اثر العرب في تقدم علم الرياضيات

الدكتور قيس الوقاد

ان ماقدمه العرب للحضارة البشرية ابان حملهم مشعل المدنية ، شيء يحمل على التأمل ، والتأمل القليل في هذا الموضوع ، في وقت نحاول فيه اللحاق بركب المدنية مرة اخرى يزيدنا ايماناً وثقة بحضارتنا وبالتالي بانفسنا ، ففي مختلف نواحي الحياة ترك العرب آثارا ساعدت على توضيحها وتطورها . ولانبالغ اذا قلنا — وهذا رأي الكثير من الباحثين في اوربا — أن الحضارة العربية كانت الاساس الذي بنيت عليه الحضارة الاوربية ولولاها لما وصلت الى ماهي عليه اليوم من تقدّم ورقيّ . فلولا البعثات التي أمت المشرق والاندلس طلباً للعلم ، ولولا معاهد الترجمة التي انشئت في اسبانيا وصقلية وغيرها لتعليم اللغة العربية وترجمة الكتب العربية الى اللغة اللاتينية لما تمكنت اوربا التي كان سكانها يعيشون في ظلام دامس وجهل قاتل، أن تنهض من رقدتها .

ولم تقتصر جهود العرب على فروع العلم التي كانت معروفة في زمانهم فقط كالطب مثلا بل تعدتها الى اكتشاف فروع جديدة لم تكن موجودة آنذاك .

فالجبر والمثلثات والجيولوجيا وعلم الاجتماع كلها علوم عربية الاصل اوجدها العرب ووضعوا اسسها . وقد أدت مساعيهم وبحوثهم في الفيزياء والكيمياء ومعالجتهم لهما بطريقة علمية الى ارساء قواعد مايسمى بالفيزياء العملية والكيمياء العملية . وما زالت اللغة العلمية في اوربا تحتوي على الكثير من المصطلحات العربية أو على ترجمة حرفية لهذه المصطلحات . وهذا دليل على ان اسس العلوم التي نشأت في اوربا بعد نهضتها كانت عربية المصدر . والسبب في وجود هذه المصطلحات يعود الى الايام التي بدأ الاوربيون فيها بترجمة الكتب العربية الى لغاتهم . فقد ترجمت المصطلحات العلمية العربية آنذاك ترجمة حرفية الى اللغة اللاتينية وذلك لافتقار تلك اللغة الى مصطلحات علمية مقابلة لها . وعند عجزهم عن ترجمتها ترجمة حرفية قاموا بنقلها وادخالها كما هي وبدون تغيير الى لغتهم .

والكلمات « جيب » و « كسر » و « صفر » مثال للحالة الاولى ، كما ان الكلمات « جبر » و « الديهايد » و « كيمياء » مثال للحالة الثانية .

وقد كان للعرب على وجه الخصوص اكبر الاثر في تقدم علم الرياضيات . فلم تقتصر جهودهم على ترجمة كتب الاغريق والهنود الى اللغة العربية بل تعدتها الى قيامهم بتطوير ماحصلوا عليه من معرفة واكتشاف نتائج جديدة لم يسبقهم اليها غيرهم من قبل .وسنتطرق في هذا المقال الى موضوعين اساسيين في علم الرياضيات كان للعرب اليد الطولى في نشأتهما وتقدمهما . وهذان الموضوعان هما المثلثات والجبر .

المثلثات :

كان العرب اول من استعمل المعادلات المثلثية ، ويرجع الفضل في ذلك الى

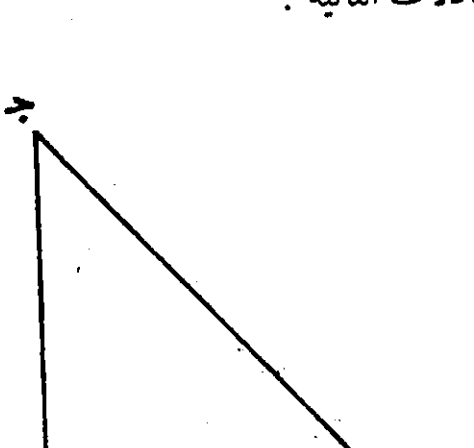
العالم محمد البتاني (١) الذي ادخل الجيب وبقية المصطلحات الى المثلثات . ان الفكرة التي طرأت على بال هذا العالم العظيم بقياس طول ظل عصا متوازية على جدار عمودي وطول ظل عصا عمودية على سطح مستوى متوازي مهدت السبيل لادخال الظل وظل التمام الى علم المثلثات . كما قام البتاني بوضع جدول لقيم ظل التمام لجميع الزوايا درجة درجة . ويرجع الفضل في اعطاء الظل وظل التمام والقاطع والقاطع التمام معانيها الحقيقية الى العالم الرياضي الفلكي ابو الوفاء البوزجاني (٢) الذي كان اول من تجرأ على فرض قيمة نصف قطر الدائرة : نصق =١ . لذلك نستطيع أن نجد في كتاباته المعادلات التالية :

$$\text{ظل } أ = \frac{\text{جيب } أ}{\text{جيب تمام } أ}$$

$$\text{ظل تمام } أ = \frac{\text{جيب تمام } أ}{\text{جيب } أ}$$

$$\text{ظل } أ = \frac{١}{\text{ظل تمام } أ}$$

$$\frac{\text{ظل } أ}{\text{قاطع } أ} = \text{جيب } أ$$



(١) البتاني : محمد بن جابر بن سنان الحراني الرقي الصابي أبو عبد الله المعروف بالبتاني ، فلكي ورياضي يدعى باللاتينية " Albatinus " ولد قبل سنة ٢٢٤ هـ/٨٥٨ م . وهو أول من اكتشف السمت " Azimuth " والنظير " Nedir " في السماء . كما اكتشف تقدم المدار الشمسي وانحرافه والجيب الهندسي والأوتار . من كتبه « معرفة مطالع البروج مابين ارتفاع الفلك » و « أربع مقالات لبطليموس » و « رسالة في تحقيق أقدار الا تصالات » .

(٢) البوزجاني : أبو الوفاء محمد بن يحيى بن اسماعيل بن العباس البوزجاني ، ولد سنة ٣٢٨هـ / ٩٤٠ عاش في بغداد منذ سنة ٣٤٨ هـ /٩٥٩ م إلى أن توفي سنة ٣٨٨ هـ / ٩٩٨ م . يعد من أكبر حاسبي العرب ، ساهم مساهمة كبيرة في تقدم علم حساب المثلثات الكروية . بقي لنا من كتبه « كتاب فيما يحتاج اليه الكتاب والعمال في علم الحساب » و « كتاب الكامل » و كتاب الهندسة» .

قاطع أ = ١ + ظل^{٢} أ

قاطع تمام أ = ١ + ظل تمام^{٢} أ

٢ جيب^{٢} $\frac{أ}{٢}$ = ١ – جيب تمام أ

جيب أ = ٢ جيب $\frac{أ}{٢}$ جيب تمام $\frac{أ}{٢}$

جيب (أ $\pm$ ب) = جيب أ جيب تمام ب $\pm$ جيب تمام أ جيب ب .

ومع انه نظر الى هذه المعادلات على انها خطوط فان اقتراحه بفرض نصق =١ فقط هو الذي مكّن فيما بعد من اعطائها قيماً نسبية . وقد حسب ابو الوفاء قيمة جيب $\frac{١}{٢}$° الى تسعة ارقام عشرية بطريقة مبتكرة ومظبوطة .

كما انه اكتشف براهين جديدة لقانون المثلثات الكروية (١) .

اما العالم جابر بن الافلح (٢) فقد ابتدع اسلوباً في حساب المثلثات يختلف عن اسلوب طولينوس وعن الاسلوب الذي كان علماء الرياضيات العرب المعاصرون له يسيرون عليه آنذاك . فبدلا من الاعتماد على قاعدة « الابعاد الستة » أو ما يسمى بنظرية متيلوس التي تقول بان مجموع زوايا المثلث المرسوم على كرة يزيد عن ١٨٠°، فانه اعتمد على قانون « الابعاد الاربعة » المشابهة للقانون الذي كان يستعمل في حساب زوايا المثلث القائم الزاوية :

$$\text{جيب أ} = \frac{\text{جيب أ}}{\text{جيب ح}}$$

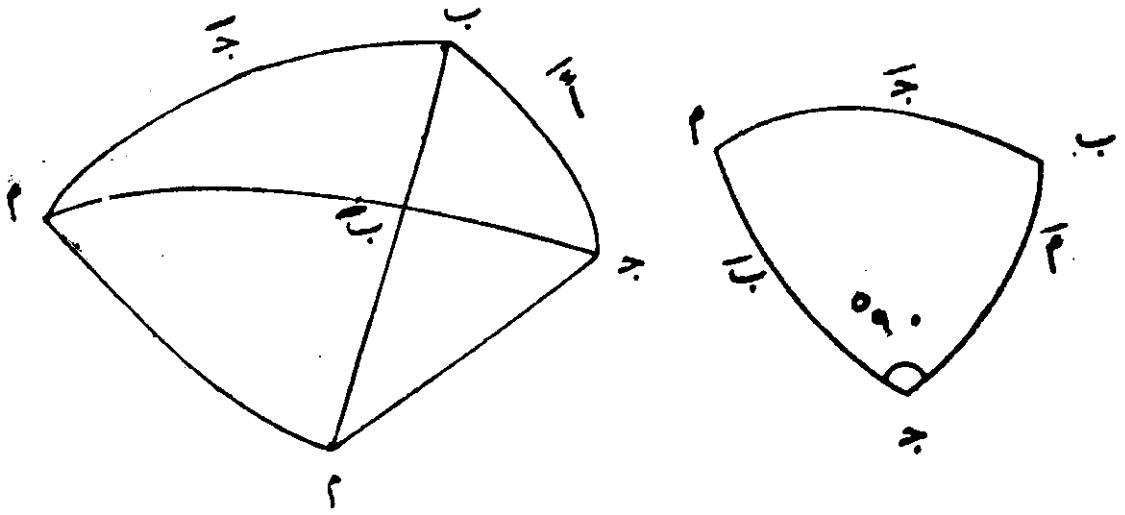
---

(١) المثلثات الكروية هو موضوع دراسة المثلثات المرسومة على سطح الكرة .

(٢) جابر بن الأفلح : أبومحمد جابر بن أفلح ، فلكي عرف في القرون الوسطى باسم (Geber) عاش في اشبيليه وتوفي في منتصف القرن الثاني عشر الميلادي « السادس الهجري » . بقي من كتبه في الحساب « كتاب الهيئة » أو « اصلاح المجسطي » الذي ترجمه بطرس ابيانوس إلى اللغة اللاتينية في نورنبرج سنة ١٥٣٤ م .

واستنتج من هذا القانون أن :

جيب تمام حَ = جيب تمام أَ



م= مركز الدائرة .

م ب جـ = المثلث المرسوم على الكرة .

ومن ذلك توصل الى وضع قانون جديد لم يسبقه أحد الى وضعه من قبل . ويعرف هذا القانون في اوربا بقانون « جابر » وهو :

جيب تمام ب = جيب تمام ب . جيب أ .

وكان العالم نصير الدين الطوسي (١) في بحثه حول اشكال المتقاطعات اول من

---

(١) الطوسي : نصير الدين أبو جعفر محمد بن الحسن . ولد بطوس سنة ٥٩٧ هـ/ ١٢٠١ م وتوفي في بغداد سنة ٦٧٢ هـ/ ١٢٧٤ م . كان فلكياً للوالي الاسماعيلي نصير الدين عبد الرحمن ابن أبي منصور . صحب هولاكو في غزو بغداد وأقام مرصداً في مراغة ثم أصبح وزيراً للاوقاف وظل يشغل هذا المنصب إلى حين وفاته . له كتب في الفقه والمنطق والفلسفة ، أما في الرياضيات فان أشهر كتبه هو « كتاب شكل القطاع » و « مختصر بجمع الحساب بالبخت والتراب » وفي الفلك « كتاب التذكرة النصرية » . وخير تقويم لكتب الطوسي في الرياضيات والفلك والمخطوطات التي بقيت هو كتاب سوتر .

H. Suter : Die Mathmatiker und Astronomen der Araber und ihre werke. 1900. Leipzig.

اقترح حساب المثلثات كعلم مستقل بذاته وليس جزء من علم الفلك كما كان يعتبر آنذاك . ففي المثلثات المستوية عرّف وشرح قانون الجيب . وفي المثلثات الكروية عرّف وشرح ايضاً المعادلات الستة الخاصة بالمثلث القائم الزاوية . كما قام ببحث جميع الحالات الخاصة بالمثلث الحاد الزاوية واستنتج العلاقة بين زوايا المثلث واضلاعـــه .

ولم يقتصر استعمال العرب لعلم المثلثات في المسائل الهندسية فقط بل تعداها الى المعادلات الجبرية ايضاً . وقد اكتشف العالم الرياضي ابو الجود (١) المعادلة الثلاثية التي تربط جيب الزاوية وجيب ثلث تلك الزاوية .

الجبر:

يعرف هذا الموضوع في اللغات الاوربية بـ " Algebra " حيث نقلت هـذه الكلمة كما هي الى اللاتينية ، يقول جاندز S. Gandz ان اصل هذه الكلمة بابلي وتعني معادلة او بمعنى ذلك . وقد نقلت حرفياً الى اللغة العربية . ان الخوارزمي (٢) في كتابه « الجبر والمقابلة » لم يذكر تفسيراً لهاتين الكلمتين . ولكن محمد بن الحسين العاملي (٣) اعطى في كتابه « خلاصة الحساب » التعريف التالي: « الطرف ذو الاستثناء يكمل ويزاد مثل ذلك على الاخر وهو الجبر ، والاقياس المتساوية في

---

(١) أبو الجود محمد بن الليث « عاش حوالي سنة ١٠٠٠ م » . انظر .

Karl Schoy : Drei Planimetrische Aufgaben des Arabischen Mathematikers Abu Judallith. sis. VII. 1925. p.5

(٢) الخوارزمي : محمد بن موسى توفي في ٢٣٢ هـ / ٨٤٦ م . عاش في عصر الخليفة المأمون وكان أحد منجميه . اعتمد في دراسة الرياضيات وخاصة الجبر على الهندوس والفرس اولا ثم اليونانيين . أهم كتبه « حساب الجبر والمقابلة » الذي ترجم إلى اللغة اللاتينية .

(٣) محمد بن الحسين بهاء الدين العاملي : (١٥٤٧ – ١٦٢١) سوري ، مؤلف عدة كتب في العربية والفارسية ، أهم كتبه الكشكول . . ألف أيضاً كتباً كثيرة في الرياضيات والفلك .

الطرفين تسقط منها وهو المقابلة » . ولكي نفهم هذا التعريف يجب ان نذكر وان العرب لم يصلوا الى ادراك المقامات السالبة فاذا حصلوا عليها في نتائج المسائل اضطروا الى تصحيح « جبر » المعادلة التي كانت غير منظمة أو ناقصة .

وكانت المعادلة ايضاً غير منظمة في حالة العوامل المشتركة للكسور التي كانت تجري عليها عملية الحذف بضرب الطرفين في هذا العامل ويخبرنا الكرخي (١) أن هذه العملية تحصل ايضاً بواسطة الجبر .

أما اصل الاصطلاح الحديث للجبر « "Algebra" » فهو من وضع العالم محمد ابن موسى الخوارزمي (٢) الذي كان من اشهر علماء عصره الذين بحثوا في هذا الموضوع .

وكتابه « المختصر في الجبر والمقابلة » لم يؤد فقط الى اعطاء كلمة جبر مدلولها الحالي بل انه افتتح حقاً عصراً جديداً في الرياضيات .

وقد عرّف الخوارزمي بوجه عام ستة نماذج من المعادلات :

ب س٢ = ١س

ب س ٢ = ١

ب س = ١

س٢+١س = ب

س٢ + ب = ١س

س٢ = ب + ١س

والمعادلات الثلاث الاخيرة تلخص وتكمل جميع المعادلات البلبلية .

وكذلك استطاع العلماء العرب ايجاد جذور المعادلات الثنائية والثلاثية وذلك

---

(١) الكرخي : أبو بكر محمد بن الحسن الكرخي أو الكرجي توفي سنة ٤١٠ هـ / ١٠٢٠ م . رياضي ومهندس له كتاب " الفخري " في الجبر والمقابلة و " الكافي " في الحساب و " البديع في الحساب " .

(٢) انظر : "History of Mathemat'cs", by D.E. Smith, Volvme pp. 388-390, Dover 1958.

بواسطة :

$(أ+ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

$(أ-ب)^{٣} = أ^{٣} + ٣أ^{٢}ب + ٣أب^{٢} + ب^{٣}$

هذا ولم يستعص عليهم ايجاد جذور المعادلات الرباعية والخماسية والسداسية والمعادلات ذات الجذور النونية . وهذا مايتطلب بطبيعة الحال معرفة القانون الخاص بفك $(أ + ب)^{ن}$ ، وقد توصل العالم ابو بكر الكرخي الى ايجاد صيغة لنتيجة جمع المتوالية العددية الثلاثية :

$$١^{٣} + ٢^{٣} + ٣^{٣} + \ldots + ن^{٣} = (١ + ٢ + ٣ + \ldots + ن)^{٢}$$

وكذلك صيغة لنتيجة جمع المتوالية العددية الرباعية . وقد قام ايضاً ببحث المعادلات من الدرجة الثانية ، وفي بحثه هذا تمكن من حل هذه المعادلات بطريقة هندسية وبطريقة جبرية .

وقد استعمل في حله هذه المعادلات بالطريقة الجبرية مازالت تستعمل حتى هذا اليوم وهي طريقة : اكمال المربع . وقد كان هذا العالم اول من توسع في موضوع المعادلات ذات الجذور المزدوجة فبحث طريقة حل المعادلات العالية :

$أس^{٢ن} + بس^{ن} = ق$

$أس^{٢ن} = بس^{ن} + ق$

$أس^{٢ن} + ق = بس^{ن}$

وقد حل هذه المعادلات بارجاعها الى الحالات الاولية الثلاث .

$أس^{٢} + بس = ق$

$أس^{٢} = بس + ق$

$أس^{٢} + ق = بس$.

اما في حالة المعادلات من الدرجة الثالثة فان ماقدمه العرب في هذا الموضوع

كان خطوة جديدة لم يسبقهم اليها احد وساعدت كثيراً على تقدم الرياضيات . فالعالم الفلكي ابو عبد الله الماهاني (١) الذي وضع شروحاً عديدة لكتب ارخميدس في الكرة والاسطوانة يعود له الفضل كله في التمكن من التعبير عن مسائل ارخميدس الهندسية بصيغ جبرية ، وبهذه الوسيلة توصل الى استنتاج معادلة تحتوي على قيم تربيعية وتكعيبية للشيء المجهول بالاضافة الى احتوائها على كميات ثابتة وهذه المعادلة هي : $س^3 + ج ب^2 = ج س^2$

وقد اطلق عليها علماء الرياضيات العرب اسم « معادلة الماهاني »وقد قام معاصروه بحلها بعد ان عجز الماهاني نفسه عن ذلك ، كما تمكن العالم ابو سهل الكوهي (٢) من ادخال تحسينات كبيرة هذا الموضوع حيث توصل الى حل مسألتين الجبريتين لارخميدس كما تمكن من حل بعض المسائل الصعبة التي وضعها بنفسه . وهذا وقد اشتغل ابو الجود محمد بن الليث ببحث مسائل مماثلة وكذلك نجح في حساب اضلاع شكل تساعي منتظم واضلاع شكل سباعي منتظم وقد استعمل لهذا الغرض المعادلتين التاليتين :

$س^3 + ١ = ٣س$

$س^3 - س^3 - ٢س + ١ = ٥$

وما حاوله ابو الجود في بحث آخر له حول ترقيم صيغ المعادلات فان ذلك قد اكمله عمر بن الخيام (٣) في بحث عام منسق للمعادلات ذات الدرجة الثانية والثالثة وذلك

---

(١) الماهاني : ابو عبدالله محمد بن عيسى الماهاني ، كان في بلاط المأمون ، توفي حوالي سنة ٨٧٤ م . اشتهر بمحاولته في حل مسألة ارخميدس حول قطع كرة فلكية بواسطة احد الكواكب بحيث نحصل على قسمين لكل منهما نسبة معينة .

(٢) الكوهي : ابو سهيل ويحن بن رستم الكوهي . ولد سنة ٩٨٨ م في طبرستان وكان رئيساً للمرصد الذي اسسه شرف الدولة البويهي في بغداد .

(٣) الخيام : ابو الفتح عمر بن ابراهيم الخيامي النيسابوري (١٠٤٠ - ١١٣٠ م) ، شاعر فيلسوف كان عالماً بالرياضيات والفلك واللغة والفقة والتاريخ ، بقيت من كتبه رسائل منها : " شرح ما يشكل من مصادرات اقليدس " و " مقابلة في الجبر والمقابلة " . كان نديما للسلطان ملكشاه في بغداد وأحد المنجمين الذين علموا "الرصد" للسلطان السلجوقي ملكشاه .

في كتابه : « توضيح المسائل في الجبر » الذي يعد من اهم النتاج الرياضي في الاسلام حيث بذل جهوداً عظيمة في حل المعادلات . وطبيعي فان الخيام لم يعرف الحلول الوهمية ولكن على الرغم من ذلك فقد وجد الجذور الثلاثق للمعادلة التكميلية في حالة كون هذه الجذور جميعها موجبة .

اما ابو كامل المصري (١) فقد ذكر في كتابه « الطرائف في الحساب » مجموعة من المعادلات غير القابلة للحل من الدرجة الاولى تحتوي على ثلاث الى خمس مجاهيل قيمها اعداد صحيحة وكانت طريقة حله لها هي بالتخلص من احد ثم اختيار المجاهيل الباقية وذلك بحيث يمكن ايجاد القيم المجهولة من قيم المقامات الظاهرة . ولتوضيح ذلك نذكر التمرين التالي :

$$س + ص + ز = ١٠٠$$

$$٥س + \frac{١}{٢٠} ص + ز = ١٠٠$$

وهذا يتحول الى الصورة التالية :

$$١٠٠ - س - ص = ١٠٠ - ٥س - \frac{١}{٢٠} ص$$

ومن ذلك ينتج :

$$ص = ٤س + \frac{٤}{١٩} س$$

ومن النظر الى مقام معامل س استنتج ان قيمة س = ١٩ . ومن جملة التمارين التي ذكرها في كتابه التمرين التالي :

$$س + ص + ز + هـ + ف = ١٠٠$$

$$٢س + \frac{١}{٢} ص + \frac{١}{٣} ز + \frac{١}{٤} هـ + ف = ١٠٠$$

---

(١) ابو كامل المصري : ابو كامل شجاع بن أسلم بن محمد بن شجاع الحاسب المصري الذي نبغ سنة ٩٠٠ م . قام بتنقيح جبر الخوارزمي وأثر في الكرخي . من كتبه : " رسالة في المضلع ذي الزوايا الخمس وذي الزوايا العشر " و " كتاب الطرائف في الحساب " .

ومن ذلك استنتج ان :

$$س = \frac{١}{٢} ص + \frac{٢}{٣} ز + \frac{٣}{٤} هـ$$

هذا وقد تمكن ابو كامل من ايجاد ٢٦٧٦ حلا مختلفاً لهذا التمرين

* * *

بعض المراجع المتعلقة بتاريخ علم الرياضيات :

(١) أحمد الشنتاوي وابراهيم زكي : دائرة المعارف الاسلامية .
أنظر ج٦ ، ج٩ ، ج ١٥

(٢) ابن خلكان : وفيات الأعيان وانباء الزمان . يقع في ٦ أجزاء . أنظر الجزء الثاني . ط. القاهرة ١٩٣٦ — ١٩٣٧

(٣) الزركلي : خير الدين الزركلي — الاعلام — قاموس تراجم لاشهر الرجال ويقع في عشرة أجزاء . أنظر الجزء الثاني والجزء السادس .
ط. ١٩٥٩ .

(4) David Eugene Smith : History of Mathematics. 2 vol., Boston 1923 - 25.

(5) Jahaunes Tropfke : Geschichte der elementar Mathematik. 2e ed. 7 vol., 1921 - 24.

(6) H. Suter : Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre werke. Leibzig, 1900.

(٧) الدوميلي : العلم عند العرب وأثره في تطور العلم العالمي . نقله إلى العربية الدكتور عبد الحليم النجار والدكتور محمد يوسف موسى .
مطابع دار القلم — القاهرة ١٩٦٢ .