« أن الانسان ليصل عن طريق علم النجوم ، الى برهان وحـــدة الله ومعرفـة عظمته الهائلة وحكمته السامية ، وقوته الكبري وكمال خلقه »

البتاني ٨٧٧ – ٩١٧ م

# بحوث رياضية مقارنة للفترة العربية الاسلامية

رشيد عبد الرزاق الصالحي

بسم الله الرحمن الرحيـــــم

## ١ ـ مقدمة :

عندما نستعرض الرياضايات ومن شارك في استنباط القوانين الرياضية أو من شارك في حل المشاكل الرياضية مستخدماً الرياضيات كوسيلة لهذا الغرض نجد من الأنصاف القول بأن حضارات الأمم قديماً وحديثاً قد أسهمت في حقـــل الرياضيات ، أذ هناك ترابط وثيق بين المواد الرياضية المختلفة المستنبطة في كل عصر أو كل بلد ، كما أن هناك تواردآ للخواطر في الأسلوب حيث نجد في كثير من الأحيان حلولا متماثلة لمشاكل واحدة في بقاع مختلفة من الأرض ومن قبـل أشخاص عاشوا في أزمنة مختلفة الا أن كل واحد منهم قد اهتدى ألى حـــل المشاكل واستنبط قوانين قد تكون ألى درجة ما مشابهة لما توصل أليه الاخرون

ان التراث الحضاري للأنسانية لايمكن أن ينفهم فهو متسلسل في كافـــة المجالات ولكن قد تكون هناك فجوات لاتمكننا من الجزم بهذا التسلسل ولكن

بتقدم علم الآثار وأكتشاف معاني الرموز القديمة وحلها والعثور على المخطوطات المفقودة ، كل ذلك يجعلنا نميل الى الاعتقاد الانف الذكر الذي خلاصته وجود تسلسل حضاري بين الامم .

إن الذي نعرفه هو أن معظم المخطوطات العربية والأسلامية التي كانت في المكتبات المختلفة قد درست ، امّحت أو أتتْ عليها الظروف المختلفة فلقد احرقت مكتبات علناً عندما اتهم أصحابها بالزندقة ، الكفر نتيجة الحسد والجهل والتعصب الأعمى ، وعدم الانصياع الى روح الشريعة الأسلامية قولا وعملا تلك الروح التي تحث على طلب العلم والعناية بالعلم والعلماء فلقد أوجب الشارع طلب العلم فريضة على كل مسلم ومسلمة واعتبر العلوم غير الدينية فرض كفاية كما قال الامام أبو حامد الغزالي بهذا .

لقد أتلفت مكتبات عديدة عند الهجوم على البلاد العربية والأسلامية بوجه عام أما البقية الباقية من المراجع والكتب فقد وجدت طريقها ألى البلدان الأجنبية كما حدث في الحروب الصليبية حيث نقلت حلول المعادلات من الدرجة الثانية ذات المجهول الواحد من أحد القواد الصلبين البريطانيين وكان هذا الحل ألى أبي الوفا محمد الذي ( ٢ ) توصل ( ١ ) الى معرفة الدستور لحل المعادلات من الدرجة الثانية .

ونكتفي بأن نرجع ألى ماهو موجود من مخطوطات جمة في المكتبات المختلفة في بريطانيا وفرنسا وامريكا حالياً وسائر البلدان الأخرى وكلها تدل دلالة واضحة على غزارة الانتاج العلمي لاسيما في الرياضيات ألا أن الزمن لم يحن

( ١ ) شمس العرب تسطع على الغرب – تأليف – زغريد هونكه
تعريب فاروق بيضون – كمال دسوقي

( ٢ ) شمس العرب المصدر السابق ص ٢٠٥ العلم عند العرب تاليف الدوميللي ص ٢١١

ولم تشجع الفئات أو الافراد ألا بالقدر اليسير لبعث ونشر هذا التراث الفخم الذي لا نستغني عنه مطلقاً حتى الوقت الحاضر الذي اكتشفت فيه الحاسبات الألكترونية حيث نجد في الكتب الحديثة أستمرارية الحاجة الى الطرق القديمة يدل على ذلك دلالة واضحة طريقة الخوارزمي في الأعداد الأولية والقواسم وطريقة حساب الخطأين لحلول المعادلات المتعالية ومن شاء فليرجع ألى كتب التحليل الرياضي ليرى بأم عينيه مدى تغلغل الرياضيات العربية والأسلامية .

لقد تألفت في القرن الحالي جمعيات كثيرة في شتى بقاع العالم هدفها جمع هذا التراث وأعني به العربي والأسلامي وكتب الكتاب بهذا الصدد بين آونة وأخرى بهذه المواضيع أمثال ذلك الدكتور محمد عوض الذي كتب في مجلة الوسالة والرواية نحو سنة ١٩٣٩ مقالا حول مخطوط عثر عليه في الأقسام الجنوبية من أيران اسمه ( ميزان الحكمة ) إحتوى على مواد في الحكمة ويحوى قدراً كبيراً من الرياضيات التي تميزت بميزة الأبداع إلاأنها لم تكن معروفة عند الأقدمين وكان هذا المخطوط رداً قاطعاً على أولئك المتعصبين القائلين بأن العرب و المسلمين قد نقلوا من القديم دون أن يضيفوا على العلم شيئاً ، علماً بأن هذا المخطوط قد نشر منه الصحائف الأولى في مجلة الأستشراق الجديد الروسية (١) ولكن ظروف الحرب حالت دون ذلك . كما أشار الدكتور عوض ألى وجود بعض المراجع الأخرى منها علم المقاييس ( مباحث فلكية ) الذي أمر بتأليفه المأمون والذي قال عنه الدكتور عوض ان نسخة منه موجودة في مكتبة الحرم الشريف بمكة المكرمة .

ومهما تكن الامور فالعالم مقبل في الوقت الحاضر على طبع وتحقيق كثير

( ٣ ) تاريخ العلم للدكتور عبد الحليم منتصر ص ١٣٩ .

من هذه المخطوطات التي تختص . بهذا التراث جهد المستطاع ( يجد المتتبع لهذا الموضوع ماكتبه سارتن في كتابه تاريخ الرياضيات وماقامت به الجمعية الفلسفية من جهود في الجامعة الامريكية في بيروت وماقامت به جامعة براون باميريكا ومانجزت من طبع وتحقيق في الجمهورية العربية المتحدة . . . . ) .

وفي هذا المجال سننفرد بطرح مواضيع مختلفة تتعلق بالرياضيات عند العرب والمسلمين مع ذكر بعض المفاهيم والاراء لمن سبقهم او عاصرهم ليتبين مدى اهمية ماقام به رياضيو العالم العربي والاسلامي بهذا الصدد .

## ٢ ـ مفهوم العلم عند المسلمين :ـ

ينقسم العلم عند الاسلاميين الى ثلاثة فروع هي الالهي والطبيعي والتعليمي ولما كانت العلوم العقلية يومئذ لم تكن قد تنوعت فروعها بحيث تتطلب التخصص كما هي الحال في عصرنا الحاضر فان المنصرفين الى هذه العلوم قد سلكوا مسلكين المسلك الفلسفي والمسلك التعليمي ، كما ان الفلسفة نفسها كانت ترتكز على قسمين رئيسيين طبيعي وآلهي .

ان الذي يتأمل فيما ورد من المقالات والكتب والشروح المتعلقة بامور الطبيعة وما شاركها يخرج بالنتائج السالفة الذكر بكل وضوح كما يتبين له من عدم التفريق بين الطبيعي والتعلمي من جهة وان هناك اموراً مشتركة بينهما من جهة اخرى والمعلوم ان الدافع الى هذا التفريق يرجع ( اولا ) الى معنى الوجود في كلا الفرعين ( وثانياً ) الى ماهية البرهان على المذاهب والقضايا المقررة في كل من الفرعين ايضاً .

يتميز العلم التعليمي بكونه يبحث عن ( الكم ) في حين إن العلم الطبيعي ينظر في الاجسام وما يتعلق بها من تغيرات ذات صلة بتلك الاجسام الموجودة

فعلا في الواقع اي كما نجدها في الطبيعة ، لكن علم الرياضيات ولاسيما البحته منها لاتحتاج الى اقامة البراهين قديماً لكنها تعقل مجردة عن المادة وينظر فيها من هذه الجهة نظراً تعليمياً صرفاً . أن الملاحظ عدم أمكانية الفصل التام بين ماهو تعليمي وماهو طبيعي ألا أنك قد تجد العلم الواحد يشتمل على الاثنين كما هي في الوقت الحاضر في مواضيع الفيزياء فهناك براهين رياضية صرفة وهناك تجارب يستمد منها البرهنة على قوانين أخرى . ومن الأدلة التي تشير ألى التقسيم الانف الذكر ماذكره الفيلسوف ابن سينا في كتابه الشفاء المقالة الاولى في السماع الطبيعي مانصه ( وكلها ـ أي العلوم التعليمية ـ ينظر في الأشياء التي لها من حيث هي ذوات كم ، ومن حيث لها عوارض الكم ، التي لايوجب تصور عروضها للكم أن يجعله كما في جسم طبيعي فيه مبدأ حركة وسكون ، ولايحتاج ألى ذلك ) . هذا مايتعلق بالأمر الأول ، أما ما يتعلق بالأمر الثاني وهو البراهين فقد أراد الفلاسفة الأقدمون البحث عن الأسباب ألى وجود الأشياء كما هي في الطبيعة أو قل بالأحرى عندما نتطلع ألى الظواهر الطبيعية كما نشاهدها في حالتها الخام فهناك أسباب لظهورها بهذا المنظر وهذه الأسباب هي التي يبحث عنها الفلاسفة .

ومن الفلاسفة الذين نهجوا هذا المنهج هو ابن الهيثم في أبحاثه الضوئية فقد أخذ بالطبيعي بقدر وأخذ بالتعليمي بقدر يناسبه ، ودليلنا على ذلك أن أبن الهيثم يراقب أحوال الموجودات كما هي في الطبيعة أو كما تشاهد واقعياً وهذا معناه ينهج بالعلم الطبيعي مستقرئاً الأمور ثم يبرهن على صحة تجاربه أومشاهداته رياضياً وهذا يعني أخذاً بالعلم التعليمي ، ألا أن ابن الهيثم تفرد في خاصية اختلف فيها عمن سبقه حيث هو لايبغي معرفة الأسباب فقط والملاحظة للامور بل انه يريد معرفة كيفية الحدوث للظواهر الطبيعية وتعليل

هـذه الكيفية ببيان مناسب ألى كيفيات أخرى تكون طبيعتها أشمـل وأعـم وهذا الأتجاه يتفق تماماً وما نعنيه منالنظريات العلمية الحديثة في الوقت الحاضر

## ٣ ـ أنظمة العد الصفرية ( النظام العربي الحديث ) (١) : ـ

أن أول من أستعمل الحروف الهجائية للدلالة على الأعداد ـ على ما نعلم هم الفنيقيون وهم الذين نشروها بين الشعوب القديمة ، والنظام العربي مقتبس منهم ، لقد استعمل العرب الالفباء للتعبير عن الارقام وظلوا كذلك حـتى القرن التاسع بعد الميلاد واليك الالفباء مرتبة على الترتيب الابجدي القديم وهو أبجد هوز حطي كلمن سعفص قرشت ثخذ ضظغ ، وقد وضعنا تحت كـل حرف مدلوله العددي .

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ا | ب | ج | د | ه | و | ز | ح | ط | ي | ك | ل | م | ن |
| ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ٢٠ | ٣٠ | ٤٠ | ٥٠ |
| س | ع | ف | ص | ق | ر | ش | ت | ث | خ | ذ | ض | ظ | غ |
| ٦٠ | ٧٠ | ٨٠ | ٩٠ | ١٠٠ | ٢٠٠ | ٣٠٠ | ٤٠٠ | ٥٠٠ | ٦٠٠ | ٧٠٠ | ٨٠٠ | ٩٠٠ | ١٠٠٠ |

وفي هذا النظام العربي تجد ان الحروف التسعة الاولى تدل على الآحاد وهـي لاتزال تستعمل الى يومنا هذا بقصد الترقيم ، والتسعة التالية تـدل على العشـرات والتسعة التي بعدها للدلالة على المئات ، وجعلوا الحرف الثامن والعشرين للدلالـة على الالف ، اما بقية الالوف حتى التسعمائة الف فقد عبروا عنها بالحروف نفسها تضاف الغين وقيمتها العددية الف ويضرب كل منها بالغين .

---

( ١ ) المصدر ـ رقم ( ٥ )

Introduction to the history of Mathematics by Howard Ever
P 179

مثال ذلك بـغ = ٢٠٠٠ طغ = ٩٠٠٠ كغ = ٢٠٠٠٠

صغ = ٩٠٠٠٠ رغ = ٢٠٠٠٠٠ ضغ = ٩٠٠٠٠٠

وماعدا ذلك تركب الاعداد من الحروف يضاف بعضها الى بعض على سبيل الجمع فاذا كتبوا ( رأس ) كانت قيمة الكلمة ٢٠٠ ، ١ ، ٦٠ = ٢٦١ وعلى هذا النحو تكتب الاعداد من الاحد عشر الى التسعة عشر وهكذا .

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| يا | يب | يج | يد | يه | يو | يز | يح | يط |
| ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ | ١٩ |

ويستعمل هذا الحساب الأبجدي كذلك في التاريخ الشعري وهو عبارة عن الاتيان بكلام يتضمن ذكر حادثة ، فاذا جمعت حروفه على حساب الابجدية اوحساب الجمل(١) تخرج منها السنة التي وقعت فيها تلك الحادثة .

مثال ذلك : — هذا (٢) البيت الذي نظمه الشيخ نجيب الحداد وهو يحتضر مؤرخاً وفاته فيه : —

ولىّ ( النجيب ) فارخوا قبراً له

قد مات مشتاقاً الى لبنان

فاذا جمعت الكلمات التي بعد لفظة ( فارخوا ( كان المجموع ١٨٩٩ وهي سنة وفاته .

اما اهم الشروط المتفق عليها للتاريخ الشعري فهي : —

١ — ان توضع الكلمات التي يراد بها التاريخ بعد لفظة مشتقة من فعل ارخ ولايحسب ماأتصل بها من الحروف كالهاء من يورخه والياء والنون من مؤرخين

٢ — ان يكون الكلام الجامع للتاريخ في البيت من الشعر .

( ٢ ) تراث العرب

المصدر ( ٧ ) في الفلك والرياضيات قدري حافظ طوقان .

٣ — ان تحسب الحروف كما هي صورتها دون مراعاة لفظها ، فالالف بصورة الباء تحسب باء والمدة لاتحسب شيئاً والحروف المشدد يحسب حرفاً واحداً والواو في عمرو تحسب واواً والالف في نصروا تحسب ، وصفوة القول انه ينظر الى صورة الكلمات دون لفظها .

٤ — ان يكون للفظ التاريخ معنى متعلق بما قبله لا ان يكون حشواً بلا معنى

٥ — ان يحوي سطر التاريخ نكته متعلقة بالحادثة وان لا يكون مبهماً ولا معقداً

## ٤ ـ النظام العربي الهندي رانظمة العد الوضعية (١) : ـ

يعود النظام العربي الى الهنود حيث نقله العرب الى اوربا ، وان اول نموذج للنظام العربي الهندي عثر عليه كان في عمود من الصخر ودلك سنة ( ٢٥٠ ) قبل الميلاد في الهند ، كما وجدت كتابات في الكهوف وذلك حوالي ( ١٠٠ ) قبل الميلاد ولكن الميزه التي انفردت بها هذه الكتابات انها تخلو من رقم ( الصفر ) وتخلو ايضاً من الترقيم الوضعي ولكن بفضل ودراية العلاقة الرياضي الخوارزمي الذي اضاف الصفر قد جعل هذا النظام نظاماً كاملا حيث ظهر ذلك حوالي م ( في احدى كتبه وبعد هذا التاريخ ترجمت كتب الخوارزمي الى اللغة اللاتينية وبالطبع نقلت فكرة الصفر وذلك في القرن الثالث عشر .

ولاجل شرح اهمية الصفر وما ينطوي عليه قديماً وحديثاً من معاني منطقية او فلسفية وماله من علاقة بالنظام الوضعي نقدم الموجز التالي .

أ — نظام العد الوضعي : —

من النماذج لهذا النظام ، النظام الذي يستعمله والذي اساسه العشرة في هذا النظام يتخذ له اساساً وليكن ( ب ) كما ان له رموزاً اساسية هي ١ ، ٢ ، ٣ ، .

( ١ ) مقدمة في تاريخ الرياضيات إلروهوار إيف ص ١٩ .

الى ب ـ ١ ومعنى ذلك وجود ( ب ) من الرموز الاساسية التي تسمى بالارقام في نظامنا الاساس الذي نسير عليه اليوم وعلى ذلك يمكن التعبير عن اي عـــدد معلوم مثل العد ( ن ) على الوجه التالي وبدلالة الاساس ( ب ) .

$$ن = أ_ن ب^ن + أ_{ن-1} ب^{ن-1} + \cdots + أ_ك ب^ك + أ_1 ب + أ_0$$

حيث $0 \le أ_ك \le ب-1$ ، ك = صفر ، ١ ، ٢ ، ... ، ن

وبعد ئذ يمكننا تمثيل العدد ن مستندين في ذلك الى الاساس ( ب ) وباستعمـــال الرموز الاساسية المتتالية $أ_ن ، أ_{ن-1} ، \ldots ، أ_2 ، أ_1 ، أ_0$

وهكذا يكون كل رمز اساس من الناحية العددية ممثلا بعض مضاعفات قـوى الاساس ( ب) اما أس هذا الاساس فانه يتوقف على موضع الرمز الاساسـي فمثلا الرقـــم ٢ في نظامنا العـددي العربي الهنـــدي في العـــدد ٢٠٦ يـــدل على $٢٠٠ = ٢ (١٠)^٢$ بينما العدد ٢٧ ووفق النظام نفسه يـدل على ٢ (١٠) او ( ٢٠ ) . ان هذه الامثلة لتدل دلالة واضحة على حاجتنا الماسة الى الصفر ليحل محل الفراغ لقوى الاساس ( ب ) .

لقد استعمل البابليون النظام الوضعي الذي اساسه ( ٦٠ ) وذلك بين ٢٠٠٠ الى ٣٠٠٠ قبل الميلاد .

مثـــــال ذلـــك :ـ

العدد ٥٢٤٥٥٥١ الذي اساسه العشرة يمكن التعبير عنه من اساس يساوي ٦٠

وبموجب العدد ن السالف الذكر كما يلـــــــــــــــي .

$$٥٢٤٥٥١ = ٢ (٦٠)^{٣} + ٢٥ (٦٠)^{٢} + ٤٢ (٦٠) + ٣١$$

= ٣١ ، ٤٢ ، ٢٥ ، ٢ بالحساب البابلي

ب – بعض معاني الصفر(١) : –

يعرف الاستاذ مينونج ( الصفر ) بانه – المقابل المتناقض لكل مقدار من نوعه – وهذه العبارة لاتخلو اللبس ولذا فلابد ان يكون مقابل الفرد جميع الافراد الاخرى ، فالصفر ليس كل شئ ماعدا مقداراً واحداً من نوعه ، ان صفر لذة هو ( لالذة ) وهو مايقصده الاستاذ مينونج . ان هذا التعريف صعب الادراك لكنه صحيح ، لكن ذلك ليس الاطريقة معقدة لقولنا ( لاشئ ) ويمكن حذف الاشارة بالكلية الى اللذة ، وهذا يعطينا صفراً وهو بعينه لجميع المقادير ان هذا الصفر ليس له اشارة وهو قاصر لهذا الصدد للاغراض التي يتطلبها التعريف الآنف الذكر ومن التعاريف الاخرى بان الصفر - هو اقل مقدار - من نوعه - الذي يعزي الى الاستاذ بتز . ان هذا التعريف غير كاف من الناحية الفلسفية وفضلا عن ذلك وحيثما توجد مقادير سالبة فان هذا الترتيب يمنعنا من اعتبار هذه المقادير اقل من الصفر . اما اذا كانت المقادير ذات فروق او مسافات فللصفر معنى واضح هو التطابق الذي يبدو واضحاً منه ان صفر المسافة في الزمان هو نفسه كصفر المسافة في المكان ولكي نتجنب هذا التطابق البحث نجعله مصحوباً ببعض مافي فصل الحدود التي تقوم المسافات بينهما

---

( ١ ) اصول الرياضيات تأليف برتراند رسل وترجمة الدكتور محمد مرسي ، الدكتور احمد الأهواني جـ ٢ ص ١٠٦ .

وبهذه الوسيلة نجعل الصفر في اي فصل في العلاقات التي هي مقادير محـــــدداً واضحاً تاماً خالياً من التناقض . وعدا ماذكرناه سابقاً فلدينا صفر الكميـــات وصفر المقادير ذلك لانه اذا كان أ،ب حدّين من فصل ذي المسافات فالتطابق مع أ والتطابق مع ب هما صفران متميزان من الكمية ، ان الواقع ليس صفـــر المسافة هــو بالفعل نفس التصور كالتطابق . وهناك تعاريف اخرى لامجـــال لـــــذ كرهـــا هنـــــا .

## ٥ ـ علم خواص الاعداد : ـ

لقد حاول الانسان منذ القدم ان يفسر معنى الاعداد حيث ظن انها تحتوي على معان خفية تساعده على فهم الكون وعلاقته به ، حيث جعل لكل عـــدد خواص وصفات يمتاز بها – راجع رسائل اخوان الصفا – لقد فعل ذلك كل من العرب واليونان فكان هذا العدد في نظرهم كاملاً وذاك مشئوماً واخـــر عظيماً من ذلك ماورد بصدد العدد الكامل او العدد الزائد او العــدد الناقص ففي نظرهم انه اذا اخذنا العدد واستخرجنا معدوداته فهو ما ان يكون مساوياً او اكثر او اقل من مجموع معدوداته فاذا زاد عليها فهو زائد مثال ذلك العدد ( ١٤ ) اذ ان قواسمه ١ ، ٢ ، ٧ ومجموعها اقل من (١٤) والعدد (١٢) الـذي قواسمه ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ومجموعها اكثر من ( ١٢ ) لذلك فالعدد ( ١٢ ) يُعد عدداً ناقصاً والعدد ( ٦ ) يعتبر عدداً كاملاً ذلك لانــه يساوي مجمــوع معدوداته التي هي ١ ، ٢ ، ٣ وبالمثل العدد ٢٨ فهو كامل ايضاً ، ان الاعـداد الكاملة قليلة لكنها تتصف بالترتيب والنظام فهناك عدد كامل في الاحاد هـــو ( ٦ ) وعدد كامل واحد في العشرات هو ( ٢٨ ) وعدد كامل في المئات هــو ( ٤٩٦ ) واخر في الالوف هو ( ٨١٢٨ ) وجميع هذه الاعداد الكاملة تبـــدأ

بالرقم ( ٦ ) او ( ٨ )وعدا ماذكرناه سابقاً توجد الاعداد ذات الفأل الحسن كالعدد ( ٧ ) ومن الاعداد الاخرى الاعداد المتحابة التي عني بها الاقدمون وانصرف الى استخراجها بعض الرياضيين من العرب والمسلمين قديماً وتمكنت بعض الفئات حديثاً على استخراجها بالنظر لفوائدها من ناحية التطبيق العملي حيث يعتبر كل عددين احدهما يساوي مجموع معدودات الاخر عددين متحابين .

مثال ذلك : —

٢٢٠ ومعدوداته ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ١١ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٤٤ ، ٥٥ ١١٠ التي مجموعها ٢٨٤ والعدد ٢٨٤ الذي معدوداته ١ ، ٢ ، ٤ ، ٧١ ، ١٤٢ ومجموعها ٢٢٠ ، لذلك فان العددين ٢٢٠ ، ٢٨٤ متحابان . اما الخواص الحديثة للاعداد فيمكن الرجوع الى المراجع الرياضية الخاصة بها حيث لامجال لذكرها هنا .

## ٦ ـ وسائل حل المعادلات : — ( ١ )

لقد تطرق رياضيو الفترة العربية الاسلامية الى حلول المعادلات جهد الامكان فمنهم من توصل الى حل بعض الحالات الخاصة ومنهم من جرب الاسلوب الهندسي ،ومهما يكن فقد توصلوا الى حلول ذات قيمة مهمة في باب الرياضيات الحديثةوهنا سوف نذكر بعض هذه الطرق مع بيان اهمية هذه الطريقة حديثاً حيث تعتبر الطريقة حية لاتزال نلجأ اليها .

### (أولا) حساب الخطأين : —

تعتبر هذه الطريقة من الطرق القديمة التي يظن انها وجدت لاول مرة في

( ١ ) Numerical Mathematical Analysis by J. B. Scarborough P 188.

الهند، حيث استعملها العرب استعمالاً كثيراً وذلك عند نقلهم العلوم من اللغات الهندية الى اللغة العربية وتعرف هذه باللغة اللاتينية باسم Regula duorum falsorum

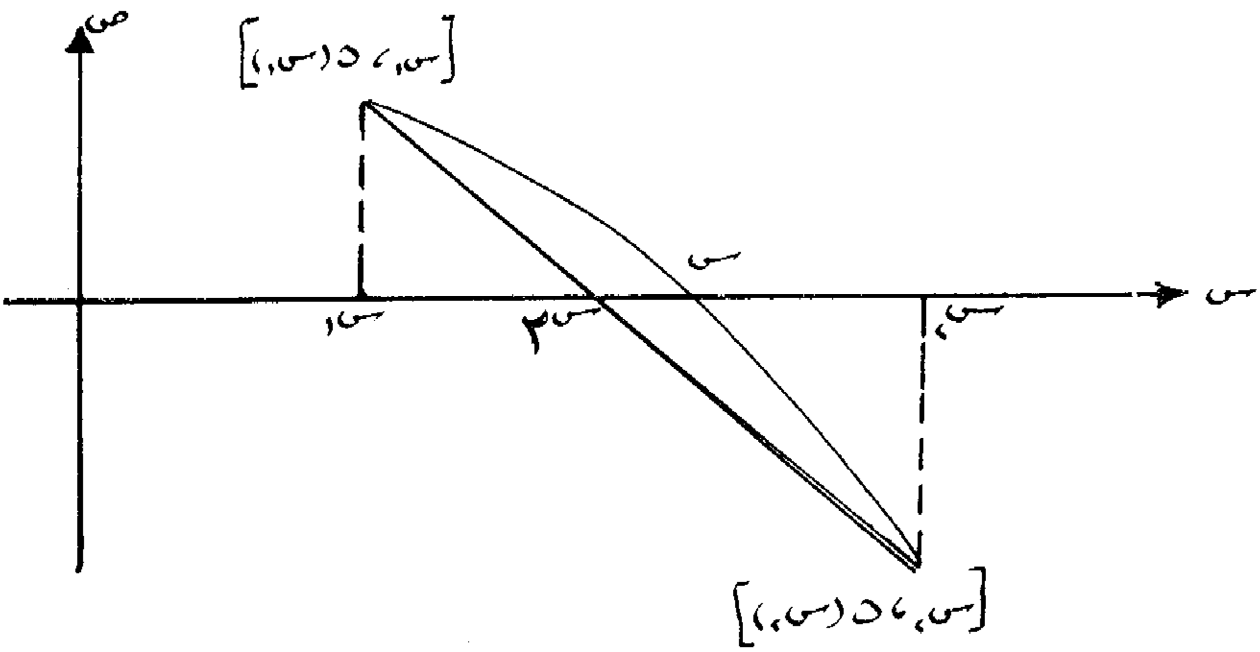
تستهدف هذه الطريقة استخراج الجذور الحقيقية بصورة تقريبية وهي تتلخص بمايلي : —

لنفرض ان ($س_١$) ، ($س_٢$) عددان قريبان بما فيه الكافية من الجذر (س) ويقعان على طرفيه في المعادلة د (س) = ٠

ان نقطة تقاطع الوتر الواصل بين النقطتين [$س_١$ ، د ($س_١$)]

[$س_٢$ ، د ($س_٢$)] مع محور السينات تمثل الجذر الحقيقي التقريبين للمعادلة .

د (س) = صفر وبفرض ان هذا الجذر= $س_٣$ فانه بالامكان استخراج $س_٣$ كما يلي



$$\frac{+\text{د}(\text{س}_1)}{-\text{د}(\text{س}_4)} = \frac{\text{س}_2 - \text{س}_1}{\text{س}_4 - \text{س}_2}$$

$$\therefore\ \text{س}_2\left[\text{د}(\text{س}_4) - \text{د}(\text{س}_1)\right] = \text{س}_1\,\text{د}(\text{س}_4) - \text{د}(\text{س}_1)\,\text{س}_4$$

$$\therefore\ \text{س}_2 = \frac{\text{س}_4\,\text{د}(\text{س}_1) - \text{س}_1\,\text{د}(\text{س}_4)}{\text{د}(\text{س}_1) - \text{د}(\text{س}_4)}$$

ويعتبر هذا الجواب التقريبي الاول لجذر المعادلة الحقيقي وبتكرار العمل مع $\text{س}_1$ ، $\text{س}_3$ أو مع $\text{س}_3$ ، $\text{س}_2$ نحصل على تقريب اخر وهكذا يمكن الحصول على حلول المعادلة للجذور الحقيقية .

مثال : — احسب بموجب طريقة الخطأين ولثلاث مراتب عشرية قيمة الجذر الواقع بين ٢ ، ٣ للمعادلة

الحل

نفرض ان الجذر = $\text{س}_3$

هنانفرض $\text{س}_1 = ٢$ ، $\text{س}_2 = ٣$ ، د ( ٢ ) = ٨ ، د ( ٣ ) = —٩ وبموجب القاعدة الانفة الذكر يكون

$$\text{س}_2 = \frac{\text{س}_4\,\text{د}(\text{س}_1) - \text{س}_1\,\text{د}(\text{س}_4)}{\text{د}(\text{س}_1) - \text{د}(\text{س}_4)}$$

$$\text{س}_2 = \frac{٣(٨) - ٢(-٩)}{٨ - (-٩)} = ٢,٢٦٩٦$$

**( ثانياً ) طريقة التناسب او التوسط : —**

يمكن الاستفادة من خواص التناسب التي تنص بانه اذا رتبت عدة نسب

بحسب كبرها من الاكبر الى الاصغر فان النسبة الحاصلة من مجموع المقدمات الى مجموع التوالي تكون اصغر من اكبر نسبة واكبر من اصغر نسبة – راجع خواص التناسب في كتب الجبر – وبعبارة اخرى يكون

$$\text{اذا } \frac{أ}{ب} < \frac{ج}{د} \text{ فان } \frac{أ+ج}{ب+د} < \frac{ج}{د} \text{ واكبر من } \frac{أ}{ب}$$

$$\text{اي } \frac{أ}{ب} < \frac{أ+ج}{ب+د} < \frac{ج}{د}$$

ان النسبة المتوسطة هذه تكون قريبة من الجذر التقريبي للمعادلة د ( س ) صفر وعند تطبيق هذه القاعد على المثال الانف الذكر نجد : –

$$س_1 < س < س_2$$

$$س_1 < \frac{س_1 + س_2}{٢} < س_2$$

$$٢ < \frac{٢ + ٣}{٢} < ٣$$

$$٢ < ٢,٥ < ٣ \quad \text{حيث يكون الجذر } س_2 = ٢,٥$$

تنسب على ماهو متواتر هذه الطريقة لابن الهيثم وعند تكرار هذه الطريقة

$س_1 = ٢$ ، $س_2 = ٢,٥$ فان الجذر يقع بينهما ويكون

$$\frac{٢}{١} < \frac{٥}{٢}$$

$$٢ < \frac{٢ + ٥}{١ + ٢} < \frac{٥}{٢}$$

$$٢ < \frac{٧}{٣} < \frac{٥}{٢}$$

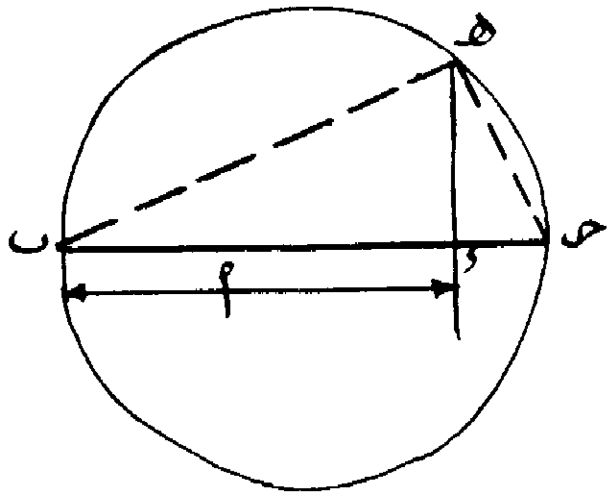
ويكون الجذر التقريبي الثاني بموجب هذه القاعدة

( ثالثاً ) حلول خاصة : —

الحل الهندسي لمعادلة ناقصة من الدرجة الثانية على صورة $س^{٢} = أ$

وحل هذه المعادلة يتلخص بما يلي : —

نرسم دائرة قطرها = أ + ١ مثل ب‌ج ثم نقيم عموداً على هذا القطر من النقطة د حيث دج = ١ حتى يتقاطع مع محيط الدائرة في ه فيكون طول المستقيم ده هو قيمة الجذر الحقيقي س




البرهان

عندما نصل هج ، ه ب يكون المثلث ب ج ه قائم الزاوية في ه ويكون ه د وسطاً متناسباً بين جزئي الوتر ب ج

اي $ده^{٢}$ = ( ب د ) ( دج ) = أ في ١

∴ ده = ده = أ تحت الجذر

راجع الهندسة المستوية

## ٧ — التسلسل التاريخي لحلول المعادلات :—

في هذا الباب سوف تورد النماذج المختلفة لحلول المعادلات من الدرجة الثالثة والرابعة والانواع الاخرى بحسب تسلسلها التاريخي مع ذكر الرياضيين الذين ساهموا في هذا الباب باختصار وان الداعي لهذا الباب هو شرح مدى اهمية الطريقة العربية الاسلامية ومدى قيمتها للباحث حيث يجد المخارج المختلفة والافكار والتصور الذي بموجبه حاول الرياضيون قديماً . ان هذا الباب بلا شك مختصر ومن يرغب في المزيد فان عليه ان يرجع الى المراجع الرياضية

ذات العلاقة التي منها ما سنذكره في اخر هذا البحث .

## ( ١و٧ ) المعادلات من الدرجة الثالثة والرابعة :ـ

ربمايكون من اهم الامور التي تميز بها القرن السادس عشر اكتشاف الحل الجبري للمعادلات من الدرجة الثالثة والرابعة وخلاصة القصة لهذا الاكتشاف انه حوالي سنة ١٥١٥ وفي مدينة بولونيا الايطالية حل فيرو Ferro (١٤٦٥ — ١٥٢٦ ) استاذ الرياضيات في جامعة بولونيا حلاً جبرياً المعادلة : —

$\text{س}^{٣} + \text{م}\,\text{س} = \text{ن}$ حيث م ، ن ثوابت وربما يكون حله

هذا من حيث الاساس مستنداً على المصادر العربية الا انه لم يعلن للناس هذا بل اسره فقط الى تلميذه أنيتونيوفيرو Antonio Fire ، الا ان مشادة حدثت مع آخرين اسفرت عن كشف حل جبري آخر للمبادلة .

$$\text{س}^{٣} + \text{ط}\,\text{س} = \text{ن}$$

وهذا الحل ينسب الى تارتاليا Tartaglia وفي النهاية آلت النتيجة الى نجاح باهر للاستاذ كاردنو Cardene الذي كان يدرس الطب والرياضيات في مدينة ميلان في ايطاليا حيث ألف الاخير كتاباً عظيماً في الجبر اسماه ats magno

حيث ورد في هذا الكتاب الحل التالي للمعادلات التكعيبية ذات المجهول الواحد وهو يتلخص بمّا يلي : —

لنأخذ المتطابقة الاتـية :

$$\text{أ}^{٣} - \text{ب}^{٣} = (\text{أ} - \text{ب})^{٣} + ٣\,\text{أ}\,\text{ب}\,(\text{أ} - \text{ب})$$

واذا ما انتخبنا ا ، ب بحيث :

$$\text{م} = ٣\,\text{أ}\,\text{ب} \text{ ، } \text{أ}^{٣} - \text{ب}^{٣} = \text{ن}$$

حينئذ تكون قيمة المجهول ( س ) مساوية = ا ـ ب وعند حل المعادلتين الاخيرتين باعتبارهما معادلات انية فيها ا ، ب كمجاهيل ينتج

$$\text{أ} = \sqrt[٣]{\frac{\text{ق}}{٢} + \sqrt{\left(\frac{\text{ق}}{٢}\right)^{٢} + \left(\frac{\text{م}}{٣}\right)^{٣}}}$$

$$\text{ب} = \sqrt[٣]{-\left(\frac{\text{ق}}{٢}\right) + \sqrt{\left(\frac{\text{ق}}{٢}\right)^{٢} + \left(\frac{\text{م}}{٣}\right)^{٣}}}$$

عندئذ تكون قيمة المجهول س = أ ــ ب حيث نعوض عن م وعن ( ب ) بالافاداتين الآنفتي الذكر وهذا هو حل(كاردانو) ان هذا الحل يمثل حل المعادلتين التكعبية التي تخلو من حد الدرجة الثانية اي انه يمثل حل المعادلة التي على صور

$$\text{س}^{٣} + \text{م}\,\text{س} = \text{ق}$$

**( ٢ ، ٧ ) حل فيرو :ــ** اننا نلخص هذا الحل بالرموز الحديثة : ــ

خـذ التحويـل $\text{س} = \text{ع} - \frac{\text{أ}_{١}}{\text{ن}\,\text{أ}}$ الذي به يمكن تحويل المعادلة من درجة ن والتي على صورة

$$\text{أ}\,\text{س}^{\text{ن}} + \text{أ}_{١}\,\text{س}^{\text{ن}-١} + \cdots + \text{أ}_{\text{ن}} = \text{صفر}$$

الى معادلة بدلالة ع لكنها تخلو من الحد الذي درجته ن ــ ١ ــ يمكن الرجوع الى كتب الجبر للاطلاع ــ وعندما تستعمل هذا التحويل الى المعادلة من الدرجة الرابعة الى معادلة تخلو من حد الدرجة الثالثة بمعنى اخوان المعادلة من الدرجـــة

الرابعة تصبح على الصورة التالية

$$\text{س}^{4} + \text{ط}\,\text{س}^{2} + \text{ق}\,\text{س} + \text{ر} = \text{صفر}$$

ومن هذا نحصل على :

$$\text{س}^{4} + 2\,\text{ط}\,\text{س}^{2} + \text{ط}^{2} = \text{ط}\,\text{س}^{2} - \text{ق}\,\text{س} - \text{ر} + \text{ط}^{2}$$

$$(\text{س}^{2} + \text{ط})^{2} = \text{ط}\,\text{س}^{2} - \text{ق}\,\text{س} + \text{ط}^{2} - \text{ر}$$

وباتخاذ كمية اخرى مثل ( ص ) وادخالها في داخل القوس في الخطـــــوة الاخيرة يحصل

$$(\text{س}^{2} + \text{ط} + \text{ص})^{2} = \text{ط}\,\text{س}^{2} - \text{ق}\,\text{س} + \text{ط}^{2} - \text{ر} + 2\,\text{ص}\,(\text{س}^{2} + \text{ط}) + \text{ص}^{2}$$

$$= (\text{ط} + 2\,\text{ص})\,\text{س}^{2} - \text{ق}\,\text{س} + (\text{ط}^{2} - \text{ر} + 2\,\text{ط}\,\text{ص} + \text{ص}^{2})$$

واذ ما انتخبنا قيمة الى ( ص ) بحيث نجعل الطرق الايسر من المعادلة الاخـــيرة مربعاً كاملاً فان هذا يتحقق بشروط يكون : —

$$4\,(\text{ط} + 2\,\text{ص})\,(\text{ط}^{2} - \text{ر} + 2\,\text{ط}\,\text{ص} + \text{ص}^{2}) - \text{ق}^{2} = \text{صفر}$$

الشرط الكافي والضروري لكي تكون المعادلة

$$\text{أ}\,\text{س}^{2} + \text{ب}\,\text{س} + \text{ج} = \text{مربعاً كاملاً لدالة خطية هو}$$

$$[\,\text{ب}^{2} - 4\,\text{أ}\,\text{ج} = \text{صفر}\,]$$

الان المعادلة الاخير هي من الدرجة الثالثة ، بدلال ( ص ) كمجهول فيها وحلها ميسور بموجب الطرق السابقة ومثل هذه القيمة التي تنتجها ا ( ص ) تحول المعادلة الاصلية الى عملية استخراج جذر تربيعي ليس الا .

## (٣ ، ٧) تعليق حول طرق الحل الاخرى :-

سنذكر في البند التالي طريقة ( فيتا ) الفرنسي الجنسية وهناك طرق اخرى تنسب الى ديكارت ١٦٣٧ الذي يذكر عادة في معظم كتب نظريات المعادلات يتبين ماسبق ان حل المعادلة من الدرجة الرابعة يقترن بحل المعادلة من الدرجة الثالثة لذلك نجد ان الرياضي الشهير Euler قد جرب المعادلة من الدرجة الخامسة بنفس الاسلوب بان جعل حله يؤول الى حل معاذلة من الدرجة الرابعة ولكنه اخفق في تجربته هذه كما فعل الرياضي Lagrange بعد ثلاثين سنة من تجوبة ( اويلر ) وفي عام ١٨٠٣ ، ١٠٨٥ ، ١٨١٣ للميلاد قدم الفيزياوي الايطالي P. Ruffine ( ١٧٦٥ — ١٨٢٢ ) برهاناً فحواه ( ان جذور المعادلة العامة من درجة خامسة او اعلى لايمكن وضعها اوتعبيرها بواسطة جذور radicals وبدلالة معاملات المعادلة نفسها )

ان هذا الفحوى حقيقة ممتازة نشرت ١٨٢٤ م من قبل الرياضي Abel ابيل ( ١٨٠٢ — ١٨٢٩ ) النرويجي الجنسية وهذا البرهان ممتاز وموجود في كتب الرياضيات التي تتناول حل المعادلات وهو يحتوي على اسماء كثير التي شاركت فيه امثال Jatdan , Bzing وغيره .

ولكن الغريب يتطلع عليه في كتب تاريخ الرياضيات شدة الاضطهاد للرياضيين الا ان النتيجة يخلص اليها القارئ يجد انهم هم المفلحون في اخر المطاح شأن عاقبه المتقين دنيا واخرة .

## (٤ ، ٧) فيتا Francis Victa :-

لقد كان فرانسيس فيتا من اعظم الرياضين الفرنسيين في القرن السادس عشر وكان معروفاً بالنصف الثاني من اسمه وهو فيتا ، كما كان محامياً وعضواً في

المجلس النيابي كما اوقف معظم اوقاته للرياضيات .

وُلد في سنة ١٥٤٠ م في مدينة مونتاين وتوفي في باريس سنة ١٦٠٣ وهناك قصص كثيرة ومشاهدة تدل على عبقريته وقدرته الرياضية العظيمة في حل المعادلات وحل المشاكل التي اشكلت على السلف من الرياضيين حيث كتب كتباً كثيرة تبحث في علم المثلثات والجبر والهندسة وابرزها كتابه المسمى Canon Mathematics reu and triangula سنة ١٥٧٩ وغيرها من الكتب الاخرى التي معظمها طبعت على نفقته الخاصة ووزعت لاهل العلم ،وفي هذه الكتب ابحاث اصلية لاسيما مايتعلق منها بالمثلثات وحل المثلثات المستوية والكروية بمعونه الدوال المثلثية الستة ، حيث اولى اهتمامه الكثير بالمثلثات التحليلية منها مايلي : —

أ — اثبت صحة المتطابقات التالية والتي ذكرها في كتابه المذكور آنفاً

$$\text{حاهـ} = \text{حا}\,(٦٠ + \text{هـ}) - \text{حا}\,(٦٠ - \text{هـ})$$

$$\text{قتاهـ} + \text{ظتاهـ} = \text{ظتا}\,\frac{\text{هـ}}{٢}$$

$$\text{قتاهـ} - \text{ظتاهـ} = \text{ظا}\,\frac{\text{هـ}}{٢}$$

ب — عبر عن حاه هـ بدلالة حاه كدالة

جـ — ابتدأ باعتبار $\text{س}_{١} = ٢٠٠$ فقرب بطريقة ( فيتا ) جذر المعادلة

$$\text{س}^{٢} + ٧٠\,\text{س} = ٦٠٧٥٠$$

د — كذلك استعمل طريقة للحصول على التقريب الثاني $\text{س}_{٢}$ للمعادلة : —

$$\text{س}^{٣} + \text{ط}\,\text{س}^{٢} + \text{هـ}\,\text{س} = \text{ل}$$

وفيماعدا ذلك استنبط ( فيتا ) افادات الى حتا ن ه كدالة الى حتاه عندما ن = ١ ، ٢ ، ٠٠٠ ، ٩ وفي النهاية اقترح حلاً مثلثياً لانواع المعادلات التكعيبية والتي لايمكن اختصارها .

وفي هذا الصدد يمكن ان نقول بان معظم مايستعمل من رموز رياضية يعود الفضل في معرفتها الى كل من فيتا ، ديكارت كما ان فيتا استعمل اشارتي زائد وناقص الا انه لم يكن يعرفه اشارة المساواة = للدلالة على الفرق بين كميتين وفيما عدا ماذكر فان ( فيتا قدم خطوات نظامية لغرض الحصول على التقريب المتتالي لجذر اية معادلة وظلت هذه الخطوات تستعمل حتى سنة ١٦٨٠ م ، إلا ان هذه الخطوات تكون مملة ومضنية عندما تكون المعادلة من درجة عالية .

واليك طريقه فيتا لحل المعادلة مثلاً $س^{2} + ٢س = ن$

**الحل** نفرض ( $س_{1}$ ) جذراً تقريبياً معلوماً لهذه المعادلة حينئذ يمكن وضع الجذر الذي نبحث عنه بالصورة $س_{1} + س_{2}$ وعند التعويض عنه في المعادلة الاصلية الانفة الذكر نحصل على

$$(س_{1} + س_{2})^{2} + ٢(س_{1} + س_{2}) = ن$$

$$س_{1}^{2} + ٢س_{1}س_{2} + س_{2}^{2} + ٢س_{1} + ٢س_{2} = ن$$

وبما ان ( $س_{2}$ ) كمية صغيرة بما فيه الكفاية لذلك يمكن اهمال ( $س_{2}^{2}$ ) لصغره ، عندئذ نحصل على ( $س_{2}$ ) التي هي : —

$$س_ع = \frac{ن - س_١^٢ - م\, س_١}{٢\, س_١ + م}$$

ومن هذا الجذر المحسن الاقوب للصواب يمكن تكرار العمل على هـــــذه الطريقـــة بغيـــة الحصـــــول عـلى تقريب اكـــــثر دقـــة وذلـــك باعتبار

الجذر = $س_١ + س_ع + س_٢$ وهكذا .

ان الاسلوب الأنف الذكر هو اسلوب ( فيتا ) ولقد استعمله بالفعل لغرض الحصول على جذر تقريبي للمعادلة من الدرجة السادسة التاليـة : —

$$س^٦ + ٦٠٠٠\, س = ١٩١٢٤٦٩٧٦$$

لقد كان فيتا مولعاً في نظريات المعادلات حيث كان يعرفإ الكثير من الخواص التي نعرفها في الوقت الحاضر ، منها انه كـان يعرف التحاويـل المألوفة لزيـــادة الجذر بكمية ثابته اوضربة بثابت ، كماانه كان يعرف كافة الافادات التـــــي تختص بمعاملات المقادير المتعددة الحدود لحد الدرجة الخامسة ، ويعرف ايضاً التحويل الذي يحول المقدار المتعدد الحدود العام وفي مثل هذا التحويل وجــــد حلاً طيباً منسجماً للمعادلة التكعيبيةعلى صورة : —

$$س^٣ + ٣\, أ\, س = ٢\, ب \quad ... \quad (١)$$

وهذا الحل يعتبر حلاً عاماً وهو يتلخص بما يلي : —

( اولاً ) ضع $س = \frac{أ}{ص} - ص$ وعوضه في المعادلة (١) ينتج

$\text{ص}^{6} + 2\text{ب}\,\text{ص}^{3} = \text{أ}^{2}$ وهـــذه معادلة من الدرجـة الثانيـة المجهول فيها ( ص٣ )

( ثانياً ) نجد قيمة ( ص٣ ) ثم نجد قيمة ( ص ) ثم قيمـة ( س ) .

اما حل ( فيتا ) للمعادلـــة من الدرجة الرابعة فهو يشبه الحـــل الذي قدمه فيرراي Ferrari وهو يتخلص بالخطوات التالية : —

١ — لنأخذ المعادلة من الدرجة الرابعة التي حذف منها حـد الدرجة الثالثـــة اي المعادلة

$$\text{س}^{4} + \text{أ}\,\text{س}^{2} + \text{ب}\,\text{س} = \text{ج}$$

٢ — ضع المعادلة الاخيرة على الصورة

$$\text{س}^{4} = \text{ج} - \text{أ}\,\text{س}^{2} - \text{ب}\,\text{س}$$

٣ — اضف المقدار $\text{س}^{2}\,\text{ص}^{2} + \frac{\text{ص}^{4}}{4}$ الى طرفي المعادلة يحصل

$$\left(\text{س}^{2} + \frac{\text{ص}^{2}}{2}\right)^{2} = (\text{ص}^{2} - \text{أ})\,\text{س}^{2} - \text{ب}\,\text{س} + \left(\frac{\text{ص}^{4}}{4} + \text{ج}\right)$$

٤ — ننتخب قيمة ( ص ) في الخطوة السابقة بحيث يكون الطرف الايسر مربعاً كاملاً والشرط اللازم لهذا الغرض هو $\text{ب}^{2} - 4\,\text{أ}\,\text{ج} = \text{صفر}$

ان يكـون :

$$\text{ص}^{6} - \text{أ}\,\text{ص}^{4} + 4\,\text{ج}\,\text{ص}^{2} = 4\,\text{أ}\,\text{ج} + \text{ب}^{2}$$

وهو معادلة تكعيبية المجهول فيها = ص٢ وعليه نجد ص٢ ثـم الجـذر التربيعـي

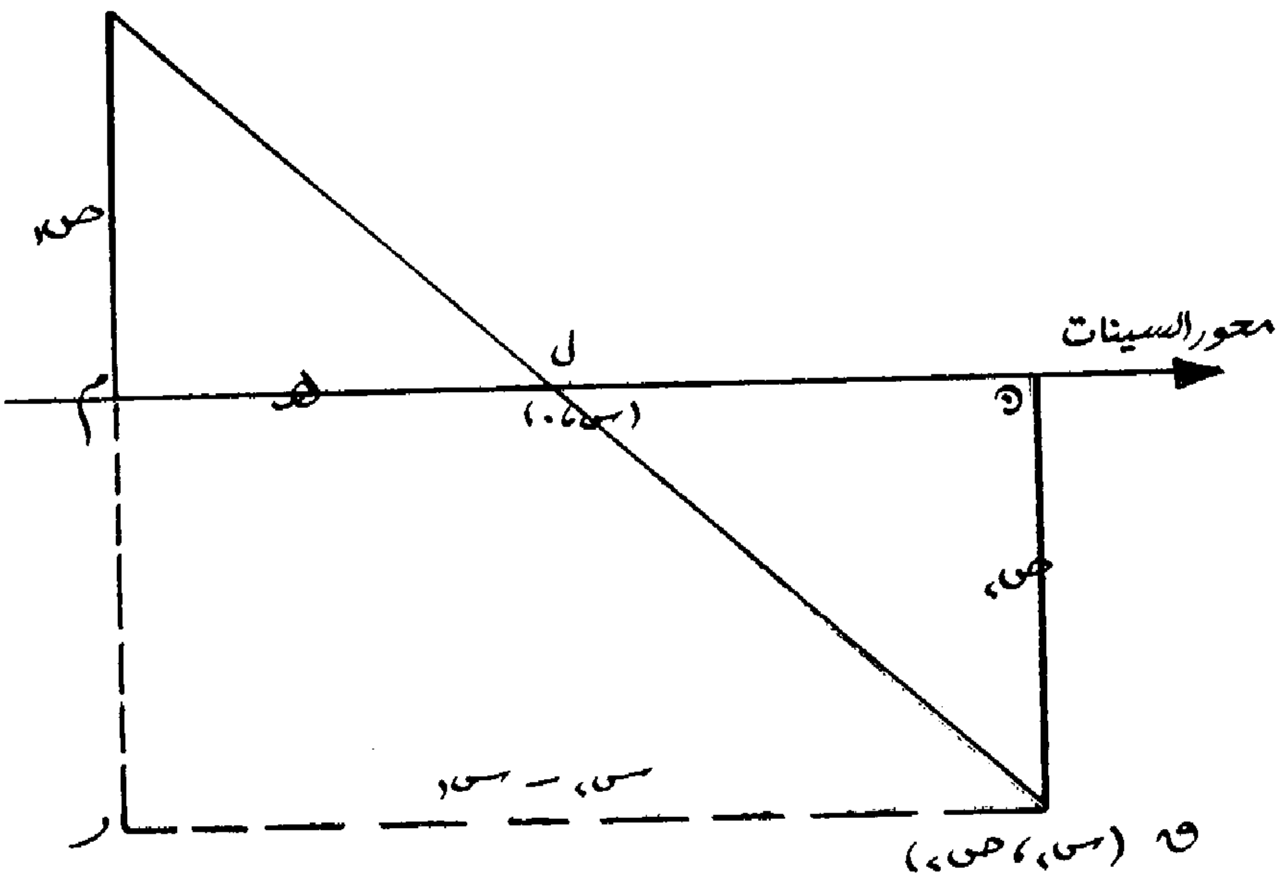
لمعرفة ص ثم يكمل الحل .

هذا ش٢ يسير عن الرياضي ( فيتا ( ومن يرغب في المزيد فعليه بالرجـــوع الى كتب الرياضيات الاخرى .

## ( ٧،٥ ) الاسلوب لطريقة حساب الخطأين :ــ

لقد ذكرنا طريقة حساب الخطأين سابقاً ولكن الاسلوب القديم يتميز ببعض الصعوبات وعدم الانتظام ولهذا السبب وضعت طريقة حساب الخطأين بشكــل آخر هو انسب وافضل من حيث التطبيق العلمي في عصرنا الحاضر . وهـــذا الاسلوب هو كما يلي : ــ

الشكل التالي يمثل جزء الخط البياني الواصل بين النقطتين ( $س_١$ ، $ص_١$ ) و ( $س_٢$ ، $ص_٢$ ) . من تشابه المثلثين ط ، ق ، طمل نحصل على : ــ




او $$\frac{هـ}{|ص_١|} = \frac{س_٢ - س_١}{|ص_١| + |ص_٢|}$$

حينئذ $\text{هـ} = \dfrac{(\text{س}_{٢} - \text{س}_{١})\,|\text{ص}_{١}|}{|\text{ص}_{١}| + |\text{ص}_{٢}|} \quad \ldots \text{(١)}$ وعليه فان

الجذر المطلـــوب استخراجه هـو : ـــ

$$\text{س} = \text{س}_{٢} + \text{م ل} = \text{س}_{٢} + \text{هـ} = \text{س}_{٢} + \frac{(\text{س}_{٢} - \text{س}_{١})\,|\text{ص}_{١}|}{|\text{ص}_{١}| + |\text{ص}_{٢}|} \quad \ldots \text{(٢)}$$

حيث هو يدل على العامل المصحح ، لكن هذه القيمة ليست القيمة الحقيقيـة للجذر لان المستقيم الواصل بين النقطتين ليس خطاً مستقيماً بالواقع الاان الجواب المستخرج هو الاقرب للصواب الذي هوالجذر الحقيقي

**مثال** : ـــ احسب الجذر الحقيقي مقرباً لخمس مراتب عشرية للمعادلـــــة التالية مستعملاً طريقة الخطأين الحديثة : ـــ

$$\text{د}(\text{س}) = \text{س لو س} - ١ر٢ = \text{صفر}$$

**الحل** : ـــ نعد الجدول المختصر التالي الذي فيه يظهران قيمة الجـذر تنحصـــر بين ٢ ، ٣ حيث هو اقرب الى ( ٣ )

نرجع الى القاعدة (٢) ونهيأ الجدول الآتي :- مع التصحيحات

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | س | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
| ص = | د (ص) | -١٫٢ | -٫٦ | ٫٢٣ | ١٫٢١ |

(اولاً)

| س | ص |
|---|---|
| ٢ | -٫٦ |
| ٢ | ٫٢٢ |
| ١ | ٫٨٢ |

∴ هـ$_1$ = التصحيح الاول = $\frac{١ \times ٫٦}{٫٨٢}$ = ٫٧٢

∴ التقريب الاول للجذر = ٢ + ٫٧٢ = ٢٫٧٢

(ثانياً)

| | |
|---|---|
| ٢٫٧ | -٫٠٤ |
| ٢٫٨ | ٫٠٥ |
| ٫١ | ٫٠٩ |

∴ هـ$_2$ = $\frac{٫١ \times ٫٠٤}{٫٠٩}$ = ٫٠٤٤

التقريب الثاني للجذر = ٢٫٧٤

(ثالثاً)

| | |
|---|---|
| ٢٫٧٤ | -٫٠٠٠٦ |
| ٢٫٧٥ | ٫٠٠٨١ |
| ٫٠١ | ٫٠٠٨٧ |

هـ$_3$ = $\frac{٫٠١ \times ٫٠٠٠٦}{٫٠٠٨٧}$ = ٫٠٠٠٧

التقريب الثالث للجذر = ٢٫٧٤ + ٫٠٠٠٧ = ٢٫٧٤٠٧

(رابعاً)

| | |
|---|---|
| ٢٫٧٤٠٦ | -٫٠٠٠٠٢٩ |
| ٢٫٧٤٠٧ | ٫٠٠٠٠٤٥ |
| ٫٠٠٠١ | ٫٠٠٠٠٨٤ |

هـ$_4$ = $\frac{٫٠٠٠١ \times ٫٠٠٠٠٢٩}{٫٠٠٠٠٨٤}$ = ٫٠٠٠٠٤٦

التقريب الرابع للجذر = ٢٫٧٤٠٦ + ٫٠٠٠٠٤٦

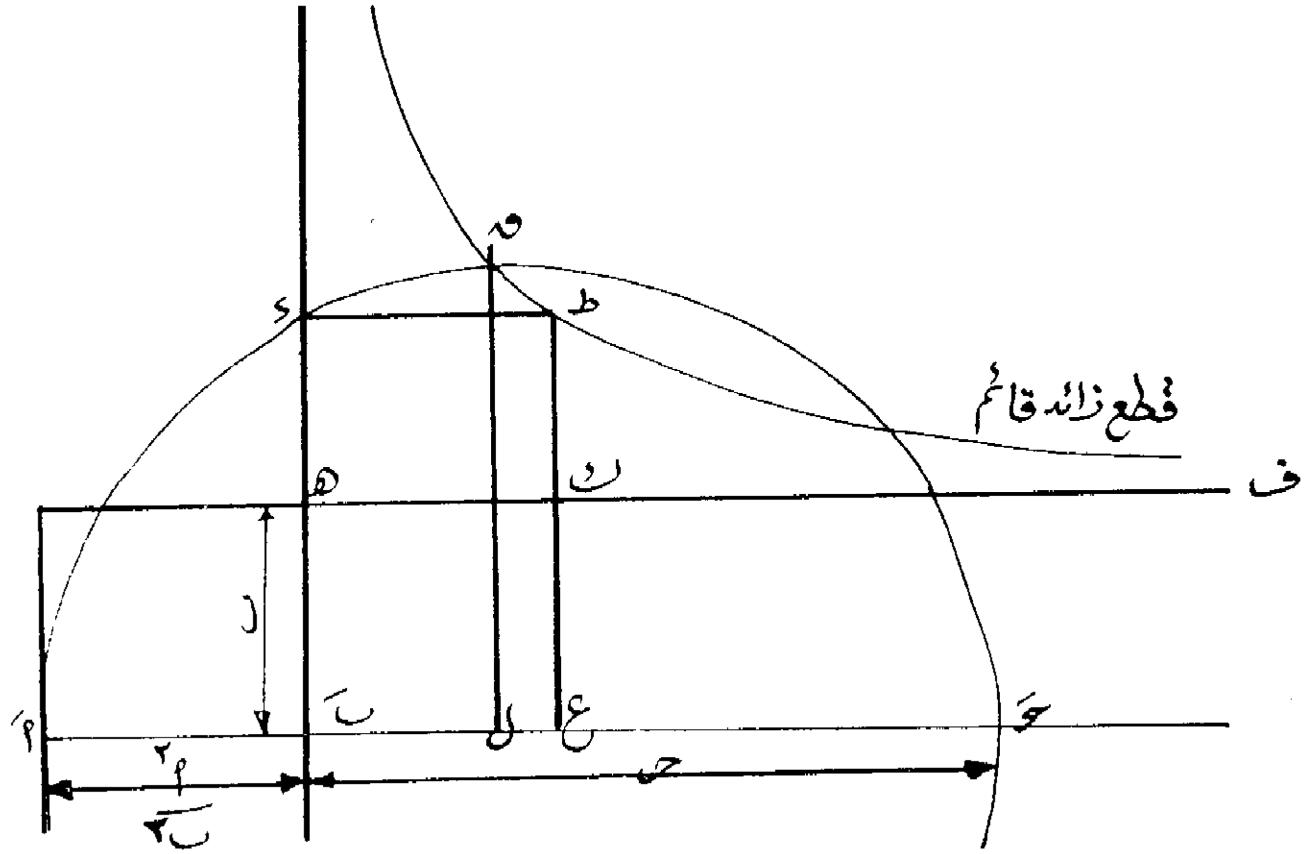
= ٢٫٧٤٠٦٥

**ملاحظة** :- من الضروري استعمال جداول اللوغاريتمات في مثل هذه الاسئلة

## طريقة عمر الخيام لحل المعادلة التكعيبية (١)

تتلخص الخطوات الهندسية التي اتبعها عمر الخيام في حل المعادلة من الدرجة الثالثة ذات المجهول الواحد بما يلي : -

(١) مقدمة في تاريخ الرياضيات تأليف هوارد إيف ص ٢٠٤




١ ــ اذا علت اطوال ثلاثة مستقيمات ولتكن أ ، ب ، م استخرج هندسياً

طول المستقيم الذي يساوي $\frac{أ^{٢}}{ب\,م}$ طولاً .

٢ ــ يعتبر عمر الخيام هو اول من توصل الى حل المعادلة التكعيبية ذات الجذر

الموجب حيث اعتبر النموذج التالي : ــ

$$س^{٣} + ب^{٢}س + أ^{٢} = ج\,س^{٢}$$

والذي يمثل المعادلة التكعيبية بصورة عامة واعتبر المعاملات ج ، أ ، ب تمثل

اطوال المستقيمات .

٣ ــ بالرجوع الى الشكل اعلاه ارسم مستقيماً مثل $أبَ = \frac{أ^{٢}}{ب\,م}$

هندسياً وارسم مستقيماً مثل بَ جَ بحيث طوله يساوي ( ج ) ومن هذا ارسـم

اَجَ = اَبَ + بَجَ وعلى اَجَ ارسم نصف دائرة

باعتبار اَجَ قطراً لهـا .

٤ ـــ اقم عموداً على اَجَ من النقطة بَ ومدوه على استقامته حتى يتقاطـع مع محيط نصف الدائرة عند ( د ) .

٥ ـــ على بَ ه بحيث يساوي ب ومن ( ج ( ارسم ه ف موازياً اَ جَ .

٦ ـــ عين النقطة (ع ( على المستقيم بَ جَ بحيث يكون

$$\text{بَعَ} = \frac{(\text{بَهَ})(\text{اَبَ})}{\text{هد}}$$

٧ ـــ اكمل رسم المستقيم د ت ع ط باعتبار بَ ع ، بَ د معلموين وبهـذا تتعين النقـطة ( ط )

٨ ـــ ارسم قطع زائد قائم مساراً بالنقطة ( ط ) وباعتبار ه ف ، د ه خطـين محاذيين له ثم عين نقطة تقاطع هذا القطع مع محيط نصف الدائرة ولتكن ( ق )

٩ ـــ من النقطة ( ق ( ارسم مستقيماً مثل ق لى موازياً ده وافرض نقطـة تقاطعه مع ه ف هي ( ك ) ومع بَ جَ هي ( ل ) عندئذ يكون الجـذر المطلـوب وهو ( بَ جَ ) وهو المطلوب .

ولاجل برهان ماسبق ينبغي للقارئ برهنة الخطوات التالية بالتتـابع : ـــ

١- (هـ ك) (ل نَ) = (بَ ع) (هـ د) = (بَ هـ) (أ بَ)

٢- (ت ل) (ل نَ) = (بَ هـ) (أ ل)

٣- (ل نَ)$^{٢}$ = (أَ ل) (ل حَ)

٤- $\dfrac{(\text{بَ هـ})^{٢}}{(\text{بَ ل})^{٢}} = \dfrac{(\text{ل نَ})^{٢}}{(\text{أَ ل})^{٢}} = \dfrac{\text{ل حَ}}{\text{أَ ل}}$

٥- (بَ هـ)$^{٢}$ (أَ ل) = (بَ ل)$^{٢}$ (ل حَ)

٦- ثَ (بَ ل) + $\dfrac{\text{أ}^{٢}}{\text{بَ}}$ = (بَ ل)$^{٢}$ (حـ - بَ ل)

٧- (بَ ل)$^{٢}$ + ثَ (بَ ل) + أ$^{٢}$ = حَ (مَ ل)$^{٢}$

رشيد الصالحي

# المراجـــــع


١ – تاريخ العلم ودور العلماء العرب في تقدمه للدكتور عبد الحليم منتصـر دار الفكر – القاهرة – ١٩٦٩

٢ –شمس العرب تسطع على الغرب للدكتور ه زغريد هونكه ترجمـــة فاروق بيضون – كمال دسوقي ١٩٦٤ بيروت

٣ – العلم عند العرب تأليف الدوميللي توجمة الدكتور عبد الحليم النجـار والدكتور محمد يوسف موسى – القاهـرة ١٩٦٢

٤ – Introduction to the hidtory of Mathematics by Howard Ever, New york. 1956

٥ – تراث العرب في الرياضيات والفلك قدري حـافظ طوقان

٦ – اصول الرياضيات بوتراند رسل وتوجمة الدكتور محمد مرسىودكتور احمد الاهواني – دار المعارف – مصو ١٩٦١

٧ – نظرية الاعداد وتاريخها توجمة الاستاذ محي الدين يوسف والدكتـور محمد واصل الظاهـــــر .

٨ – Numerical Mathematical Analysis by J. B. Searborough P 188, New york. 1964

٩ – مجلة كليـة الاداب – جامعة بغداد العدد الخامس ١٩٦٢ ص ٣٨٦

١٠ – مجلـة كليـة الاداب – جامعة بغداد العدد السادس ١٩٦٣ ص ١٩٩