية. ولم تُحل المسائل بمجرد جواب عددي، بل تطلّب الحل تبريراً وبرهاناً، فقد كانت المهام معقدة، ولم يكن من السهل حلها حسابيّاً، حيث تعيّن على الطفلة النظر إلى طبيعة المسائل وبنائها، وأن تراقب تفكيرها. وهذه هي خصائص المهمة ذات المطالب المعرفية العالية.

يُعدُّ البحث الوارد في الإطار النظري جزءاً من جسم المعرفة الذي يخبرنا أنه لكي نطور مستويات عالية من التفكير الرياضي، لا بد من وجود تدخلات تربوية ملائمة داخل غرفة الصف. وبسبب وجود مثل هذه المعلومات عن تدخلات المعلمين التربوية، فهناك حاجة إلى التطور المهني لتعزيز فهم المعلمين للتعليم المرتبط بالتدخلات التربوية التي تستثير التمكين الرياضي، والفهم العميق للمفاهيم الرياضية.

أتيحت الفرصة لسارة لتجربة مواقف حلول المسائل الرياضية التي تشتمل على العوامل المذكورة آنفاً، وأظهرت في تلك المناسبات مستويات عالية من التفكير الرياضي. إضافة إلى ذلك، فقد أثمرت هذه العوامل عن نتاجات إيجابية عند دمجها في ممارسات التعليم العادية. وبناءً عليه، فإن الرأي الذي تدافع عنه المؤلفة يتمثل في أن معرفة المعلم بكيفية

إيجـاد بيئات ملائمة على نطاق واسـع وتطبيق هذه المعرفة، وتوظيف هذه البيئات، واختيار المهـام التي تستدعي مستويات عالية مـن المطالب المعرفية، واستخدام الخطط العلاجية الملائمة، سوف يجعل مزيداً من الأطفال يظهرون مستويات عالية من التحصيل الرياضي.

نسمـع دائماً مـن يتحدث عن الحاجة إلى تشجيع المواطنيـن على متابعة الحقول التي تندرج تحت نظام (STEM) (Science, Technology, Engineering&Mathematic). ولكـي نتمكن مـن اجتذاب الأفـراد الأكثر قدرة فـي مجتمعنا وإعدادهم، فـإن ذلك يتطلب الاستفادة من قدرات أكبر عدد ممكن من الطلاب، حيث يمكن رعاية تلك القدرات وتغذيتها وشحذهـا وإثرائها طـوال حياتهم الأكاديمية. وهـذا يعني أنه يتعين علينـا تزويد المعلمين بـالأدوات الضروريـة اللازمة لتعرُّف المستويـات العالية في التحصيـل الرياضي، بدلاً من الاعتماد على علامات الاختبارات اعتماداً تامّاً. ومن خلال تعريف المعلمين بسمات الموهبة الرياضيـة وخصائصها مثل المعايير المبنية علـى الدراسات كتلك الواردة في هذا البحث، يمكـن أن ينظر إلى هذه السمات بصفتها أهدافاً لمزيـد من الأطفال. وعلى الرغم من أنها تصـب في مصلحة الأفراد جميعاً ممن سيحصلـون على فرص أكبر للتفوق في الرياضيات، فـإن تطوير رأس المال هـذا بصفته مصدراً طبيعيّـاً، يُعدُّ أمراً مهمّاً أيضـاً لاقتصاد الأمة وأمنها.

قائمة المراجع

Abrantes, P. (2001). Revisiting The Goals And The Nature Of Mathematics For All In The Context Of A National Curriculum. In M. Vandenheuvel–Panhuizen (Ed.), *Proceedings Of The 25Th Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education* (Pp. 25–40).

Ashley, R. M. (Ed.). (1973). *Activities For Motivating And Teaching Bright Children.* West Nyack, Ny: Parker Publishing (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Bulgar, S. (2002). Through A Teacher's Lens: Children's Constructions Of Division Offractions. Unpublished Doctoral Dissertation. Rutgers, The State University Of New Jersey, New Brunswick, Nj.

Bulgar, S. (2003A). Children's Sense-Making Of Division Of Fractions. *The Journal Of Mathematical Behavior: Special Issue On Fractions, Ratio And Proportional Reasoning,* Part B. 22(3), 319–334.

Bulgar, S. (2003B). Using Research To Inform Practice: Children Make Sense Of Division Of Fractions. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *Twenty-Seventh Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education Held Jointly With The Twenty-Fifth Conference Of The North American Chapter Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education: Vol. 2.* Navigating Between Theory And Practice (157–164). Honolulu, Hi: Crdg, College Of Education, University Of Hawai'i.

Bulgar, S. (Under Review). The Development Of Flexible Representations For Division Of Fractions. *Mathematics Teaching And Learning.*

Bulgar, S., Schorr, R. Y. & Maher, C. A. (2002). Teacher's Questions And Their Role In Helping Students Build An Understanding Of Division Of Fractions. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Twenty-Sixth Annual Conference Of The Interenabling National Group For The Psychology Of Mathematics: Vol. 2. Learning From Learners* (Pp. 161–167). Norwich, Uk: School Of Education And Professional Development University Of East Anglia.

Bulgar, S., Schorr, R. Y. & Warner, L. B. (2004). Extending And Refining Models For Thinking About Division Of Fractions. *Twenty-Sixth Conference Of The North American Chapter Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education: Building Connections Between Communities.* Toronto, Ontario.

Burns, M. (2000). *About Teaching Mathematics. Sausalito,* Ca: Math Solutions Publications.

Cobb, P., Boufi, A., Mcclain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective Discourse And Collective Reflection. *Journal For Research In Mathematics Education, 28(3),* 258–277.

Cruitshank, D. E., & Sheffield, L. J. (1992). *Teaching And Learning Elementary And Middle School Mathematics* (2Nd Ed.). New York: Macmillan (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Csikszentmihalyi, M., Rathunde, K., & Whalen, S. (1997). *Talented Teenagers: The Roots Of Success And Failure.* Cambridge, Uk: Cambridge University Press.

Dann, E., Pantozzi, R. S., & Steencken, E. (1995). Unconsciously Learning Something: A Focus On Teacher Questioning. In *Proceedings Of Seventeenth Annual Meeting Of The North American Chapter Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education.* Columbus, Ohio: Ohio State University.

Davidson, J., & Sternberg, R. (1984). The Role Of Insight In Intellectual Giftedness. *Gifted Child Quarterly, 28,* 58–64 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Davis, R. B. (1992). Understanding "Understanding." *Journal Of Mathematical Behavior, 11,* 225–241.

Davis, R. B. (1997). Alternative Learning Environments. *Journal Of Mathematical Behavior,16* (2), 87–93.

Davis, R. B., & Maher, C. A., (1990). The Nature Of Mathematics: What Do We Do When We Do Mathematics. In R. B. Davis, C. A. Maher, & N. Noddings (Eds.) *Constructivist Views On The Teaching And Learning Of Mathematics* (Pp. 65–78). Reston, Va: National Council Of Teachers Of Mathematics.

Davis, R. B., Maher, C. A., & Martino, A. M. (1992). Using Videotapes To Study The Construction Of Mathematical Knowledge By Individual Children Working In *Groups. Journal Of Science Education And Technology,* 1(3), 177–189.

Devall, Y. (1983). Some Cognitive And Creative Characteristics And Their Relationship To Reading Comprehension In Gifted And Nongifted Fifth Graders. *Journal For The Education Of The Gifted, 5* (4), 259–273 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Dover, A., & Shore, B. M. (1991). Giftedness And Flexibility On A Mathematical Setbreaking Task. *Gifted Child Quarterly,* 35, 99–105.

Education Week On The Web. (2002, April 3). Assessment. Available: Http://Www.Edweek.Org/Context/Topics/Issuespage.Cfm?Id=41.

Firestone, W. A., Schorr, R. Y., & Monfils, L. (2004). *The Ambiguity Of Teaching To The Test.* Mahwah, Nj: Erlbaum.

Goldin, G. A. (In Press). Aspects Of Affect And Mathematical Modeling Processes In R. Lesh, E. Hamilton & J. Kaput (Eds.) *Real–World Models And Modeling As A Foundation For Future Mathematics Education.* Mahwah, Nj: Erlbaum.

Goldin, G. A. (2002). Affect, Meta–Affect, And Mathematical Belief Structures. In G.C. Leder, E. Pehkonen, & G. Tṛner (Eds.). *Beliefs: A Hidden Variable In Mathematics Education?* (Pp. 59–72). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Goodkin, S. (2005, December 27). Leave No Gifted Child Behind. *The Washington Post.* Retrieved June 28, 2006, From Http://Www.Washingtonpost.Com.

Greenes, C. (1981). Identifying The Gifted Student In Mathematics. *Arithmetic Teacher. 28* (6). 14–17.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional Tasks, Classroom Discourse, And Students' Learning In Second Grade Arithmetic. *American Educational Re–search Journal, 30* (2), 393–425.

House, P. A. (Ed.). (1987). *Providing Opportunities For The Mathematically Gifted,* K–12. Reston, Va: National Council Of Teachers Of Mathematics (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Kaput J. J. (1998). Transforming Algebra From An Engine Of Inequity To An En–gine Of Mathematical Power By «Algebrafying» The K–12 Curriculum. In *The Nature And Role Of Algebra In The K–14 Curriculum: Proceedings Of Na–tional Symposium* (Pp. 25–26). Washington, Dc: National Academy Press.

Kaufman, J. C., & Baer, J. (2004). Sure, I'm Creative—But Not In Mathematics: Self–Reported Creativity In Diverse Domains. *Empirical Studies Of The Arts.* 22(2), 143–155.

Keitel, C., & Kilpatrick. J. (1998). Rationality And Irrationality Of International Comparative Studies. In G. Kaiser, E. Luna, & I. Huntley (Eds.) *Internation–al Comparisons In Mathematics Edcuation* (Pp. 242–257). London: Falmer Press.

Marr, D., & Sternberg, R. (1986). Analogical Reasoning With Novel Concepts: Dif–ferential Attention Of Intellectually Gifted And Nongifted Children To Rele–vant And Irrelevant Novel Stimuli. *Cognitive Development, 1,* 5–72 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Miechenbaum, D. (1980). A Cognitive–Behavioral Perspective On Intelli–gence. *Intelligence, 4* (4), 271–283 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Miller, R. C. (1990). *Discovering Mathematical Talent.* Reston, Va: Council For Ex–ceptional Children. (Eric Document Reproduction Service No. Ed.321 487 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

National Council Of Teachers Of Mathematics. Curriculum And Evaluation Stan–dards For School Mathematics. Reston, Va.: The Council, 2000.

Nces: Http://Nces.Ed.Gov/Nationsreportcard/

Niss, M. (1996). Goals Of Mathematics Teaching. In A. Bishop, Et Al. (Eds.), *International Handbook Of Mathematics Education* (Pp. 11–47). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

O'connor, M., & Hermelin, D. (1979). Intelligence Differences And Conceptual Judgment. *Psychological Research,* 41, 91–100.

Reynolds, S. (2005). A Study Of Fourth–Grade Students' Explorations Into Com–paring Fractions. (Doctoral Dissertation, Rutgers, The State University Of New Jersey At New Brunswick 2005) Dissertation Abstracts International 66/04. P. 1305. Aat 3171003.

Ryser, G. R., & Johnsen, S. K. (1998). *Test Of Mathematical Abilities For Gifted Students: Examiner's Manual.* Austin, Tx: Pro–ed.

Schmidt, W. H., Mcknight, C. C., & Raizen, S. A. (1996). *A Splintered Vision: An Investigation Of U.S. Science And Mathematic Education.* East Lansing, Mi: U.S. National Research Center For The Third International Mathematics And Science Study.

Schorr, R.Y., & Bulgar, S. (2003). The Impact Of Preparing For The Test On Class–room Practice. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *27Th Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathemat–ics Education Held Jointly With The Twenty–Fifth Conference Of The North American Chapter Of The Internationalgroup For The Psychology Of Math–ematics Education: Vol. 4. Navigating Between Theory And Practice* (Pp. 135–142). Honolulu, Hi: Crdg, College Of Education, University Of Hawai'i.

Schorr, R.Y., & Goldin, G. A. (In Preparation). Affect And Motivation In The Sim–calc Classroom. *Educational Studies In Mathematics.*

Scruggs, T., & Mastropieri, M. (1984). How Gifted Students Learn: Implications From Recent Research. *Rooper Review, 6,* 183–185 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Scruggs, T. Matrropieri, M., Monson, J., & Jorgensen, C. (1985). Maximizing What Gifted Kids Can Learn: Recent Finds Of Learning Strategy Research. *Gifted Child Quarterly, 29* (4), 181–185 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Shore, B. (1986). Cognition And Giftedness: New Research Directions. *Gifted Child Quarterly, 30,* 24–27 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Smith, M. S., & Stein, M. (1998). Selecting And Creating Mathematical Tasks: From Research To Practice. *Mathematics Teaching In The Middle School, 3* (5), 344–350.

Sriraman, B. (2003). Mathematical Giftedness, Problem Solving, And The Ability To Formulate Generalizations. *The Journal Of Secondary Gifted Education, 14* (3), 151–165.

Sriraman, B. (2004). Discovering A Mathematical Principle: The Case Of Matt. *Mathematics In School, 33* (2), 25–31.

Sriraman, B. (2005). Are Mathematical Giftedness And Mathematical Creativity Synonyms? A Theoretical Analysis Of Constructs. *Journal Of Secondary Gifted Education, 17* (1), 20–36.

Stanley, J. C. (1976). The Study Of Mathematically Precocious Youth. *Gifted Child Quarterly,* 26, 53–56. (As Cited In Ryser, & Johnsen, 1998).

Steencken, E. P. (2001). Studying Fourth Graders' Representations Of Fraction Ideas. (Doctoral Dissertation, Rutgers, The State University Of New Jersey, New Brunswick, 2001) Dissertation Abstracts International 62/03. P. 953, Aat 3009381.

Stein, K. S., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing Standards–Base Mathematics Instruction: A Casebook For Professional Development.* New York: Teachers College Press.

Sternberg, R. J. (1982). A Componential Approach To Intellectual Development. In R. J. Sternberg (Ed.) *Advances In The Psychology Of Human Intelligence* (Vol. 1, Pp. 413–466). New York: Wiley (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Sternberg, R. J., & Powerll, J. (1983). The Development Of Intelligence. In J. H. Flavell & E. M. Markham (Eds.) *Handbook Of Child Psychology: Cognitive Development.* (Vol. 3, Pp. 341–419). New York: Wiley (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Towers, J. (1998). *Teacher's Interventions And The Growth Of Students' Mathematical Understanding.* Unpublished Doctoral Dissertation. The University Of British Columbia, Canada.

U.S. Commission On National Security For The 21St Century. February 15, 2001. *Roadmap For National Security: Imperative For Change.* Washington, Dc: Gpo, Chapter Ii, Pp. 30–46.

Von Rotz, L., & Burns, M. (2002, Fall). Caterpillars—A Lesson With First Grad–ers. *Math Solutions Online Newsletter. (7).* Retrieved Fall 2002 From Http://Www.Mathsolutions.Com.

Warner, L., & Schorr, R. Y. (2004). From Primitive Knowing To Formalizing: The Role Of Student–To–Student Questioning In The Development Of Math–ematical Understanding. *Twenty–Sixth Conference Of The North American Chapter Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education: Building Connections Between Communities.* Toronto, Ontario.

Wong, B. (1982). Strategic Behaviors In Selecting Retrieval Cues In Figted, Normal Achieving And Learning Disabled Children. *Journal Of Learning Disabili–ties. 13,* 33–37 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

Woodrum, D. (1975). A Comparison Of Problem–Solving Performance For 4Th, 5Th And 6Th Grade Children Classified As Normal, Gifted, Or Learning Dis–abled And By Focusing Level And Conceptual Tempo. *Dissertation Abstracts International 39* (11–A)6708–6709 (As Cited In Ryser & Johnsen, 1998).

ملاحظة

1. وضع هذه المسألة روبرت كيرك، اختصائي في الرياضيات K–3 في مدرسة West Windsor–Plainsboro Public School District وسط نيو جيرسي. وكان أيضاً منسِّقاً في حلقة العمل المذكورة في البحث.