

الْبَابُ الثَّانِي

الْأَسْئَلَةُ

obeikandi.com

## ٢-١ أسئلة في الجبر

## أسئلة الاختيار من متعدد

السؤال الأول:

عدد الأزواج المرتبة (١، ب) المكونة من عددين حقيقيين يحققان

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{1} = \frac{1}{b+1}$$

هو:

- (أ) ٠  
 (ب) ١  
 (ج) ٢  
 (د) ٣  
 (هـ) لانهائي

السؤال الثاني:

$$= {}^2(1-n^2) + \dots + {}^33 + {}^21$$

- (أ)  $(1-n^2)^2 n$   
 (ب)  $(1+n^2)^2 n$   
 (ج)  $\frac{(1-n^2)^2 n}{2}$   
 (د)  $\frac{{}^3n(1-n^2)}{8}$   
 (هـ)  $(1-n^2)^2 n^2$

السؤال الثالث:

إذا كانت جميع جذور المعادلة التكعيبية

$$s^3 + b s^2 + c s + r = 0,$$

حقيقية وتقع في الفترة  $(-2, 0)$ ، فإن

- (أ)  $26 > b + c + r > 40$   
 (ب)  $26 > b + c + r > 0$   
 (ج)  $0 > b + c + r > -2$   
 (د)  $-2 > b + c + r > -23$   
 (هـ)  $-40 > b + c + r > -23$

السؤال الرابع:

عدد الأزواج المرتبة (س، ص) المكونة من عددين صحيحين تحقق المعادلة

$$س + ص + ٣ = ٧ - ص = ٥$$

هو

- أ) ٢  
ب) ٤  
ج) ٦  
د) ٨  
هـ) ١٠

السؤال الخامس:

عدد الثلاثيات (س، ص، ع) المكونة من أعداد حقيقية س، ص، ع تحقق

$$س(ص - ١)(ع - ١) + ص(س - ١)(ع - ١) + ع(س - ١)(ص - ١) = ٤سصع$$

$$٤(س + ص + ع) =$$

هو

- أ) ١  
ب) ٢  
ج) ٣  
د) ٤  
هـ) لانهائي

السؤال السادس:

عدد الأزواج المرتبة (س، ص) المكونة من عددين صحيحين س و ص يحققان المتباينة

$$|س| + |ص| \geq ١٠٠$$

هو

- أ) ١٩٨٠١  
ب) ٢٠٢٠١  
ج) ٤٠١  
د) ١٠١  
هـ) ٥١

**السؤال السابع:**

إذا كان  $a \neq 0$  عدداً حقيقياً، فإن عدد الثلاثيات (س، ص، ع) المكونة من أعداد حقيقية س، ص، ع تحقق المعادلات

$$\begin{aligned} 212 &= 2س + 2ص - 2ع \\ 4(1 + 2) &= 2س + 2ص - 2ع \\ 21 &= 2س - 2ص \end{aligned}$$

هو

- (أ) ٠  
(ب) ١  
(ج) ٢  
(د) ٣  
(هـ) لانتهائي

**السؤال الثامن:**

$$= \sqrt[2]{24 - 34}$$

- (أ)  $\sqrt{2} - 5$   
(ب)  $\sqrt{2} + 5$   
(ج)  $\sqrt{2} - 3 + 4$   
(د)  $\sqrt{2} - 3 - 4$   
(هـ) ٣

**السؤال التاسع:**

عند صف جميع الأعداد الصحيحة الموجبة كما يلي

٠٠١ ٥١ ٤١ ٣١ ٢١ ١١ ٠٩٨٧٦٥٤٣٢١

فإن الرقم الذي يحتل الخانة ٢٠٦٧٨٨ من اليمين هو

- (أ) ٣  
(ب) ٤  
(ج) ٥  
(د) ٦  
(هـ) ٧

السؤال العاشر:

عدد الثلاثيات (أ، ب، ج) المكونة من أعداد صحيحة موجبة تحقق

$$2 = \left(\frac{1}{a} + 1\right) \left(\frac{1}{b} + 1\right) \left(\frac{1}{c} + 1\right)$$

هو

- (أ) ٣  
 (ب) ٥  
 (ج) ٢٧  
 (د) ٣٠  
 (هـ) لانهائي

السؤال الحادي عشر:

عدد كثيرات الحدود لـ (س) التي تحقق

$$ل (س + ص) - ل (س - ص) = ٤س ص$$

لجميع قيم س، ص ∈ ح، وتحقق الشرط لـ (٠) = ١ هو

- (أ) ٠  
 (ب) ١  
 (ج) ٢  
 (د) ٣  
 (هـ) لانهائي

السؤال الثاني عشر:

عدد الخماسيات المرتبة (أ، ب، ج، د، هـ) المكونة من أعداد حقيقية موجبة تحقق المعادلات

$$١ + ب = ج^٢، ب + ج = د^٢، ج + د = هـ^٢، د + هـ = أ^٢، هـ + أ = ب^٢$$

هو

- (أ) ٠  
 (ب) ١  
 (ج) ١٢٠  
 (د) ٢٤٠  
 (هـ) لانهائي

السؤال الثالث عشر:

أكبر قيمة للدالة

$$f(s, v) = s^2 v - v^2 s^2, \text{ حيث } 0 \leq s \leq 1 \text{ و } 0 \leq v \leq 1$$

هي:

(أ)  $\frac{1}{2}$

(ب)  $\frac{1}{4}$

(ج)  $\frac{1}{3}$

(د)  $\frac{1}{2}$

(هـ)  $\frac{2}{3}$

السؤال الرابع عشر:

عدد الأزواج المرتبة (س، ص) المكونة من عددين صحيحين س و ص يحققان المعادلة

$$(3s^2 + v^2 - 4v - 17) - (2s^2 + 2v - 4v - 6) = (s^2 - v^2 - 1)$$

هو

(أ) ٤

(ب) ٦

(ج) ٨

(د) ١٠

(هـ) ١٢

السؤال الخامس عشر:عرف المتتابعة  $\{s_n \mid n \leq 1\}$  كما يلي:

$$s_1 = 16 \text{ و } s_{n+1} = s_n + 8n + 12, \forall n \geq 2$$

$$\text{إذا كان } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s_n} = \frac{1}{6}, \text{ فإن } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s_n} = \frac{1}{6}$$

(أ)  $\frac{ط^2}{٢}$

(ب)  $\frac{ط^2}{٣}$

(ج)  $\frac{ط-٢}{٣}$

(د)  $\frac{ط-٢}{٢٤}$

(هـ)  $\frac{ط-٢}{١٢}$

السؤال السادس عشر:عرف المتتابعة  $\{س_n \mid ١ \leq n\}$  كما يلي:

$$س_١ = ٢ \text{ و } س_{١+n} = \frac{س_n + ٩}{١٠ س_n} \quad \forall ١ \leq n$$

إذا كانت  $٢ \leq n$ ، فإن

(أ)  $٠,٨ > س_n \geq ٠,٩$

(ب)  $١,٢٥ > س_n \geq ١,٢٥$

(ج)  $١,٥ > س_n \geq ١,٥$

(د)  $١,٧٥ > س_n \geq ١,٧٥$

(هـ)  $٢ > س_n \geq ١,٧٥$

السؤال السابع عشر:

عدد الأزواج المرتبة (س، ص) المكونة من عددين حقيقيين س و ص يحققان

$$س + ص = ١$$

$$س^\circ + ص^\circ = ٣١$$

هو

(أ) ٠

(ب) ١

(ج) ٢

(د) ٤

(هـ) ٦

## أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

### السؤال الثامن عشر:

لتكن  $d(n)$  دالة تحقق

$$d(n) = (1+n) - n^{1+n} \quad \forall n \geq 1$$

$$d(1) = (1+1) = 2, \quad \text{فإن } \sum_{n=1}^{\infty} d(n) = 300 + n$$

### السؤال التاسع عشر:

إذا كان  $n = l^2$  مربعاً كاملاً مكوناً من أربع خانات، بحيث يكون الرقمان في الخانتين الأولى والثانية متساويين، والرقمان في الخانتين الثالثة والرابعة متساويين، فإن  $l =$

### السؤال العشرون:

لتكن  $n < k < k^2$  دالة تحقق الشروط التالية:

$$(1) \quad d(n) < (1+n) \quad \forall n \geq 1.$$

$$(2) \quad d(n) = ((n) + (n) + 1) + 2, \quad \forall n \geq 1.$$

أوجد  $d(998)$ .

### السؤال الواحد والعشرون:

عدد الأعداد الصحيحة  $n$  بحيث توجد دالة  $d(n) < n$  تحقق  $d(n) \neq 0$ ، والشرط التالي

$$d(n^2) = d(n) + d(n) + 1 \quad \forall n \geq 1$$

### السؤال الثاني والعشرون:

إذا كانت  $a, b, c$  جذور المعادلة  $x^3 - 3x - 1 = 0$ ، فإن

$$= \frac{a-1}{a+1} + \frac{b-1}{b+1} + \frac{c-1}{c+1}$$

**السؤال الثالث والعشرون:**

إذا كانت الأعداد الحقيقية الموجبة  $a, b, c, d$  تحقق المعادلتين:

$$a + b + c + d = 12$$

$$ab + cd = 27$$

فإن  $abcd =$

**السؤال الرابع والعشرون:**

عرّف

$$d(s) = |s| + |s \times 10| + |s \times 100|$$

أوجد عدداً صحيحاً موجباً  $n$  بحيث

$$(1) \text{ لا يوجد لأي من للمعادلتين } d(s) = n \text{ و } d(s) = n + 1 \text{ أي حل}$$

$$(2) \text{ يوجد للمعادلتين } d(s) = n - 1 \text{ و } d(s) = n + 2, \text{ كل على حدة، حل واحد على الأقل.}$$

## أسئلة نصية

### السؤال الخامس والعشرون:

أثبت أنه لأية أعداد حقيقية موجبة  $1, a, b, \dots, 1, b, a, \dots, 1, b, \dots$ :

$$\frac{1}{n} \left( (1 + a + b + \dots) \times \dots \times (1 + b + a) \right) \geq \frac{1}{n} (1 \times \dots \times 1) + \frac{1}{n} (a \times \dots \times a)$$

### السؤال السادس والعشرون:

لتكن  $\{s_1, \dots, s_n\}$ ، حيث  $n \geq 2$ ، مجموعة من الأعداد الحقيقية الموجبة. أثبت أن

$$\sum_{i=1}^n s_i + \binom{n}{2} \geq \sum_{i=1}^n s_i$$

### السؤال السابع والعشرون:

ليكن  $n$  عدداً صحيحاً موجباً، ولتبدأ بالمتتابعة  $1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{n}$ ، لتكوّن متتابعة جديدة عدد عناصرها  $n-1$  تحسب حدودها كما يلي:

الحد الأول هو الوسط الحسابي للحدين الأول والثاني في المتتابعة أعلاه، والحد الثاني هو الوسط الحسابي للحدين الثاني والثالث في المتتابعة أعلاه، وهكذا لتحصل على المتتابعة

$$\frac{1+n}{2}, \dots, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \dots, \frac{1+n}{2}$$

استمر بتكوين متتابعات جديدة بحيث يكون الحد العام ذو الترتيب  $l$  في أية متتابعة جديدة مساوياً للوسط الحسابي للحد ذي الترتيب  $l$ ، والحد ذي الترتيب  $l+1$  في المتتابعة التي سبقتها مباشرة.

أثبت أن العدد  $1$  الذي نحصل عليه بعد تكرار هذه العملية  $n-1$  من المرات أقل من  $\frac{2}{n}$ .

## أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

### السؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٨١):

لتكن  $d$  و  $(s, v)$  دالة معرفة لجميع الأعداد الكلية  $s, v$ ، وتحقق المعادلات التالية

$$\begin{aligned} d(0, v) &= v + 1 \\ d(s, 0) &= (s + 1, 0) \\ d(s, 1 + v) &= (1 + v, s) \end{aligned}$$

أوجد  $d(1981, 4)$ .

### السؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ٢٠٠٤):

أوجد جميع كثيرات الحدود  $k(s)$  التي معاملاتها أعداد حقيقية وتحقق

$$k(1 - b) + k(b - c) + k(c - 1) = 2k(1 + b + c)$$

لجميع الثلاثيات المرتبة  $(a, b, c)$  التي تحقق

$$a + b + c = 1$$

### السؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ٤٢، الولايات المتحدة ٢٠٠١):

أثبت أنه لأية ثلاثة أعداد موجبة  $a, b, c$  :

$$1 \leq \frac{a}{\sqrt{a^2 + 8b}} + \frac{b}{\sqrt{b^2 + 8a}} + \frac{c}{\sqrt{c^2 + 8ab}}$$

## ٢-٢ أسئلة في نظرية الأعداد

### أسئلة الاختيار من متعدد

#### السؤال الأول:

عدد القواسم الموجبة للعدد ١٩٦٠٠٠ هو

- أ) ٦٠
- ب) ٨٥
- ج) ٧٠
- د) ٨٠
- هـ) ٧٢

#### السؤال الثاني:

رقم الأحاد للعدد ٢٠٠٩٢١٣٧ يساوي

- أ) ١
- ب) ٣
- ج) ٥
- د) ٧
- هـ) ٩

#### السؤال الثالث:

عدد الأعداد الأولية التي يمكن كتابتها على الصورة ١٠٠١٠١٠١ هو

- أ) لانهائي
- ب) ٣
- ج) ٢
- د) ١
- هـ) ٠

#### السؤال الرابع:

الرقم في خانة آحاد العدد ٧٧ هو

- أ) ١
- ب) ٣
- ج) ٥
- د) ٧
- هـ) ٩

السؤال الخامس:

عدد الأعداد الصحيحة الموجبة  $n$  بحيث يكون  $n^4 + 4^{\sim}$  عدداً أولياً هو

- (أ) لانهائي  
 (ب) ٤  
 (ج) ٣  
 (د) ٢  
 (هـ) ١

السؤال السادس:

عدد الأعداد الصحيحة الموجبة  $n$  بحيث يقبل العدد  $2 = 29.03^{\sim} - 8.03^{\sim} - 464^{\sim} + 261^{\sim}$  القسمة على ٧ بدون باقي هو

- (أ) ١  
 (ب) ٢  
 (ج) ٧  
 (د) ٢٧١  
 (هـ) لانهائي

السؤال السابع:

عدد كثيرات الحدود  $(س) \in [س]$  التي تحقق الشرطين:  $١١ = (٧)$  و  $١٣ = (١١)$  يساوي

- (أ) ٠  
 (ب) ١  
 (ج) ٢  
 (د) ٥  
 (هـ) لانهائي

السؤال الثامن:

القاسم المشترك الأعظم للعددين  $110011$  (بتكرار الرقم واحد ٤٠ مرة)، والعدد  $10011$  (بتكرار

الرقم واحد ١٢ مرة) هو

- (أ) ١١  
 (ب) ١١١  
 (ج) ١١١١  
 (د) ١١١١١  
 (هـ) ١١١١١١

**السؤال التاسع:**

لنفرض أن  $n = 2^k - 1$  وأن  $1 - 2^k$  عدد أولي. مجموع القواسم الموجبة للعدد  $n$  يساوي

- (أ)  $n$
- (ب)  $2n$
- (ج)  $2^n$
- (د)  $1 + n$
- (هـ)  $n^2$

**السؤال العاشر:**

عدد الأزواج المرتبة (س، ص) المكوّنة من عددين صحيحين س، ص يحققان

$$5s - 7v = 9$$

هو

- (أ) ٠
- (ب) ٦
- (ج) ١٢
- (د) ١٨
- (هـ) لانهائي

**السؤال الحادي عشر:**

عدد الأزواج المرتبة (أ، ب) المكوّنة من عددين أوليين يحققان  $2^a - 2^b = 1$  هو

- (أ) ١
- (ب) ٢
- (ج) ٣
- (د) ٤
- (هـ) لانهائي

**السؤال الثاني عشر:**

رقم الأحاد للعدد  $n = 1 + 2! + 3! + \dots + 99!$  يساوي

- (أ) ٩
- (ب) ٨
- (ج) ٥
- (د) ٣
- (هـ) ٠

السؤال الثالث عشر:

أوجد أصغر عدد صحيح  $n$  بحيث لو قُسم على ١٠ كان الباقي ٩، و لو قُسم على ٩ كان الباقي ٨، ولو قُسم على ٨ كان الباقي ٧، وهكذا نزولاً إلى قسمته على ٢ ليكون الباقي ١.

- (أ) ٥٩  
 (ب) ٤١٩  
 (ج) ١٢٥٩  
 (د) ٢٥١٩  
 (هـ) ١٥٩

السؤال الرابع عشر:

ليكن  $a$  عدداً أولياً. عدد الأزواج المرتبة  $(s, v)$  المكونة من أعداد صحيحة موجبة تحقق

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{s} + \frac{1}{v}$$

هو

- (أ) ١  
 (ب) ٣  
 (ج) ١-٢  
 (د) ٢  
 (هـ) ١+٢

السؤال الخامس عشر:

أوجد مجموع الأعداد الصحيحة الموجبة  $n$  بحيث يكون  $2^n$  قاسماً للعدد  $3^n + 1$

- (أ) ٣  
 (ب) ١  
 (ج) ٦  
 (د) ١٦  
 (هـ) لانتهائي

السؤال السادس عشر:

عدد الثلاثيات المرتبة (أ، ب، ج) المكوّنة من أعداد صحيحة موجبة أ، ب، ج، بحيث تشكل هذه الأعداد متوالية هندسية، ويكون مجموعها ١١١، هو

- أ) ١  
ب) ٢  
ج) ٣  
د) ٤  
هـ) ٥

السؤال السابع عشر:

عدد الحلول الحقيقية للمعادلة

$$س = \left\lfloor \frac{س}{٥} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{س}{٣} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{س}{٢} \right\rfloor$$

هو

- أ) ١٠  
ب) ٢٠  
ج) ٣٠  
د) ٤٠  
هـ) لانهائي

## أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

### السؤال الثامن عشر:

لنفرض أن  $n$  و  $m$  عددان فرديان موجبان وأن  $n < m$ . أكبر عدد صحيح يقسم جميع الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة  $n^2 - m^2$  هو

### السؤال التاسع عشر:

ما هو عدد الأعداد الصحيحة الموجبة التي تقل عن ١٠٠٠ وليست من مضاعفات أي من العددين ٥ و ٧؟

### السؤال العشرون:

أوجد أصغر عدد صحيح موجب  $n$  بحيث يكون مجموع الأرقام في خانات العدد  $n$  أقل ما يمكن.

### السؤال الحادي والعشرون:

أوجد أصغر عدد صحيح موجب  $n \leq 6$  بحيث توجد مثلثات قائمة، باقي قسمة أطوال أضلاعها على  $n$  يساوي ٤ و ٥ و ٦.

### السؤال الثاني والعشرون:

لتكن  $S = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$  مجموعة مربعات الأعداد الصحيحة الموجبة. أوجد العنصر  $h$  في هذه المجموعة بحيث يكون  $h + 43$  أيضاً عنصراً في  $S$ .

### السؤال الثالث والعشرون:

أوجد أصغر عدد صحيح موجب بحيث لو حذفنا أول رقم منه على اليسار ينتج عدد يساوي حاصل قسمة العدد الأصلي على ٢٩.

### السؤال الرابع والعشرون:

أوجد أصغر عدد  $n$  يحقق الشروط التالية:

(١) توجد ٣ قواسم أولية فقط للعدد  $n$

(٢)  $30 \mid n$

(٣) عدد قواسم  $n$  هو ٢٤

(٤) عدد قواسم  $n^2$  هو ١٠٥

(٥) عدد قواسم  $n^3$  هو ٢٨٠

**السؤال الخامس والعشرون:**

لأي عدد طبيعي  $n$  نعرف الدالة

$$(*) \quad \dots + \left\lfloor \frac{2+n}{2} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{4+n}{8} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2+n}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1+n}{2} \right\rfloor = (n)$$

حيث  $\lfloor \cdot \rfloor$  أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي  $\cdot$ . أوجد  $(999)$ .

**السؤال السادس والعشرون:**

أوجد جميع الأعداد الأولية على صورة  $n + 1$  والتي تقل عن  $1910$ .

**السؤال السابع والعشرون:**

أثبت أنه لا توجد أية ثلاثة أعداد صحيحة، بحيث يساوي باقي قسمة مجموع مربعاتها على  $8$  العدد  $7$ .

## أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

### السؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٧١):

أثبت أن مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة التي يمكن كتابتها على صورة  $٢ - ٣$ ، حيث  $٢ = ٣$ ،  $٣ = ٤$ ،  $٤ = ٥$ ، ... تحتوي على مجموعة جزئية لانتهائية كل عنصرين من عناصرها أوليان فيما بينهما.

### السؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٩٨):

أوجد جميع الأزواج المرتبة (١، ب) المكوّنة من عددين صحيحين موجبين ١ و ب بحيث يقسم العدد  $١٢ + ب + ٧$  العدد  $١٢ + ب + ١$ .

### السؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ٢٠٠٦):

أوجد جميع الأزواج المرتبة (س، ص) المكوّنة من عددين صحيحين س، ص يحققان المعادلة  $١ + ٢ + ٣ + \dots + ٢ = ٢ + ٣ + \dots + (١ + ٢)$

## ٢-٣ أسئلة في التركيبات

### أسئلة الاختيار من متعدد

#### السؤال الأول:

عائلة مكونة من أب وأم وثلاثة أولاد ذكور وأربع بنات، تريد أن تصطف في صف واحد لأخذ صورة تذكارية، بحيث يقف الوالدان بجانب بعضهما بعضاً ولا تقف ابنتان بجانب بعضهما بعضاً. عدد الطرق الممكنة هو

- (أ) ٥٧٦٠  
 (ب) ٢٨٨٠  
 (ج) ١٤٤٠  
 (د) ١١٥٢  
 (هـ) ٢٤٠

#### السؤال الثاني:

يحتوي كيس على مجموعة من الكرات مرقمة بالأعداد من ١ إلى ٢٠، بحيث يوجد كرة واحدة مرقمة بالعدد ١، وكرتان مرقمتان بالعدد ٢، ثلاث كرات مرقمة بالعدد ٣، وهكذا إلى عشرين كرة مرقمة بالعدد ٢٠. بدأنا بأخذ الكرات من الكيس بشكل عشوائي الواحدة تلو الأخرى بدون إرجاع أي منها. أقل عدد للكرات يمكن أخذه من الكيس لضمان الحصول على عشرة كرات تحمل نفس الرقم هو

- (أ) ٢٠٠  
 (ب) ١٥٠  
 (ج) ١٤٥  
 (د) ١٦٠  
 (هـ) ١٢٥

#### السؤال الثالث:

لدينا ١٠ حبات من الخرز مرقمة بالأعداد  $\{١، ٢، ٣، \dots، ١٠\}$ . عدد العقود الدائرية المختلفة التي يمكن عملها باستخدام ٥ من هذه الخرزات يساوي:

- (أ) ٣٠٢٤  
 (ب) ١٥١٢٠  
 (ج)  $\frac{!١٠}{٢}$   
 (د)  $\frac{!١٠}{٥}$   
 (هـ) ٦٠٤٨

السؤال الرابع:

عدد الطرق التي يمكن بها اختيار ثلاثة أعداد من المجموعة  $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$  بحيث يقبل مجموع الأعداد الثلاثة القسمة على ٣ هو

- (أ) ٥٣٩٢٢  
 (ب) ٥٣٣٩٤  
 (ج) ٥٢٣٠٥  
 (د) ٥٣٣٩٠  
 (هـ) ٢٧٢٨٠

السؤال الخامس:

لنأخذ ١٠٠ خط مختلف  $ع_١، ع_٢، ع_٣، \dots، ع_{١٠٠}$  في المستوى. جميع الخطوط التي على صورة  $ع_٤، ع_٨، ع_{١٢}$  يوازي بعضها بعضاً، وجميع الخطوط التي على صورة  $ع_{١٦} - ع_{٣٠}$  تمر بنقطة معينة  $أ$ . أكبر عدد ممكن لنقاط التقاطع بين أزواج الخطوط من المجموعة  $\{ع_١، ع_٢، ع_٣، \dots، ع_{١٠٠}\}$  هو

- (أ) ٤٣٥١  
 (ب) ٤٩٥٠  
 (ج) ٢٧٧٥  
 (د) ٤٩٠١  
 (هـ) ٩٨٥١

السؤال السادس:

قطعة مستقيمة تصل بين النقطتين  $أ(١،١)$  و  $ب(١٢١،٤٥١)$ . عدد النقاط على القطعة المستقيمة التي تصل بين  $أ$  و  $ب$  والتي إحداثياتها أعداد صحيحة يساوي

- (أ) ٢٩  
 (ب) ٢٠  
 (ج) ٢٥  
 (د) ٤٠  
 (هـ) ٣٠

السؤال السابع:

عدد الأعداد الصحيحة الموجبة المكونة من ٦ أرقام (أو خانات) كل خانة منها تحتوي على الرقم ١ أو ٢ أو ٣ بحيث يظهر كل واحد من هذه الأعداد الثلاثة مرة واحدة على الأقل هو

- (أ) ٥٤٠

- (ب) ٥٦٠  
 (ج) ٥٣٧  
 (د) ٥٣٤  
 (هـ) ٥٥٠

### السؤال الثامن:

لدينا ١٠٠ خروف كل واحد منها عليه علامة واحدة على الأقل: حمراء أو صفراء أو زرقاء. ٣٨ خروفاً عليها علامات حمراء و ٤٠ خروفاً عليها علامات صفراء و ١٧ خروفاً عليها على الأقل علامتان حمراء وصفراء، و ١٠ خراف عليها على الأقل علامتان حمراء وزرقاء، و ٢٣ خروفاً عليها على الأقل علامتان صفراء وزرقاء و ٧ خراف تحمل جميع العلامات. عدد الخراف التي تحمل علامة زرقاء يساوي

- (أ) ٣٩  
 (ب) ٦٥  
 (ج) ٦١  
 (د) ٣١  
 (هـ) ٤٠

### السؤال التاسع:

$$\left(\frac{1}{2} - 2 + 1\right) \left(\frac{1}{4} - 2 + 1\right) \left(\frac{1}{8} - 2 + 1\right) \left(\frac{1}{16} - 2 + 1\right) \left(\frac{1}{32} - 2 + 1\right) = n$$

إذا كانت

فإن  $n$  تساوي

- (أ)  $\frac{1}{32} - 2 - 1$   
 (ب)  $1 - \left(\frac{1}{32} - 2 - 1\right)$   
 (ج)  $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{32} - 2 - 1\right)$   
 (د)  $1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{32} - 2 - 1\right)$   
 (هـ)  $\frac{1}{2}$

### السؤال العاشر

عدد الطرق التي يمكن بها توزيع ١٨ قلماً على ثلاث أولاد بحيث لا يأخذ أي منهم أكثر من ٩ أقلام يساوي

- (أ) ٦  
 (ب) ٧٣  
 (ج) ٥٥  
 (د) ٦٠  
 (هـ) ٦٤

### السؤال الحادي عشر:

عدد الطرق المختلفة لاختبار ٤ مدرسين من بين ١٥ مدرساً يجلسون حول طاولة مستديرة بشرط ألا تختار مدرسين متجاورين يساوي

- (أ) ٦٥٠  
 (ب) ٤٧٠  
 (ج) ٤٥٠  
 (د) ٥٦٠  
 (هـ) ٣٦٤

### السؤال الثاني عشر:

كُتبت الأعداد الفردية الموجبة على صورة مثلث كما يلي

			١						
			٧	٥	٣				
		١٧	١٥	١٣	١١	٩			
	٣١	٢٩	٢٧	٢٥	٢٣	٢١	١٩		
٤٩	٤٧	٤٥	٤٣	٤١	٣٩	٣٧	٣٥	٣٣	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

بحيث يزيد عدد الأعداد في كل سطر عن سابقه بعددين، ويبدأ كل سطر بالعدد الفردي التالي للعدد الذي يحتل نهاية السطر الذي يسبقه مباشرة. العدد الأوسط في السطر العشرين هو

- (أ) ٦٥٩  
 (ب) ٧٦١  
 (ج) ٤٥٣  
 (د) ٥٢٧  
 (هـ) ٨٤٥

### السؤال الثالث عشر:

المتتابعة  $١٧، ٢٧، ٣٧، ٤٧، \dots$  متتابعة تزايدية من الأعداد المكونة من مجموع القوى المختلفة للعدد ٣ وهي: ٣، ٩، ١٢، ٢٧، ٣٠، ٣٦، ٣٩،  $\dots$  (لاحظ الحدود هي نفسها)

$(\dots, 13 + 23 + 33, 23 + 33, 13 + 33, 33, 13 + 23, 23, 13)$ .

ترتيب العدد  $3^6 = 6561$  في هذه المتتابعة هو

- (أ) ١١٦  
 (ب) ١٣٠  
 (ج) ١٢٠  
 (د) ١٦٠  
 (هـ) ١٢٨

### السؤال الرابع عشر:

مجموع كل الأعداد الصحيحة الموجبة المكونة من ٤ أرقام ( أو خانات) كل خانة منها تحتوي على أحد أرقام المجموعة  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  بحيث يظهر كل من هذه الأرقام مرة واحدة على الأكثر هو

- (أ) ٣٩٩٩٦٠  
 (ب) ٤٠٠٠٠٠  
 (ج) ٣٦٠٠٠٠  
 (د) ٤٦٠٠٠٠  
 (هـ) ٣٩٩٦٦٠

### السؤال الخامس عشر:

عدد الأصفار في يمين العدد

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 999 \times 1000 = !1000$$

يساوي

- (أ) ٢٤٠  
 (ب) ٢٣٠  
 (ج) ٢٥٠  
 (د) ٢٤٩  
 (هـ) ٢٢٠

### السؤال السادس عشر:

نريد كتابة لوحات مختلفة، مثل لوحات السيارات، كل منها يحتوي على ١٠ حروف اختيرت فقط من الثلاثة حروف ا، ب، ج بحيث يكون تكرار الحرف ا مساوياً لتكرار الحرف ج. عدد اللوحات المختلفة

يساوي

- (أ) ١١٠٧  
 (ب) ١٢٦٠  
 (ج) ٢٥٢

(د) ٣١٥٠

(هـ) ٨٩٥٣

مثال: **ب ج ا ب ج ا ب ج ا ب**السؤال السابع عشر:

في دوري التنس لإحدى المدارس سيلعب  $n$  من المدرسين و  $2n$  من الطلاب بحيث يلعب كل لاعب مباراة واحدة فقط مع كل لاعب آخر، وفي كل مباراة يجب أن يفوز أحد المتسابقين ( لا يسمح بالتعادل).

إذا كانت نسبة عدد المباريات التي فاز فيها المدرسون إلى تلك التي فاز فيها الطلاب تساوي  $\frac{7}{6}$  فما قيمة

العدد  $n$ ؟ الجواب هو

(أ) ٢

(ب) ٣

(ج) ٦

(د) ١٢

(هـ) ٢٣

## أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

### السؤال الثامن عشر:

إذا كان ثمة خلل في عداد قياس المسافة في سيارة ما، بحيث أن العداد لا يُظهر العدد ٤ بل تقفز قراءة العداد من ٣ إلى ٥ مباشرة في جميع خانات العداد، على سبيل المثال فإن قراءة العداد تقفز من ٠٠٠١٣٩ إلى ٠٠٠١٥٠ بعد أن تسير السيارة كيلومتراً واحداً. إذا كانت قراءة العداد الحالية هي ٠٠٣٠٠٠ فما ثلث المسافة الحقيقية التي قطعها السيارة؟

### السؤال التاسع عشر:

ارسم مربعاً طول ضلعه ١٢ سم، وقسمه إلى ١٤٤ مربعاً، طول ضلع كل منها ١ سم، عن طريق رسم خطوط أفقية وعمودية. أوجد عدد المربعات الموجودة في الشكل الناتج.

### السؤال العشرون:

إذا كان لدينا ١٠ علب من عصير التفاح و ٨ علب من عصير العنب و ٧ علب من عصير المانجو. أوجد عدد الطرق التي يمكن بها اختيار ١٥ علبة عصير من هذه العلب.

### السؤال الحادي والعشرون:

وُضعت نقطة على كل رأس من رؤوس المستطيل  $ABCD$ ، كما وضعت نقطتان وثلاث نقاط، وأربع نقاط وخمس نقاط على الأضلاع  $AB$ ،  $BC$ ،  $CD$ ،  $DA$ ، على الترتيب. أوجد عدد المثلثات الحقيقية التي تقع رؤوسها على هذه النقاط.

### السؤال الثاني والعشرون:

أوجد عدد الطرق المختلفة لتعليق ٣ أعلام مختلفة على ٥ سوارى ثابتة على جانب طريق مستقيم. (يمكن تعليق أكثر من علم على السارية الواحدة)

### السؤال الثالث والعشرون:

إذا كانت  $n$  تساوي مجموع أرقام الأعداد الموجودة في المتتابعة:  $1, 2, 3, \dots, 1000000$ . أوجد  $n - 180000$ .

### السؤال الرابع والعشرون:

لنأخذ المتتابعة التالية  $\{1\}$ ،  $\{2, 3\}$ ،  $\{4, 5, 6\}$ ،  $\{7, 8, 9, 10\}$ ، ... حيث تحتوي كل مجموعة على عنصر زيادة عن المجموعة السابقة وحيث تبدأ عناصرها بالعدد التالي للعنصر الأخير في المجموعة السابقة. على فرض أن  $s_n$  يمثل مجموع الأعداد في المجموعة  $n$ ، أوجد  $s_{10}$  (أي أوجد مجموع الأعداد الموجودة في المجموعة ١٢ الثانية عشر).

### أسئلة نصية

#### السؤال الخامس والعشرون:

اخترنا خمسة أعداد من الجدول الآتي بشرط عدم اختيار عديدين من نفس السطر أو من نفس العمود. أثبت أن الأعداد الخمسة هذه دائماً لها نفس المجموع.

١٣	١٠	٧	٤	١
٢٨	٢٥	٢٢	١٩	١٦
٤٣	٤٠	٣٧	٣٤	٣١
٥٨	٥٥	٥٢	٤٩	٤٦
٧٣	٧٠	٦٧	٦٤	٦١

#### السؤال السادس والعشرون:

ما هو عدد الكلمات التي تحتوي على ٢٠ حرفاً نصفها جـ والنصف الآخر ر وتحقق الخاصية التالية: عندما تقرأ من اليمين إلى اليسار فإن عدد حروف جـ عند أي مكان لا تقل عن عدد حروف ر.

#### السؤال السابع والعشرون:

أوجد عدد الكلمات المكونة من ٨ حرفاً من حروف المجموعة  $S = \{ا، ب، ج، د\}$  وتحتوي على عدد زوجي من الحرف ر.

## أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

### السؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٧٢):

المجموعة  $S$  مكونة من عشرة أعداد من الأعداد التالية:  $١٠, ١١, ١٢, ١٣, ١٤, ١٥, ١٦, ١٧, ١٨, ١٩$ . أثبت أنه يمكن دائماً إيجاد مجموعتين جزئيتين منفصلتين من  $S$  بحيث يكون مجموع عناصر الأولى مساوياً لمجموع عناصر الثانية.

### السؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٧٢):

$n$  و  $m$  عدنان صحيحان موجبان. أثبت أن العدد  $n!m!$  يقسم العدد  $(n+m)!$ .

### السؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٦٧):

في إحدى المسابقات وزعت  $m$  من الميداليات على مدى  $n$  من الأيام ( $n < ١$ ). في اليوم الأول وزعت ميدالية واحدة و  $\frac{1}{n}$  مما تبقى من الميداليات. في اليوم التالي وزعت ميداليتين و  $\frac{1}{n}$  مما تبقى من الميداليات، وهكذا. في آخر يوم وزعت ما تبقى من الميداليات وعددها  $n$ . ما العدد الكلي للميداليات؟ وما عدد الأيام التي وزعت فيها الميداليات؟

## ٢-٤ أسئلة في الهندسة

## أسئلة الاختيار من متعدد

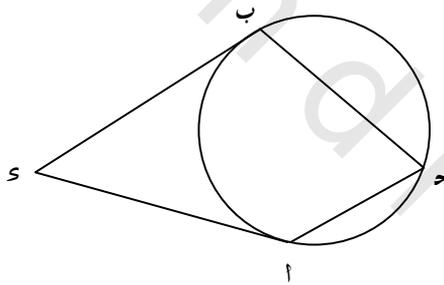
السؤال الأول:

لدينا أربع نقاط  $أ، ب، ج، د$  في المستوى. إذا كان  $|أب| = |بج| = |جس| = |سأ|$  فإن  $\widehat{أب} =$

- (أ)  $١٥^\circ$   
 (ب)  $٣٠^\circ$   
 (ج)  $٤٥^\circ$   
 (د)  $٦٠^\circ$   
 (هـ)  $٩٠^\circ$

السؤال الثاني:

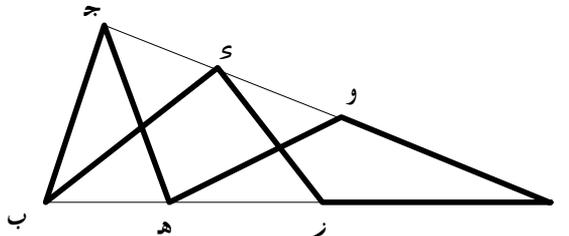
في الشكل المرفق،  $\widehat{س} = ٤٢^\circ$  والقطعتان المستقيمتان  $أس$  و  $سب$  تماسان الدائرة.  $\widehat{بجأ} =$



- (أ)  $٢١^\circ$   
 (ب)  $٤٢^\circ$   
 (ج)  $٤٨^\circ$   
 (د)  $٦٩^\circ$   
 (هـ)  $٩٠^\circ$

السؤال الثالث:

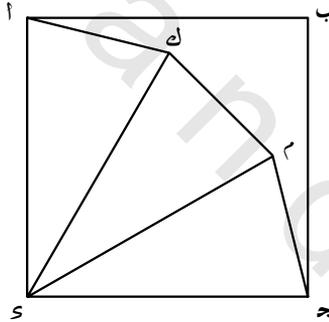
في الشكل المرفق إذا كان  $|أز| = |زس| = |سب| = |بج| = |جه| = |هو| = |وا|$ ، فإن  $\widehat{أ} =$



- (أ)  $\frac{360}{29}$   
 (ب)  $150$   
 (ج)  $\frac{180}{11}$   
 (د)  $\frac{180}{7}$   
 (هـ)  $30$

### السؤال الرابع:

النقطتان  $ك$  و  $م$  تقعان داخل المربع  $ا ب ج د$  بحيث يكون  $|ا س| = |ك س| = |م س| = |ا ج|$  و  $\widehat{ا ك س} = \widehat{ك م س} = \widehat{م ا س}$ . المثلث  $\Delta ب ك م$

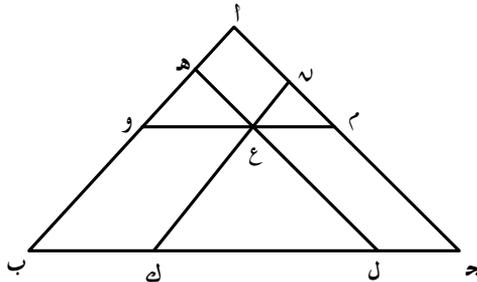


- (أ) متطابق الأضلاع  
 (ب) فيه ضلعان فقط متطابقان  
 (ج) منفرج الزاوية  
 (د) قائم  
 (هـ) مختلف الأضلاع

### السؤال الخامس:

النقاط  $ك$ ،  $ل$ ،  $م$ ،  $ن$ ،  $هـ$ ، و تقع على أضلاع  $\Delta ا ب ج$  كما في الشكل المرفق. القطع المستقيمة  $و م$  و  $ل هـ$  و  $ن ك$  موازية على التوالي لـ  $ب ج$  و  $ج ا$  و  $ا ب$  و تمر جميعها في  $ع$ .

$$= \frac{|هـ و|}{|ا ب|} + \frac{|ن م|}{|ا ج|} + \frac{|ل ن|}{|ب ج|}$$



- (أ)  $\frac{1}{5}$   
 (ب)  $\frac{1}{4}$   
 (ج)  $\frac{1}{3}$   
 (د)  $\frac{1}{2}$   
 (هـ) ١

### السؤال السادس:

في  $\Delta$  ا ب ج  $|ا| = |ب| = |ج| = ١٠$  و  $|ا ب ج| = ١٦$ . إذا كانت س هي طول المتوسط من ب إلى ا ج وكانت ص هي نصف قطر الدائرة الداخلية (الدائرة التي تمس أضلاع المثلث من الداخل) فإن

- (أ)  $س = ٣\sqrt{١٧}$  ،  $ص = \frac{٧}{٣}$   
 (ب)  $س = \sqrt{١٧}$  ،  $ص = \frac{٧}{٣}$   
 (ج)  $س = ٣\sqrt{١٧}$  ،  $ص = \frac{٨}{٣}$   
 (د)  $س = ٤\sqrt{١٧}$  ،  $ص = \frac{٧}{٣}$   
 (هـ)  $س = ٤\sqrt{١٧}$  ،  $ص = \frac{٨}{٣}$

### السؤال السابع:

ا ب ج د هـ هرم ثلاثي. قياس أطوال أضلاعه الستة ٧، ١٣، ١٨، ٢٧، ٣٦، ٤١. إذا كان طول الضلع ا ب يساوي ٤١ فإن طول الضلع ج د

- (أ) ٧  
 (ب) ١٣  
 (ج) ١٨  
 (د) ٢٧  
 (هـ) ٣٦

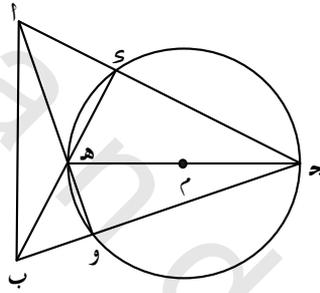
السؤال الثامن:

يمكن للارتفاعات الثلاثة في المثلث أن تكون

- (أ) ٣، ٢، ١  
 (ب) ٥، ٤، ٢  
 (ج) ٥، ٥، ٢  
 (د) ٧، ٦، ٤  
 (هـ) ١١، ٩، ٤

السؤال التاسع:

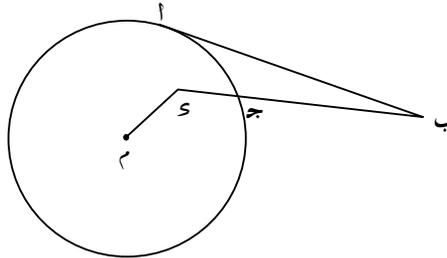
في الشكل المرفق،  $\mathcal{M}$  مركز الدائرة و  $\widehat{SAH} = 40^\circ$  و  $\widehat{S\hat{H}O} = 40^\circ$ .  $\widehat{HAB} =$



- (أ)  $15^\circ$   
 (ب)  $30^\circ$   
 (ج)  $45^\circ$   
 (د)  $60^\circ$   
 (هـ)  $90^\circ$

السؤال العاشر:

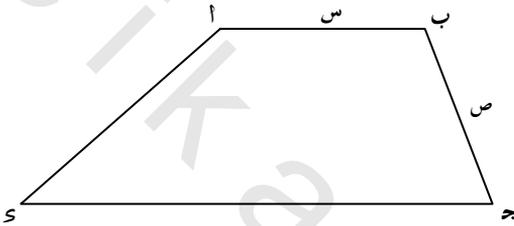
في الشكل المرفق  $\mathcal{A}$  مماس للدائرة التي مركزها  $\mathcal{M}$  في نقطة  $\mathcal{A}$ . إذا كانت  $|\mathcal{A}\mathcal{B}| = |\mathcal{A}\mathcal{S}| = 3$  ،  $|\mathcal{S}\mathcal{M}| = 2$  ،  $|\mathcal{A}\mathcal{M}| = 6$  فإن نصف قطر الدائرة يساوي



- (أ) ٢  
 (ب) ٣  
 (ج)  $\sqrt{11}$   
 (د)  $\sqrt{17}$   
 (هـ)  $\sqrt{22}$

السؤال الحادي عشر:

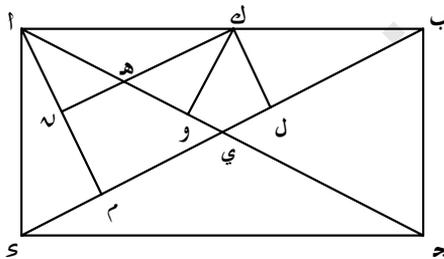
في شبه المنحرف المرفق  $أبجس$  ،  $\hat{ب} = \hat{س} = ٢$  . إذا كانت  $|أب| = |س|$  و  $|أبج| = |ص|$  فإن  $|جس| =$



- (أ)  $٢ص - س$   
 (ب)  $٢ص + س$   
 (ج)  $س + ص$   
 (د)  $٢س + ص$   
 (هـ)  $٣س - ص$

السؤال الثاني عشر:

في الشكل المرفق  $ك$  أي نقطة على الضلع  $أب$  في المستطيل  $أبجس$  ،  $كع \perp ب س$  ،  $كد \perp أ ج$  ،  $كأ \perp ب س$  ،  $كف \perp أ ج$  . أي من المقادير التالية يساوي دائماً المقدار  $|كف| + |كع|$  ؟



- (أ)  $|كف|$   
 (ب)  $|أي|$   
 (ج)  $|كف| + |كع|$   
 (د)  $|كأ|$   
 (هـ)  $|أي|$

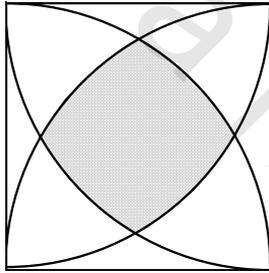
السؤال الثالث عشر:

وُضع مضلع منتظم عدد أقطاره ٢٠ ومساحته  $١٤٤\sqrt{٣}$  داخل دائرة. مساحة الدائرة تساوي

- (أ)  $٩\sqrt{٣}$  ط  
 (ب) ٣٦ ط  
 (ج) ٧٢ ط  
 (د)  $١٤٤\sqrt{٣}$  ط  
 (هـ)  $١٤٤\sqrt{٣}$  ط

السؤال الرابع عشر:

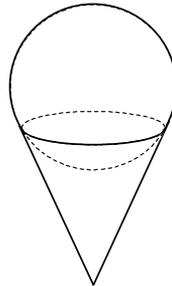
رُسمت أربعة أرباع لدوائر مراكزها رؤوس مربع طول ضلعه  $٣\sqrt{٣}$  كما هو مبين في الشكل. مساحة الجزء المظلل تساوي



- (أ)  $٣ - ٣ + ٣\sqrt{٣}$  ط  
 (ب)  $٣ + ٣ + ٣\sqrt{٣}$  ط  
 (ج)  $٣ + ٣ - ٣\sqrt{٣}$  ط  
 (د)  $٣ - ٣\sqrt{٣}$  ط  
 (هـ)  $٣ - ٣\sqrt{٣}$  ط

السؤال الخامس عشر:

كرة من المثلجات (الآيس كريم) نصف قطرها ٢ سم فوق مخروط من البسكويت نصف قطر قاعدته  $٣\sqrt{٣}$  سم. الكرة تمس جميع الارتفاعات الجانبية في مخروط البسكويت. أكل خالد بعضاً من "الآيس كريم" ووجد أن ما تبقى يملأ المخروط بالضبط. حجم "الآيس كريم" الذي أكله خالد بالسنتيمتر المكعب يساوي



- (أ)  $\frac{٣\sqrt{٣}}{٣}$  ط  
 (ب) ٣ ط  
 (ج) ٣ ط  
 (د)  $\frac{٢٣}{٣}$  ط  
 (هـ)  $\frac{٣٢}{٣}$  ط

السؤال السادس عشر:

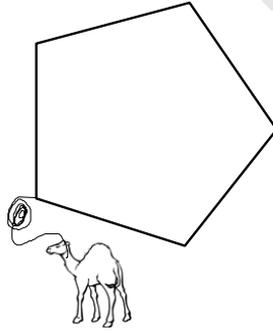
لدينا كأس اسطواني فارغ طوله ٨ سم ونصف قطره ٢ سم، تقف نملة في منتصف سطحه الخارجي. طول أقصر مسافة يتوجب على النملة مشيها بالسنتيمتر إذا أرادت الوصول إلى نقطة تقع على السطح الداخلي للكأس في الجهة الأخرى المقابلة تماماً للنقطة التي تقف عليها، يساوي



- (أ)  $2\sqrt{16+2}$   
 (ب)  $2+4$   
 (ج)  $2+8$   
 (د)  $4+4$   
 (هـ) ١٢

السؤال السابع عشر:

لدينا حظيرة على شكل مضلع خماسي منتظم طول ضلعه ٦ أمتار، رُبط بأحد أركانها الخارجية جمل بطرف حبل طوله ١٠ أمتار، كما في الشكل. المساحة المتاحة لحركة الجمل بالمتر المربع تساوي

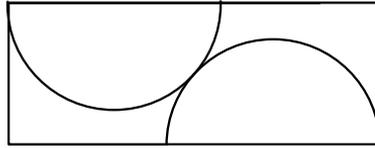


- (أ)  $\frac{379}{5}$   
 (ب)  $\frac{381}{5}$   
 (ج)  $\frac{382}{5}$   
 (د)  $\frac{387}{5}$   
 (هـ)  $\frac{389}{5}$

### أسئلة إجاباتها أعداد صحيحة من صفر إلى ٩٩٩

#### السؤال الثامن عشر:

يريد خياط أن يقص نصفين دائرتين متطابقتين من قماش مستطيل الشكل طوله ١٦٠ سم وعرضه ٨٠ سم كما هو موضح في الشكل. قياس قطر إحدى الدائرتين يساوي

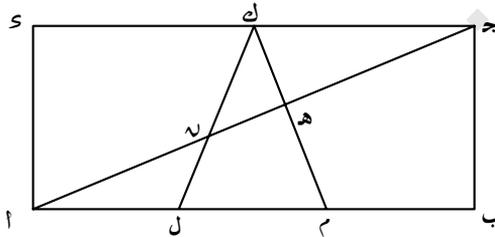


#### السؤال التاسع عشر:

في  $\Delta ABC$ ،  $\hat{A} = 100^\circ$  و  $\hat{B} = 50^\circ$ . النقطة  $K$  تقع على الضلع  $BC$  بحيث يكون  $AK$  ارتفاعاً في المثلث، بينما تقع النقطة  $M$  على الضلع  $AC$  بحيث يكون  $BM$  متوسطاً في المثلث. الزاوية  $\hat{M}$  بالدرجات تساوي

#### السؤال العشرون:

النقطتان  $L$  و  $M$  تقعان على  $AB$  في المستطيل  $ABCD$  بحيث يكون  $|AL| = |LM| = |MB|$  و  $K$  منتصف الضلع  $CD$ .  $AK$  يقطع  $DL$  في  $N$  و  $DM$  في  $H$ . إذا كانت مساحة المستطيل  $ABCD$  تساوي ٦٠ فإن مساحة  $\Delta KHL$  تساوي



#### السؤال الحادي والعشرون:

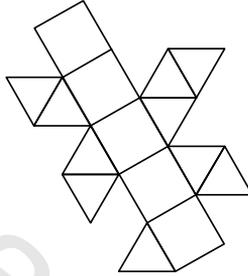
لـ  $M$  و  $N$  أطوال أضلاع في مثلث. إذا كانت  $L = 5$  و  $M = 11$  و  $N$  عدداً صحيحاً فإن مجموع قيم  $N$  الممكنة بحيث يكون المثلث منفرجاً يساوي

**السؤال الثاني والعشرون:**

أكبر عدد ممكن من الأضلاع لمضلع محدب فيه بالضبط ثلاث زوايا داخلية منفرجة هو

**السؤال الثالث والعشرون:**

ينتج الشكل المرفق، والمكون من عشرة مثلثات متطابقة الأضلاع وخمسة مربعات متطابقة، إذا فردنا متعدد سطوح مكون من خمسة عشر وجهاً. عدد رؤوس متعدد السطوح يساوي

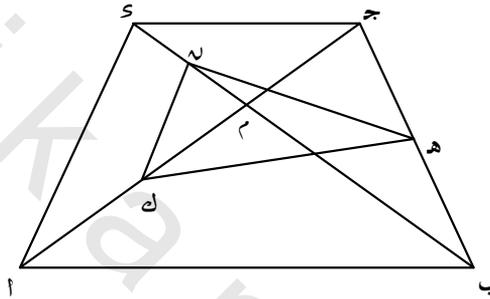
**السؤال الرابع والعشرون:**

أ ب ج هـ هرم ثلاثي منتظم، المسافة من منتصف الضلع أ ب إلى منتصف الضلع ج د تساوي ٦. حجم الهرم يساوي

### أسئلة نصية

#### السؤال الخامس والعشرون:

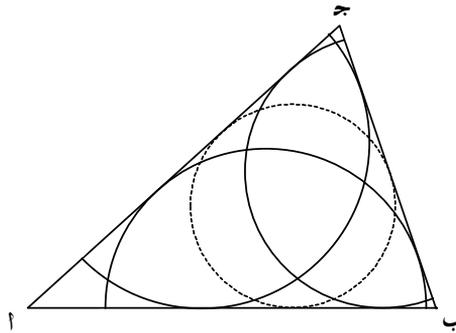
أبج س شبه منحرف متطابق الساقين،  $س // ج$  و  $|س| = |بج|$ . يتقاطع  $ا$  و  $ب س$  في نقطة  $م$  حيث  $\widehat{بم} = 60^\circ$ . النقاط  $ك$  و  $ن$  و  $هـ$  تنصف القطع المستقيمة  $ا$  و  $س$  و  $بج$  على التوالي. أثبت أن  $\Delta كنه$  متطابق الأضلاع.



#### السؤال السادس والعشرون:

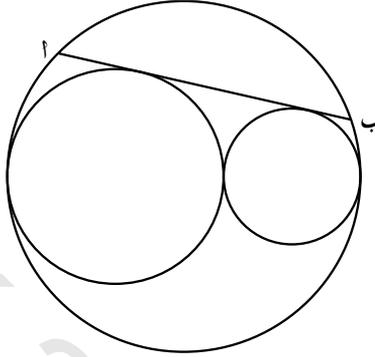
رسمنا نصف دائرة نصف قطرها  $نوه$  في المثلث الحاد  $ا ب ج$  بحيث تكون قاعدتها على الضلع  $ا ب$  وتمس الضلعين  $ا ج$  و  $ب ج$  من الداخل. ورسمنا بنفس الطريقة نصفي دائرتين على الضلعين الآخرين، كما هو موضح في الشكل. إذا كانت  $نوه$  هي نصف قطر الدائرة الداخلية للمثلث، أثبت أن

$$\frac{1}{نوه} + \frac{1}{نوه} + \frac{1}{نوه} = \frac{2}{نوه}$$



السؤال السابع والعشرون:

في الشكل التالي، نصف قطرَي الدائرتين الصغيرتين المتماستين من الخارج ٦ و ٤ . الدائرتان تماسان الدائرة الكبيرة من الداخل. أوجد طول القطعة المستقيمة ب أ التي تماس كلتي الدائرتين الصغيرتين.



## أسئلة من أولمبياد الرياضيات العالمي

### السؤال الثامن والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٦٤):

رُسمت ثلاثة مماسات للدائرة الداخلية في  $\Delta ABC$  موازية لأضلاعه الثلاثة. كل مماس من هذه المماسات يكون مثلثاً صغيراً مع ضلعين من أضلاع المثلث. في كل من هذه المثلثات الصغيرة رُسمت دائرة داخلية. أوجد مجموع مساحات الدوائر الأربعة الداخلية.

### السؤال التاسع والعشرون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٨٩):

أ ب ج م مضلع محدب حيث  $|AB| = |BC| = |CA|$ . تقع النقطة م داخل المضلع وعلى مسافة ع من الضلع ج م بحيث يكون  $|AM| = |CM| + |BC|$  و  $|BM| = |CM| + |BC|$ . اثبت أن

$$\frac{1}{|AB|} + \frac{1}{|CA|} \leq \frac{1}{|CM|}$$

### السؤال الثلاثون (أولمبياد الرياضيات العالمي ١٩٦٠):

فُسم الوتر ب ج في المثلث القائم  $\Delta ABC$  والذي طوله س إلى عدد فردي (ن) من القطع المستقيمة المتطابقة. إذا كان طول الارتفاع المرسوم من رأس القائمة إلى الوتر يساوي ع والقطعة المستقيمة الوسطى على الوتر الناتجة عن التقسيم تقابل زاوية قياسها ن في الرأس أ، اثبت أن

$$\frac{en}{s} = \tan \theta$$

## الإجابات

سؤال	الجبر	نظرية الأعداد	التركيبات	الهندسة
١	أ	هـ	أ	ب
٢	أ	د	ج	د
٣	ب	د	أ	د
٤	ب	ب	أ	أ
٥	هـ	هـ	أ	هـ
٦	ب	هـ	أ	ج
٧	ج	أ	أ	ب
٨	ج	ج	ب	د
٩	أ	ب	د	ب
١٠	ج	أ	ج	ط
١١	ب	أ	ج	ج
١٢	ب	د	ب	د
١٣	ب	د	هـ	ج
١٤	هـ	ب	أ	أ
١٥	د	ب	د	د
١٦	ب	هـ	هـ	أ
١٧	ج	ج	ب	ج
١٨	٥٠	٨	٧٢٩	١٠٠
١٩	٨٨	٦٨٦	٦٥٠	٣٠
٢٠	٩٩٩	١٤٣	٥٧	٤
٢١	٢	٩	٧٤٧	٦٦
٢٢	١	٤٤١	٢١٠	٦
٢٣	٨١	٧٢٥	١	١٢
٢٤	١٠٩	٣٦٠	٨٧٠	٧٢