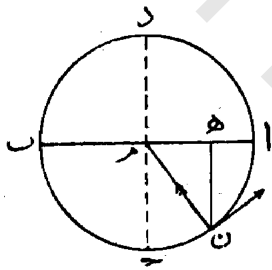


البَابُ الْإِتْسَاعُ

المبادئ الأساسية في النظرية الموجية

١٧٩ - الحركة الدورية البسيطة

إذا فرضنا أن نقطة مثل ن شكل (١٥٢) تتحرك بسرعة منتظمة حول محيط دائرة وأسقطنا



(شكل ١٥٢)

منها العمود ن ه على القطر ا ب فان حركة النقطة ه على المستقيم ا ب تسمى حركة دورية بسيطة أو حركة توافقية بسيطة (١) والدائرة التي تدور حولها نقطة ن تسمى دائرة الاسناد (٢) وإذا فرضنا أن نقطة ن تدور حول الدائرة في عكس اتجاه حركة عقرب الساعة وابتدأت في الدوران من نقطة ح فان النقطة ه وهي التي تتحرك الحركة الدورية البسيطة تأخذ في التحرك من م على المستقيم ا ب قاصدة الى نقطة ا حتى اذا بلغت ن على محيط دائرة الاسناد نقطة ا بلغت ه أيضاً هذه النقطة . فلذا استمرت ن في الحركة أخذت ه تعود نحو م حتى اذا وصلت ن على دائرة الاسناد نقطة د وصلت ه نقطة م قاصدة الى ب . فاذا استمرت ن في الحركة على القوس د ب سارت ه متحركة نحو ب حتى اذا بلغت ن على دائرة الاسناد نقطة ب تكون ه قد بلغت هذه النقطة أيضاً . فاذا استمرت ن في الحركة على القوس ب ح أخذت ه تعود نحو م . واذا وصلت ن على دائرة الاسناد نقطة ح كانت ه عند م وأخذت تعيد سيرتها الأولى

فالنقطة ه في الشرح السابق تبتدىء في الحركة من المركز م نحو اليمين الى ا ثم تعود الى المركز وتتحرك نحو اليسار الى ب ثم تعود الى المركز مرة أخرى وهكذا . فأقصى مدى تبلغه ه بعيداً عن

(١) Simple Harmonic Motion أو Simple Periodic Motion

(٢) Circle of Reference

المركز هو مـ نحو اليمين ٦ مـ ب نحو اليسار ويسمى هذا مدى الحركة الدورية أو الحركة التوافقية البسيطة ويعرف عادة «بأتساعها» (١) ويساوى نصف قطر دائرة الاسناد . ويسمى البعد بين ٦ مـ في أية لحظة «الازاحة» (٢) في هذه اللحظة . وتسمى المدة الزمنية التي تستغرقها ٦ في عمل دورة كاملة أى في التحرك من مـ الى ا الى ب ثم الى مـ مرة أخرى مدة الذبذبة (٣) أو دور الحركة وتساوى طبعاً المدة التي تستغرقها النقطة ن في عمل دورة كاملة حول دائرة الاسناد

وإذا رمزنا للسرعة الزاوية للنقطة ن على دائرة الاسناد بالحرف د واعتبرنا ن قد ابتدأت في الحركة من نقطة ح فإن الزاوية التي تتحرك خلالها نقطة ن حول دائرة الاسناد في زمن قدره د (وهي زاوية حـ مـ ن في الشكل) تكون د و د وتسمى زاوية الطور (٤)

وإذا رمزنا لنصف قطر دائرة الاسناد بالحرف ا وللإزاحة مـ ٦ بالحرف س فإن

$$س = ا \cdot ح \cdot د$$

وتكون الإزاحة س موجبة أو سالبة تبعاً لقيمة الزاوية د . فإذا كانت الزاوية تساوى أى مقدار بين صفر ٦ أو بين ٣٦٠ ط الخ كانت الإزاحة موجبة وعلى يمين نقطة مـ في الشكل أما إذا كانت تساوى أى مقدار بين ٣٦٠ ط أو ٤٦٠ ط الخ فتكون سالبة أى على اليسار من نقطة مـ

ولايجاد سرعة ٦ بعد البرهة د من الزمن نرى أن السرعة الخطية للنقطة ن حول دائرة الاسناد تساوى ا و واتجاهها في اتجاه المماس المرسوم للدائرة . واذن سرعة ٦ على المستقيم ا ب تساوى مركبة ا د في الاتجاه الموازى للمستقيم ا ب فتكون سرعة ٦ على المستقيم ا ب في اللحظة المذكورة هى ا د ، حتا د ، وتكون موجبة أو سالبة تبعاً لقيمة الزاوية د . وتبلغ أقصى قيمتها وهى ا د في الاتجاه الموجب حيث تكون الزاوية د ، صفرأ أو ٣٦٠ ط الخ وفي هذه الحالة تكون نقطة ٦ عند مـ ومتجهة نحو ا أى تكون الإزاحة صفرأ والحركة موجبة . وتبلغ السرعة أقصى قيمتها في الاتجاه السالب حيث تكون د ، مساوية ط أو ٣٦٠ ط الخ وفي هذه الحالة تكون نقطة ٦ عند مـ

أيضاً ولكنها تكون متجهة نحو ب أى تكون الازاحة صفراً والحركة سالبة . كذلك نرى السرعة
تعدم وتكون صفراً عندما يكون r مساوياً $\frac{1}{2} \pi$ أو $\frac{3}{2} \pi$ أو $\frac{5}{2} \pi$ الخ وفي هذه الحالة تكون الازاحة
عند نهايتها العظمى في الاتجاه الموجب ، أو عند ما يكون r مساوياً $\frac{1}{4} \pi$ أو $\frac{3}{4} \pi$ الخ وفي
هذه الحالة تكون الازاحة عند نهايتها العظمى في الاتجاه السالب

ولايجاد عجلة h في اللحظة نفسها (أى بعد البرهة r من الزمن) فان نقطة ن لتحركها
بسرعة منتظمة حول محيط دائرة الاسناد تكون متحركة بعجلة نحو مركز الدائرة تساوى مربع
سرعتها الخطية حول محيط الدائرة مقسوماً على نصف قطر الدائرة أى تساوى $\frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{1} = v^2$
واذن عجلة h على استقامة ab تكون مركبة المذكورة في اتجاه ab واذن تكون عجلة
 h في اللحظة المذكورة 1 و 2 حا r . ويتضح من الشكل أن هذه العجلة يكون اتجاهها
نحو المركز فاذا كانت الازاحة على يمين نقطة م أى كانت موجبة فان العجلة تكون سالبة .
والعجلة تتناسب تناسباً طردياً والازاحة

ويمكن استخراج قيمة كل من السرعة والعجلة في أية لحظة بتقدير التفاضل فالازاحة في
أية لحظة هي

$$s = r \theta \text{ حا } r$$

$$\therefore \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} \text{ وحتا } r \text{ وتساوى السرعة}$$

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = r \frac{d^2 \theta}{dt^2} \text{ حا } r \text{ » العجلة}$$

ويلاحظ أن العجلة

$$\frac{a}{r} = \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \dots \dots \dots (1)$$

وهذه المعادلة هي الدالة على الحركة الدورية البسيطة . واذن اذا تحركت نقطة حركة
مستقيمة بحيث تكون العجلة في أية لحظة متناسبة والازاحة عن نقطة ثابتة نسميها المركز ،
وفي الاتجاه المضاد ، كانت حركة هذه النقطة حركة دورية بسيطة . وتكون مدة دورتها

$$\text{مساوية } \frac{2\pi}{\omega}$$

١٨٠ - محصلة حركتين دوريتين بسيطتين في اتجاهين متعامدين مدتاهما واحدة

الحركة الحاصلة تختلف تبعاً لاختلاف اتساع الاهتزازة والطور . فإذا أخذنا محورين متعامدين واعتبرنا نقطة الاصل مركز الحركة في كل واحدنا أحدهما على أحد المحورين وليكن السيني وكانت ازاحتها في أية لحظة

$$s = a \cos \omega t \quad (1)$$

باعتبار أن a اتساع الاهتزازة ω زاوية الطور وتساوى ω فيما سبق . ثم اعتبرنا الأخرى على المحور الآخر وليكن الصادي وكانت ازاحتها في اللحظة المذكورة

$$s = a \cos (\omega t + \phi) \quad (2)$$

باعتبار أن a اتساع الاهتزازة ω فرق الطور بين الحركتين نرى من المعادلة (٢) أن

$$s = a \cos \phi + a \sin \phi$$

فإذا عوضنا بدلاً من $a \cos \phi$ قيمتهما المستخرجتين من المعادلة (١) ينتج أن

$$s = a \left(\cos \phi + \sin \phi \right)$$

$$\therefore s = a \left(\cos \phi + \sin \phi \right) = a \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) = 0$$

ومنه يتضح أن

$$(3) \quad s = a \cos \omega t = a \cos \phi + a \sin \phi$$

وهذه المعادلة تدل على مسير الدقيقة اذا وقعت عليها في وقت واحد الحركتان الدوريتان البسيطتان المتعامدتان . وهي معادلة القطع الناقص . فتكون محصلة الحركتين الدوريتين البسيطتين اذا كانتا متعامدتين قطعاً ناقصاً معادلته المعادلة المذكورة غير أن القطع الناقص

قد يتحول الى مستقيم أو دائرة كما يتبين من الحالات الخاصة التي نراعيها فيما يلي

(أولاً) اذا كان فرق الطور بين المركبتين صفراً

ففي هذه الحالة تكون y في المعادلة (٣) صفراً

واذن $\frac{y}{1} = \frac{y}{1} - \frac{y}{1} = 0$ صفراً وهذه معادلة الخط المستقيم

فالمحصلة في هذه الحالة تكون حركة دورية بسيطة على خط مستقيم واتجاهها يصنع مع

المحور السيني زاوية ظلها

$\frac{y}{1} = \frac{y}{1}$ كالمبين بالرسم الأعلى في شكل (١٥٣)

وكذلك تكون الحال اذا كان فرق الطور π أو 3π الخ

(ثانياً) اذا كان فرق الطور $\frac{\pi}{2}$

وفي هذه الحالة تتحول المعادلة (٣) الى المعادلة

$\frac{y}{1} = \frac{y}{1} + \frac{y}{1} = 2y$ صفراً وهذه معادلة خط مستقيم

فالمحصلة تكون حركة دورية بسيطة في خط مستقيم يصنع مع المحور السيني زاوية ظلها

$$\frac{y}{1} = \frac{y}{1} - \frac{y}{1} = 0$$

كما هو مبين بالرسم الأوسط في شكل (١٥٣)

وكذلك تكون الحال اذا كان فرق الطور $\frac{3\pi}{2}$ أو 5π الخ

(ثالثاً) اذا كان فرق الطور قائمة

وفي هذه الحالة تتحول المعادلة (٣) الى المعادلة

$$1 = \frac{y}{1} + \frac{y}{1} = 2y$$

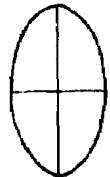
وهذه معادلة قطع ناقص ينطبق محوره على المحورين السيني والصادي كما هو

مبين بالرسم الاخير في شكل (١٥٣)

فاذا كان اتساع الاهتزازة واحداً في المركبتين تحولت المعادلة الى الصورة الآتية

$$2 = 2y + 2y = 4y$$

وهذه معادلة الدائرة



(شكل ١٥٣)

١٨١ - محصلة حركتين دوريتين بسيطتين في استقامة واحدة ومدتهما واحدة

المحصلة في هذه الحالة تختلف هي أيضاً تبعاً لاختلاف الاتساع والطور فإذا اعتبرنا الإزاحة في أية لحظة في أحدهما

$$s_1 = a_1 \cos(\omega_1 t - \phi_1)$$

وفي الأخرى

$$s_2 = a_2 \cos(\omega_2 t - \phi_2)$$

كانت الإزاحة الكلية في اللحظة نفسها

$$s = s_1 + s_2 = a_1 \cos(\omega_1 t - \phi_1) + a_2 \cos(\omega_2 t - \phi_2)$$

$$= a_1 (\cos \omega_1 t \cos \phi_1 + \sin \omega_1 t \sin \phi_1) + a_2 (\cos \omega_2 t \cos \phi_2 + \sin \omega_2 t \sin \phi_2)$$

$$= a_1 \cos \omega_1 t \cos \phi_1 + a_1 \sin \omega_1 t \sin \phi_1 + a_2 \cos \omega_2 t \cos \phi_2 + a_2 \sin \omega_2 t \sin \phi_2$$

$$= a_1 \cos \omega_1 t \cos \phi_1 + a_1 \sin \omega_1 t \sin \phi_1 + a_2 \cos \omega_2 t \cos \phi_2 + a_2 \sin \omega_2 t \sin \phi_2$$

فإذا اعتبرنا

$$a_1 \cos \phi_1 = A_1 \quad (1) \dots \dots$$

$$a_1 \sin \phi_1 = B_1 \quad (2) \dots \dots$$

تكون الإزاحة الكلية

$$s = A_1 \cos \omega_1 t + B_1 \sin \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t + B_2 \sin \omega_2 t$$

$$= A \cos(\omega t - \phi) \quad (3) \dots \dots$$

فالمحصلة في هذه الحالة تكون مستقيمة مدتها كمدة كل من المركبتين واتساعها A تستخرج قيمته

من المعادلتين (1) و (2): فإذا ربعنا كلا منهما ثم أضفنا أحد الناتجين إلى الآخر ينتج أن

$$A^2 = A_1^2 + B_1^2 + A_2^2 + B_2^2 + 2(A_1 A_2 \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t + B_1 B_2 \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t)$$

$$= A_1^2 + B_1^2 + A_2^2 + B_2^2 + 2(A_1 A_2 \cos(\omega_1 t - \phi_1) \cos(\omega_2 t - \phi_2) + B_1 B_2 \sin(\omega_1 t - \phi_1) \sin(\omega_2 t - \phi_2)) \quad (4) \dots \dots$$

وقيمة الزاوية ω في المعادلة (3) تستخرج هي أيضاً من المعادلتين (1) و (2) حيث

(1) قيمة A واحدة سواء كانت A_1 أكبر من A_2 أو أصغر منها وفي الحالة الثانية يكون طور الحركة الأولى سابقاً

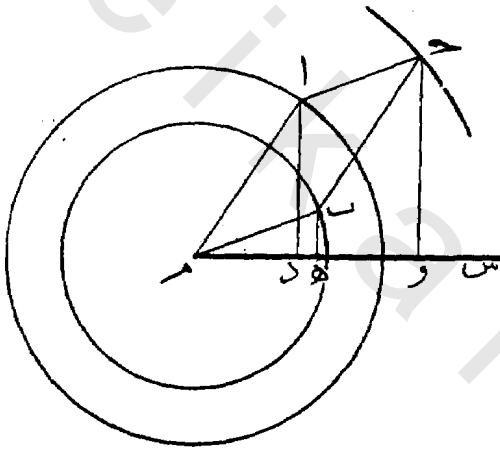
ينتج بقسمة الثانية على الاولى أن

$$\text{طا} = \frac{{}_1\text{حا} + {}_2\text{حا}}{{}_1\text{حتا} + {}_2\text{حتا}} \dots\dots (٥)$$

١٨٢ - الطريقة الهندسية لإيجاد المحصلة

ويمكن استخراج المحصلة في الحالة السابقة بطريقة هندسية

ولذلك نفرض أن نصف قطر دائرة الاسناد في احدى الحركتين مـ اشكل (١٥٤) بحيث



(شكل ١٥٤)

تكون الحركة الدورية البسيطة حركة نقطة د

على المستقيم مـ س عند ما تدور نقطة ا حول

المحيط وعند ما يكون ا د عمودياً على مـ س .

ولنفرض أن نصف قطر دائرة الاسناد في الأخرى

مـ ب بحيث تكون الحركة الدورية البسيطة

حركة نقطة ه على المستقيم مـ س عند ما تدور

نقطة ب حول المحيط وعند ما يكون ب ه عمودياً

على مـ س . فاذا كانت مدة الدورة واحدة في

الحالتين فإن السرعة الزاوية لنقطتي ا ه ب تكون واحدة . واذا فرضنا أن هناك اختلافاً في الطور

بين الحركتين فإن المستقيمين مـ ا ه مـ ب لا يكون أحدهما منطبقاً على الآخر . وتكون الزاوية

ا م ب هي فرق الطور بينهما

من هذا يتبين انه اذا رسم متوازي الاضلاع مـ ا ح ب وجعلناه يدور بسرعة زاوية منتظمة

حول نقطة مـ فإن حركة نقطة سقوط العمود من ا على المستقيم مـ س تمثل احدى الحركتين

وحركة نقطة سقوط العمود من ب تمثل الأخرى . فاذا مثل شكل (١٥٤) موضعى ا ه ب على

دائرتي الاسناد بحيث تكون زاوية ا م س مساوية (ر - ي) وتكون زاوية ب م س

مساوية (ر - ي) فان الازاحة في الحركة الأولى في اللحظة المذكورة تكون مـ د

والازاحة في الثانية في اللحظة نفسها تكون مـ ه وتكون الازاحة الكلية

$$م د + م هـ$$

فاذا أسقطنا من > العمود ح و على مـ س فان

$$م د = م هـ و$$

∴. الازاحة الكلية تكون

$$هـ و + م هـ = م و$$

فتكون محصلة الحركتين هي حركة و على المستقيم مـ س عند دوران متوازي الاضلاع، وهي حركة دورية بسيطة نصف قطر دائرة اسنادها مـ ح ويساوى هذا اتساعها (وهو قطر متوازي الاضلاع) فاذا رمز له بالحرف ١ ورمز لنصف القطر مـ ا بالرمز ١، ولنصف القطر مـ ب بالرمز ٢، وللفرق في الطور بين الحركتين المتعامدتين وهي زاوية ا م ب بالمقدار (٢ - ١) يتضح أن

$$٢ = ١ + ٢ + ١ + ٢ \text{ حتا } (٢ - ١)$$

ويتضح من الشكل أيضاً أن

$$١ \text{ حـ ا مـ س} + ١ \text{ حـ ا ب مـ س} = ح و$$

$$\therefore ١ \text{ حـ ا} (٢ - ١) + ١ \text{ حـ ا} (٢ - ١) = ١ \text{ حـ ا مـ س}$$

$$\text{وكذلك } ١ \text{ حتا } (٢ - ١) + ١ \text{ حتا } (٢ - ١) = ١ \text{ حتا مـ س}$$

وزاوية حـ مـ س هي طور المحصلة فاذا رمز لها بالمقدار (٢ - ١) فان

$$\frac{١ \text{ حـ ا} (٢ - ١) + ١ \text{ حـ ا} (٢ - ١)}{١ \text{ حتا } (٢ - ١) + ١ \text{ حتا } (٢ - ١)} = \frac{١ \text{ حـ ا} (٢ - ١)}{١ \text{ حتا } (٢ - ١)}$$

$$\therefore \frac{٢ \text{ حـ ا} (١ \text{ حتا } ١ + ١ \text{ حتا } ٢) - ٢ \text{ حتا } (١ \text{ حـ ا} ١ + ١ \text{ حـ ا} ٢)}{٢ \text{ حـ ا} (١ \text{ حتا } ١ + ١ \text{ حتا } ٢) + ٢ \text{ حـ ا} (١ \text{ حـ ا} ١ + ١ \text{ حـ ا} ٢)}$$

$$= \frac{٢ \text{ حـ ا} ٢ \text{ حتا } ١ - ٢ \text{ حـ ا} ١ \text{ حتا } ٢}{٢ \text{ حـ ا} ٢ \text{ حتا } ١ + ٢ \text{ حـ ا} ١ \text{ حتا } ٢}$$

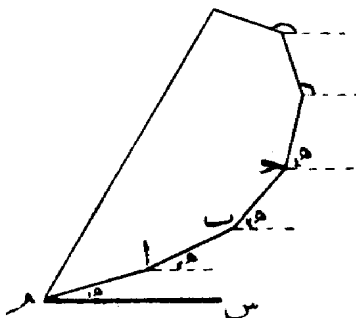
وبالمقابلة بين الطرفين يتضح أن

$$\frac{١ ح ا١ + ٢ ح ا١}{١ ح ا١ + ٢ ح ا١} = ط ا١$$

ويتضح مما سبق أن اتساع المحصلة وطورها يمكن إيجادهما بتطبيق قانون متوازي الاضلاع
فاذا رمزنا لزاوية الطور بمقيسة بالنسبة الى المستقيم م-س بالرمز هـ في احدى الحركتين
وبالرور هـ في الثانية فلايجاد اتساع المحصلة وطورها نرسم م-ا (شكل ١٥٤) بحيث
يصنع مع م-س زاوية قدرها هـ ويكون مساوياً اتساع الحركة الأولى ونرسم م-ب
بحيث يصنع مع م-س زاوية قدرها هـ ويكون مساوياً اتساع الثانية ونكمل متوازي
الاضلاع فيكون قطره م-ح اتساع المحصلة وتكون الزاوية التي يصنعها مع م-س طورها
ويمكن أن نرسم م-ا كما في الحالة الأولى ثم نرسم من ا المستقيم ا-ح مساوياً اتساع الثانية
بحيث يعمل مع المستقيم المرسوم من ا موازياً للمستقيم م-س زاوية قدرها هـ فيكون
المستقيم م-ح اتساع المحصلة والزاوية التي يصنعها مع م-س طورها

١٨٣ — محصلة عدة حركات دورية بسيطة ذات مدة واحدة وفي استقامة واحدة

والطريقة الهندسية السابقة تصلح لايجاد محصلة عدة حركات دورية في استقامة واحدة حين
تكون المدة فيها جميعاً واحدة . فاذا رمزنا للاتساع في هذه الحركات بالرموز ١ ١٦ ١٦ ١٦ الخ
ولزوايا الطور بالرموز هـ ٦ هـ ٦ هـ ٦ الخ بالترتيب نرسم م-ا (شكل ١٥٥) بحيث يمثل طوله
المقدار ١ و بحيث يصنع مع م-س زاوية قدرها هـ ثم من
نقطة ا نرسم المستقيم اب بحيث يمثل طوله المقدار ١٦ و بحيث
يصنع مع المستقيم المرسوم من ا موازياً للمستقيم م-س
زاوية قدرها هـ وهكذا



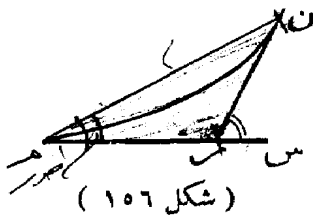
(شكل ١٥٥)

فيكون المستقيم الواصل بين نقطة م- و نهاية آخر مستقيم
مرسوم بالكيفية السابقة هو الذي يمثل اتساع المحصلة وتكون

الزاوية التي يصنعها مع م- س هي طور هذه المحصلة . فأتساع محصلة الحركتين الأولى والثانية يمثل في المقدار بالمستقيم م- ب وطور هذه المحصلة الزاوية التي يصنعها المستقيم م- ب مع م- س فإذا ركبت هذه المحصلة والحركة الثالثة كان اتساع محصلتهما وهي محصلة الحركات الثلاث هو م- ح وطورها الزاوية التي يصنعها م- ح مع م- س وهكذا

١٨٤ — منحنى الاهتزاز ودائرة الاهتزازة

وإذا فرضنا في المثال السابق أن الحركات الدورية التي يراد تحصيلها كثر عددها فكونت سلسلة متتالية وكان الفرق في الطور بين كل واحدة وما يليها صغيراً متغيراً باستمرار تحول الشكل المكون من الخطوط المستقيمة المختلفة م- ا هـ ا ب هـ ب ح الخ في النهاية إلى منحنى كالمنحنى المبين بشكل (١٥٦) يسمى «منحنى الاهتزازة»^(١)

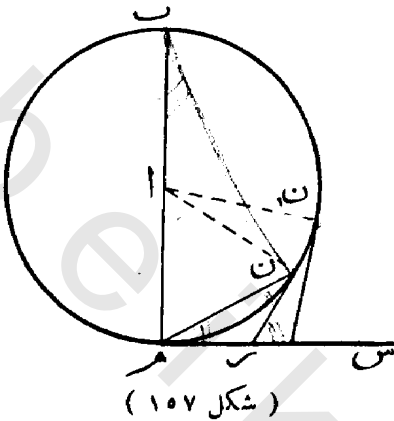


(شكل ١٥٦)

وتكون أطوال الأجزاء التفاضلية منه (أي أطوال عناصره) ممثلة في المقدار اتساعات الحركات التي يراد تحصيلها فإذا فرضنا أن الجزء التفاضلي من طول المنحنى عند نقطة ن يمثل اتساع الحركة النونية من سلسلة الحركات المفروضة ورسمنا المماس ن ر فإن طور هذه الحركة يكون زاوية ن ر س وتكون محصلة الحركات التي تتغير أطوارها من قيمة الصفر إلى هذه القيمة اتساعها م- ن وطورها زاوية ن م- س وإذا فرضنا أن السلسلة المتتالية من الحركات متساوية الاتساع والفرق في الطور بين كل واحدة وما يليها ثابت فإن المستقيمت م- ا هـ ا ب هـ ب ح الخ من شكل (١٥٥) تكون أضلاعاً من مضلع منتظم يمكن رسمه داخل دائرة فإذا كثر عددها وكان الفرق في الطور بين الواحدة والأخرى صغيراً تحول المضلع المنتظم في النهاية إلى دائرة تسمى «دائرة الاهتزازة»^(٢)

فإذا راعينا سلسلة من الحركات عددها هـ تمثل بالترتيب بالأجزاء التفاضلية من القوس م- ن (شكل ١٥٧) ورسمنا المماس ن ر فإن زاوية ن ر س تساوي طور الحركة النونية ولنرمز له بالحرف هـ والمستقيم م- ن يمثل اتساع المحصلة كما أن زاوية ن م- س تمثل طور هذه المحصلة

ولنرمز له بالحرف ρ . فإذا فرضنا أن نقطة a مركز الدائرة ورسمنا القطر ma
 يتضح من الشكل أن زاوية $n-m-s =$ زاوية $n-b-m$
 $=$ زاوية $n-a-m$



(شكل ١٥٧)

وبما أن زاوية $n-m-s =$ زاوية $n-b-m$
 $\therefore n-r-s =$ زاوية $n-m-s$
 $+ \text{زاوية } m-n-r$
 $\therefore n-r-s = 2 \angle n-m-s$
 $\therefore \rho = \frac{1}{2} h$

واذن سلسلة الحركات الدورية المتساوية الاتساع
 والتي يتغير طورها بانتظام من صفر الى h تكون طور محصلتها نصف طور الأخيرة أو
 المتوسط العددي لطوري الاولى والأخيرة
 وبالرمز لنصف قطر الدائرة بالرمز ρ فإن اتساع المحصلة وهو

$$m-n = 2 \text{ حـ } a \geq n-b-m$$

$$= 2 \text{ حـ } a = 2 \text{ حـ } \frac{h}{2}$$

فإذا أخذنا حالات خاصة وفرضنا أن سلسلة الحركات تتغير أطوارها من صفر الى $\frac{h}{2}$
 كان طور المحصلة $\frac{h}{2}$ واتساعها $\frac{h}{2}$

وإذا تغيرت أطوارها من صفر الى h كان طور المحصلة h واتساعها h أما إذا تغيرت
 أطوارها من صفر الى $2h$ كان اتساع المحصلة صفراً وانعدمت الحركة

ويمكن إيجاد نصف قطر دائرة الاهتزازة إذا أخذنا نقطتين n و 6 يحصران بينهما جزءاً
 تفاضلياً من القوس طوله $2h$ فإذا كان طور الحركة عند n هو h كان طور التي عند n
 $h + h$ وتكون زاوية $n-a-n$ مساوية $2h$ واذن

$$\frac{2h}{\rho} = \frac{2h}{\rho}$$

$$\frac{2h}{\rho} = h \quad \text{أى}$$

أى أن نصف قطر دائرة الاهتزازة يساوى تفاضل طول القوس بالنسبة الى زاوية الطور

١٨٥ — تحليل الحركة الدورية البسيطة الى مركبتين مستديرتين

تبين في بند (١٨٠) أن الحركتين الدوريتين البسيطتين المتعامدين اذا كانتا ذاتي اتساع واحد ومدة واحدة وكان اختلاف الطور بينهما قائمة يركبان حركة مستديرة . فاذا فرضنا أن احدهما ازاحتها في اتجاه المحور السيني والاخرى في اتجاه الصادي وكانت معادلتاهما

$$y = a \sin pt \quad x = a \cos pt$$

$$y = a \sin pt \quad x = a \cos pt$$

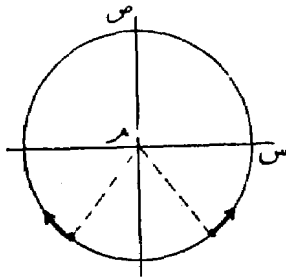
فانهما يركبان حركة مستديرة نصف قطرها a

أما اذا كانت السرعة الزاوية p في الاتجاه المضادو كانت المعادلتان

$$y = a \sin pt \quad x = -a \cos pt$$

$$y = a \sin pt \quad x = -a \cos pt$$

فانهما يركبان حركة مستديرة نصف قطرها a أيضاً



(شكل ١٥٨)

ولكنها في الاتجاه المضاد للاول

فاذا كانت الازاحتان $y = a \sin pt$ و $x = -a \cos pt$ اللتان في اتجاه المحور السيني

والازاحتان $y = a \sin pt$ و $x = a \cos pt$ اللتان في اتجاه المحور الصادي حادثة كلها في آن واحد فان الازاحة الكلية

في اتجاه المحور السيني تعدم والازاحة الكلية في اتجاه المحور الصادي تكون

$$y = a \sin pt \quad x = a \sin pt$$

وهذه حركة دورية بسيطة في استقامة المحور الصادي اتساعها a وتكون هي محصلة الحركتين

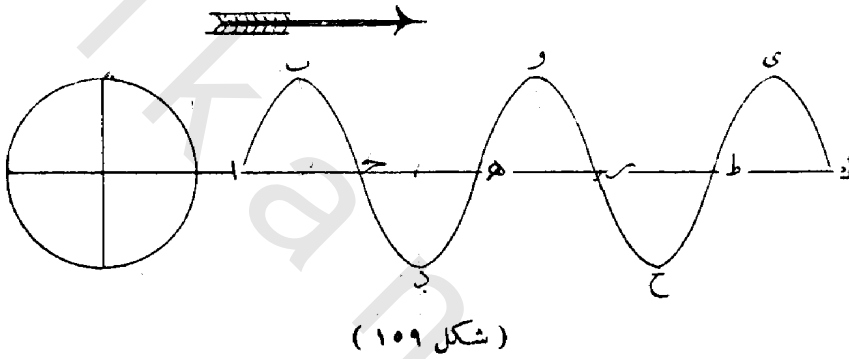
المستديرتين اللتين نصف قطرها a ومدتهما واحدة ولكنهما في اتجاهين متضادين

ويتضح من هذا أنه يمكن اعتبار الحركة الدورية البسيطة كمحصلة حركتين مستديرتين

متساويتين في اتجاهين متضادين نصف قطر الواحد منهما مساو نصف اتساع تلك الحركة

١٨٦ - شرح اولى للحركة الموجبة

اذا فرضنا أن وسطا ما يتحرك أحد أجزائه أو إحدى دقائقه حركة دورية بسيطة مثلاً وانتقلت هذه الحركة من هذا الجزء الى الذى يليه وهكذا قيل أن فى الوسط حركة موجية تنتقل فيه . وإذا كانت هذه الحركة الموجية تنتقل فيه من جزء إلى آخر بسرعة منتظمة قيل أن الوسط « متجانس الأجزاء »^(١) وإذا كانت سرعة الانتقال واحدة فى جميع الجهات قيل أن الوسط « متشابه الخواص فى جميع الاتجاهات »^(٢) .



ولبيان الفكرة الاساسية التى تتضمنها الحركة الموجية لنفرض أن ا ك (شكل ١٥٩) وتر طويل مشدود أو حبل من المطاط وأن طرفه ا يتحرك حركة دورية بسيطة فى اتجاه عمودى على ا ك وأن هذه الحركة تنتقل باستمرار وانتظام من هذا الطرف نحو الآخر . ولنعتبر الازاحة الى أعلى والسرعة التى اتجاهها الى أعلى موجبتين والازاحة الى أسفل والسرعة التى اتجاهها الى أسفل سالبتين فأجزاء الوتر تتحرك صعوداً وانخفاضاً بالنسبة الى المستقيم ا ك فاذا فرضنا أن مواضع هذه الدقائق فى أية لحظة كما هو مبين بالشكل بحيث تكون الازاحة عند ب و د و هـ أقصى ازاحة موجبة وعند ج و ح أقصى ازاحة سالبة فإن أجزاء الوتر الواقعة بين ب و د أو بين د و ح تكون فى اللحظة التى نراعيها متحركة الى أعلى بحيث تكون النقطة ح أو ر التى ازاحتها صفر متحركة بأقصى سرعة الى أعلى . أما الأجزاء الواقعة بين د و هـ أو بين هـ و ح فتكون متحركة

الى أسفل وتكون النقطة ه أو ط التي ازاحتها صفر متحركة بأقصى سرعة الى أسفل . وان كانت
النقط ب د و ح و ي سرعتها جميعاً في اللحظة التي نراعيها صفر فان ب و و ي كانت
قبيل هذه اللحظة متحركة الى أعلى وهي بعدها تكون متحركة الى أسفل . أما د و ح فقد كانتا
قبيل هذه اللحظة متحركتين الى أسفل وهما بعدها تكونان متحركتين الى أعلى وإذا كانت الحركة
الموجية مستمرة بانتظام تكون النقط ب و و ي أو ح و ر أو د و ح أو ه و ط متحركة دائماً
بكيفية واحدة ويقال أنها في طور واحد من الحركة . وبوجه عام يقال أن النقط التي تكون
ازاحتها واحدة وسرعتها واحدة وفي اتجاه واحد في أية لحظة أنها في طور واحد من الحركة .

ويسمى البعد بين ب و و أو بين ح و ر أو بين د و ح أو بوجه عام بين أية نقطتين متتاليتين
يكونان في طور واحد «الطول الموجي» . ونظراً لأن نقطتي ب و و مثلاً في طور واحد ففي أثناء
المدة التي تقل فيها ازاحة ب الى الصفر ثم تعود الى حالتها الاولى أى في أثناء مدة الدورة أو
الذبذبة الكاملة تكون القمة التي عند ب قد انتقلت الى و واذن تنتقل الموجة في أثناء مدة
الدورة مسافة تساوى الطول الموجي . فاذا رمزنا لمدة الدورة بالحرف τ ولسرعة الموجة
بالحرف v ولطولها بالحرف λ فإن .

$$\frac{v}{\tau} = \lambda$$

وإذا رمزنا لتردد الحركة الدورية أى لعدد الدورات في وحدة الزمن بالحرف f فإن

$$\frac{1}{\tau} = f$$

$$\text{واذن } \lambda = v \cdot f$$

١٨٧ - معادلة الحركة الموجية البسيطة

الحقائق الأولية المتعلقة بالحركة الموجية تتضمنها معادلة بسيطة هي

$$y = a \sin (2\pi f t - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

تسمى معادلة الحركة الموجية البسيطة حيث تكون حركة دقائق الوسط المتماوج حركة دورية بسيطة . والمعادلة مسندة الى محاورين متعامدين أحدهما السيني والآخر الصادي وتمثل قيمة s الازاحة في دقيقة من دقائق الوسط المتماوج تبعد بمقدار s عن نقطة الأصل وتمثل قيمة t الزمن وتمثل قيمة λ اتساع حركة الدقيقة . والمقدار

$$\frac{\pi}{\lambda} (s - \lambda t) \dots (1)$$

يمثل زاوية . فاذا راعينا دقيقة أخرى تبعد عن نقطة الأصل بمقدار $s \pm \lambda$ فإن قيمة الزاوية المذكورة تصير

$$\frac{\pi}{\lambda} (s - \lambda t) = \frac{\pi}{\lambda} (s \pm \lambda - \lambda t)$$

ومن المعلوم أن الزاوية اذا زادت بمقدار π أو نقصت بمقدار π فإن قيمة جيبها تبقى واحدة واذا تكون ازاوية الدقيقتين اللتين تبعد احدهما عن الاخرى بمقدار λ واحدة في أية لحظة فيكون البعد λ هذا هو الطول الموجي . واذا اقتصر القول على الدقيقة الواحدة فإن المقدار (١) يصير بعد مضي برهة أخرى من الزمن قدرها $\frac{\lambda}{v}$ مساوياً

$$\frac{\pi}{\lambda} (s - \lambda t) = \frac{\pi}{\lambda} [s - (\frac{\lambda}{v} + t) v]$$

فالازاحة بعد مضي برهة من الزمن قدرها $\frac{\lambda}{v}$ تعود الى قيمتها الأولى واذا المقدار $\frac{\lambda}{v}$ يساوى مدة الدورة ولما كانت الموجة تنتقل خلال مسافة تساوى الطول الموجي في مدة الدورة الواحدة فإن المقدار $\frac{\lambda}{v}$ في المعادلة يمثل سرعة انتقال الموجة

١٨٨ - صدر الموجة والشعاع

فرضنا في مثال الوتر المشدود أن كل دقيقة من دقائقه أو كل جزء تفاضلي منه يتحرك حركة دورية بسيطة في اتجاه عمودي على طوله وان هذه الحركة تنتقل من أحد أجزاء الوتر الى الذي يليه وهكذا فالموجة في هذا المثال تنتقل من نقطة الى أخرى على الوتر ولذلك يمكن أن نسميها موجة نقطية أما اذا تصورنا أن عدداً كبيراً جداً من الاوتار المتشابهة المتوازية المشدودة تتصل جميعاً من أحد طرفيها بمستقيم مثل ا ب شكل (١٦٠) عمودي عليها وفرضنا أن هذا المستقيم

يتحرك (كوحدة متماسكة) في استقامة طوله بحيث تتحرك كل نقطة منه حركة دورية بسيطة صغيرة الاتساع في اتجاه عمودى على الأوتار فانه تحدث على كل وتر من هذه الأوتار موجة تنتقل عليه فاذا كانت الأوتار متشابهة ومشدودة بقوة واحدة تصل الحركة الموجية فيها الى مدى واحد في زمن واحد ويسمى المحل الهندسى (شكل ١٦٠) للنقط التى تبلغها الحركة الموجية في آن واحد أو بالأحرى التى تكون على وشك أن تبلغها الحركة الموجية «صدر الموجة»^(١). فاذا اعتبرنا هذه الأوتار تمثل وسطاً (أى سطحاً) متموجاً كان صدر الموجة في هذه الحالة مستقيماً موازياً للمستقيم ا ب ويقال في هذه الحالة أن الموجة مستقيمة. أما اذا كانت الأوتار بمثابة حزمة مجسمة متصلة بسطح مستوى عمودى عليها وكان عددها كبيراً جداً وفرضنا أن المستوى يتحرك (كوحدة متماسكة) في أى اتجاه يقع في مستواه بحيث تعمل كل نقطة منه حركة دورية بسيطة صغيرة الاتساع حدثت على كل وتر من الحزمة موجة ومثلت مجموعة الأوتار وسطاً متموجاً ذا أبعاد ثلاثة ويكون المحل الهندسى للنقط التى تكون على وشك أن تبلغها الحركة الموجية مستويًا موازياً للمستوى المذكور فيكون صدر الموجة مستويًا ويقال أن الموجة مستوية

واذا فرضنا أن عدداً كبيراً جداً من الأوتار تتصل جميعها بنقطة واحدة بحيث تشع الأوتار منها في جميع الاتجاهات وكانت الأوتار جميعها متشابهة ومشدودة بقوة واحدة وفرضنا أنه يحدث في كل واحد من هذه الأوتار موجة عرضية بحيث تكون الحركة الدورية لأجزاء الوتر في اتجاه عمودى على طوله وابتدأت جميع هذه الموجات من النقطة المذكورة في وقت واحد وانتقلت جميعها بسرعة واحدة فان مجموعة الأوتار تمثل وسطاً متموجاً ذا أبعاد ثلاثة ويكون المحل الهندسى للنقط التى تكون على وشك أن تبلغها الحركة الموجية سطحاً رباعياً مركزه النقطة المذكورة فصدر الموجة يكون كروياً ويقال أن الموجة كرية.

كذلك اذا فرضنا أن عدداً كبيراً جداً من الأوتار تتصل جميعها بمستقيم وتشع منه في جميع الاتجاهات في خطوط مستقيمة عمودية على هذا المستقيم وفرضنا أن هذا المستقيم يتحرك

(كوحدة متماسكة) في اتجاه طوله بحيث تتحرك كل نقطة منه حركة دورية بسيطة وحدث في جميع هذه الاوتار موجات تنتقل جميعها بسرعة واحدة فان مجموعة الاوتار تمثل وسطاً متموجاً ذا أبعاد ثلاثة ويكون المحل الهندسي للنقط التي على وشك أن تبلغها الحركة الموجية سطحاً أسطوانياً محوره المستقيم المذكور فصدر الموجة في هذه الحالة يكون أسطوانياً . ويقال أن الموجة أسطوانية .

فصدر الموجة يعرف تعريفاً عاماً بأنه المحل الهندسي للنقط التي على وشك أن تبلغها الحركة الموجية أو على وشك أن تبتدىء في الاهتزاز ويمثل المدى الذي تصل اليه الحركة الموجية ويعرف أيضاً بأنه المحل الهندسي للنقط المتصلة التي تكون في طور واحد من الحركة وصفة الاتصال لازمة لانه اذا كانت الحركة الموجية مستمرة (موجات يتلوها موجات) فأية نقطتين تبعد احدهما عن الاخرى بمقدار الطول الموجي أو أضعافه تكونان أيضاً في طور واحد من الحركة

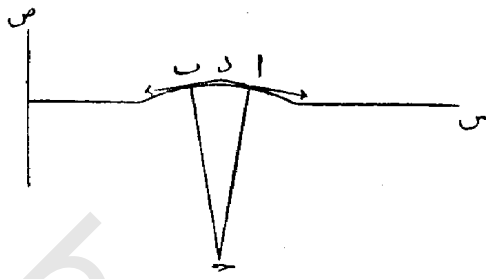
واتجاه انتقال الموجة في الأمثلة السابقة يسمى الشعاع وهو ينطبق في هذه الأمثلة على استقامة الوتر الواحد من الحزمة . فاذا كانت الموجة مستوية وانتقلت في اتجاه عمودي على سطحها بسرعة منتظمة سمي المستقيم المرسوم من أية نقطة عمودياً على صدر الموجة شعاعاً . كذلك اذا تصورنا ان الموجة كرية ابتدأت من المركز فالشعاع عند أية نقطة على صدر الموجة هو المستقيم الواصل بين هذه النقطة والمركز .

واذن يكون الشعاع في الوسط الذي تنتشر فيه الموجة بسرعة منتظمة في جميع الجهات أى في الوسط المتجانس الأجزاء المتشابه الخواص خطاً مستقيماً عمودياً على صدرها

١٨٩ — سرعة الموجة العرضية على وتر مشدود

اذا فرضنا أن وترأ مشدوداً قد حدثت عليه عند أحد طرفيه قمة مثلاً فانها تنتقل من هذا الطرف الى الآخر بسرعة معينة . فاذا فرضنا لسهولة الشرح أن الوتر قد حرك في الجهة المضادة بسرعة تساوى سرعة انتقال هذه القمة فانها تبقى ثابتة في مكانها لا تبرحه . فاذا راعينا

من القمة المذكورة أية نقطتين متقاربتين مثل a و b (شكل ١٦١) بحيث يمكن اعتبار



(شكل ١٦١)

الجزء المحصور بينهما قوساً من دائرة مركزها c

ونصف قطرها r وكانت القمة منتقلة على الوتر نحو

اليمين وحرك الوتر نحو اليسار بسرعة نرمز لها بالحرف

v بحيث بقيت القمة ثابتة في مكانها فان الجزء ab

يكون متحركاً حول قوس من دائرة ويعانى اذن قوة

مركزية طاردة تتزن وقوى الشد أو التوتر المؤثرة فيه وبما أن العجلة المركزية الى الخارج

تساوى $\frac{v^2}{r}$ وبالرمز لكتلة وحدة الاطوال من الوتر بالحرف ρ فان القوة المركزية الطاردة

المؤثرة في الجزء ab تساوى $\rho \cdot ab \cdot \frac{v^2}{r}$. واذا رمزنا للقوة الشد في الوتر بالحرف T فان

طرفي ab يكونان مشدودين بقوتين تساوى كل منهما T وتؤثر في اتجاه المماسين المرسومين عند

a و b كما هو مبين بالشكل. وتكون محصلة هاتين القوتين مساوية

$$2T \sin \theta = \rho \cdot ab \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$\frac{ab}{r} \cdot v^2 =$$

وتؤثر في استقامة d نحو المركز فهي اذن تتعادل والقوة المركزية الطاردة

$$\frac{ab}{r} \cdot v^2 = 2T \sin \theta$$

$$v^2 = \frac{2T \sin \theta}{\rho}$$

$$v = \sqrt{\frac{2T \sin \theta}{\rho}}$$

ويساوى هذا المقدار سرعة انتقال القمة المذكورة على الوتر أو بوجه عام سرعة انتقال

الموجة العرضية عليه

ويمكن الحصول على النتيجة المذكورة بالاستعانة بحساب التفاضل والتكامل. فاذا اتخذنا

محورين متعامدين أحدهما السيني منطبق على استقامة الوتر والآخر الصادي عمودى عليه

وتحدث في اتجاهه الحركة الدورية التى تعانىها أجزاء الوتر، وفرضنا أن الانحناء الحادث في الوتر

صغير بحيث يكاد ينطبق الجزء المقوس منه على المحور السيني فان القوة الحادثة بفعل التوتر والمؤثرة في الجزء ا ب منه تكون كما سبق مساوية $\frac{1}{2} \frac{v^2}{\rho}$ وتؤثر في اتجاه عمودى على الوترأى في اتجاه المحور الصادى

وبما أن العجلة في هذا الاتجاه هي $\frac{v^2}{\rho}$ باعتبار أن ρ رمز للزمن

$$\therefore \frac{1}{2} \frac{v^2}{\rho} = \frac{v^2}{\rho}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \frac{v^2}{\rho} = \frac{v^2}{\rho}$$

$$\text{ولكن } \frac{1}{2} \frac{v^2}{\rho} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{\rho} \left[2 \left(\frac{v^2}{\rho} \right) + 1 \right]$$

اذن ينتج باهمال $\left(\frac{v^2}{\rho} \right)^2$ أن

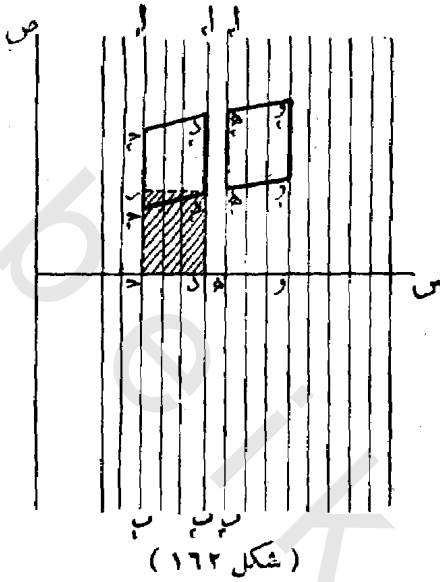
$$\frac{1}{2} \frac{v^2}{\rho} = \frac{v^2}{\rho}$$

والمعادلة الأخيرة معادلة حركة موجية تنتقل على المحور السيني بسرعة تساوى $\frac{1}{2} \frac{v^2}{\rho}$

١٩٠ - سرعة الموجة العرضية في الوسط المرن

لنفرض أن الوسط متجانس الأجزاء ومتشابه الخواص وأنه مكون من طبقات رقيقة مستوية متوازية تمثل بالمستقيمات المتوازية الرأسية في شكل (١٦٢) ولنتخذ محورين متعامدين أحدهما الصادى مواز لهذه الطبقات والآخر السيني عمودى عليها ولنفرض أن الطبقات المذكورة تزاوح كل واحدة منها الى أعلى وإلى أسفل في اتجاه مواز للمحور الصادى بحيث تكون الازاحة في الطبقة الواحدة منها واحدة ولكنها في الطبقات المختلفة مختلفة ولنفرض أن ازاحة احدى هذه الطبقات وتكن ا ب في لحظة ما هي الى أعلى وتساوى y وان ازاحة

ا ب في اللحظة نفسها هي الى أعلى أيضاً ولكنها تساوى د د فالجزء من الوسط الذي كان مقطعه (الموازي للمستوى س ص) قبل حدوث الازاحة على هيئة المستطيل المظلل الذي احده أضلاعه



ح د والضلع الأخرى له ح ر مثلاً يصير عند حدوث الازاحة على هيئة متوازي الأضلاع ح د د د د د وتبقى ضلعه ح ح ثابتة الطول. فتكون نتيجة الازاحة أن يحدث في المستطيل المذكور اعوجاج بسيط أو ما يعرف في المرونة باسم « القص البسيط »^(١) ولكي يبقى ح د د د د د محتفظاً بشكله يجب أن يؤثر في السطح ا ب ا جهاد يحدث الانفعال الذي يقاس بالزاوية بين ح د د والمحور السيني. فإذا رمزنا لمقياس المتانة^(٢) بالرمز من وللزاوية

المذكورة بالحرف ه فان الاجهاد (في وحدة المساحات) من السطح ا ب ا اللازم لاجداث هذا القصر هو

$$\text{من ه} = \text{من طاه}$$

واتجاهه الى أعلى

وبالمثل اذا رمزنا للزاوية بين ه و والمحور السيني بالرمز ه يكون الاجهاد (في وحدة المساحات) من السطح ا ب ا مساوياً من طاه واتجاهه الى أسفل. فاذا اعتبرنا كلا من المساحتين الممثلتين في الشكل بالمستقيمين د د د ه ه مساوية الوحدة ، فان الجزء د د د ه من الوسط يعانى قوة تؤثر فيه الى أعلى تساوى

$$\text{من (طاه - طاه)}$$

$$\text{ولكن طاه} = \frac{\text{د ه}}{\text{د ه}}$$

فاذا رمزنا للبعد ه د برمز التفاضل Δ س يكون

$$\text{طاه} = \frac{\text{د ه}}{\text{د ه}} + \frac{\text{د ه}}{\text{د ه}} \Delta \text{ س}$$

فتكون القوة المؤثرة في الجزء $د_١ هـ_١ د_٢ هـ_٢$ من الوسط مساوية

$$- م ن \frac{v^2}{\omega_s} \Delta s$$

فاذا زال الاجهاد فانه ينشأ عن مرونة الوسط قوة تؤثر في الجزء المذكور تساوى

$$م ن \frac{v^2}{\omega_s} \Delta s \text{ وتحدث فيه عجلة في اتجاه المحور الصادى. فاذا رمزنا لكثافة الوسط بالحرف ن}$$

ونظراً لأن الجزء المذكور من الوسط حجمه Δs يكون

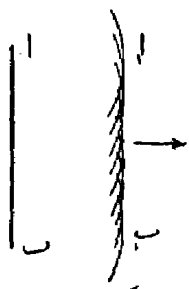
$$ن \Delta s \frac{v^2}{\omega_s} = م ن \frac{v^2}{\omega_s} \Delta s$$

$$\therefore \frac{م ن}{ن} = \frac{v^2}{\omega_s}$$

وهذه المعادلة هي معادلة حركة موجية تنتقل في اتجاه المحور السينى بسرعة $\sqrt{\frac{م ن}{ن}}$

١٩١ - قاعدة هيجنز

اذا تعين صدر الموجة في لحظة ما فلايجاد صدرها بعد مضي برهة معينة من الزمن وضع « هيجنز »^(١) قاعدة تعرف باسمه تنص على أن كل نقطة من صدر الموجة تعد مركز اضطراب تنتشر منه موجة والغلاف لهذه الموجات في أية لحظة يكون هو صدر الموجة في هذه اللحظة فاذا كان الوسط متجانس الأجزاء ومتشابه الخواص وكان صدر الموجة في لحظة ما مستويًا نمثله في شكل (١٦٣) بالمستقيم ا ب وكانت الموجة المستوية تنتقل في اتجاه السهم واعتبرنا كل نقطة من صدر الموجة مركز اضطراب تنتشر منه موجة فان هذه الموجات تكون صدورها كرية فاذا كانت سرعة انتقال الواحدة منها c وأريد تحديد صدر الموجة المستوية

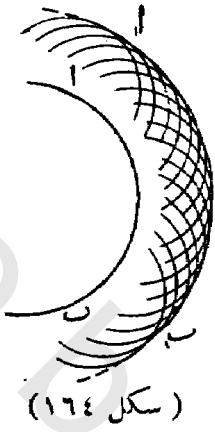


(شكل ١٦٣)

بعد مضي فترة من الزمن قدرها c ورسمت من كل نقطة من الصدر ا ب كرة نصف قطرها c ومركزها النقطة فان الغلاف لجميع هذه الكرات يعين صدر الموجة المستوية بعد مضي تلك الفترة والغلاف في هذه الحالة

يكون مستويًا كالمستوى الممثل في الشكل بالمستقيم ا ب

وإذا كان صدر الموجة كريباً كالمبين في شكل (١٦٤) بالقوس ا ب
وكرر العمل السابق فإن الغلاف للويجات يكون كريباً أيضاً كالمبين في
الشكل بالقوس ا ب



(شكل ١٦٤)

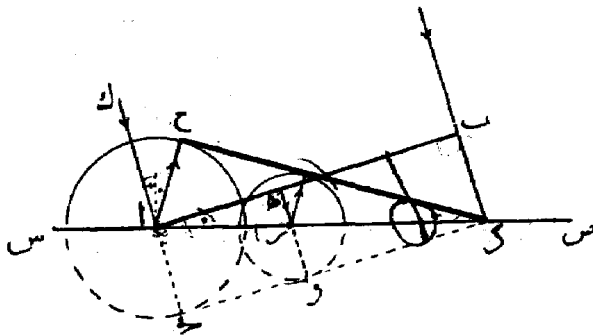
١٩٢ - مبدأ النظرية الموجية في الضوء

كان هيجنز أول من طبق بصفة جدية النظرية الموجية في الضوء .
فاعتبر الضوء حركة موجية تنتقل بسرعة منتظمة واحدة في جميع الجهات
في الأوساط المتجانسة الأجزاء والمتشابهة الخواص في جميع الاتجاهات واعتبر الشعاع الضوئي
الخط المرسوم عمودياً على صدر الموجة والذي يدل على اتجاه انتقال الموجة أى يدل على مسير
الضوء . وقد طبق القاعدة المعروفة باسمه والتي سبق ذكرها لبيان كيفية حدوث الانعكاس وكيفية
حدوث الانكسار طبقاً للنظرية الموجية

والقول بالنظرية الموجية يتطلب القول بوجود وسط ذي صفات وخواص معينة تحدث
فيه موجات الضوء وتنتشر خلاله . ولما كان الضوء ينتقل في الفراغ المجرد عن المادة وجب أن
يقال بوجود هذا الوسط في الفراغ أو الخلاء ، ويطلق على هذا الوسط اسم «الأيثر» . فالأيثر إذن
هو الوسط المفروض وجهه ده لكي تحدث فيه وتنتقل خلاله موجات الضوء وهو وسط يعم
أرجاء العالم يتخلل الأبعاد الشاسعة بين النجوم والشعوس والكواكب بل ويتخلل أيضاً
جزيئات المادة وذراتها والكتروناتها وما الى ذلك من جواهرها

١٩٣ - انعكاس الموجة المستوية عند السطح المستوي

إذا فرضنا أن ا ب شكل (١٦٥) يمثل صدر موجة مستوية (عمودية على مستوى الشكل)



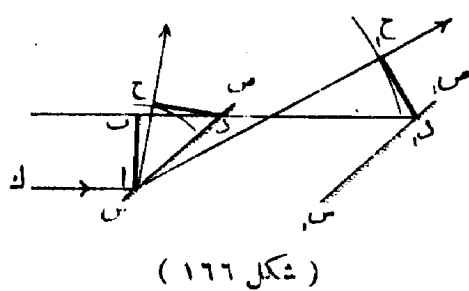
(شكل ١٦٥)

تسقط على سطح مستوي عاكس س ص
فلتطبق قاعدة هيجنز لبيان كيفية حدوث
الانعكاس أو بالأحرى لإيجاد موضع صدر
للموجة بعد انعكاسها نرسم المستقيمين ا ح و
عموديين على صدر الموجة الساقطة ا ب

بحيث تكون نقطة د نقطة تقابل العمود الثاني والسطح العاكس ثم نرسم د ح موازياً للمستقيم
 ا ب يقطع العمود ا ح في نقطة ح . ثم نركز عند ا ونرسم دائرة نصف قطرها ا ح (يساوى
 ب د) ومن أية نقطة مثل ه على صدر الموحة المستوية نرسم ه و عمودياً على ا ب قاطعاً
 السطح س ص في نقطة مثل ر ثم نركز عند ر ونرسم دائرة نصف قطرها ر و . فطبقاً
 لقاعدة هيجنز يتضح أنه في الوقت الذى تصل فيه المويجة من ب الى نقطة د تكون المويجة من
 ا قد بلغت محيط الدائرة ا ح والمويجة من ه قد بلغت نقطة ر ثم انتشرت منها مويجة
 تكون قد وصلت الى محيط الدائرة ر و وهكذا . فاذا لم يكن السطح العاكس موجوداً فان
 صدر الموجه الساقطة يكون قد وصل الى د ح ولكن اذا فرضنا أن وجود السطح العاكس
 يجعل الحركة الموجية مقصورة على الجزء الأعلى من فوق س ص يكون المماس د ح المرسوم
 من د للدائرتين المبينتين في الشكل هو الغلاف للويجات في اللحظة التى تبلغ فيها المويجة من
 ب نقطة د و اذن يكون د ح صدر الموجه المستوية بعد الانعكاس

ويتضح من الرسم أن الزاوية بين ا ب والسطح العاكس مساوية للزاوية بين د ح وهذا
 السطح . فاذا رسمنا ا ح عمودياً على ا ب و ا ح عمودياً على د ح فإن الاول يكون شعاعاً
 ساقطاً والثانى يكون شعاعاً منعكساً ويكون ميل الاول على العمود المرسوم من ا على السطح
 س ص مساوياً لميل الثانى عليه أى تكون زاوية السقوط مساوية لزاوية الانعكاس .

وقد و اعتبرنا فيما سبق أن السطح س ص وهو العاكس سطح ثابت . أما اذا انعكس الضوء
 عن سطح متحرك فان زاويتي السقوط والانعكاس لا تكونان بوجه عام متساويتين . وليبين ذلك



(شكل ١٦٦)

نفرض أن ا ب (شكل ١٦٦) صدر موجه ساقطة على
 السطح س ص وان هذا السطح متحرك في اتجاه
 الأشعة الساقطة عليه . ان المويجة من ب تدرك السطح
 العاكس عند د حيث تكون نسبة سرعة السطح الى سرعة

$$\frac{v_d}{v_s} \text{ مساوية } \frac{v_d}{v_s}$$

ففي الوقت الذى تصل فيه المويجة من ب الى نقطة د تكون المويجة من ا قد وصلت

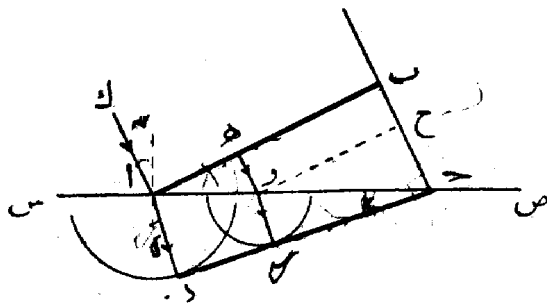
الى سطح كرة نصف قطرها $اح$ ، $ب د$ ، واذن يكون صدر الموجه المستوية بعد انعكاسها عند السطح المتحرك هو المماس $د ح$ ، فاذا اعتبرنا $ك ا$ (العمود على $اب$) شعاعاً ساقطاً يكون $اح$ الشعاع المنعكس عند السطح المتحرك. أما اذا كان السطح ثابتاً في الموضع $س ص$ فانه في الوقت الذي تصل فيه المويجة من $ب$ الى نقطة $د$ تكون المويجة من $ا$ قد وصلت الى سطح كرة نصف قطرها $اح$ = $ب د$ ويكون المماس $د ح$ هو صدر الموجه المستوية بعد الانعكاس ويكون $اح$ مسير الشعاع المنعكس. فحركة السطح في اتجاه $ك ا$ تجعل زاوية انعكاس الشعاع $ك ا$ أكبر من زاوية الانعكاس لو كان السطح ثابتاً

وبالمثل يمكن بيان أن حركة السطح العاكس في الاستقامة نفسها ولكن في الاتجاه المضاد تجعل زاوية الانعكاس أصغر مما لو كان السطح ثابتاً.

ونظراً لأن سرعة الضوء كبيرة جداً يلاحظ في كاتى الحالتين أن تأثير تحرك السطح العاكس لا يكون محسوساً الا اذا بلغت سرعته مقداراً كبيراً يكون ذا قيمة اذا ضوئى بسرعة الضوء

١٩٤ - انكسار الموجه المستوية عند السطح المستوى

وتطبق قاعدة « هيجنز » لايجاد موضع صدر الموجه المستوية بعد الانكسار. وتطبيق القاعدة في هذه الحالة مبنى على اعتبار أن سرعة الضوء في أحد الوسطين غيرها في الآخر فاذا فرضنا أن $اب$



(شكل ١٦٧)

شكل (١٦٧) يمثل صدر موجه مستوية (عمودية على مستوى الورقة) وأن $س ص$ السطح الفاصل بين الوسطين ورسمنا من $ب$ العمود $ح د$ على $اب$ بحيث يقطع السطح $س ص$ في نقطة $ح$ ثم مركزنا عند $ا$ ورسمنا في الوسط الثانى دائرة (أو بالأحرى

كرة) نسبة نصف قطرها $ا د$ الى $ب ح$ كنسبة السرعة في الوسط الثانى الى السرعة في الوسط الاول ثم أخذنا أية نقطة مثل $ه$ على $اب$ ورسمنا $ه$ وعمودياً على $اب$ بحيث يتقابل والسطح $س ص$ عند $و$ ومن نقطة $و$ رسمنا المستقيم $و ح$ موازياً $اب$ ثم مركزنا في $و$ ورسمنا في الوسط الثانى دائرة نسبة نصف

قطرها و ر الى ح - كنسبة السرعة في الوسط الثاني الى السرعة في الاول ثم رسمنا من ح المماس
 ح رد فانه يمثل صدر الموجة بعد الانكسار. ففي الوقت الذي تصل فيه الموجة من ب الى نقطة
 ح في الوسط الاول تكون الموجة من ا قد وصلت في الوسط الثاني الى محيط الدائرة التي نصف
 قطرها ا د وكذلك تكون الموجة من ه قد وصلت الى نقطة و في الوسط الاول ثم انتشرت موجة
 في الوسط الثاني تكون قد وصلت الى محيط الدائرة التي نصف قطرها و ر واذن يكون ح د هو
 الغلاف للدائرتين وكذلك لجميع الدوائر التي يمكن رسمها بهذه الكيفية

فاذا اعتبرنا ك اشعاعاً ساقطاً فهو عند الانكسار يكون مسيره ا د فاذا رمزنا لزاوية السقوط

بالحرف ب ولزاوية الانكسار بالحرف ر فان

$$\frac{ب}{ا} = \frac{ح}{د}$$

$$\frac{ب}{ا} = \frac{و}{ر}$$

ومن العمل يتضح أن نسبة السرعة في الوسط الاول الى السرعة في الوسط الثاني هي

$$\frac{ب}{ا}$$

$$\frac{ح}{ا} = \frac{و}{ر} \quad \text{ولكن} \quad \frac{ح}{ا} = \frac{ب}{ا}$$

$$\frac{و}{ر} = \frac{ب}{ا}$$

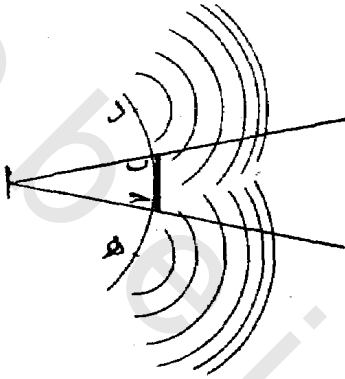
ويساوي هذا معامل انكسار الضوء من الوسط الاول الى الوسط الثاني

فيتضح من هذا أن تطبيق قاعدة هيجنز في الانكسار يتطلب أن تكون نسبة سرعة الضوء
 في أحد الوسطين الى سرعته في الآخر مساوية معامل انكسار الضوء من الوسط الاول الى الوسط الثاني

١٩٥ - العقبة الاولى في سبيل النظرية الموجية

عندما وضع « هيجنز » أساس النظرية الموجية في الضوء وبين مستعيناً بالقاعدة المنسوبة

اليه حدوث الانعكاس والانكسار كما بينا فيما سبق كانت العقبة الكؤود في سبيل الأخذ بالنظرية الموجية ظاهرة انتشار الضوء في خطوط مستقيمة فاذا فرضنا أن ا شكل (١٦٨) نقطة مضيئة فطبقاً للنظرية الموجية ينتشر من ا موجات كرية . فاذا وضع في سبيل الضوء حاجز مثل ب - ح فانه طبقاً لظاهرة انتشار الضوء في خطوط مستقيمة يتكون لهذا



(شكل ١٦٨)

الحاجز ظل هو المحدود بالمستقيمات الواصلة بين ا وبين أطراف هذا الحاجز . ولكن طبقاً لقاعدة هيجنز تكون كل نقطة من صدر الموجة الكرية مركز اضطراب تنتشر منه موجة . فاذا راعينا نقطتي د ه مثلاً فان الموجة التي تنتشر من كل منهما تأخذ في الاتساع كما هو مبين بالشكل فتجاوز حدود الظل

الى منطقة الظل نفسه ويكون معنى هذا وصول الضوء الى منطقة الظل فلا يكون للظل وجود وقد أدرك هيجنز هذه العقبة منذ أول الأمر وحاول أن يزيلها باعتبار أن تأثير الموجات مقصور على موضع تلامسها والغلاف أى أن الجزء الفعال من صدر الموجة لا يتجاوز موضع التلامس هنا وان سائر الأجزاء الأخرى منه لا أثر لها ولا تحدث ضوءاً . ولكن هذا الاعتبار لم يقبل في ذلك الحين . فأدى التناقض الظاهري بين ظاهرة انتشار الضوء في خطوط مستقيمة وبين النظرية الموجية الى اغفال هذه النظرية حيناً من الدهر والأخذ بنظرية أخرى تعرف بنظرية الدقائق عاضدها « نيوتن » وشرح على أصولها كثيراً من الظواهر الضوئية التي كانت معروفة في ذلك الحين وقد ظل الحال كذلك في القرن الثامن عشر حتى اذا ما جاء القرن التاسع عشر كشفت ظاهرة التداخل في الضوء وعللت ظاهرة انتشار الضوء في خطوط مستقيمة وكشفت ظواهر أخرى عززت النظرية الموجية وقيست سرعة الضوء في الماء فجاءت النتيجة العملية معززة للنظرية الموجية داحضة لنظرية الدقائق كما سيتضح فيما يأتي .

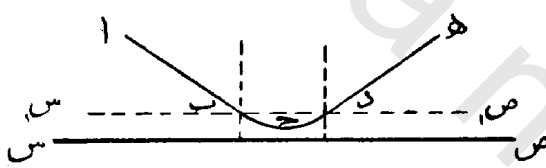
١٩٦ — نظرية الدقائق^(١) في طبيعة الضوء

والنظرية التي سادت في القرن الثامن عشر تعد الضوء دقائق غاية في الصغر تصدر من الجسم

المضيء وتتحرك بسرعة كبيرة اذا ما وقعت على العين أحدثت الاحساس بالضوء والنظرية في هذه الصورة البسيطة تتفق وانتشار الضوء في خطوط مستقيمة فنظراً لأن هذه الدقائق سرعتها كبيرة جداً وكتلتها صغيرة جداً فإن مسيراتها تكون مستقيمة . واذن تتفق أيضاً والظواهر التي تترتب على انتشار الضوء في خطوط مستقيمة كظاهرة الظلال وما إليها

١٩٧ - شرح الانعكاس طبقاً لنظرية الدقائق

وطبق نيوتن نظرية الدقائق لشرح انعكاس الضوء وفرض لذلك وجود منطقة نسميها «منطقة نفوذ» السطح العاكس . وتكون خارج السطح ومحدودة بسطح يوازيه على بعد صغير منه . فاذا دخلت الدقائق الضوئية منطقة النفوذ عانت قوة طرد في اتجاه عمودي على السطح العاكس فاذا فرضنا أن الدقائق الضوئية تسقط على السطح العاكس س ص (شكل ١٦٩) في استقامة اب وان منطقة النفوذ هي الواقعة بين س ص و س_١ ص_١ فان سرعة الدقائق عند ب يمكن



(شكل ١٦٩)

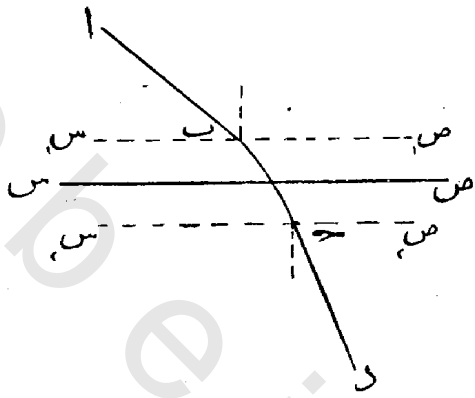
تحليلها الى مركبتين احدهما في اتجاه عمودي على السطح العاكس والاخرى في اتجاه مواز له فنظراً لوجود قوة الطرد في الاتجاه العمودي

على السطح تأخذ المركبة الأولى في النقص مع بقاء الثانية ثابتة . فتتحرك الدقائق في اتجاه ح حتى تبلغ أقرب مداها من السطح عند ما تعدم المركبة الأولى فاذا ما بلغت قيمتها صفراً تأخذ بعد ذلك في الازدياد وقد انعكس اتجاهها فتتحرف الدقائق في اتجاه ج د حتى اذا وصلت الى نهاية منطقة النفوذ تكون المركبة العمودية على السطح قد بلغت قيمتها الأولى في الاتجاه المضاد ونظراً لثبوت المركبة الموازية للسطح فان السرعة تبلغ قيمتها الأولى . فتتحرك الدقائق بسرعتها الأصلية في اتجاه د هـ بعد أن تتجاوز منطقة النفوذ . ويتضح من التماثل التام أن الزاوية بين الشعاع الساقط ا ب والعمود على السطح تساوي الزاوية بين الشعاع المنعكس د هـ والعمود

١٩٨ - شرح الانكسار طبقاً لنظرية الدقائق

ولشرح الانكسار يفرض وجود منطقة نفوذ تمتد على حانبي السطح الفاصل بين الوسطين فاذا فرضنا أن هذا السطح هو س ص (شكل ١٧٠) كانت منطقة النفوذ بالمحدودة بالسطحين

س_١ ص_١ ك_١ س_٢ ص_٢ فاذا وقعت الدقائق في استقامة ا ب في الوسط الاول وليكن الصغير الكثافة الضوئية فانها عند دخولها هذه المنطقة تعاني قوة تجذبها نحو باطن الوسط الكبير



(شكل ١٧٠)

الكثافة في اتجاه عمودي على السطح الفاصل بين الوسطين . فاذا حلت السرعة عند ب الى مركبتين احدهما عمودية على السطح والاخرى موازية له فالأولى تأخذ في الازدياد مع بقاء الثانية ثابتة فتحنرف الدقائق في اتجاه ب > حتى اذا وصلت الى نقطة > عند نهاية منطقة النفوذ تكون المركبة في الاتجاه العمودي

على السطح قد بلغت قيمة أكبر من قيمتها الأولى وتظل المركبة الموازية للسطح على حالتها واذن تتحرك الدقائق في الوسط الثاني في اتجاه مثل > د حيث تكون الزاوية بين > د والعمود على السطح أصغر من الزاوية بين ا ب والعمود

أما اذا كان الضوء ساقطاً في اتجاه د > في الوسط الكبير الكثافة فان القوة المؤثرة في الدقائق لا تزال تجذبها نحو باطن هذا الوسط في اتجاه عمودي على السطح فيكون هناك تقصير واقع على المركبة العمودية على السطح . ويكون مسير الدقائق في مثل الاتجاه > ب فاذا وصلت الى نقطة ب عند نهاية منطقة النفوذ تكون المركبة في الاتجاه العمودي على السطح أصغر وتظل المركبة الموازية للسطح على حالتها واذن تتحرك الدقائق في الوسط الأقل كثافة في اتجاه ب ا بحيث تكون زاوية ميل ب ا على العمود على السطح أكبر من زاوية ميل د > عليه

واذا رمزنا للزاوية بين ا ب والعمود على السطح بالحرف ن وللزاوية بين > د والعمود بالحرف ر ورمزنا لسرعة الدقائق في الوسط الاعلى بالرمز ع_١ ولسرعتها في الوسط الاسفل بالرمز ع_٢ فان المركبة الموازية للسطح عند ب هي ع_١ حا و عند > هي ع_٢ حار وبما أن هذه المركبة تبقى ثابتة يكون

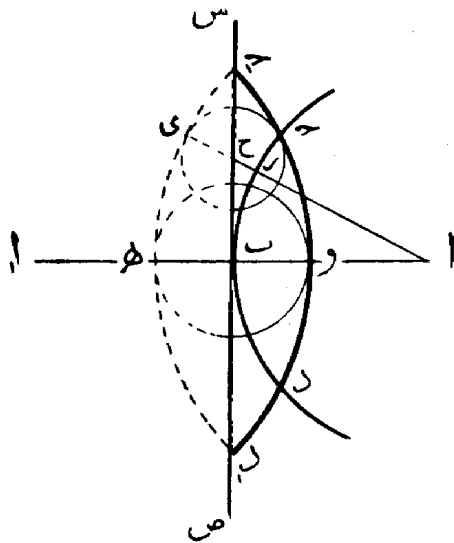
$$ع_١ حا = ع_٢ حار$$

$$\therefore \frac{ع_١}{ع_٢} = \frac{حار}{حا}$$

ويساوى هذا معامل الانكسار من الوسط الاول الى الوسط الثانى
فيكون معامل انكسار الضوء من وسط الى آخر مساوياً مقلوب نسبة سرعته فى الاول الى
سرعته فى الثانى . والنظرية الموجية كما تبين فيما سبق تتطلب أن يكون معامل الانكسار من وسط
الى آخر مساوياً نسبة سرعة الضوء فى الاول الى سرعته فى الثانى لا مقلوب هذه النسبة والنتيجتان
متناقضتان ولم يكن ثمة ما يفصل بين الخطأ والصحيح منهما فى مبدئ الامر . وان كانت النظرية
الموجية أخذت دعائمها تقوى من أول القرن التاسع عشر عند الكشف عن التداخل فان الحكم
الفصل بين النظريتين من الوجهة التى نحن بصدها تأيد حوالى منتصف القرن التاسع عشر
عند ما أجرى « فوكول » تجاربه لقياس سرعة الضوء فى الهواء وسرعته فى الماء وبين فعلاً أن
سرعة الضوء فى الهواء اكبر من سرعته فى الماء . فتأيدت من هذه الوجهة أيضاً النظرية الموجية .
وسنبين فيما يلى كيف تشرح الظواهر الاساسية فى الانعكاس والانكسار على أصول النظرية الموجية
بالاستعانة بقاعدة هيجنز

١٩٩ - انعكاس الموجة الكرية عند السطح المستوى

لنفرض أن موجة كرية ح د (شكل ١٧١) مركزها نقطة ا تسقط على سطح مستوى .



(شكل ١٧١)

عكس س ص وتلسمه عند ب . نرسم فى نقطة ا ونرسم
 ح د جزءاً من كرة يمثل صدر الموجة فى لحظة ما
لو لم يكن السطح العاكس موجوداً . نسقط من العمود
 ا ب على السطح العاكس ونمده على استقامته الى نقطة ا
بحيث يكون $\text{ا ب} = \text{ا ب}$ ثم نرسم ا ب ونرسم
 ح د جزءاً من كرة نصف قطرها يساوى $\text{ا ب} + \text{ب هـ}$
فيكون هذا السطح هو صدر الموجة المنعكسة فى اللحظة

التي نراعيها

وليبيان هذا نرسم عند نقطة ب ونرسم كرة نصف قطرها ب هـ فيتبين أن السطح ح د

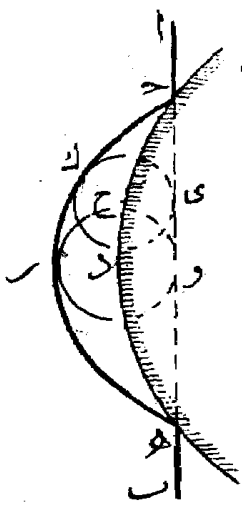
يلبسها في نقطة و . كذلك اذا أخذنا أية نقطة مثل ر على صدر الموجة الساقطة ومددنا نصف القطر ا ر حتى يقطع السطح العاكس في نقطة ح ثم السطح الكرى ح د هـ د في نقطة ي وركزنا عند ح ورسمنا كرة نصف قطرها يساوي ب هـ - ر ح فسطح هذه الكرة يمثل المدى الذى تصل اليه الموجة المبتدئة من نقطة ر في الوقت الذى تصل فيه الموجة من ب الى سطح الكرة التى نصف قطرها ب و (= ب هـ) ويتبين أن السطح الكرى ح د هـ و د يلبس تلك الكرة أيضاً فهو اذن الغلاف . واذن فهو يمثل صدر الموجة الكرية بعد الانعكاس فى اللحظة التى نراعيها

ويتضح مما سبق أن الموجة الكرية الصادرة من ا تنعكس كموجة كرية تكون كأنها صادرة من نقطة ا - تعتبر صورة لنقطة ا ويتضح أن الموجة الكرية اذا انعكست ينعكس تكونها .

٢٠٠ - انعكاس الموجة المستوية عند السطح الكرى

(أولاً) السطح المحدب

لنفرض أن السطح الكرى العاكس ح د هـ (شكل ١٧٢) وليكن محدباً ولنفرض أن الموجة المستوية عمودية على محوره فعند سقوطها على السطح تلبس أولاً نقطة د فتصير مركز اضطراب تنتشر منه موجة ثم تلبس بالترتيب النقاط الأخرى من السطح كل نقطتين متماثلتين (بالنسبة الى القطب) فى آن واحد فتصيران مركزى اضطراب وهكذا



فاذا فرضنا أن الموجة المستوية الساقطة قد انطبق بعض أجزائها فى لحظة على ا ح و ب (بحيث لو لم يكن السطح العاكس موجوداً لكانت أجزاؤها الأخرى منطبقة على ح و هـ) فإن الموجة التى ابتدأت من د تكون قد وصلت

الى سطح كرة نصف قطرها د ر = د و فى حين أن الموجة من أية نقطة مثل (شكل ١٧٢)

ح على السطح تكون قد وصلت الى سطح كرة نصف قطرها ح ك يساوى العمود ح ي

وكررنا مثل هذا العمل بالنسبة الى نقط أخرى على السطح فان الغلاف لهذه الكرات يكون ح دى ويمثل صدر الموجة بعد الانعكاس . ويمكن كما فى الحالة الأولى اعتبار هذا السطح كريباً اذا كان اتساع السطح العاكس صغيراً . واذا أسقطنا من نقطة و العمود وك على المحور ومن نقطة ح (وهى نقطة تلامس الغلاف والكرة التى مركزها و) العمود ح ن على المحور وبالرمز لنصف قطر تكور السطح العاكس بالرمز س يمكن كما سبق بيان أن

$$\frac{\overline{وك}^2}{\overline{دك}^2} = \frac{1}{4}$$

وبالرمز لنصف قطر تكور الغلاف بالرمز س يمكن ايضا بيان ان

$$\frac{\overline{ح ن}^2}{\overline{د ن}^2} = \frac{1}{4}$$

فاذا كان السطح العاكس صغيراً أو كان تكوره طفيفاً جداً أمكن اعتبار نقطة ح عند نهاية القطر المار بنقطة ر لصدر الموجة التى مركزها و واذا يمكن اعتبار أن

$$\begin{aligned} \overline{ح ن} &= \overline{وك} \\ \overline{د ن} &= \overline{دك} \\ \text{واذا ينتج أن} \\ \frac{1}{4} &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

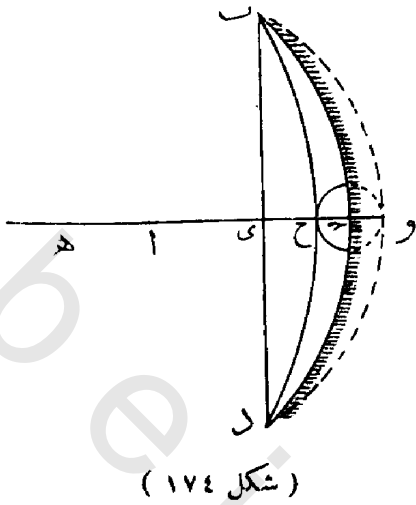
ويلاحظ فى هذه الحالة أن الموجة المنعكسة تنقبض الى نقطة هى منتصف نصف قطر السطح العاكس وهى البؤرة الحقيقية للسطح المقعر

٢٠١ - انعكاس الموجة الكرية عند السطح الكرى

(أولاً) السطح المقعر

لنفرض أن السطح المقعر هو ب ح د (شكل ١٧٤) ومركزه نقطة ه وقطبه نقطة ح ولنفرض أنه سقطت عليه موجة كرية مركزها نقطة ا ولنفرض أنها كانت تأخذ فى لحظة ما الوضع ب و د لولم يكن السطح العاكس موجوداً ولنفرض أن السطح ب ح د هو الغلاف للدويجات التى

تنقشر من النقط المختلفة من السطح العاكس عند ما يلمس صدر الموجة الكرية الساقطة هذه النقط



(شكل ١٧٤)

بالترتيب أى لنفرض أنه يلمس مثلاً الموجة التى تبندى من
ح وتصل الى ح عند وجود السطح العاكس فى الوقت الذى
كانت تصل فيه الى و لولم يكن موجوداً وهكذا، فيكون السطح
ب ح د هو صدر الموجة بعد الانعكاس فى اللحظة المذكورة
والغلاف المذكور لا يكون كرىاً ولكن اذا فرضنا أن
اتساع السطح العاكس صغير أمكن اعتباره جزءاً من سطح
كرى فهو فى الحقيقة يكون بمثابة سطح صغير منحن له
نصف قطر انحناء معين

فاذا رمزنا لنصف قطر تكور السطح العاكس بالرمز ρ وكان المستقيم ب د وترأ عمودياً على
المحور هـ ح يتقابل واياه فى نقطه ي يتبين من الشكل أن

$$\overline{بي}^2 = \overline{بي} \cdot (\overline{بي} + \rho)$$

وباعتبار أن السطح العاكس صغير يكون

$$\overline{بي} = \frac{\overline{بي}^2}{\rho} \dots \dots (١)$$

واذا رمزنا لنصف قطر انحناء الموجة الساقطة بالرمز ρ_1 يكون طبقاً للفرض المذكور

$$\overline{وي} = \frac{\overline{بي}^2}{\rho_1} \dots \dots (٢)$$

واذا رمزنا لنصف قطر انحناء الموجة المنعكسة بالرمز ρ_2 يكون أيضاً

$$\overline{حي} = \frac{\overline{بي}^2}{\rho_2} \dots \dots (٣)$$

ولكن نظراً لأن نقطة ح هى نقطة تلامس الغلاف و سطح الكرة التى تصل اليها الموجة
المبتدئة من ح فى الوقت الذى كانت تصل فيه الى نقطة و لولم يكن السطح العاكس موجوداً يكون

$$\overline{>} = \overline{>} \text{ ح}$$

$$\text{واذن } \overline{و} = \overline{و} + \overline{و} = \overline{و} + \overline{و} \text{ ح}$$

$$\therefore \overline{و} + \overline{و} = \overline{و} + \overline{و} = \overline{و} + \overline{و} \text{ ح}$$

وبالتعويض من المعادلات (١) و (٢) و (٣) ينتج أن

$$\frac{\overline{و}}{\overline{و}} = \frac{\overline{و}}{\overline{و}} + \frac{\overline{و}}{\overline{و}}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

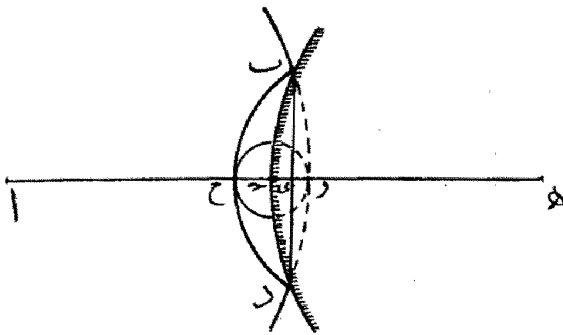
فاذا رمزنا لبعـد مركز الموجة الساقطة عن السطح العاكس بالحرف ع و لبعـد مركز

الموجة المنعكسة عنه بالحرف ع فان ع = ع و ع = ع بالتقريب واذن

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

(ثانياً) السطح المحدب

لنفرض أن السطح المحدب هو ب ح د (شكل ١٧٥) ومركزه نقطة ه ولنفرض أنه سقطت



(شكل ١٧٥)

عليه موجة كرية مركزها نقطة ا وأن

الموجة كانت تأخذ في لحظة ما الوضع ب و د

لو لم يكن السطح العاكس موجوداً

ولنفرض كما في الحالة السابقة أن ب ح د

هو صدرها بعد الانعكاس أى هو الغلاف

الذى يلبس مثلاً المويجة التى تبـدئ من

ح وتصل الى ح فى الوقت الذى كانت تصل فيه الى و لو لم يكن السطح العاكس موجوداً

ويكون ح و مساوياً ح و تكون المعادلات (١) و (٢) و (٣) منطبقة أيضاً فى

هذه الحالة

ومن الشكل يتضح أن

$$\overline{ح} = \overline{و} + \overline{وى} = \overline{ح} + \overline{وى}$$

$$\text{وبما أن } \overline{ح} + \overline{وى} = \overline{ح} + \overline{وى}$$

$$\therefore \overline{ح} = \overline{وى} + \overline{وى}$$

وبالتعويض من المعادلات (١) و (٢) و (٣) ينتج أن

$$\frac{\overline{وى}}{\overline{وى}} + \frac{\overline{وى}}{\overline{وى}} = \frac{\overline{وى}}{\overline{وى}}$$

$$\therefore \frac{1}{\overline{وى}} - \frac{1}{\overline{وى}} = \frac{2}{\overline{وى}}$$

وبالرموز السابقة يكون

$$\frac{2}{\overline{وى}} = \frac{1}{\overline{وى}} - \frac{1}{\overline{وى}}$$

وباتباع قاعدة الاشارات المألوفة تتحول هذه المعادلة الى صورة المعادلة المقابلة لها في

الحالة الأولى

وبهذه الكيفية يمكن استخراج كل الحقائق المرتبطة بالانعكاس عن السطوح الكرية

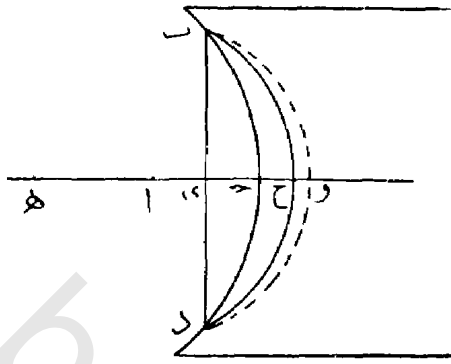
ويمكن طبعاً اعتبار حالة الموجة المستوية حالة خاصة من الموجة الكرية يكون فيها $\overline{وى} = \infty$ لا نهاية له

٢٠٢ - انكسار الموجة الكرية عند السطح الكرى

(أولاً) السطح المقعر

لنفرض أن السطح الكرى الذى يحدث عنده الانكسار هو ب حد (شكل ١٧٦) ومرز

تكوره نقطة ه ولنفرض أن الموجة الكرية التى تسقط على هذا السطح مركزها نقطة ا



(شكل ١٧٦)

ولتحديد الفكرة في الذهن لنفرض أنها تسقط من وسط كالهواء على سطح وسط آخر كالزجاج ومعايل الانكسار من الأول الى الثاني م. فاذا فرض أن صدر الموجه الساقطة يأخذ في لحظة ما الوضع ب و د عندما لا يحدث الانكسار وانه يأخذ الوضع ب ح د عند حدوث الانكسار فعلا، فان ب ح د يكون الغلاف للموجات

ومنها المويجة التي تبتدىء من القطب ح وتصل الى نقطة ح في الوسط الثاني وكانت تصل الى نقطة و لو لم يحدث الانكسار (حيث يكون $\frac{v}{c} = \frac{m}{c}$) والسطح ب ح د لا يكون بوجه عام كريباً ولكن يمكن اعتباره كذلك اذا كان اتساع السطح الحادث عنده الانكسار صغيراً فاذا رمزنا لنصف قطر تكور السطح الحادث عنده الانكسار بالرمز م وكان الوتر ب د يقطع المحور ه ح عمودياً في نقطة ي يمكن كما في الحالات السابقة اثبات ان

$$ح ي = \frac{\overline{ب ي}^2}{\overline{ب د}^2} \dots \dots (١)$$

وبالرمز لنصف قطر الموجه الساقطة بالرمز م يمكن اثبات أن

$$\overline{و ي} = \frac{\overline{ب ي}^2}{\overline{ب د}^2} \dots \dots (٢)$$

وبالرمز لنصف قطر الموجه المنكسرة بالرمز م يمكن كذلك اثبات ان

$$ح ي = \frac{\overline{ب ي}^2}{\overline{ب د}^2} \dots \dots (٣)$$

ولكن $\overline{ح ي} = \overline{ح د} + \overline{د ي}$

$$\overline{ح د} = \frac{\overline{و د}}{م}$$

$$\therefore \overline{ح} = \overline{و} + \overline{ح} \quad \text{و}$$

$$\text{ولكن } \overline{و} = \overline{و} - \overline{و} = \overline{و} - \overline{و}$$

$$\therefore \overline{ح} = \overline{و} + (\overline{و} - \overline{و})$$

$$\therefore \overline{ح} = \overline{و} + \overline{و} \cdot \left(\frac{1}{\overline{و}} - 1\right)$$

وبالتعويض من المعادلات (١) و (٢) و (٣) ينتج أن

$$\left(\frac{1}{\overline{و}} - 1\right) \frac{1}{\overline{و}} + \frac{1}{\overline{و}} \cdot \frac{1}{\overline{و}} = \frac{1}{\overline{و}}$$

$$\therefore \frac{1 - \overline{و}}{\overline{و}} = \frac{1}{\overline{و}} - \frac{\overline{و}}{\overline{و}} \quad \dots \dots \dots (٤)$$

فإذا رمزنا لبعـد النقطة التي تصدر منها الموجة الكرية عن السطح بالحرف ϵ وبعـد مركز

الموجة المنكسرة عن السطح بالرمز ϵ_1 فإن

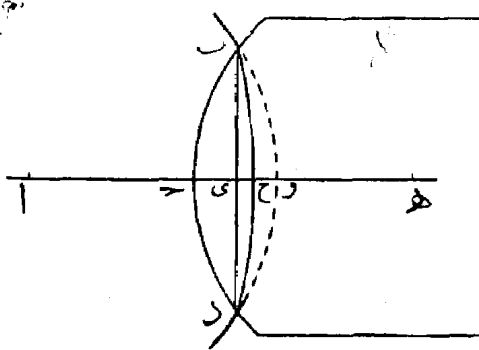
$$\epsilon = \epsilon_1 \quad \text{بالتقريب}$$

$$\epsilon = \epsilon_1 \quad \text{و}$$

$$\therefore \frac{1 - \overline{و}}{\overline{و}} = \frac{1}{\epsilon} - \frac{\overline{و}}{\epsilon}$$

(ثانياً) السطح المحدب

لنفرض أن السطح المحدب هو ب د



(شكل ١٧٧)

(شكل ١٧٧) ومركزه نقطة هـ ولنفرض أن الموجة الكرية التي تسقط على هـ هذا السطح

مركزها نقطة ا ولنرمز لمعامل انكسار الضوء من الوسط الأول (وليكن الهواء) إلى الوسط

الثاني (وليكن الزجاج مثلاً) بالحرف م فإذا فرض أن صدر الموجة الساقطة يأخذ في لحظة ما

الوضع ب د عندما لا يحدث الانكسار وأنه يأخذ الوضع ب ح د فعلاً عند حدوث الانكسار

فإن السطح ب ح د يكن هو الغلاف للموجات ويكون $\frac{r}{h} = m$ وتكون كما في الحالة السابقة

المعادلات (١) ٦ (٢) ٦ (٣) صحيحة

$$\overline{h} - \overline{h} = \overline{h} - \overline{h}$$

$$\overline{h} - \overline{h} =$$

$$\overline{h} - (\overline{h} + \overline{h}) =$$

$$\overline{h} \cdot \overline{h} - \overline{h} - (\overline{h} - 1) =$$

وبالتعويض من المعادلات (١) ٦ (٢) ٦ (٣) ينتج أن

$$\left(\frac{1}{r} - 1\right) \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{r} = \frac{1}{r}$$

$$\frac{1-r}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r} - \frac{r}{r}$$

وباتباع قاعدة الاشارات يتضح أن هذه المعادلة تأخذ صورة المعادلة المقابلة لها في السطح

المقعر . واذن تكون المعادلة (٤) هي المعادلة العامة التي تنطبق في حالتي السطح المقعر والسطح

المحبد اذا اتبعت القاعدة المشار اليها ، ومن المعادلة (٤) يمكن استخراج حالة انكسار الموجة

المستوية عند السطح الكرى حيث تكون قيمة r لا نهاية لها وكذلك حالة انكسار الموجة

الكرية عند السطح المستوي حيث تكون قيمة r لا نهاية لها

ويمكن بتطبيق ما سبق إيجاد العلاقة بين نصف قطر الموجة الساقطة على العدسة الكرية

ونصف قطر الموجة النافذة منها . وذلك بتقدير نصف قطر الموجة المنكسرة عند السطح الاول

للعدسة . ثم اعتبار هذه الموجة ساقطة على السطح الثاني وتقدير نصف قطر الموجة المنكسرة

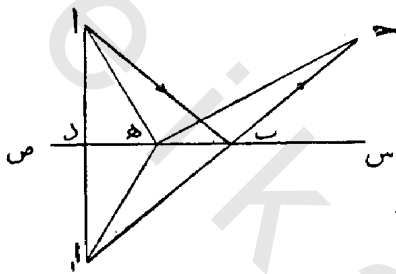
عند السطح الثاني مع ملاحظة أنه اذا رمز لمعامل الانكسار في الحالة الاولى بالحرف m يكون

معامل الانكسار في الثانية $\frac{1}{m}$

٢٠٣ - قاعدة فرمات

قاعدة منسوبة الى كاشفها « فرمات » ^(١) وتعرف بقاعدة « أقصر الاوقات » ^(٢) تنص على أن الضوء يستغرق في الانتقال من نقطة الى أخرى أقصر ما يمكن من الزمن . والقاعدة عامة تنطبق في حالتى الانعكاس والانكسار

ولبيان صحة القاعدة في الانعكاس نفرض أن س ص (شكل ١٧٨) سطح عاكس وأن



(شكل ١٧٨)

الضوء ينتقل من ا الى ح ماراً بنقطة على السطح العاكس . وترسم من نقطة العمود ا د على السطح ونمده على استقامته الى نقطة ا بحيث يكون ا د مساوياً ا د ثم نصل ا ح بحيث يقطع السطح في نقطة ب ونصل ا ب

ثم نأخذ أية نقطة أخرى مثل ه على السطح ونصل ا ه ا ه فيكون

$$ا ب + ب ح > ا ح + ا ه >$$

ولا ثبات ذلك يتضح من تطابق المثلثين ا ه د ا ه د أن

$$ا ه = ا ه$$

ومن تطابق المثلثين ا ب د ا ب د أن

$$ا ب = ا ب$$

وفي المثلث ا ه د

$$ا ه + ا ه > ا ب$$

$$\therefore ا ه + ا ه > ا ب + ا ب$$

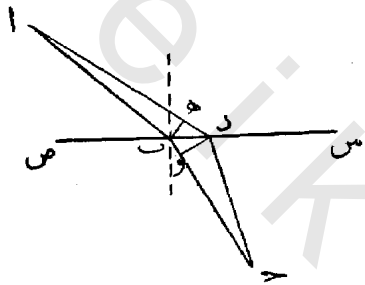
∴ يكون الزمن الذى يستغرقه الضوء فى الوصول من ا الى ب ومن ب الى ح أقصر من

الزمن الذى يستغرقه فى الوصول من ا الى ه ه من ه الى ح باعتبار أن ه اية نقطة أخرى (غير

ب) على السطح العاكس واذن يستغرق الضوء في الانتقال في مسيره ا ب > أقصر ما يمكن من الزمن

• وإذا أقمنا العمود عند ب على السطح العاكس كان من السهل اثبات أن ا ب < ا هـ > أحدهما بمثابة شعاع ساقط والآخر بمثابة شعاع منعكس

وليبيان صحة القاعدة في الانكسار نفرض أن س ص (شكل ١٧٩) سطح يفصل بين وسطين ولنفرض أن الضوء ينتقل من نقطة ا الى نقطة هـ > ومسيره ا ب > في أقصر ما يمكن من الزمن فنظراً لأنه عند النهايتين الصغرى أو العظمى تكون المقادير



(شكل ١٧٩)

الجبرية ثابتة يتضح أنه إذا أخذنا نقطة مثل د على السطح س ص وكانت قريبة جداً من ب فإن الضوء يستغرق في المسير من ا الى د ثم من د الى هـ زمناً يساوى الزمن الذى يستغرقه في المسير من ا الى ب ثم من ب الى هـ . فإذا أسقطنا من ب العمود ب هـ

على ا د ومن د العمود د و على ب هـ فنظراً لأن نقطة د قريبة من نقطة ب أمكن اعتبار ا ب مساوياً ا هـ > د مساوياً هـ و

واذن يكون الزمن الذى يستغرقه الضوء في الوصول من هـ الى د في الوسط الاول مساوياً الزمن الذى يستغرقه في الوصول من ب الى و في الوسط الثانى . فإذا رمز لسرعته في الاول بالرمز ع_١ ولسرعته في الثانى بالرمز ع_٢ يكون

$$\frac{هـ د}{ب و} = \frac{ع_٢}{ع_١}$$

$$\therefore \frac{ع_٢}{ع_١} = \frac{هـ د}{ب و}$$

وإذا رسمنا من ب العمود على السطح ورمزنا للزاوية التى يصنعها ا ب مع هذا العمود بالحرف ن وللزاوية التى يصنعها ب هـ مع العمود بالحرف د فإن

$$\sin د = \sin ن$$

$$v = \frac{d}{t}$$

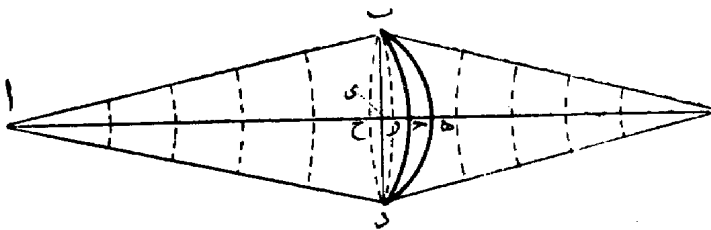
$$\text{وبما أن } \frac{v_1}{v_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{t_2}{t_1}$$

$$\therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{t_2}{t_1}$$

واذن على فرض أن الضوء يستغرق في مسيره من ا الى ب الى ح أقصر الاوقات يكون معامل الانكسار من الوسط الأول الى الثاني مساوياً نسبة سرعة الضوء في الأول الى سرعته في الثاني واذن يكون (طبقاً للنظرية الموجية) ا ب بمثابة شعاع ساقط و ب ح بمثابة المنكسر فينقاد الضوء في مسيره من نقطة ا في الوسط الأول الى نقطة ح في الوسط الثاني الى قانوني الانكسار واذا تعددت الانكسارات فان مجموع الزمن الذي يستغرقه الضوء في قطع مسيره في الوسط الأول والزمن الذي يستغرقه في قطع مسيره في الثاني وهكذا هذا المجموع يساوى أقصر ما يمكن من الزمن

٢٠٤ — استنباط قانون العدسة بتطبيق قاعدة فرمات

من المعلوم أن العدسة تجعل الاشعة الصادرة من نقطة على محورها تتجمع (هي أو امتداداتها)



(شكل ١٨٠)

بعد نفوذها فيها في نقطة على محورها . والعدسات الكرية حقاً لا تعمل العمل المذكور الا اذا كان اتساعها صغيراً

نظراً للزيغ الكرى لذلك نفرض أن عدسة محدودة بسطحين كرين مثل ب ح د و ب ه د (شكل ١٨٠) ذات اتساع صغير ولنفرض أن السطح الواقع عليه الضوء وهو ب ح د مقعر والآخر ب ه د محدب حتى يكون نصف قطرهما ب ه د و ب ح د موجبين طبقاً لقاعدة الاشارات ولتكن العدسة لامة بحيث يتجمع الضوء الصادر من نقطة ا على المحور في نقطة ا بعد

نفوذه من العدسة . فطبقاً لقاعدة فرمات يستغرق الضوء في الوصول من a الى a' أيّاً كان مسيره خلال العدسة أقصر ما يمكن من الزمن واذن يكون الزمن الذي يستغرقه أيّاً كان مسيره خلال العدسة واحداً . فاذا رمزنا لسرعة الضوء في الوسط المحيط بالعدسة (وليكن الهواء مثلاً) بالرمز c وفي مادة العدسة (الزجاج مثلاً) بالرمز c' يتضح أن الزمن الذي يستغرقه الضوء في المسير من a الى b الى a' هو $\frac{ab + a'b}{c}$ والزمن الذي يستغرقه في المسير من a الى c الى a' هو

$$\frac{ab}{c} + \frac{a'b}{c'} + \frac{ac}{c}$$

$$\text{واذن} \quad \frac{ab}{c} + \frac{a'b + ac}{c'} = \frac{ab + a'b}{c}$$

$$\therefore ab + a'b + ac = \frac{c}{c'} (ab + a'b + ac)$$

وبالرمز لمعامل انكسار الضوء من الوسط المحيط بالعدسة (الهواء مثلاً) الى مادة العدسة

$$(الزجاج مثلاً) بالحرف n فان $n = \frac{c}{c'}$$$

$$\therefore ab + a'b + ac = n(ab + a'b + ac)$$

فاذا ركزنا في نقطة a وبنصف قطريساوي ab رسمنا السطح الكروي bod قاطعاً المحور في نقطة o وركزنا في نقطة a' وبنصف قطريساوي $a'b$ رسمنا السطح الكروي $b'od'$ قاطعاً المحور في نقطة o' ورسمنا الوتر المشترك bd قاطعاً المحور في نقطة e ينتج من المعادلة السابقة أن

$$ao + ob + ab = n(ao + ob + ab)$$

$$\therefore ob + ab = n(ao + ob + ab) - ao$$

$$\therefore ob + ab = n(ao + ob + ab) - ao$$

ولكن $ح ه = ح ي + ه ي$

$$6 \quad ح و = ح ي - و ي$$

$$6 \quad ح ه = ه ي - ح ي$$

$$\therefore ح ي + ح ي - ه ي + و ي = (ح ي - ه ي) ٢$$

$$\therefore ح ي + و ي = (١ - ٢) (ح ي - ه ي) \dots\dots\dots (١)$$

ولكن

$$\frac{٢}{٢} \frac{ح ي}{٢} = ه ي \quad 6 \quad \frac{٢}{١} \frac{ح ي}{٢} = ح ي$$

وكذلك اذا رمز لنصف قطر السطح ب و د بالرمز $و$ ولنصف قطر السطح ب ح د بالرمز $و$ يكون

$$\frac{٢}{٢} \frac{ح ي}{٢} = ح ي \quad 6 \quad \frac{٢}{٢} \frac{و ي}{٢} = و ي$$

وبالتعويض في المعادلة (١) ينتج بعد الاختصار أن

$$(٢) \quad \dots\dots\dots \left(\frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} \right) (١ - ٢) = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}$$

وبالرمز لبعـد ا عن العدسة باعتبارها رقيقة بالحرف $ع$ وبعـد ا عنها بالرمز $ع$ فان

$$ع = ع بالتقريب$$

$$6 \quad ع = ع$$

فاذا روعيت قاعدة الاشارات تتحول المعادلة (٢) الى الصورة المألوفة

$$\left(\frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} \right) (١ - ٢) = \frac{١}{ع} - \frac{١}{ع}$$

٢٠٥ - الطاقة الضوئية وشدة الاستضاءة

إذا اعتبرنا الضوء حركة موجية فانتقاله من مكان الى آخر هو انتقال للطاقة المتعلقة بهذه الحركة الموجية. فاذا فرضنا أن لكل دقيقة من دقائق الوسط المتموج كتلة قدرها m وكانت الدقائق متحركة حركة دورية بسيطة فسرعتها في أية لحظة تكون v ، حتا $v = c$ ، حتا c باعتبار أن c زاوية الطور $(v = c)$

واذن تكون طاقة حركة الدقيقة في هذه اللحظة

$$\frac{1}{2} m v^2 \text{ حتا } \frac{1}{2} m c^2 \dots (1)$$

وطاقة الحركة هذه متغيرة فهي تكون صفراً اذا بلغت قيمة $\frac{1}{2} m v^2$ أو $\frac{1}{2} m c^2$ الخ وتبلغ نهايتها العظمى وهي $\frac{1}{2} m c^2$ عند ما تكون m مساوية صفراً أو $\frac{1}{2} m c^2$ الخ ويتضح من هذا أن طاقة الحركة تكون عند نهايتها العظمى والدقيقة عند مركز الحركة حيث تكون ازاحتها صفراً وتبلغ طاقة الحركة قيمة الصفر والدقيقة عند نهاية ازاحتها سواء في الاتجاه الموجب أو الاتجاه السالب

ونظراً لأن الدقيقة المتحركة حركة دورية بسيطة تكون لها عجلة نحو المركز فانه تقع عليها قوة تجذبها نحو المركز فاذا أزيحت عن المركز تطلبت هذه الازاحة شغلا يكسبها طاقة كامنة أو طاقة وضع. ولتقدير الطاقة الكامنة للدقيقة نرسم للازاحة في لحظة ما بالحرف s فعجلة الدقيقة في هذه اللحظة نحو المركز هي a ، باعتبار أن a السرعة الزاوية حول دائرة الاسناد فاذا كانت كتلة الدقيقة m تكون القوة المؤثرة فيها نحو المركز في هذه اللحظة هي $F = m a$ فاذا زادت ازاحتها بالمقدار التفاضلي ds تطلب هذا شغلا قدره

$$F ds = m a ds$$

واذن الشغل اللازم لازاحتها من المركز (حيث تكون s صفراً) الى أن تبلغ الازاحة قيمه نرمز لها بالحرف s يكون مساوياً

$$\int_0^s m a ds$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon^2 \cdot \dots \cdot (2)$$

فاذا كانت ازاحة الدقيقة صفراً وطاقة حركتها $\frac{1}{2} \epsilon^2$ تكون طاقتها الكامنة صفراً
واذا بلغت الازاحة قيمة ١ (اتساع الحركة) فان طاقتها الكامنة تكون $\frac{1}{2} \epsilon^2$ وطاقة
الحركة تكون صفراً
وبما أن الازاحة ϵ في أية لحظة هي ١ حاه يتضح من المعادلة (٢) أن الطاقة الكامنة في
هذه اللحظة تكون

$$\frac{1}{2} \epsilon^2 \text{ حاه}$$

وبما أن طاقة الحركة في هذه اللحظة هي

$$\frac{1}{2} \epsilon^2 \text{ حاه}$$

تكون الطاقة الكلية للدقيقة في هذه اللحظة

$$\frac{1}{2} \epsilon^2 \text{ حاه} + \frac{1}{2} \epsilon^2 \text{ حاه}$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon^2$$

ومن هذا يتضح أن الطاقة الكلية للدقيقة ثابتة ولكنها عند ما تكون الازاحة صفراً تكون
الطاقة طاقة حركة وعند ما تبلغ الازاحة قيمة ١ تكون الطاقة طاقة كامنة وفي أية لحظة أخرى
يكون بعضها طاقة كامنة وبعضها طاقة حركة

فاذا رمزنا لكتلة الدقائق في وحدة الحجم بالحرف ρ فان الطاقة في وحدة الحجم تكون

$$\frac{1}{2} \rho \epsilon^2$$

واذا عدنا الى تعريف شدة الاستضاءة واعتبرنا شدة الاستضاءة مقدار الطاقة الواقعة على
وحدة المساحات في وحدة الزمن عند ما يقع الضوء عمودياً عليها فان شدة الاستضاءة تكون
مساوية لحاصل ضرب الطاقة في وحدة الحجم في سرعة انتقال هذه الطاقة أى سرعة الضوء وبالرمز
لهذه السرعة بالحرف c تكون شدة الاستضاءة مساوية

$$\frac{1}{2} \rho \epsilon^2 c$$

وتعرف أحياناً شدة الاستضاءة في أية نقطة بالطاقة في وحدة الحجم عند هذه النقطة وطبقاً

لهذا التعريف تكون شدة الاستضاءة مساوية لـ $\frac{1}{r^2}$ ،
 وسواء أذهبنا المذهب الأول أم الثانى فى التعريف فإن شدة الاستضاءة فى أية نقطة
 تتناسب طردياً ومربع اتساع الاهتزازة عند هذه النقطة وبما أن شدة الاستضاءة تتناسب عكسياً
 ومربع البعد ينتج أن اتساع الاهتزازة الحادثة فى الوسط تتناسب عكسياً والبعد

٢٠٦ — وجه الاختلاف بين الأضواء ذات الألوان المختلفة طبقاً للنظرية الموجية

ذكرنا أن تجارب ميكلسن لقياس سرعة الاضواء ذات الألوان المختلفة فى الهواء دلت على
 أن السرعة واحدة والدلائل بوجه عام تدل على أن سرعة الضوء فى الهواء أو الاثير واحدة لا تختلف
 باختلاف اللون . وما يدل به على ذلك أنه اذا كانت الاضواء ذات الألوان المختلفة تنتقل فى
 الاثير بسرعات مختلفة لظهر أثر ذلك فى المشاهدات الفلكية عقب خسوف^(١) نجم من النجوم
 مثلاً حيث تصل منه حيثئذ الاضواء السريعة أولاً ثم يعقبها البطيئة فيتغير لونه والمشاهدات فى
 مجموعها تنبئ حدوث مثل هذا الامر ، لذلك تعتبر سرعة الضوء فى الاثير وكذلك فى الهواء واحدة
 أياً كان لونه . واذا رمزنا للسرعة بالحرف v وللطول الموجى بالحرف λ وللتردد بالحرف n فإن

$$v = n \lambda$$

وقد دلت التجارب كما سيتضح من الفصول الآتية من هذا الكتاب على أن الطول الموجى
 للضوء الاحمر أكبر منه للضوء البنفسجى والطول الموجى للاضواء الاخرى يقع بينهما بترتيب
 ورود هذه الاضواء فى الطيف . فيكون إذن تردد الضوء الاحمر أقل من تردد البنفسجى ومدة الذبذبة
 فيه أكبر

ولكن عند انكسار الضوء من الاثير أو الهواء الى وسط آخر كالزجاج فإن سرعته فى الوسط
 الثانى لا تكون مساوية لسرعته فى الاول . فاذا راعينا حالة الضوء ذى اللون الواحد فتغير السرعة
 عند نفوذه الى الوسط الثانى يكون حتماً ناشئاً عن تغير فى الطول الموجى أو فى التردد أو فيهما
 معاً . والرأى المتبع أن التردد (أو مدة الذبذبة) للضوء ذى اللون الواحد يبقى ثابتاً لان انتقال

(١) شوهد أن ضوء بعض النجوم تتغير شدته تغيرات دورية فيشتد الضوء ويضعف ويشد ويضعف بطريقة

دورية فلو اختلفت السرعة باختلاف لون الضوء لسكانت هذه التغيرات مصحوبة أيضاً بتغيرات لون النجم

الاهتزازة من الوسط الاول الى الوسط الثانى معناه أن دقائق الاثير مثلاً فى الوسط الثانى تهتز اهتزازة قسرية بفعل الضوء ومدة الاهتزازة القسرية تساوى مدة الاهتزازة المؤثرة أى مدة اهتزازة هذا الضوء . واذن عند انكسار الضوء ذى اللون الواحد من الهواء أو الاثير مثلاً الى وسط آخر كالزجاج أو الماء يبقى التردد ثابتاً واذن الطول الموجى يتغير فتكون نسبة الطول الموجى فى الاثير الى الطول الموجى فى الزجاج مثلاً للضوء الاحمر كنسبة سرعة الضوء فى الاثير الى سرعة الضوء الاحمر فى الزجاج اذ يلاحظ أن الاضواء ذات الالوان المختلفة وان انتقلت جميعها بسرعة واحدة فى الاثير فان تشتتها فى الزجاج مثلاً يدل على أنها لا تنتقل جميعها بسرعة واحدة فيه

٢٠٧ - نظرية الصلب المرن

الحركة الموجية تقسم عادة قسمين، طولية وعرضية. وقد ظن بادىء الامر أن موجات الضوء كموجات الصوت موجات طولية ، ولكن ظاهرة الاستقطاب (كما سيتبين فى الباب الثانى عشر من هذا الكتاب) تطلبت أن تكون موجات الضوء عرضية لا طولية . ولما كان لابد للوجة من وسط تحدث وتنتقل فيه ، عدت موجات الضوء موجات عرضية تحدث وتنتقل فى الاثير ، وعدت للاثير صفات وخواص تؤهله لقبول حدوث هذه الموجات وانتشارها فيه . وقد تبين فى بند (١٩٠) أن سرعة انتشار الموجة العرضية مساوية

$$\sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$$

باعتبار من مقياساً لمتانة الوسط σ كثافته . ولذلك عد الاثير وسطاً مرناً ذا كثافة بحيث يكون خارج قسمة مقياس متانته على كثافته مساوياً مربع سرعة الضوء فيه ، وقامت بذلك النظرية التى يعد وفقاً لها الاثير شبيهاً بالجسم الصلب المرن والتى تعرف « بنظرية الصلب المرن » (١) ولقيت نظرية الصلب المرن اعتراضين أحدهما أن اعتبار الاثير ذا صفات منها ما يشبه مرونة المتانة فى الجسم الصلب ومنها ما يشبه كثافته لا يتفق وما هو معروف عن حركة

الأجرام السماوية فيه . فهو من هذه الوجهة كوسط « لطيف » سهل الازاحة تتحرك فيه الاجرام السماوية حركة لا تعرف لها مقاومة . والاعتراض الثاني أن اعتبار الأثير صلباً مرناً يتطلب امكان حدوث الموجات الطولية فيه ، وهذه لا وجود لها . ولكن أمكن دحض الاعتراضين . فمن المعلوم أن خواص الهواء مثلاً بالنسبة الى الحركة المنتظمة البطيئة فيه تختلف عن خواصه بالنسبة الى الحركة الدورية السريعة فهو بالنسبة الى الاولى كائع يكاد يكون قابلاً للانضغاط والتخلخل قبولاً تاماً . اما بالنسبة الى الثانية فهو يقاومهما كقوة الجسم الصلب المرن لهما ويترتب على ذلك قبوله لحدوث موجات الصوت الطولية فيه . واذن ليس ثمة تناقض بين اعتبار الأثير وسطاً لا يقاوم الحركة المنتظمة للأجرام السماوية وبين اعتباره في الوقت نفسه كالصلب المرن في المتانة والكثافة بالنسبة الى الحركة الدورية السريعة التي تحدث عنها موجات الضوء

أما من حيث الاعتراض الثاني فإنه يمكن اثبات أن سرعة الموجة الطولية تساوى

$$\sqrt{\frac{c^2}{\theta} + \frac{c^2}{\theta}}$$

باعتبار أن c رمز لمقياس المرونة الحجمية θ من رمز لمقياس المتانة θ ت رمز للكثافة . فإذا اعتبر مقياس المرونة الحجمية للأثير لا نهائياً . أى إذا اعتبر الأثير وسطاً غير قابل للانضغاط أو التخلخل كانت سرعة الموجة الطولية فيه لا نهاية لها فيخرج وجودها عن حد التصور

وقد وجد « اللورد كلفن »^(١) دفعاً آخر لهذا الاعتراض . فإذا كان بسط الكسر المذكور صفراً صارت سرعة الموجة الطولية صفراً . ولذلك قال بإمكان اعتبار مقياس المرونة الحجمية للأثير مقداراً سالباً بحيث يعدم بسط الكسر فتعدم سرعة الموجة الطولية . ومعنى ذلك أن يعتبر الأثير وسطاً متقلصاً بطبعه بحيث تكون مقاومته للانضغاط مقاومة سلبية . ولكي تتسوى في الذهن صورة لمثل هذا الوسط نتصور مجموعة من فقاعات الصابون كالتى تتكون بالنفخ في

محلول الصابون . فمجموعة الفقاعات تعتبر كجسم يقاوم الانضغاط من جراء الهواء المحصور داخل كل فقاعة . ولكن اذا تصورنا أن الهواء الموجود في داخل الفقاعات قد أزيل أصبحت مجموعة الفقاعات من جراء التوتر السطحي كجسم متقلص مقامه للانضغاط سالبة فتتقلص المجموعة بطبيعتها حتى تصبح قطرة صغيرة من سائل الا اذا كانت الفقاعات حادثة في داخل اناء كرى أجوف سطحه الداخلى متصل أملس ، ففي هذه الحالة تحتفظ الفقاعات بشكلها مع فرض ازالة الهواء من داخلها . لأن جدران الاناء تمسكها عن التقلص وتكون مجموعة الفقاعات كجسم مقاومه للانضغاط سالبة .

وقد طبق « فرسنل »^(١) وغيره نظرية الصلب المرن لشرح الظواهر الهامة في الضوء والمجال هنا لا يتسع للخوض في هذه الأمور . لذلك نكتفي أن نذكر أن « فرسنل » ذهب في نظرياته الى أن اختلاف سرعة الضوء في الاجسام الشفافة المتشابهة الخواص في جميع الاتجاهات كالزجاج والماء يعزى الى اختلاف كثافة الأثير في هذه الاجسام مع ثبوت مرونته . ولكنه ذهب في شرح الانكسار المزدوج كما سيتبين في باب آخر من هذا الكتاب^(٢) الى أن مرونة الأثير في البلورات التي تحدث الانكسار المزدوج ليست واحدة في جميع الاتجاهات . لهذا هذا بعض العلماء^(٣) الى مذهب آخر ، وهو أن كثافة الأثير واحدة ، وان مرونته هي التي تختلف باختلاف الأجسام . وقد أدت البحوث التي قامت على هذا الاساس الى نتائج تشبه النتائج التي توصل اليها « فرسنل » ولكنها تختلف عنها في تعيين اتجاه الاهتزازة وسيرد ذكر ذلك في موضع آخر من الكتاب^(٤)

٢٠٧ — النظرية المغناطيسية الكهربائية

من الكشف الخالدة التي توصل اليها « فرداي »^(٥) في الكهرباء والمغناطيسية أن للوسط تأثيراً كبيراً في ظواهر التكهرب والتعطس . وقد ترتب على هذا الكشف اعتبار ظواهر الكهرباء والمغناطيسية مظاهر لاجهادات وانفعالات تحدث في الوسط . فاذا كان الامر كذلك

(١) Fresnel (٢) الباب الثاني عشر (٣) مثل Neumann و Mac Cullagh و Green

(٥) Faraday

(٤) الباب الثاني عشر

تحم القول بوجود وسطين، أحدهما تحدث وتنقل فيه الموجات الضوئية وهو الاثير ذو الصفات والخواص التي سبق ذكرها بايجاز، والآخر وسط ذو صفات وخواص أخرى تؤهله ليكون الوسط المعنى في الكهر بائية والمغناطيسية . ولم تكن هذه الثنائية مما يتفق والوحدة العلمية . غير أن البحوث الكهر بائية والمغناطيسية التي أجراها « مكسول »^(١) ذات على امكان حدوث موجات مغناطيسية كهر بائية تنتقل في الفراغ بسرعة وجدت مساوية سرعة الضوء . فوضع بذلك نظريته في أن الموجات الضوئية موجات مغناطيسية كهر بائية ، وهي النظرية التي زالت بها الثنائية التي أشرنا اليها ، وزال بها التناقض الذي أدى اليه المذهبان المختلفان اللذان أشرنا اليهما في الفقرة السابقة في تطبيق نظرية الصاب المرن

والفروض الأساسية التي توخاها مكسول في بحوثه تتلخص في أن الكهر بائية منتشرة في الأجسام الموصل منها والعازل ، ولكنها في العازل مقيدة فاذا أثر المجال الكهر بائي أزيحت قليلا في اتجاه المجال ، وإذا بطل المجال عادت الى موضعها ، والازاحة الحادثة في العازل فرضها مكسول متناسبة وشدة المجال المؤثر ، وحدثت هذه الازاحة فرضه مكسول حدوث لتيار كهر بائي موضعى سماه « تيار الازاحة »^(٢) وفرض لهذا التيار صفات التيار الكهر بائي المعتاد وخواصه

وعلى أساس هذه الفروض يمكن تكوين فكرة أولية بسيطة عن كيفية حدوث الموجات المغناطيسية الكهر بائية (وهي التي تكون الموجات الضوئية من نوعها) وكيفية انتشارها . وليبان ذلك نفرض ثلاثة محاور مستقيمة متعامدة السيني والصادي والطائي ونراعى طبقة مستوية رقيقة من العازل موازية للمستوى المكون من المحورين السيني والصادي ، ولنفرض أنه حدث في هذه الطبقة بفعل مجال كهر بائي مواز للاتجاه الموجب للمحور السيني ، ازاحة في هذا الاتجاه ، فتيار الازاحة الحادث في هذه الطبقة يؤدي في طبقة العازل التالية لها والموازية لها ولنسمها الطبقة الثانية تمييزاً لها عن الاولى الى حدوث مجال مغناطيسي خطوط القوة فيه موازية للمحور الصادي وحدثت هذا المجال المغناطيسي يحدث (بالتأثير) أولاً في الطبقة الاولى تيارازاحة اتجاهه مضاد لاتجاه تيار الازاحة المفروض في مبدى الامر ، وثانياً في الطبقة التالية الموازية للثانية ولنسمها

الطبقة الثالثة ، تيار ازاحه ابعاده مواز للاتجاه الموجب للمحور السيني . واذن حدوث هذا التيار مقرون بزوال المجال المغناطيسي المذكور وزوال التيار المفروض في مبدى الأمر ، ويؤول الى تكرار مثل ما حدث في الطبقات التالية لهذه الطبقة . وهكذا

ويتبين من هذا أن الازاحة الحادثة في الاتجاه الموجب للمحور السيني في الطبقة الأولى الموازية للمستوى المكون من المحورين السيني والصادي تنتقل من هذه الطبقة الى التي تليها وهكذا في استقامة المحور الطائي ، ويكون انتقالها مقرونا بحدوث مجال مغناطيسي خطوط قوته موازية للمحور الصادي وانتقاله هو أيضاً في استقامة المحور الطائي . فاذا كانت الازاحة الكهربائية الحادثة في الطبقة الأولى متغيرة تغيراً دورياً بسيطاً كانت الازاحة المنتقلة من طبقة الى طبقة في استقامة المحور الطائي متغيرة تغيراً دورياً بسيطاً ، وكان ذلك مقروناً بمجال مغناطيسي خطوط قوته عمودية على الازاحة وكان هذا المجال متغيراً تغيراً دورياً بسيطاً ومنتقلاً هو أيضاً في استقامة المحور الطائي . وهذا ما يعبر عنه بحدوث موجة مغناطيسية كهربائية . ويلاحظ أن الموجة المغناطيسية الكهربائية لها مكونتان احدهما ازاحة كهربائية متغيرة تغيراً دورياً أو مجال كهربائي مواز لها متغيرة شدته تغيراً دورياً والثانية مجال مغناطيسي عمودي على المجال الكهربائي متغيرة شدته تغيراً دورياً . وكلتا المكونتين الكهربائية والمغناطيسية تنتقلان في الاتجاه العمودي عليهما بسرعة معينة

٢٠٩ - سرعة الموجة المغناطيسية الكهربائية

ويمكن إيجاد سرعة الموجة المغناطيسية الكهربائية بطريقة لا تتطلب الخوض في معادلات « مكسول » فيما يختص بالمجال المغناطيسي الكهربائي
فن المعلوم أنه اذا رمز لمقياس المرونة لأى وسط مرن بالحرف م . وللاجهاد الواقع عليه بالحرف ج وللانفعال الحادث بفعل هذا الاجهاد بالحرف ع فان الطاقة في وحدة الحجم من الوسط عند وقوع الاجهاد عليه تكون مساوية

$$\frac{1}{2} ج ع = \frac{1}{2} م ع^2 \quad (١)$$

ومن المعلوم في الاستاتيكا الكهربائية^(١)، أنه إذا رمز لعدد أنابيب فرداي العمودية على وحدة المساحات، في أية نقطة في المجال الكهربائي بالحرف f . ولشدة المجال الكهربائي في تلك النقطة بالرمز M_k فإن $M_k = \frac{4\pi f}{K}$ باعتبار أن K رمز لمعامل العازل أو السعة التأثيرية النوعية. وطاقة وحدة الحجم في تلك النقطة تكون مساوية

$$\frac{1}{2} M_k f = \frac{1}{2} M_k \frac{4\pi f}{K} = \frac{2\pi f^2}{K} \quad (٢)$$

وبالمقابلة بين المعادلات (١) والمعادلات (٢) يتضح أن شدة المجال الكهربائي تقابل الاجهاد وعدد أنابيب فرداي في وحدة المساحات تقابل الانفعال، ويسمى عدد الأنابيب في وحدة المساحات أحياناً الاستقطاب^(٢) وأحياناً الازاحة^(٣). واذن يتضح أن المقدار

$$\frac{4\pi f}{K} \quad (٣)$$

يقابل مقياس المرونة ويسمى أحياناً مقياس المرونة الكهربائية للوسط. ويكون خارج قسمة الاجهاد الكهربائي (شدة المجال) على الانفعال الكهربائي (الازاحة) مساوياً مقياس المرونة الكهربائية

كذلك من المعلوم في علم المغناطيسية الكهربائية^(٤) أنه إذا رمز للحث الذاتي^(٥) للدائرة الكهربائية بالحرف L ولتيار المار في الدائرة بالحرف I فإن المقدار

$$\frac{1}{2} L I^2$$

يساوي الشغل المستنفد لمرار التيار. وهو يقابل في علم الديناميكا الشغل المستنفد لتحريك الجسم المادي بسرعة معينة ويدل المقدار المذكور على الطاقة الحالة في الوسط من جراء حدوث المجال المغناطيسي فيه، وهو المجال المغناطيسي الذي يصحب مرور التيار الكهربائي في الدائرة فإذا راعينا حالة خاصة لسهولة التقدير، واعتبرنا ملفاً اسطوانياً لولبياً طويلاً ملفوفاً حول قضيب من مادة مغناطيسية ورمزنا لقبول الانفاذ المغناطيسي^(٦) للمادة المغناطيسية بالحرف μ

ولعدد لفات الملف في وحدة الاطوال منه بالحرف ن ولطوله بالحرف س ولمساحة مقطعه العرضي بالحرف ا فان الحث الذاتي يكون

$$٤ \text{ ط و ن } ٢ \text{ س } ١$$

واذن الشغل المستنفد لامرار التيارات في هذا الملف يكون

$$\frac{1}{2} \times ٤ \text{ ط و ن } ٢ \text{ س } ١ \text{ ا } ٢$$

ويكون هذا الشغل هو المقابل للطاقة الحالة في المجال المغناطيسى ، وهو المقابل لطاقة الحركة في الديناميكا . وتكون الطاقة المغناطيسية في وحدة الحجم من الوسط مساوية

$$\frac{1}{2} \times ٤ \text{ ط و ن } ٢ (\text{ ن ث })$$

وبمقابلة هذا المقدار بقانون طاقة الحركة يتضح أن المقدار

$$٤ \text{ ط و } \dots (٤)$$

يقابل في الديناميكا الكتلة ويسمى الكتلة الكهربائية في وحدة الحجم . أو الكثافة الكهربائية

وبما أن سرعة الموجة العرضية في الوسط المرن تساوى الجذر التربيعي لخارج قسمة مقياس المرونة على الكثافة ، ونظراً لأن مقياس المرونة الكهربائية هو المقدار (٣) والكثافة الكهربائية هي المقدار (٤) يتضح أن سرعة الموجة الكهربائية تكون

$$\sqrt{\frac{٤ \text{ ط و } \dots (٤)}{١ \text{ و ك } \dots (٥)}} = \sqrt{\frac{٤ \text{ ط و } \dots (٤)}{١ \text{ و ك } \dots (٥)}}$$

ويكون هذا المقدار هو الدال على سرعة الموجة الكهربائية أو بالأحرى الموجة المغناطيسية الكهربائية ، حيث يكون و رمزاً لقبول الانفاذ المغناطيسى للوسط و ك رمزاً لمعامل العازل له والمقدار المذكور يساوى عدداً (كما دلت على ذلك التجارب العملية التي أجريت في الكهرباء) سرعة الضوء . وهذا مادعا مكسول الى القول بأن موجات الضوء موجات مغناطيسية كهربائية أى أن الاهتزازة الحادثة في الضوء هي اهتزازة كهربائية (أو تغير دورى في شدة المجال

الكهربائي) مقرونة باهتزازة مغناطيسية (أو تغير دورى فى شدة المجال المغناطيسى عمودية عليها وتنتقل الاهتزازتان فى الاتجاه العمودى عليهما بسرعة تساوى المقدار (٥)

٢١٠ - بعض النتائج الهامة للنظرية المغناطيسية الكهربائية

(أولاً) معامل انكسار الضوء

إذا كان المقدار (٥) فى البند السابق يدل على سرعة الضوء ، وراعيًا وسطين شفافين عازلين ورمزنا لمعامل العازل لأحدهما بالرمز ϵ_1 ولمعامل العازل لثاني بالرمز ϵ_2 ، ونظراً لأن قبول الانفاذ المغناطيسى للأجسام العازلة لا يختلف كثيراً عن الواحد ، ينتج أن نسبة سرعة الضوء فى الوسط الأول الى سرعته فى الثانى تساوى

$$\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

فإذا كان الوسط الاول الاثير أو الهواء فإن هذه النسبة تساوى جذر السعة التأثيرية النوعية أو معامل العازل للوسط الثانى ، واذن يكون معامل انكسار الضوء فى الوسط الشفاف مساوياً طبقاً للنظرية المغناطيسية الكهربائية الجذر التربيعى لمعامل العازل لهذا الوسط.

(ثانياً) شدة الاستضاءة فى أية نقطة

إذا رمز لشدة المجال الكهربائى فى أية نقطة فى أية لحظة بالرمز E فإن الطاقة الكهربائية فى وحدة الحجم عند تلك النقطة فى تلك اللحظة تساوى

$$\frac{E^2}{8\pi}$$

ولما كانت شدة المجال الكهربائى تتغير تغيراً دورياً وباعتبار أن تغيرها الدورى بسيط يمكن اعتبار

$$E = E_0 \sin \omega t$$

حيث يكون E_0 قيمة النهاية العظمى لشدة المجال الكهربائى

اذن متوسط مربع شدة المجال الكهربائي تساوى

$$\int \frac{E^2}{2} d\tau = \frac{\int E^2 d\tau}{2} = \frac{1}{2} \int E^2 d\tau$$

اذن متوسط الطاقة الكهربائية في وحدة الحجم في النقطة المذكورة تكون مساوية

$$\frac{1}{2} \int E^2 d\tau$$

كذلك اذا رمز للنهية العظمى لشدة المجال المغناطيسى في تلك النقطة بالرمز B يمكن اثبات أن متوسط الطاقة المغناطيسية في وحدة الحجم في تلك النقطة تكون مساوية

$$\frac{1}{2} \int B^2 d\tau$$

اذن متوسط الطاقة الكلية في وحدة الحجم تكون مساوية

$$\frac{1}{2} \left(\int E^2 d\tau + \int B^2 d\tau \right)$$

فاذا عرفت شدة الاستضاءة في النقطة المذكورة بالطاقة في وحدة الحجم في تلك النقطة كان المقدار الاخير مساوياً شدة الاستضاءة. أما اذا عرفت كما هو المعتاد بمقدار الطاقة الواقعة في وحدة الزمن عمودياً على وحدة المساحات عند تلك النقطة فانها تساوى المقدار المذكور مضروباً في سرعة الموجة المغناطيسية الكهربائية أى في سرعة الضوء.

(ثالثاً) الضغط الضوئى

من المعلوم في الكهرباء أن في المجال الكهربائي أنابيب قوة. وان هذه الانابيب في حالة توتر في اتجاه الطول وفي حالة تضغط بعضها على الآخر في الاتجاه الجانبي العمودى على الطول. وقوة التوتر الواقعة على وحدة المساحات من المقطع العرضى للانبوبة وكذلك الضغط الجانبي الواقع على وحدة المساحات يساوى كل منهما

$$\frac{\text{ك مك}^2}{\text{ط ٨}}$$

باعتبار أن مك رمز لشدة المجال الكهربائي في النقطة التي نراعيها وبالمثل بالنسبة الى أناييب القوة في المجال المغناطيسى

فإذا كان الضوء موجات مغناطيسية كهربائية ووقع الضوء عمودياً على سطح أسود مثلاً يمتص الضوء امتصاصاً تاماً ، حدث خارج هذا السطح مجال كهربائي متردد ومواز له ومجال مغناطيسى متردد ومواز للسطح أيضاً ولكنه عمودى على المجال الكهربائى . اذن يحدث عن وجود أناييب القوة في المجالين ضغط جانبي بالنسبة الى الأناييب ، يقع عمودياً على السطح وبما أن شدة كل من المجالين تتغير تغيراً دورياً . يمكن كما سبق اثبات أن متوسط الضغط الكلى الواقع على وحدة المساحة من السطح يساوى

$$\frac{1}{16} (\text{ك مك}^2 + \text{و مغ}^2)$$

باعتبار أن مك رمز للنهاية العظمى لشدة المجال الكهربائى عند السطح (ولكن خارجه) وباعتبار أن مغ رمز للنهاية العظمى لشدة المجال المغناطيسى عند النقطة نفسها فكان السطح يعانى ضغطاً يساوى مقداره مقدار الطاقة الكلية في وحدة الحجم عند هذا السطح

ويلاحظ ان كان السطح عاكساً عاكساً تاماً أن الضغط الواقع عليه يكون ضعف المقدار المذكور حيث يكون للوجات الساقطة ضغط وللانعكسة أيضاً ضغط فتكون الطاقة الكلية في وحدة الحجم من جراء الساقطة والمنعكسة الضعف