

فلسفة العلوم الرياضية

نصحيح ونوضيح

كتب الأستاذ أحمد فؤاد الأهواني (١) في مقاله « فلسفة العلوم الرياضية » عن هندسة إقليدس وسبب سقوطها في العصر الحاضر ، وذكر أن القضايا الثلاث المسلم بها في هذه الهندسة هي :

أ - لا يمكن أن نرسم إلا مستقيماً واحداً بين نقطتين .

ب - الخط المستقيم هو أقصر طريق بين نقطتين .

ج - من نقطة واحدة لا يمكن أن نرسم إلا موازياً واحداً لمستقيم معلوم .

وهو يؤكد أنها وأمثالها أساس سقوط هندسة إقليدس ، وذلك لما ظهر فيها من الخطأ ؛ ولسكى يثبت سقوط القضية الثانية مثلاً قال : إن أقصر طريق بين القاهرة وبرلين هو قوس دائرة ، لأنه لو كان خطاً مستقيماً لاحتجت أن تشق الأرض وهذا مستحيل (٢) .

هكذا ترى أنه يرتكز في برهانه الرياضي على استحالة شق الأرض ، وهذا - فيما نرى - ليس معهوداً في أساليب البرهان الرياضي ؛ فكثير من فروض الرياضة وبراهينها ما يقبلها العقل وبمدها حقيقة واقعة ، بينما لا نستطيع إجرائها عملياً ؛ فإليك مثلاً: فوائين النهايات التي يبني عليها علم التفاضل والتكامل الذي هو أهم فروع الرياضة العالية ، فهل نستطيع حقاً الوصول إلى ما لا نهاية ؟ لا شك أن هذا مستحيل ؛ ولكنك ترى أننا نستطيع إجراء ذلك بكل سهولة في العقل المجرد ؛ وإليك مثلاً أقرب الفروض إلينا ؛ وهو تعريف النقطة بأنها وضع مجرد من الأبعاد ؛ فهل نستطيع عملياً أن نأتي بهذا الوضع ؟ طبعاً لن نستطيع ؛ ولكن الحقيقة أننا نتصور هذا الوضع في العقل المجرد أيضاً ؛ ومن هنا نرى أننا لو أردنا استعمال مثل ذلك البرهان لسقطت فروض رياضية لا عد لها ولا حصر ، ولأخذت الرياضة مجرى غير هذا المجرى ، وأصبحت في النهاية تجارب طبيعية تقبل منها ما نستطيع إجرائه ونرفض ما لا نستطيع . وهذه نظرية النسبية Relativity آخر ما وصل إليه الانسان من علوم الرياضة والطبيعة ، تناولت في جللتها كثيراً من البديهيات الرياضية تحولتها ونقضتها ، وبرهنت لنا أن كل ما نراه من الحقائق نسبي محض - مما لم يقننه إليه إقليدس - ولكننا لم نعهد في براهينها مثل هذا البرهان .

(١) مجلة المعرفة عدد أغسطس سنة ١٩٣٢ ص ٩١ .

(٢) ص ٩٥ : من « المعرفة » ج ٤ ص ٣ .

وأصبح الشعاع h يوازي المستقيم l ؛ ومعنى ذلك أن النقطة h تترك الأبعاد المحدودة لتختفي في ما لا نهاية ، وذلك بسبب زيادة صغيرة في الزاوية β ؛ وجلي جداً أن هذا بعيد التصور .

من أجل ذلك قال لوبانشوسكى Lobatchewsky : إن $\beta = 0$ ، $\beta = 90$ ، $\beta = 180$ (وهما الوضعان اللذان يندما تختفي h في ما لا نهاية) يكونان زاوية تختلف قليلاً عن القائمتين ، وإنه يوجد عدد لا نهائي من المستقيبات الأخرى - المنقوطة - محصورة بينهما لا تقابل المستقيم l على مسافات محدودة ، فهي بذلك توازيه ؛ بينما قال ريمان Riemann : إننا لا حاجة بنا إلى فرض اللانهاية ؛ ولنفرض أنه إذا تحركت النقطة h على المستقيم l باستمرار ، مبتدئة من β في أحد الاتجاهين ، فإنها تعود إلى الوضع β ثانياً من الاتجاه الآخر ، وذلك لأن الكون منحني على نفسه ، فلا بد أن يكون كل مستقيم فيه منحنيًا على نفسه .

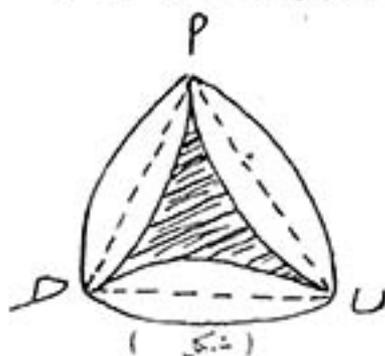
وهكذا نرى أن النقطة h لا تترك المستقيم l ، ولا تختفي في ما لا نهاية ؛ وبذلك فلا يمكن رسم أي مستقيم من h يوازي المستقيم l ؛ ومن هنا نرى كيف أخذ العلماء ينظرون إلى هندسة إقليدس من هذه الناحية ، وكيف أن الاختلاف في تحديد خواص الخط المستقيم أدى إلى برهنة أنه ليس بحقيقي أن من قطعة واحدة يمكن رسم مستقيم واحد يوازي مستقيماً آخر .

٢ - الفراغ

زعم إقليدس - من غير دليل أو برهان - أن الفراغ مسطح لا انحناء فيه ، وأنتا نستطيع أن نتخذ فيه ما شئنا من السطوح المستوية ؛ ولكن هذا على خلاف ما تقوله النسبية ، التي تبهرنا أن الفراغ منحني ، وأن كل ما نراه من خطوط ومستويات نسبي محض ؛ ولما أراد (نيوتن) استعمال هندسة إقليدس المستوية في تسجيل أبحاثه اضطر إلى إدخال فروض كثيرة ، منها فرض الجاذبية مثلاً ، حيث يقول : إن أي جزأين من المادة يجذبان بعضهما حسب القانون $\frac{K_1 \times K_2}{r^2}$ (حيث K ، r هما الوزن والمسافة) ، وإلا فلماذا تسير الكواكب - كالارض - مثلاً - في أفلاكها المنحنية ؟ قال نيوتن : ذلك لأنها تجذب بعضها البعض ؛ أما النسبية فتقول : إنه ليس هنالك جاذبية ، بل إننا لو تركنا الكواكب حرة تسير في الفضاء ، فإنها - أفاراً لانحنائه - تسير في هذه الأفلاك المنحنية ، وإن أشعة الشمس المنحنية التي نراها عند كسوفها إنما هي دليل بين على هذا الانحناء ؛ وعلى ذلك لو أننا أردنا أن تتحرك من قطعة إلى أخرى متخذين أقرب طريق ممكن ، فلا بد أن تسير في منحني تبعاً لطبيعة الكون .

ولقد شبه إنشتين Einstein فقاعة الصابون التي كلما شحنتها بالكهرباء كلما ازداد حجمها

بالكون الذي كما شحنه بالمادة كما ازداد حجمه أيضاً ؛ فهو يقول إننا نستطيع أن نعين حجم مادة الكون بالضبط ، وكذلك تاريخها - الماضي والحاضر والمستقبل - من جراء ذلك التشبيه ؛ ولقد أبدت المشاهدات الفلكية صحة نتائجها تماماً ؛ وعلى ذلك فليس هنالك أي خط



مستقيم ، وليست هنالك سطوح مستوية كما زعم إقليدس ؛ ومن هنا يتبين لماذا لا يمكن أن يكون مجموع زوايا المثلث قائمتين كما هو مبين في (شكل ٢) ، حيث يتضح أنه نظراً لانحناء الأضلاع كانت مجموع زوايا مثلث إقليدس - وهو المنقوطة - أكثر من مجموع زوايا المثلث الداخلي المثلث ، وأقل من مجموع زوايا المثلث الخارجي .

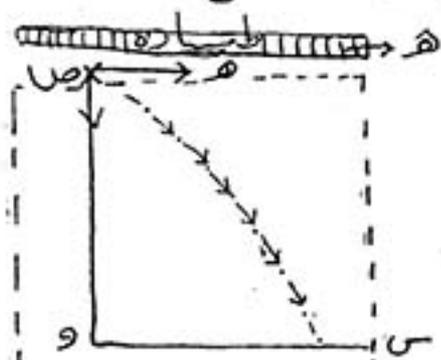
٣ - العالم

هذه هي أهم نقط الضعف الظاهرة في هندسة إقليدس ، فهو يزعم أن :
 (١) يتكون العالم من قطع مكانية ، وعلى ذلك فنحن ننتقل فيه من نقطة إلى نقطة ؛ ولقد أثر هذا الزعم في نيوتن الذي أعطانا فكرة المكان المطلق Absolute space .
 (٢) لا دخل للزمان في هندسته ، فالزمان عنده شيء مستقل عن المكان ، مما جعل نيوتن - أيضاً - يعطينا فكرة الزمان المطلق Absolute time ؛ وأخيراً قال العالم مينكوسكي Minkowski : إن عالمنا هذا عالم حوادث Events ، فهو متغير على الدوام ، وعلى ذلك فهو يتكون من الحوادث التي نراها ونحسها لا من قطع مكانية ؛ وما حياتنا إلا سلسلة من الحوادث لا سلسلة من النقاط ؛ ولننظر الآن ممّ تتركب هذه الحوادث ؟ إنها تحدث في مكان معين ، وزمان معين ، ولذلك فهي تتركب من مكان و زمان معاً ؛ أي أنها ذات أربعة أبعاد ، وتقاس في الرياضة بالأحداثيات s, c, e, l ، حيث $l = \sqrt{1 - v^2}$ ، v الزمان بالنزوان ، l سرعة الضوء .^٥

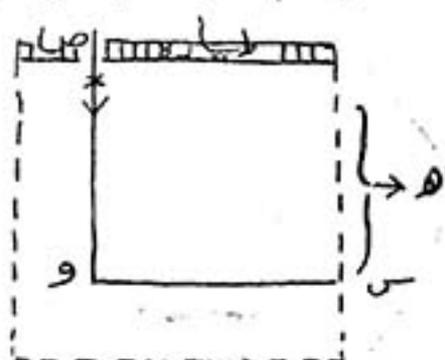
ولقد أثبت مينكوسكي هذا أن الكمية $\sqrt{(s_1 - s_2)^2 + (e_1 - e_2)^2 + (l_1 - l_2)^2}$ تساوي كمية ثابتة دائماً ، أي أنها مطلقة - حيث الرمز l ، e لتمييز أحداثيات نقطتين معينتين - ؛ وعلى أن هذه الكمية ليست بالزمان ولا بالمكان ، ولكن خليطاً منهما يسمى الزمان المكاني Space-time الذي استطعنا به التغلب على كثير من الأخطاء التي طالما ارتكبتها باستعمال هندسة إقليدس الناقصة .

^٥ براد من كتاب الأحداثيات : الأبعاد الناقصة من جهة معلومة في اتجاهات عدة .

فتلأ، لنفرض أن شخصاً ما أسقط حجراً صغيراً من طيارة تسبح به أفقياً في الهواء بالسرعة هـ في الثانية، ثم أخذ يلاحظه (شكل ١٣) فإنه يراه يسقط بحيث تخضع سرعته الرأسية من



الارض
(شكل ١٣)



الارض
(شكل ١٢)

في الثانية $s = \sqrt{2 \times h}$ حيث h عجلة الجاذبية .
وتخضع سرعته الأفقية s للقانون $s = \text{صفر} \times t = \text{صفر}$

وعلى ذلك فسرعته المحصلة هي $v = \sqrt{s^2 + s^2} = \sqrt{2 \times s^2} = \dots$

ولكن إذا كان هنالك من ينظر إلى ذلك الحجر من سطح الأرض كما في (شكل ١٣) فإنه يراه كأنه يسير في خط منحنٍ واسع (قطع مكافئ)، وهو سلسلة السهام المنقولة في الشكل، حيث تخضع سرعته: الرأسية والأفقية للقانونين: $s = \sqrt{2 \times h}$ ، $s = \text{صفر}$ على الترتيب؛ وعلى ذلك فسرعته المحصلة بعد الزمن t هي $v = \sqrt{s^2 + s^2}$

أي أنها $v = \sqrt{2 \times s^2} = \sqrt{2 \times 2 \times h} = 2 \times \sqrt{h}$

وبمقارنة ١، ٢ نرى أننا اختلفنا في قياس سرعة ذلك الحجر؛ هنا يقول إنشتين: إنه باستعمال الزمان المكاني عند ما يكون الشخصان في حركة نسبية - كالذي بالليارة بالنسبة إلى ذلك الذي على الأرض - يميل احداثياً زمانهما، بحيث إن ما يراه أحد زماناً خالصاً أو مكاناً خالصاً يراه الآخر زماناً مع مركبة صغيرة في المكان، أو مكاناً مع مركبة صغيرة في الزمان، وبذلك نستطيع أن نحصل دائماً على نتيجة واحدة .

تلك إذن هي الأسس الثلاثة التي سقطت من أجلها هندسة إقليدس، حيث أصبحت تعجز أن تدير مع الرياضة المدينة، خصوصاً بعد ظهور النسبية، عرضتها بجملة لتعطي فكرة حقيقية عن التفكير الرياضي الحديث، وتوضح أن سقوط تلك القضايا التي ذكرها الأستاذ الأهماني أو أمثالها ما هو إلا نتيجة مباشرة لها .

محمد جمال الدين الفندي
بكلية العلوم