

النسبة الاقتصادية لحديد التسليح في خرسانة السقوف والأعتاب

الدكتور جميل الملايكة

المقدمة

يضع الباحث في هذا البحث حلاً رياضياً مضبوطاً لمسألة حساب النسبة الاقتصادية للحديد في خرسانة السقوف والأعتاب المسلحة بالشد، تعويضاً عن الحل التقريبي المعروف (1).

المقدمة

١ - تتغير كلفة الخرسانة المسلحة بتبديل أسعار حديد التسليح، والمواد الانشائية الأخرى الداخلة في تكوينها من سمّنت ورمل وحصي، وأسعار اليد العاملة. وهذه الأسعار تختلف على وفق مدى توافر المواد محلياً وتنوع جودتها. بيد أن أسعار الحديد على الخصوص كثيرة التذبذب تبعاً لتقلب الأحوال العالمية، وهي أكثر تأثراً بالاحداث

(1) لتبسيط العرض عمد الباحث إلى استعمال أقل ما يمكن من العلاقات الرياضية، واتبع طريقة النسبة والتناسب في التعبير عن أكثرها بدلاً من إدراج المعادلات كاملة مع الثوابت التي فيها، ولقد صيغت المعادلات جميعاً بمعادلات لا بعدية لا يمكن الاستفادة منها في جميع الأنظمة القياسية بسهولة، وكسب البحث بالعربية ابطلاً لحجة القائلين بقصورها عن لغة الهندسة العالية، وتوخياً لفائدة العدد الأكبر من القراء.

الدولية في البلاد المتخلفة الناشئة منها في البلاد المتقدمة ذات الاقتصاد المستقر ، مثال ذلك ما حصل في اثناء الحرب العالمية الاخيرة ، وفي اعقابها ، وفي اول الخمسينات ، من قفزات في اسعار الحديد ارتفعت بسببها كلفة الخرسانة المسلحة عالياً .

٢ - وفي بلد كالعراق ينتج السمنت بوفرة ولكنه يعتمد في توفير الحديد على الاستيراد اطلاقاً ، يصبح من المستحسن بل من المتحتم تصميم الاجزاء الخرسانية المسلحة - ومنها السقوف والاعتاب - بحيث يكون مجموع كلفة الخرسانة وحديد التسليح واليد العاملة أقل ما يمكن . ولكن مما يؤسف له ان مثل هذه الموازنة الاقتصادية لا يراعى عادة في تصميم الخرسانة المسلحة ، وان عامة المراجع لا تنطرق البتة الى اكثر من التصميم « المتزن » اي الذي يبلغ الاجهاد في كل من حديده وخرسانته حده المسموح به بغض النظر عن اعتبارات الكلفة .

٣ - ولا بد من القول بوجود عوامل عدة غير الاعتبارات الاقتصادية مما قد يكون له في بعض الاحوال أثر في اختيار ابعاد الاعتاب واعماق السقوف الخرسانية . فمن هذه العوامل كتلة العتب أو السقف التي تؤثر مباشرة على مجموع ما يتحمله المنشأ ، والحجم أو العمق وما يشغلانه من حيز قد يكون ذا اثر من الناحية العمارة ، أو قد يحدده فضاء الطابق المحدود في حالات معينة مما قد يستدعي خفض العمق الى الحد الذي يستلزم استعمال حديد الضغط في بعض الاحيان ، وابعاد القوالب المتيسرة واعمال النجارة وما تفرضه طبيعتها احياناً من ضرورة جعل عرض الاعتاب بمضاعفات العقدتين مثلاً ، والعوامل الانشائية التي تجعل من المستحسن جعل العمق بمضاعفات نصف العقدة أو العقدة ، والحد الأدنى للمسافات بين حديد التسليح بحيث لا يزدحم ويتراص ، وثمة عامل اجهاد القص الذي قد يكون هو المتحكم في حالات نادرة فيتطلب عمقاً اكثر مما يستلزمه اجهاد الثني ، بيد أن هذه العوامل لا تتحكم في التصميم إلا في احوال خاصة ، وان تصميم اكثر المنشآت

قليل التأثير بها أو غير محدد بها إطلاقاً . وحتى في الأحوال المتأثرة بأكثر هذه العوامل يمكن إجراء الموازنة الاقتصادية ضمن الحدود التي تفرضها .

٤ - وثمة عوامل غير كلفة حديد الشد والحرسانة واليد العاملة مما له أثر مباشر على مجموع الكلفة منها كلفة نبي الحديد للعزوم السالبة ، وكلفة حديد القص ، وكلفة الكلايب بنهايات حديد التسليح ، وكل هذه يمكن تقديرها بنسبة معينة من مجموع كلفة حديد الشد ، وهناك كلفة القوالب التي تصب عليها الحرسانة وهذه لا تختلف كثيراً باختلاف العمق ، ويمكن اعتبار أثرها ثانوياً بالمقارنة بحديد الشد والحرسانة إذا أخذنا بنظر الاعتبار أيضاً أن المقاول يعيد استعمال القوالب عدة مرات ، ولذا لن نتطرق إليها في هذه الدراسة .

٥ - وفي هذا البحث عرض مبسط لابعديّ لحل التقريبي البسيط المعروف ^(١) ، واستنباط جديد لحل دقيق مضبوط لمسألة حساب النسبة الاقتصادية لحديد التسليح في حرسانة السقوف والاعتاب المسلحة بالشد .

الحل التقريبي

١ - لو افترضنا ثبات النسبة بين ذراع العزم في مقطع العتب أو السقف الحرساني المسلح وبين العمق الفعال للمقطع (كما يفرض تورنور ومورير في حلها التقريبي) ^(٢) لجاز

(١) Turneure and Maurer-Principles of Reinforced Concrete Construction, P 186, third revised edition, 1919 (Or Eq 2. P. 141, fourth edition, 1945), See also Hamzawi, H - Economical Reinforced Concrete Design, Al-Muhandis, P. 2.No. 3, 4th. yr., Serial 14, Iraqi Society of Engineers, October, 1960.

(٢) Turneure and Maurer-Principles of Reinforced Concrete Construction, P. 141 fourth edition; 1945

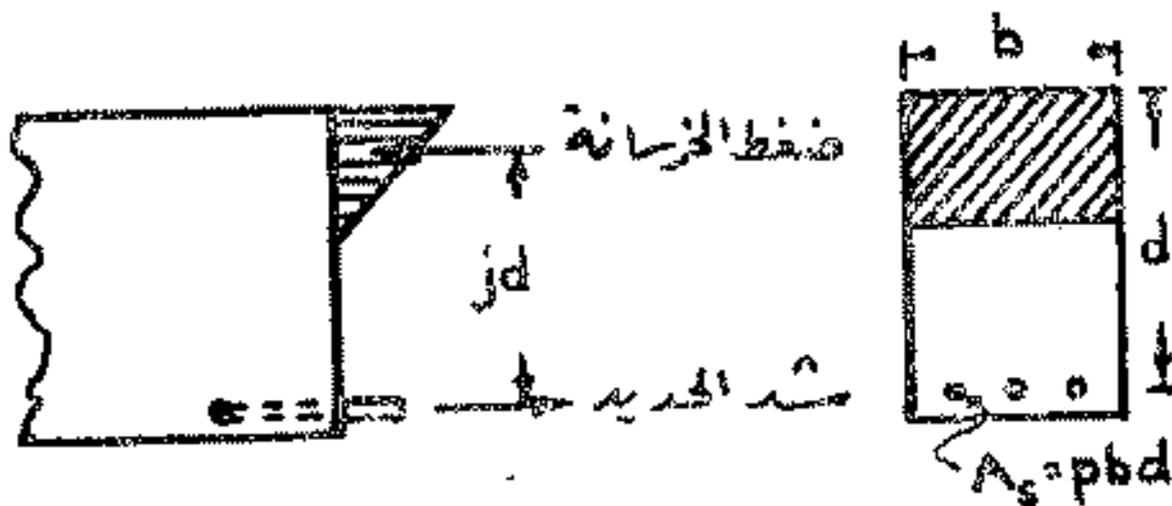
القول بإمكان خفض حديد التسليح إلى النصف بمضاعفة العمق . ومعنى ذلك انه يمكن خفض النسبة بين حجمي الحديد والخرسانة إلى الربع بمضاعفة العمق (لان الخرسانة تزداد طردياً مع زيادة عمقها) ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بالتناسب الرياضي التالي :

$$\frac{1}{p} \sim \frac{1}{d^2} \text{ - النسبة بين حجمي الحديد والخرسانة - (العمق)}^2$$

أو الرمز اليها بما يأتي :

$$p \sim \frac{1}{d^2} \text{ 1}$$

حيث تشير p الى النسبة بين مقطعي الحديد والخرسانة وتزمن d إلى العمق الفعال للمقطع (انظر الشكل ١) وتدل الإشارة \sim على التناسب ^(١) (يلاحظ استعمال لفظة العمق اختصاراً لعبارة العمق الفعال التي يقصد بها ارتفاع ما بين حديد الشد ووجه خرسانة الضغط . وقد استعمل البعد ذاته لتقدير كمية الخرسانة ولن ينتج ذلك في الحسابات خطأ يذكر) .



الشكل ١ - الأبعاد ذات في عتبات من الخرسانة المسلحة

٢ - لما كانت كلفة الخرسانة المسلحة مساوية لمجموع كلفتي الحديد والخرسانة ،

(١) ستشرح دلالة كل رمز عند أول وروده ، وتشرح الرموز كلها ثانية في الملحق .

فيصبح القول يتناسبها مع عمق المقطع مضافاً اليه العمق مضروباً في النسبة بين حجمي الحديد والخرسانة وفي النسبة بين سعري الحديد والخرسانة لوحدة الحجم . اي ان :

(الكلفة - العمق) \times (النسبة بين حجمي الحديد والخرسانة \times النسبة بين سعريهما)

ويمكن الرمز إلى ذلك بما يأتي :

$$C = d (1 + pr) \dots\dots\dots 2$$

حيث تدل C على مجموع كلفة الحديد والخرسانة وتشير r إلى النسبة بين سعري الحديد والخرسانة لوحدة الحجم .

٣ - يمكن بدمج المتناسبتين 1 و 2 التخلص من العمق والحصول على التناسب التالي :

$$\frac{\text{الكلفة} - 1}{\sqrt{\text{النسبة بين حجمي الحديد والخرسانة} \times \text{النسبة بين سعريهما}}}$$

ويمبر عن هذا التناسب بما يأتي :

$$C = \frac{1 + pr}{\sqrt{p}} \dots\dots\dots 3$$

٤ - من الممكن حساب النسبة الاقتصادية للحديد بمفاضلة الكلفة في المتناسية 3

بالنسبة الى النسبة بين حجمي الحديد والخرسانة ومعادلة الناتج بالصفر ، اي ان :

$$\frac{dC}{dp} = 0$$

وبأجراء هذه العملية تكون النتيجة ان النسبة الاقتصادية بين مقطعي الحديد

والخرسانة تساوي مقلوب النسبة r ، أي ان :

(النسبة الاقتصادية بين مقطعي الحديد والخرسانة = النسبة بين سعري الخرسانة والحديد)

حيث تدل الاشارة - على التساوي التقريبي للسبب المبين في أول الحل ، وسيرمز

ويرمز الى ذلك بما يأتي :

$$p = \frac{1}{jd^2} \dots\dots\dots 5$$

حيث تشير j الى النسبة المتغيرة بين ذراع العزم والعمق الفعال .

٢ - وسنتخلص من العمق d ، كما فعلنا سابقاً ، بدمج المتناسبتين 5 و 2 هذه المرة ،

للحصول على التناسب التالي :

$$\frac{1 + \frac{\text{النسبة بين حجمي الحديد والخرسانة} \times \text{النسبة بين سعريهما}}{\sqrt{\text{النسبة بين ذراع العزم والعمق} \times \text{النسبة بين حجمي الحديد والخرسانة}}}{\dots\dots\dots} \dots\dots\dots 6$$

ويرمز إلى ذلك بما يأتي :

$$C = \frac{1 + pr}{\sqrt{pj}} \dots\dots\dots 6$$

٣ - ولتفاضلة المتناسبة المضبوطة 6 ، كما فعلنا بشأن المتناسبة التقريبية 5 ، لا بد

من التعبير عن المتغيرة j بدلالة p . ويمكن اجراء ذلك بالاستفادة من العلاقة المعروفة التالية (1) :

$$j = 1 + \sqrt{\frac{2pn + (pn)^2 - pn}{3}} \dots\dots\dots 7$$

حيث تشير n إلى النسبة بين معاملي المرونة للحديد والخرسانة . وهكذا نتخلص من

المتغيرة j بتعويض قيمتها من 7 في المتناسبة 6 فتصبح :

(1) انظر أي مرجع ابتدائي في تصميم الخرسانة المسلحة .

$$C \sim \frac{1 + Pr}{\sqrt{P \left[1 - \frac{\sqrt{2Pn + (Pn)^2} - Pn}{3} \right]}} \dots\dots\dots 8$$

٤ - وبمفاضلة الكلفة C بالنسبة الى النسبة المتغيرة p في المتناسبة 8 ، ومعادلة

$$\frac{dC}{dp} = 0 \quad \text{النتائج بالصفر:}$$

كما فعلنا سابقاً ، يمكن حساب النسبة الاقتصادية المضبوطة للحديد . لقد أجريت عملية المفاضلة هذه ^(١) ، ولدى معادلة النتائج بالصفر حصلنا على الحل التالي :

$$4rn(r-n) p_c^3 = -9r^2 - 4n^2 - 18rn) p_c^2 + 6(3r - 2n) p_c - 9 \dots 9$$

والمعادلة اللابعدية 9 تمثل الحل المضبوط الذي يجب أن يحل محل الحل التقريبي المعبر عنه بالمعادلة 1 ، ومنها يتبين ان النسبة P_c بين الحديد والخرسانة لا تتغير مع النسبة r بين سعري الحديد والخرسانة فحسب ، وانما تتغير كذلك مع النسبة n بين معاملي المرونة للحديد والخرسانة ، كل ذلك على وجه مشتبك معتقد .

٥ - ان حل معادلة الدرجة الثالثة 9 بطريقة التجربة والخطأ ، بالنسبة لكل مسألة عملية ، يتطلب بذل الكثير من الجهد والوقت ، ولهذا يصبح من المستحسن توفير حل بياني شامل لها لتيسير الاستفادة منها في حل مسائل الحساب الاقتصادي من هذا القبيل . ولذا فقد اجرينا العدد الكافي من الحلول لتوفير النقاط اللازمة لتهيئة مجموعة (عائلة) من الخطوط البيانية يبين كل منها تغير احدي المتغيرتين مع الثانية مع بقاء الثالثة ثابتة كل

(١) قام باستخراج مشتقة التفاضل وتدقيقها مشكوراً السيد دز الدين نوري الاستاذ المساعد في الرياضيات بجامعة بغداد .

مرة . ولقد استخدمنا لهذا الغرض معادلة مساعدة سريعة التقارب استنبطها شتاينمان^(١) لحل المعادلات من الدرجات العالية ، أي الثالثة فأكثر (سنكتفي بهذه الإشارة الى المعادلة المساعدة دون الدخول في تفصيلها لعدم اتساع المجال لذلك) . وبالإستفادة من المعادلة التقريبية 4 ، كنقطة بدء ، في احتساب القيمة التجريبية الأولى كل مرة لحل المعادلة 9 بطريقة التجربة والخطأ — بمساعدة معادلة شتاينمان — أمكن تقليل القيم التجريبية لكل حل بحيث لا تتجاوز الاثنتين أو الثلاث كحد أعلى . بيد إن اجراء العمليات الحسابية الطويلة المضنية ، على الرغم من كل ذلك ، كان أمراً لا مندوحة عنه ، بسبب تعقيد المعادلة 9 (نذكر على سبيل المثال معادلة الدرجة الثالثة التالية الناتجة عن تعويض $n = 8$ و $r = 80$ في المعادلة 9 .

$$184 \ 320 p_c^5 = -46 \ 556 p_c^2 + 1344 p_c - 9 .$$

ومما زاد في التعقيد كون طبيعة المعادلة وثوابتها مما يستلزم اجراء الحسابات باللوغاريتمات ذات المراتب العشرية المتعددة للحصول على النتائج الدقيقة المطلوبة ، ولذا فقد عملنا جميع الحلول باستعمال جداول لوغاريتمية ذات سبع مراتب عشرية^(٢) . ولقد اخترنا القيم الأربع العملية الأكثر شيوعاً للمتغيرة n وهي 8 — 10 — 12 — 15 وحسبنا لكل منها قيمة p_c لكل من قيم r الممكنة عملياً والبالغة 40 — 60 — 80 — 110 — 140 ، وهكذا تم لنا عشرون نقطة كما يظهر في الجدول 1 ، وكما هو مبين في الشكل 2 ، وكلاهما يبين تغاير p_c مع n لمختلف قيم r كما ظهر من هذه الحسابات . ويتضح من هذه النتائج حقيقة هامة سنعرض لها فيما بعد وهي ان تغاير p_c مع n هو ضئيل جداً .

Steinman; D. B. — Civil Engineering, v. 21, p. 94, 1951 (١)

Vega—Seven Place Logarithmic Tables, 1960. (٢)

مناقشة الحل المضبوط ومقارنته مع الحل التقريبي

١ - من المفيد تبين تغير النسبة الاقتصادية بين مقطعي الحديد والخرسانة P_c مع النسبة r' بين سعري الخرسانة والحديد لوحة الحجم (أي مقلوب النسبة r) لسهولة المقارنة عندئذ بين الحلين التقريبي والمضبوط. وبين الشكل ٣ تغير P_c مع r' بمقتضى كل من معادلة الحل التقريبي الابعدية 4a ومعادلة الحل المضبوط الابعدية التالية الناتجة عن تعويض r' عن مقلوب r في المعادلة 9 :

$$4n(1-nr') \cdot p_c^3 = -(9 + 4n^2 r'^2 - 18nr') \cdot p_c^2 + 6r'(3-2nr') \cdot p_c - 9r'^2 \dots 9a$$

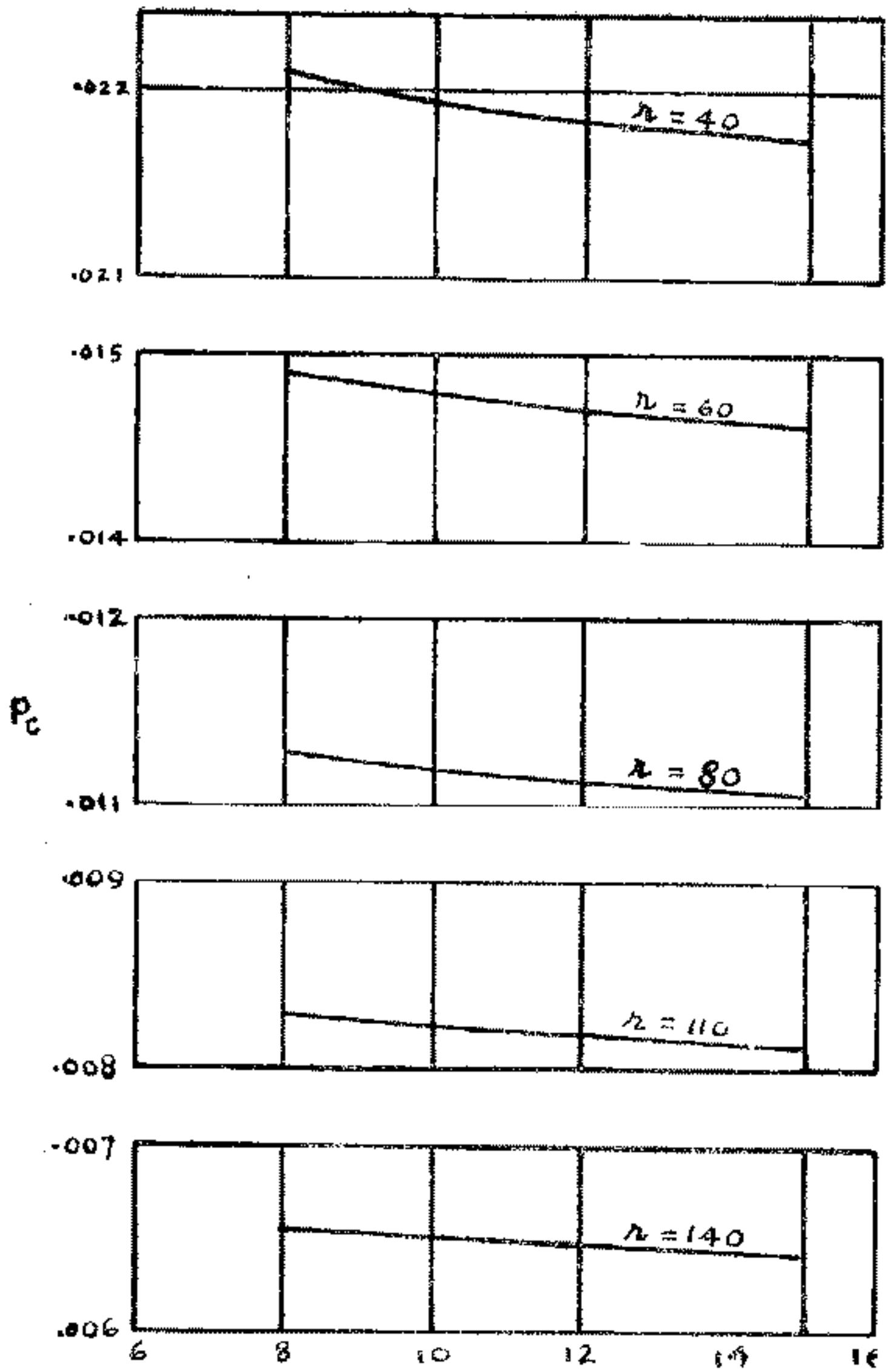
(حسب قيم r' على أية حال من مقلوب r كما هو مبين في الجدول ١ أيضاً) ولتقارب الخطين البيانيين الذين يمثلان قيمتي n البالغتين ٨ و ١٥ فقد أهملنا رسم الخطين الذين يمثلان القيمتين الاخرين ١٠ و ١٢ .

٢ - يتضح من النتائج المبينة في الشكل ٣ (أو الجدول ١) ما يلي :

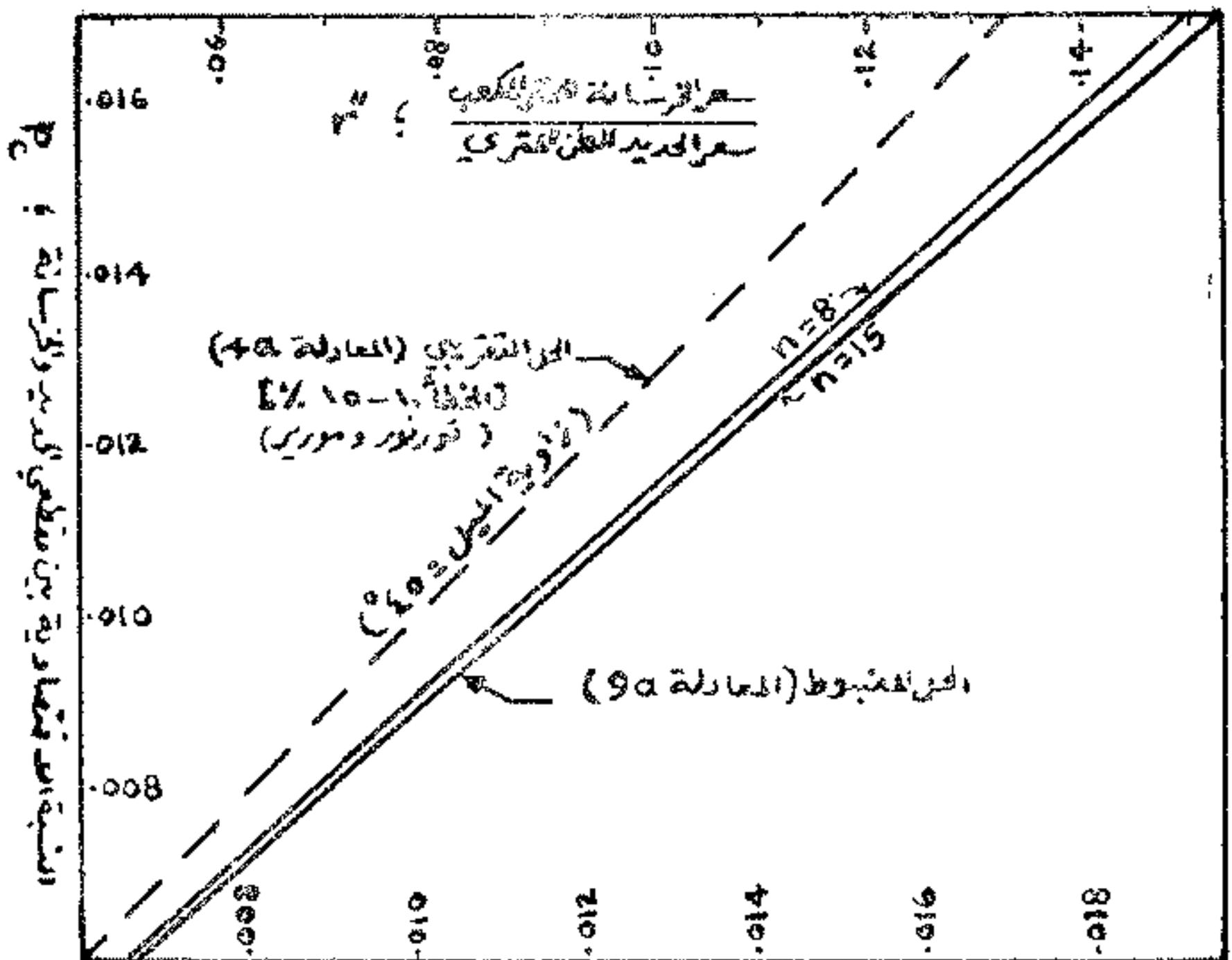
أ - ما ذكرناه سابقاً من عدم تأثر P_c بتغيير n تأثراً يذكر (في الحل المضبوط) . ويبدو ان تغير قيمة P_c الذي يرافق تغير n من ٨ الى ١٥ - ضمن النتائج المحسوبة - يتراوح بين ١ و ٢ بالمائة ، أي ان الانحراف عن المعدل لا يمكن ان يتجاوز ١ بالمائة بأية حال .

ب - بالنظر لضالة الانحراف عن المعدل ، كما هو مبين في الفقرة السابقة ، ولتعقيد المعادلة 9 ، وصعوبة حلها في الاحوال الاعتيادية ، فقد استنبطنا معادلة الخط المستقيم العملية التقريبية التالية للاستفادة منها في حل المسائل الاعتيادية ، ولن يتجاوز الخطأ فيها ١ بالمائة لقيم n المتراوحة بين ٨ و ١٥ :

$$P_c \sim 0.87 r' + 0.0003 \dots \dots \dots 10$$



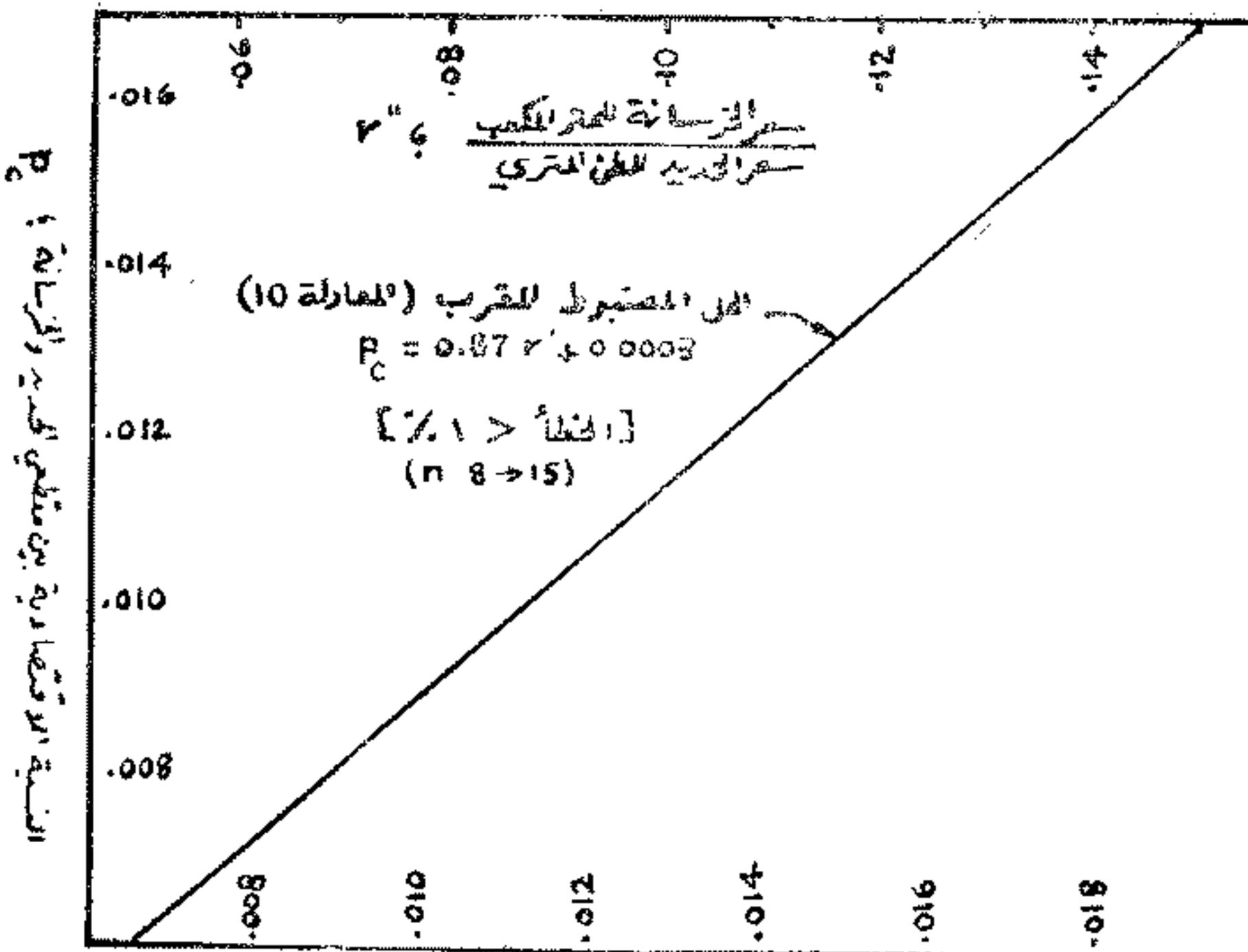
الشكل ٢ - تغير P_c مع n لنطاق قيم λ
 (المعادلة المعتمدة 9)



الشكل ٣ - تعابير P_c مع P_c بالحلين التقريبي والمضبوط

والشكل ٤ يبين الخط البياني للمعادلة المضبوطة المقربة 0 .

ج - ان نسبة الخطأ المترتب عن الحل التقريبي ٤ تراوح - ضمن النتائج المحسوبة - بين ١١ و ١٥ بالمائة ، وهذه النسب تعتبر عالية اذا احتسبت كلفة بناء المنشآت الكبيرة ، ويمكن بتحاشي هذا الخطأ واستعمال الحل المضبوط 9 (او الحل المبسط 10) توفير مبالغ لا يستهان بها من مجموع الكلفة .



النسبة بين سعري الخرسانة والحديد للوحدة الحجمية $P_c = 0.87 P_c' + 0.0003$
 الشكل ٤ - نماذج مع P_c بالحل المضبوط المقرب

التطبيق العملي

- ١ - لتسهيل الاستفادة العملية من المعادلة المضبوطة $9a$ أو المعادلة المضبوطة المقربة 10 ، كما في الشكلين ٣ و ٤ على التوالي ، أضفنا الى كل من الشكلين مقياساً ثانوياً عملياً في الأعلى يمثل حاصل قسمة سعر الخرسانة للمتر المكعب على سعر الحديد للطن المتري ، P_c .
- ٢ - والمثال التالي يوضح طريقة حل مسألة عملية من هذا القبيل بموجب الأسعار السائدة حالياً في العراق :

١ — حديد التسليح (طن متري واحد)

$$\frac{٤٨}{٠٠٠} = \text{الحديد (طن متري)}$$

$$\frac{٦}{٠٠٠} = \text{القطع والتصعيد}$$

$$\frac{٥}{٠٠٠} = \text{التبذير (حوالي ١٠٪)}$$

فيكون مجموع سعر الطن المتري من حديد التسليح $\frac{٥٩}{٠٠٠}$ ديناراً عراقياً
(أي أن مجموع سعر المتر المكعب الواحد من حديد التسليح ، باعتبار أن
الوزن النوعي هو ٧ر٨ ، يساوي :

$$\frac{٤٦٠}{٢٠٠} = \frac{٥٩}{٠٠٠} \times ٧ر٨ \text{ ديناراً عراقياً} .$$

ب — الخرسانة (متر مكعب واحد ١ : ٢ : ٤) .

$$\frac{٢}{١٠٠} = \text{السمت (٦ أ كياس بسعر ٣٥٠ / -)}$$

$$\frac{١}{٥٠٠} = \text{الحصى والرمل}$$

$$\frac{١}{٠٠٠} = \text{العمل}$$

فيكون مجموع سعر المتر المكعب من الخرسانة $\frac{٤}{٦٠٠}$ دنانير عراقية .
وهكذا يظهر أن :

$$\frac{٤}{٦٠٠} = \frac{\frac{٤}{٦٠٠}}{\frac{٥٩}{٠٠٠}} = r' \text{ النسبة البعدية } r'$$

$$\frac{١}{٦٠٠} = \frac{\frac{١}{٦٠٠}}{\frac{٤٦٠}{٢٠٠}} = r'' \text{ والنسبة اللابعدية } r''$$

وعلى فرض أن n تساوي ١٠ ، يمكن أن نجد في الشكل ٣ مقابل قيمة r'' ، أو مقابل
قيمة r' في الشكل ذاته (المعادلة المضبوطة 9 a) ، أن النسبة الاقتصادية للحديد P_c هي
٠.٠٠٩٠٢

أما الحل التقريبي المعروف (المعادلة 4 a) في الشكل نفسه فيشير إلى أن النسبة الاقتصادية

هي ٠١ و ٠٠ ، وفي ذلك خطأ مقداره ١١ ٪.

ويمكن وجود الحل أيضاً من الشكل ٤ (المعادلة المضبوطة المقربة 10) حيث يظهر ان النسبة الاقتصادية هي ٠٠٩ و ٠٠ ، والخطأ في هذا الناتج ، كما يبدو ، ضئيل وهو أقل من ٥ ٪.

٣ - يجب ان يراعى في استعمال نسبة الحديد الاقتصادية المحسوبة بأية من المعادلات 4 - 4a - 9 - 9a - 10 (أنظر الشكلين ٣ و ٤) ان لا تزيد هذه النسبة على النسبة

المحسوبة للتصميم « المتزن » ، اي الذي يبلغ اجهاد حديده وخرسانته حديدها المسموح بهما ، والا فيلزم استعمال حديد الضغط قرب الوجه المنضغط من العتب او السقف .

فلو فرضنا في المثال الذي نحن في صدده مثلاً ان اجهاد الشد المسموح به في الحديد

هو ٢٠٠٠٠ باوند على العقدة المربعة لوجدنا ان نسبة الحديد اللازمة للتصميم المتزن هي

١٣٦ ر. (١) ، ولما كانت النسبة الاقتصادية التي وجدت اعلاه وهي ٩٠ ر. اقل بكثير من

١٣٦ ر. فان استعمالها مع مضاعفة عمق العتب أو السقف بنسبة ١٢٦ ر. ، اي بنسبة ١٥١ ر.

سيحقق ولا شك توفيراً اقتصادياً .

اما ان وجد (في حالات نادرة) ان النسبة الاقتصادية للحديد - محسوبة بالطرق

المبينة في هذا البحث - هي اكثر من النسبة المطلوبة للتصميم المتزن فمن الاسهل اتباع

التصميم المتزن ، والا فان استعمال النسبة الاقتصادية المذكورة يحتم اضافة حديد الضغط

كما ذكر آنفاً وفي تلك الحالة يجب اعتبار كلفة حديد الضغط عند اجراء المقارنة الاقتصادية .

ويستثنى من هذا الاحتياط الاعتاب الخرسانية التي يكون مقطعها على شكل الحرف T

لان شفرتها عادة ليست مضغوطة الى الحد المسموح به وتحتمل الكثير من الضغط

الاضافي ، ولهذا اتخذ تورنور ومورير (في المرجع المشار اليه سابقاً) ساق العتب ذي

المقطع على شكل T مثالاً عاماً للحل التقريبي الذي سبق شرحه في أول البحث .

(١) انظر اي كتاب او جدول في تصميم الخرسانة المسلحة مثل :

CRSI Design Handbook, Revised 1961, p. 55.

الخامسة

- ١ - ان اختيار النسبة P بين مقطعي حديد التسليح والخرسانة في الاعتاب والسقوف بطريقة « التصميم المتزن » لا يستند إلى اية اعتبارات اقتصادية .
- ٢ - ان طريقة تورنور ومورير التقريبية في اختيار النسبة الاقتصادية P_c بين الحديد والخرسانة ، والمعبر عنها باي من المعادلتين التقريبيتين اللابعديتين 4 أو 4a (انظر الشكل ٣) ، فيها خطأ يتراوح بين ١١ و ١٥ بالمائة في المسائل العملية .
- ٣ - يمكن تجنب الخطأ اطلاقاً باستعمال أي من المعادلتين المضبوطتين اللابعديتين 9 أو 9a (أو الحل البياني في الشكل ٣) .
- ٤ - يمكن تبسيط المعادلة المضبوطة المعقدة 9a بمعادلة الخط المستقيم العملية اللابعدية المقربة 10 (انظر الشكل ٤) ولن يتجاوز الخطأ ١ بالمائة .

صمبل الملائكة

ملحوظ بدلالات الرموز الواردة في البحث

C =		مجموع كلفة الحديد والخرسانة
d =		العمق الفعال للمقطع
j =	(لا بعدية)	النسبة بين ذراع عزم المقطع والعمق الفعال
n =	(كذا)	النسبة بين معاملي المرونة للحديد والخرسانة
p =	(كذا)	النسبة بين مقطعي الحديد والخرسانة
p _c =	(كذا)	النسبة الاقتصادية بين مقطعي الحديد والخرسانة
r =	(كذا)	النسبة بين سعري الحديد والخرسانة لوحدة الحجم
r' =	(كذا)	النسبة بين سعري الخرسانة والحديد لوحدة الحجم
r'' =		حاصل قسمة سعر الخرسانة للمتر المكعب على سعر الحديد للطن المتري
- =		علامة التناسب
- =		علامة التساوي التقريبي

r =	40	60	80	110	140
r' =	(02500)	(.01667)	(.01 50)	(.00909)	(00714)
n	P _c				
8	.02208	.01490	.01128	.00829	.00656
10	.02194	.01481	.01120	.00825	.00651
12	.02185	.01471	.01113	.00818	.00648
15	.02175	.0 462	.01106	.00812	.00643

الجدول ١ - تغير P_c مع n لمختلف قيم r

(المعادلة المبسطة 9)