

تمارين عامة

إذا أعطيت دالة المنفعة التالية

$$U = 2x_1 + 4x_2$$

وأن خط الميزانية هو

$$y = 1x_1 + 2x_2$$

فالمطلوب :

(أ) مستخدماً مضروباً لاجرائح بيان كيفية اشتقاق دوال الطلب لكل من x_1 و x_2

(ب) ما هي الكمية المطلوبة من x_1 و x_2 عند

(ج) مستخدماً محدد هاسين هل توجد نهاية كبرى أو صغيرة في (ب).

(د) بيان درجة التجانس بالنسبة لكل من الأسعار والدخل في (ب).

(هـ) وضع علاقة اسلتنسكي .

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_2}$$

(م ٢٧ الاقتصاد الرياضى)

(ل) ماذا يحدث لو حدث تغير قدره ١ ٪ في الكمية على الدخل الكلى .

$$٣ - م = ١ع_١ = ٢ع_٢$$

وضح كما سبق ذكره من (١) إلى (ل) في (١) بفرض أن
في (ب) و (ج) هي:

$$٣٠٠ = ١ع_١ \quad ٦ \quad ٢٥ = ١ع_٢ \quad ٦ \quad ٥٠ = ٢ع_٢$$

$$٣ - م = ١ع_١ = ٢ع_٢$$

وضح كما سبق ذكره من (١) إلى (ل) في (١) بفرض أن في
(ب) و (ج) هي:

$$٧٠ = ١ع_١ \quad ٦ \quad ٣ = ١ع_٢ \quad ٦ \quad ٤ = ٢ع_٢$$

٤ - بين كيفية اشتقاق دالة الطلب للسلعة $١ع_١$ إذا علم أن :

$$٣ = ١ع_١ = ٢ع_٢$$

هل درجة التجانس لدالة الطلب في الدخل والأسعار
مساوية للصفر .

٥ - بفرض أن دالة المنفعة هي :

$$٣ = ١ع_١ = ٨ع_٢$$

٦ = ١٠٠ جنيتها وأن سعر الوحدة من السلعة الأولى $١ع_١ = ٢$
جنيتها و سعر الوحدة من السلعة الثانية $١ع_٢ = ٤$ جنيتها . فأوجد
كميات التوازن المطلوبة وكذلك المنفعة الحدية للنقود .

٦ — عرف مرونة السعريّة للطلب ثم احسبها عند السعر ع = ٥ لدالة الطلب التالية .

$$L = 40 - 2E$$

وبفرض أن محتكراً تكاليفه فقط هي التكاليف الثابتة وبفرض أن هذا المحتكر يريد معظمة إيراده فهل تعتقد أن هذا المحتكر سيمعظم عند هذه النقطة (المرونة) لدالة الطلب هذه ؟ او كانت الإجابة بالنفي فعند أي نقطة على دالة الطلب سيقوم المحتكر ببيع إنتاجه ؟ إثبت أن ذلك لحالة العموم .

٧ — بفرض أن دالة المنفعة هي :

$$M = 2L_1 L_2$$

$$Y = 400$$

وأن سعر الوحدة من السلعة $L_1 = 1$ ع = 1 ع = 2 حينها

$$L_1 = 1 \quad L_2 = 2 \quad E = 4$$

مستخدماً مضروباً لاجرائح أوجد كميات التوازن والمنفعة الحدية للتقود .

٨ — يتكون السوق العالمي من السوق المحلي وكذلك الأسواق الأجنبية . بفرض

أن كميات التوازن في السوق المحلي والأسواق الأجنبية هي ١٠٠٦ و ١٠٠ على التوالي ، المرونة السعريّة لدالة الطلب في السوق المحلي هي $-\frac{1}{2}$

وأن المرونة السعرية في السوق العالمي هي - ٢,٠ فأوجد المرونة
السعريه لداله الطلب في السوق الأجنبي .
إثبت العلاقة التي استخدمتها لاشتقاق مرونة الطلب في السوق
الأجنبي لحالة العموم .

٩ - شخصان أ و ب قال أحدهما وليكن أ لو أن دوال الطلب خطيه
والخواش السوقية ثابتة فإن داله التجزئة (الموجودة أعلى داله السوق
الجملة) تكون أكبر مرونة من سوق الجملة ب ولكن ب لم يوافق
على هذا ، فبين تحت أي من الظروف يكون كل منهما على صواب .
١٠ - بفرض أن داله الطلب لسوق التجزئة هي

$$Q_1 = 20 - 1.5P$$

(أ) احسب المرونة السعرية لداله سوق التجزئة عند السعر $P = 10$

(ب) بفرض أن المعادلة الهامشية

$$P = 2 + \frac{1}{4}Q_1$$

حيث $P =$ سعر الوحدة لسوق الجملة

فاحسب مرونة داله طلب سوق الجملة عند $P = 2$

(ج) بفرض أن المعادلة الهامشية $P = 1 + \frac{1}{2}Q_1$ فاحسب مرونة

داله طلب سوق الجملة عند $P = 2$

(د) بفرض أن المعادلة الهامشية هي

$$P = 3 + \frac{1}{2}Q_1$$

فاحسب مرونة سوق الجملة عند السعر $c_2 = 2$

١١ - اشتق دوال الطلب للسلعة c_1 للمستهلكين ١ و ٢ إذا علم أن :

$$m = c_1 \frac{1}{2} = c_2 \frac{1}{2} \text{ للمستهلك ١}$$

$$m = c_1 \frac{2}{1} = c_2 \frac{2}{1} \text{ للمستهلك ٢}$$

وأن قيد الدخل

$$y = c_1 = c_2 = 2c_1 \text{ لكل من ١ و ٢}$$

١٢ - بفرض أن y (الدخل) c_1 كالتالي في المسألة رقم (١١) .

$$y = 20 \text{ للمستهلك ١}$$

$$y = 30 \text{ للمستهلك ٢}$$

$$c_2 = 100 \text{ لكل من ١ و ٢}$$

فأوجد دالة الطلب الكلية للسلعة c_1 . ثم أوجد سعر التوازن

c_1 الكمية الكلية (ك) وتوزعها بين المستهلكين ١ و ٢ تحسب

حالة سوق حرة إذا علم أن $c_2 = c_1 + 1$

١٣ - إذا كانت دالة الإنتاج

$$c_1 = 80 + 50s - 5s^2$$

(١) أوجد النقط التي تتقاطع دالة الإنتاج مع المحور الأفقي

(محور عنصر الإنتاج) h نقطة معظمة متوسط الإنتاج k
ونقطة معظمة دالة الإنتاج. بين هذه بيانياً موضعاً المراحل
الثلاث للإنتاج.

(ب) ما هي معادلة كل من متوسط الإنتاج الحدى، ثم بين عند
أى نقطه يكون الإنتاج الحدى مساوياً لمتوسط الإنتاج.

(ج) بفرض أن ثمن الوحدة من السلعة h هو ٢ جنيه وأن سعر
الوحدة من عنصر الإنتاج هو ٢ جنيه وضح معادلة الربح
ثم بين معظمة الربح. احسب كمية عنصر الإنتاج وكذلك
كمية السلعة h التي تمعظم الربح الكلى.

(د) أوجد النقطة (قيم s و k) التي يكون عندها دالة الإنتاج
متجانسة بدرجة الوحدة ثم بدرجة صفرية. مستخدماً نظرية
لايبر. برهن على أن عائد السلعة ثابتاً عندما تكون دالة الإنتاج
درجة تجانسها الوحدة.

١٤ - بفرض أن دالة الإنتاج التالية هي :

$$k = s_1^{\frac{1}{2}} s_2^{\frac{1}{2}}$$

حيث s_1 و s_2 عناصر الإنتاج وأن k الإنتاج

(١) أوجد درجة التجانس لهذه الدالة مستخدماً تعريف التجانس.

(ب) أوجد معادلة منحنى الإنتاج المتماثل ϵ المعدل الحدى للإحلال ϵ كذلك معادله الممر الممتد .

(ج) مستخدما مضروبوات لاجرانج أوجد أقل نفقة لإنتاج ١٠٠ وحدة والسلعة ϵ بفرض أن سعر الوحدة من عنصر الإنتاج $s_1 = 2$ جنيه ϵ سعر الوحدة من عنصر الإنتاج $s_2 = 4$ جنيه .

(د) بفرض أن منشأة لديها ٨٠ جنيها فقط لانفاقها على كل من s_1 ϵ s_2 . فأوجد أكبر كمية يمكن إنتاجها من السلعة ϵ .

١٥ — بفرض أن دالة الإنتاج التالية هي :

$$\epsilon = 20 - \frac{1}{s_1} - \frac{2}{s_2}$$

(١) أوجد الربح الممعلم الغير مقيد عندما يكون سعر الوحدة من السلعة $\epsilon = 16$ جنيها ϵ سعر الوحدة من عنصر الإنتاج $s_1 = 2$ جنيها ϵ مصغر الوحدة من عنصر الإنتاج $s_2 = 4$ جنيها .

(ب) بين الكميات لكل من s_1 ϵ s_2 ϵ لمعظمة الربح . ما هي التكاليف الكلية والإيراد الكلى .

(د) بفرض أن المنشأة لديها ١٥ جنيها من رأس المال لشراء عناصر الإنتاج س_١ ٦ س_٢ بين الكميات التي يمكن شراؤها من س_١ ٦ س_٢ عرضه لهذا القيد لمعظمة الربح وكذلك الكفاءة الحدية لرأس المال .

(د) اشرح ماذا حدث للربح الكلي تحت هذا القيد في (د) .

١٦ - بفرض أن دالة الإنتاج ل_١ = د (س_١) ٦ بين الأسباب التي من أجلها يجب على المنشأة أن تنتج في المرحلة الثانية . وبناءً على دالة الإنتاج التالية .

$$ل_١ = ٦ س_١ - ٢ س_٢$$

أوجد نسبة سعر عنصر الإنتاج بالنسبة إلى سعر الإنتاج $\frac{١٢}{٤}$ التي يجب على المنشأة الحصول عليه قبل إيقاف استخدام عنصر الإنتاج س_١ .

١٧ - بفرض أن منشأة يستخدم عناصر إنتاج هي

$$س_١ ٦ س_٢ ٦ ٠٠٠ ٦ س_٣$$

لإنتاج عدد قدره من السلع

$$ل_١ ٦ ل_٢ ٦ ٠٠٠ ٦ ل_٣$$

عرف ثلاث ظواهر للكفاءة الاقتصادية التي يجب أن تقيسها
المنشأة لمعظمة الربح تحت حالة المنافسة الحرة .

١٨ - بفرض أن دالة الإنتاج هي

$$Q = 12S_1 - S_1^2 - S_2$$

- (أ) أوجد نقط تقاطع هذه الدالة مع محور عنصر الإنتاج S_1
- (ب) أوجد الإنتاج الحدى ومتوسط الإنتاج لهذه الدالة بين نقط
معظمة كل منهما .
- (ج) بين النقطة التي يكون عندها الإنتاج الكلى معظما .
- (د) بين بالرسم الإنتاج الكلى والحدى وحدود مراحل الإنتاج
الثلاث .
- (هـ) مستخدما نظرية إيلر حدد درجة تجانس هذه الدالة للوحدة .

(و) بفرض أن ثمن الوحدة من عنصر الإنتاج يساوى لاشء .
احسب الكمية التي تستخدم من عنصر الإنتاج بفرض أن
المنشأة المستخدمة لهذا العنصر تريد معظمة الربح .

(ل) احسب نسبة سعر عنصر الإنتاج إلى سعر الإنتاج $\frac{S_1}{Q}$
التي يجب أن تحصل عليه المنشأة بفرض أنها تريد معظمة الربح .

١٩ — بفرض أن دالة الإنتاج هي:

$$K = S_1^{\frac{1}{3}} S_2^{\frac{2}{3}}$$

(١) لإحسب معادلة منحنى الإنتاج المتماثل لهذه الدالة

$$S_1 = D (K S_2^{\frac{3}{2}})$$

(ب) لإحسب معادلة الممر الممتد ثم بين هل من الممكن استخدام

الضفر S_1 أكثر من S_2 لو أن $S_2 = ٤$ جنيهاً و $S_1 = ٦$

$= ٢$ جنيهاً (بفرض أن المنشأة تريد تصغير التكاليف).

٢٠ — بين من المبادئ الأولية أن دالة إنتاج درجة تجانسها تساوى

الوحدة فإن المرونة الإنتاجية تساوى الوحدة أيضاً .

٢١ — بفرض أن دالة الإنتاج هي:

$$K = 10 - \frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_2}$$

حيث أن K هو الإنتاج و S_1 و S_2 تمثل عناصر الإنتاج

وأن R_1 عبارة عن سعر الوحدة من عنصر الإنتاج

$S_1 = ١٤$ جنيهاً و R_2 عبارة عن سعر الوحدة من عنصر

الإنتاج $S_2 = ١٦$ جنيهاً وأن E سعر الوحدة من الإنتاج

$K = ١٠$ جنيهاً . وبفرض أن منشأة لديها ٤٨ جنيهاً نقداً لانفاقها

على استخدام عناصر الإنتاج س_١ و س_٢ بين الكميات المستخدمة من كل من س_١ و س_٢ لمعظمة الإنتاج؟ اشرح مضروب لاجرائح ثم احسب قيمته .

٢٢ - أوجد أسعار وكميات التوازن لدوال الطلب والعرض مستخدماً قاعدة كرامر .

$$ك_١ = ٢٢ - ١٤ + ١٤$$

$$ك_٢ = ٨ + ١٤ + ٢٤$$

$$ك_٣ = ٤ - ١٤ + ٢٤$$

$$ك_٤ = ٢ - ١٤ + ٢٤٥$$

حيث

ك_١ و ك_٢ = الكميات المطلوبة من السلعة ١ و ٢ على التوالي .

ك_٣ و ك_٤ = الكميات المعروضة من السلعة ١ و ٢ على التوالي .

٢٣ - إذا كانت س ترمز إلى الدخل الممكن التصرف فيه ، س ترمز إلى مصروفات المستهلكين ، ع ترمز إلى جملة المدخرات ، ا ترمز إلى جملة الاستثمارات ، فإن النموذج التالي للتوازن الاقتصادى العام فى الولايات المتحدة قد أنشئ بمعرفة هـ. هافيلمو للمدة من سنة ١٩٢٩ إلى سنة ١٩٤١ .

$$س = ٧١٢, ص + ٩٥,٠٥$$

$$ع = ١٥٨, (س + ١) - ٣٤,٣$$

$$ص = س + ١ - ع$$

$$١ = ٩٥,٥٣$$

والمطلوب :

(١) لإيجاد قيمة ص ، س ، ع ، ا

(٢) بافتراض أن $١ = ٢٠٠$ أوجد قيمة كل من ص ، س ، ع ، ا

(٣) ما هو قيمة الدخل ومصروفات المستهلكين والمدخرات إذا كانت جملة المدخرات هي ٣٠٠ .

٢٤ - سلعة صناعية تتكون من مواد أولية مختلفة يجب أن تحتوى على ١٥٠ وحدة من المادة ١ و ٩٧,٥ وحدة من المادة ب و ١٠٢,٥ وحدة من المادة ج . فإذا كان هناك ثلاثة أنواع من المواد الأولية تحتوى كل وحدة من المادة الأولية على الكميات ١ ب ٦ ج الموضحة بالجدول التالى :

ح	ب	ا	
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	صفر	المادة الأولى س _١
$\frac{4}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$	س _٢ د د
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	س _٣ د د

والمطلوب معرفة قيمة كل من المواد الأولية التي يجب أن تخاطم مع بعضها لإنتاج السلعة الصناعية .

٢٥ -- إذا كان منحنى الطلب لسلعة معينة هو $ط = ٢٠ - ٣س_١ - س_٢$ وأن منحنى العرض هو $ع = ٥س - ١$. أوجد السعر المتوازن والكمية المتبادلة . ارسم كذلك المنحنيين .

٢٦ -- افترض أن $ص$ تمثل الربح وأن العرض هو تحقيق أكبر ربح يمكن .

ارسم وأوجد الحل الأمثل لما يأتي :

$$(١) \quad ص = ٦س_١ + ٥س_٢$$

وهناك القيود التالية

$$\frac{١}{٤}س_١ + \frac{٣}{٤}س_٢ \leq ١٠$$

$$\frac{١}{٤}س_١ + \frac{٣}{٤}س_٢ \leq ١٠$$

$$(ب) \quad ص = ٥س_١ + ١٥س_٢$$

وهناك القيود التالية :

$$س_٢ \geq ٥$$

$$س_١ + س_٢ \geq ٨$$

$$\frac{١٦}{٣} س_١ + ٢ س_٢ \geq ٢٢$$

٢٧ — افترض أن ص تمثل تكلفة سلعة معينة وأن الغرض هو خفض التكلفة إلى أقل ما يمكن ، ارسم وأوجد الحل الأمثل لما يأتي :

$$(١) ص = س_١ + س_٢$$

وهناك القيود التالية :

$$س_٢ + ٢ س_١ \leq ١٦$$

$$\frac{٢}{٣} س_٢ + س_١ \leq ١٢$$

$$(ب) ص = س_١ + ٤ س_٢$$

وهناك القيود التالية :

$$س_١ \leq ٢$$

$$س_١ + ٤ س_٢ \leq ٨$$

$$س_١ - س_٢ \geq ٤$$

٢٨ — افترض أن نسبة الاستهلاك السنوية لآلة معينة هي ١٠٪ من القيمة الأصلية غير المستهلكة بتكلفة قدرها ٥٠٠٠ جنيه . ما هي

نهاية مصاريف الاستهلاك. ما هي النهاية لمجموع المصاريف السنوية عندما يقترب عدد السنوات من ما لا نهاية .

٢٩ — أوجد نهاية :

$$\frac{1 - \sqrt[n]{s}}{1 - \sqrt[s]{n}} \quad (أ)$$

عندما $s \rightarrow 1$

$$\frac{v^1 - v^4}{v^0 - v^1} \quad (ب)$$

عندما $v \rightarrow 1$

$$\frac{1 + s^2}{1 - s^2} \quad (ج)$$

عندما $s \rightarrow 1$

٣٠ — ما هي دالة الدخل الكلي عندما يكون السعر ثابتا ويساوي ٥ جنيهات لكل وحدة مبيعة. أوجد المعامل التفاضلي لدالة الدخل الكلي بالنسبة لعدد الوحدات المباعة .

٣١ — من المعروف في الاقتصاد أن مرونة الطلب هي :

$$\frac{(P_2 - P_1) / P_1}{(Q_2 - Q_1) / Q_1}$$

حيث P تمثل الكمية و Q تمثل السعر .

ما هو أوجه التشابه بين مفهوم مرونة الطلب ومفهوم التفاضل الفروق بين المفهومين أيضاً .

٣٢ — إذا كان لديك منحني التكلفة

$$\text{ص} = 1 + 13 + 13^2$$

أوجد منحني التكلفة الحدية

٣٣ — إذا كان لديك العلاقة الآتية :

$$10 = 12 + 3\text{ع}$$

(١) أوجد منحني الطلب

(ب) د د الإيراد الكلي

(ج) د د الحدى

٣٤ — في دراسة عن تكلفة إنتاج ملاعق بلاستيك تنتجها آلة معينة

بشركة بلاستيك وجد أن متوسط التكلفة بالقروش يمكن تمثيله

بالدالة $[2 + 200(10 - \text{س})]$ حيث س تمثل مئات الآلاف من

الملاعق المنتجة أسبوعياً . مثل العلاقة بين متوسط التكلفة لمعدل

الإنتاج . ماهو معدل تغير متوسط التكلفة للمعلقة الواحدة بالنسبة

لمعدل الإنتاج عند إنتاج ١٠٠٠ ر ١٠٠ معلقة أسبوعياً . أوجد أيضاً

المعامل التفاضلي الثاني لدالة متوسط التكلفة بالنسبة لمعدل الإنتاج .

٣٥ — وجدت شركة شريف أنه ينتج عن حملاتها الإعلانية لسلعهم زيادة

في المبيعات ، إلا أن هذه الزيادة تتلاشى تدريجياً بعد إنتهاء هذه

الحملات الإعلانية . وبالنسبة لحملة إعلانية معينة ، حددت الشركة

أن الزيادة في المبيعات نتيجة لهذه الحملة يمكن تمثيلها بالدالة الآتية :

$$\text{ص} = 4000(2 - \text{س})$$

حيث :

ص = الزيادة في المبيعات يوميا نتيجة للحملة الاعلانية .
س = عدد الأيام بعد إنتهاء الحملة الاعلانية .

مثل العلاقة بين الزيادة في المبيعات وعدد الأيام بعد انقضاء الحملة الاعلانية بعد ٣ أيام . ما هو معدل النقصان في الزيادة في المبيعات . أوجد المعامل التفاضلي الثاني لدالة الزيادة في المبيعات بالنسبة إلى عدد الأيام .

٣٦ - افترض أن لديك دالة الإيراد الكلي الآتية حيث ص تمثل الإيراد الكلي و س تمثل عدد الوحدات المباعة .

$$ص = ٤٠٠٠٠٠٠ - (س - ٢٠٠٠)٢$$

ما هي المبيعات التي تحقق أكبر إيراد ممكن

٣٧ - افترض أن دالة التكلفة الكلية هي :

$$ص = ١٠٠ + ٠.١٥س٢$$

حيث ص تمثل التكلفة الكلية و س تمثل عدد الوحدات المنتجة وأن دالة الإيراد الكلي

$$ص = ٥٢س$$

حيث س تمثل الإيراد الكلي و س تمثل عدد الوحدات المنتجة والمباعة . أوجد قيمة الإنتاج التي يحقق أكبر ربح ممكن للمنشأة .

٣٨ - افترض أن لديك الدالة

$$ص = ٢ + ٥س + ٤س٢$$

هل لهذا المنحنى نقطة انقلاب

٣٩ - أوجد المعامل التفاضلي الجزئي بالنسبة إلى s وكذلك المعامل التفاضلي الجزئي بالنسبة إلى v لكل من الدوال الآتية :

$$(أ) \quad ع = ٥س - ٣ص + ١٠$$

$$(ب) \quad ف = \frac{١}{٣(س - ١ص)}$$

$$(ج) \quad ك = \frac{س^٢}{س - ٣ص}$$

$$(د) \quad ل = ١س + ٤س - ٤س + ٢ص + ٢٠$$

$$(هـ) \quad م = ٣س$$

$$(و) \quad ح = ١٠ = ٢٠س + ٢ص$$

$$(ز) \quad م = لو = (س + ٣ص)$$

٤٠ - أوجد المعاملين التفاضلين الجزئيين الأول والثاني إذا كانت $ص$ $س$ هما المتغيرين المستقلين لكل من الدوال الآتية :

$$(أ) \quad ع = ٢س + ٣ص - ٥ص$$

$$(ب) \quad ع = ٤س + ٢ص$$

$$(ح) ع = ٢س + ص + ١٠$$

$$(د) ع = ٢س + ص$$

٤١ - باعتبارك مديرا لأحد المصانع فإنك تعرف أن تكلفة الوحدة الدالة للمتغيرات الثلاثة : مستوى عمليات التشغيل ع ، عدد العمال ه ، كمية الآلات ت . فإذا كانت الدالة Q (ع ه ت) معروفة لك اشرح معنى المعاملات التفاضلية الجزئية لهذه الدالة بالنسبة إلى كل من المتغيرات المستقلة الثلاثة .

٤٢ - افترض أن الدالة الآتية تمثل ربح منشأة تجزئة وأن هناك اعتقاد بأن الربح ع دالة للمتغيرين س ه ص حيث تمثل س عدد الموظفين العاملين في المنشأة ه ص تمثل كمية المخزون من البضاعة .

$$ع = ٣٥٠٠ - ٢(س - ٢٠) - ٢(ص - ٦٠)$$

$$(١) أرشد $\frac{\partial ع}{\partial س}$ و $\frac{\partial ع}{\partial ص}$$$

(ب) ما أهمية هذين المعاملين التفاضليين .

٤٣ - منشأة معينة لديها دخل صاف قدره ١٠٠٠٠٠ جنيا . وفي دراسة لتخطيط طويل الأجل أوضحت أن استثمارا إضافيا في الآلات

والمعدات سيُنتج عنه دخل صافٍ كبير عن طريق العلاقة بين معدل الزيادة في الدخل الصافي ومستوى الاستثمار الذي أعطى بمعرفة .

$$n = 2 - s / 1000000$$

حيث

n = معدل الزيادة في الدخل الصافي

s = مستوى الاستثمار الإضافي

أوجد الدالة التي توضح العلاقة بين الدخل الصافي ومستوى الاستثمار الإضافي .

٤٤ - إذا كان منحنى التكلفة الحدية لمنتج معين هو

$$ص = 1 + 2س + 6س^2$$

أوجد منحنى التكلفة الكلية إذا كانت $ص$ (صفر) = ١٠٠ .
وكذلك منحنى متوسط التكلفة .

٤٥ - إذا كانت دالة التكلفة الحدية هي $ص = 1 + 100س - 5س^2$

أوجد منحنى التكلفة الكلية $ص$ إذا كانت $ص$ (١) = ٢٠٠ .
وكذلك أوجد (منحنى متوسط التكلفة)

٤٦ - إذا كان منحنى التكلفة الحدية للمبيعات في منشأة معينة هو

ص = ١٠٥٢ - ٠٠٤ ر س

أوجد منحني التكلفة الكلية ومنحني متوسط التكلفة إذا كانت
ص (٠) = ١٦٥٨

٤٧ — أوجد التكامل المحدد لكل مما يأتي :

$$(١) \int s^2 ds$$

$$(ب) \int s^2 ds$$

٤٨ — تفكر شركة ديننا الكبرى في إعطاء عملائها ضمان قدره خمسة سنوات عبارة عن خدمة مجانية لمشترياتهم . ولذلك ترغب الشركة في معرفة المبلغ الإضافي التي تحمله على سعر المنتج لهذا الضمان . وقد أوضحنا التقديرات الحسنة أن تكاليف الخدمة لكل

وحدة في المتوسط عبارة عن معدل سنوي $\frac{t^2}{4}$ حيث t تمثل

عمر الوحدة بالسنوات . ومنح دالة تكلفة الخدمة ثم أوجد بالتكامل المبلغ الإضافي الذي يجب تحميله إلى تكلفة المنتج لهذا الضمان .

٤٩ — أوجد قيمة كل من :

$$١ - \int s^2 ds$$

$$٢ - \int_{-1}^3 (٣ + ١ - ٣س) دس$$

$$٣ - \int (١٠ + ١٠س) دس$$

$$٤ - \int (١ + ١س) دس$$

حيث ا ب تمثل بثابت .

٥٠ - ا حسب قيمه المحدد الآتى :

$$\begin{vmatrix} ٠ & ١ & -١ \\ ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ & ١ \end{vmatrix}$$

٥١ - فك المحدد الآتى :

$$\begin{vmatrix} ١ & -٢ & ٣س \\ ٦ & ٠ & ١ \\ ٨ & ١ & -٥ \end{vmatrix}$$

٥٢ - حل المعادلات الآتية باستخدام المحددات

$$٦ = ٢س - ٣$$

$$٥ = ٣س - ٤$$

$$٠ = ٤س - ٣$$

٥٣ - كانت جملة الإنتاج الزراعى فى الولايات المتحدة سنة ١٩٣٩ هـ ١٨ بليون دولار، منها ٢٥ بليون دولار ذهب إلى الصناعة ٦ ١٤٥ بليون دولار إلى الاستعمال المنزلى. كما كان الإنتاج الصناعى هو ١٣٢ بليون دولار، منها ١٣٧ بليون دولار ذهبت إلى الزراعة ٦ ١١٩٣ بليون دولار إلى الاستعمال المنزلى. وكذلك كان الإنتاج للاستعمال المنزلى هو ٦٨٧ بليون دولار منها ٤٣ بليون دولار ذهبت إلى الزراعة ٦ ٦٤٦ إلى الصناعة. ولتحديد الأسعار .

أولاً: الأسعار الزراعية ع_١ ٦ الأسعار الصناعية ع_٢ ٦ والأجور ع_٣ كان لدينا المعادلات التالية :

$$- ١٧ ع_١ + ٢٥ ع_٢ + ١٤٥ ع_٣ = صفر$$

$$١٣٧ ع_١ - ١٣٣ ع_٢ + ١١٩٣ ع_٣ = صفر$$

$$٤٣ ع_١ + ٦٤٦ ع_٢ - ٦٧٧ ع_٣ = صفر$$

(١) برهن أن المحدد لهذه المعادلات يساوى صفر .

(ب) افترض أن ع_٣ = ١ ٦ حل المعادلتين الأولى والثانية .

٥٤ - اثبت أن المصفوفة الصفرية (سواء كانت ذات عمود واحد أو صف واحد) لا تتغير إذا ضربت بأى عدد .

٥٥ = بفرض أن ل_١ هي مصفوفة ذات ترتيب واحد . أثبت أن :

$$صفر + ل = ل$$

$$56 - \text{بفرض أن } \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

أوجد قيم s 6 s 6 s

57 - بفرض أن L هي مصفوفة ذات صف واحدة مكونة من ثلاثة عناصر وأن L هي مصفوفة ذات عمود واحد لها نفس عدد العناصر وأن L هي عدد. أثبت أن $(L \times L) = (L \times L) = L \times L = L$.

58 - افترض أن شركة تأمين قسمت بوالص التأمين على الحوادث إلى أربعة أنواع طبقاً للأخطار المحتملة. افترض أن عدد البوالص في كل نوع هو:

$$s = [5000 \quad 12000 \quad 10000 \quad 400]$$

وقد أثبتت الإحصائيات أن نسبة المطالبة السنوية لكل نوع كانت كالاتي:

$$= \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.10 \\ 0.40 \\ 0.50 \end{bmatrix}$$

(أ) أوجد عدد المطالبات التي ستقوم الشركة بسدادها في عام واحد .

(ب) بفرض أن المطالبة تكلف الشركة ٧٠٠ جنيه في المتوسط أوجد المصفوفة التي توضح تكاليف المطالبات سنوياً لكل مستأمن بالنسبة لكل نوع

٥٥ — بفرض أن المصفوفة الآتية تعطى محتويات الفيتامينات لثلاثة أنواع من الطعام .

الفيتامين : ا ب ج د

النوع الأول :	٥	٤	٠	٠
النوع الثاني :	٢	٠	٢	١
النوع الثالث :	١	١	٣	٥

فإذا أكل شخص ٥ وحدات من الطعام من النوع الأول ٦ ١٠ وحدات من الطعام من النوع الثاني ٦ ٩ من الطعام من النوع الثالث فكم استهلكنا من كل نوع من أنواع الفيتامينات وإذا دفعنا للفيتامينات الموجودة بكل نوع من أنواع الطعام ١٠ قروش ٦ ١٥ قرشا ٦ ٢٠ قرشا ٦ ٣٥ قرشا للوحدات من الأربعة أنواع من الفيتامينات فكم تتكلف كل وحدة من أنواع الطعام المختلفة .

٦٠ - بفرض أن المصفوفة S التالية توضح تكلفة العمل ، المواد الأولية ، المصاريف الثابتة بهذا الترتيب لكل وحدة من المنتجات

ا ب ج د هـ

$$S = \begin{bmatrix} ٧ & ٤ & ١٥١ & ٩٩ \\ ٣ & ٣٥٣ & ٢٢ & ٣٧٣ \\ ٢٢٢ & ٧ & ١٤٤ & ١٤٤ \end{bmatrix}$$

(١) وبفرض أن التكلفة زادت بمقدار ٥٠٪ أوجد مصفوفة التكاليف الجديدة .

(ب) وبفرض أن كمية الإنتاج من ا ب ج د هـ هي :

$$ص = \begin{bmatrix} ٢٠٠٠ \\ ٤٠٠ \\ ٧٥٠ \\ ٤٠٠٠ \end{bmatrix}$$

أوجد $S ص$ مع شرح أو تفسير معنى المصفوفة الناتجة (ج) بفرض أن كمية الإنتاج من ا ب ج د هـ في سنة معينة موزعة كل ثلاثة شهور كانت كالآتي :

(يوضح كل عمود في المصفوفة الإنتاج في كل ربع سنة)

١١٠٠	١٠٠٠	٢٠٠٠	١٠٠٠
٠	٤٥٠	٣٥٠	٥٠٠
٥٠٠	٥٥٠	١٠٠	٨٥٠
٥٠٠٠	٢٠٠٠	٤٠٠٠	٤٠٠٠

ص س

أوجد المصفوفة التي توضح تكاليف العمل والمواد الأولية والمصاريف الثابتة في ربع سنة .

(و) أوجد المصفوفة ذات الترتيب الواحد التي توضح التكاليف الكلية للعمل والمواد الأولية والمصاريف الثابتة لسنة معينة من النتيجة التي حصلت عليها في ح .

٦١ — بفرض أن

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} = 1$$

أوجد : $16^2 16^1$

٦٢ — بفرض أن

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = 1$$

أوجد : $16^2 16^1$

٦٣ - احسب معكوس كل من المصفوفات الآتية :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (ب) \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (ا)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (د) \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (ج)$$

٦٤ - حل المعادلات الآتية باستخدام معكوس المصفوفات الرياضية :

$$1 = 2س_1 + 3س_2 \quad (ا)$$

$$2 = 3س_1 + 4س_2$$

$$1 = 3س_3 + ص \quad (ب)$$

$$0 = 3س_3 - ص$$

$$12 = 2س_4 + 13س_5 \quad (ج)$$

$$6 = 3س_4 + 1س_5$$

$$4 + 2س_6 = ص \quad (د)$$

$$4 + 4س_6 = 2ص$$

$$3 = 3س_7 \quad (هـ)$$

$$0 = 2 + 4س_8 - 6ص$$

$$0 = 3 - 3س_9 - 3ص \quad (و)$$

$$3 - 3س_{10} = 3ص$$

$$8 + 4س_{11} = 4ص \quad (ل)$$

$$0 = 2 - 3س_{12} - 3ص$$

٦٥ - بفرض أن مصنع معين لمدة ٢٠٠ ساعة تشغيل يمكن عملها في أقسام الإنتاج و ٣٢٠ ساعة لحزم المنتجات كل أسبوع ، افترض أن المنتج الأول يازمه ساعتين في أقسام الإنتاج و ٢٥ ر من الساعة للحزم لكل وحدة . افترض أيضاً أن المنتج التالي يلزمه ٤ ساعات في أقسام الإنتاج و ٢٠ ر من الساعة للحزم لكل وحدة . ما هي عدد الوحدات من النوعين التي يمكن إنتاجها باستعمال الطاقة الإنتاجية للمصنع . حل هذا النظام من المعادلات باستعمال معكوس المصفوفة الرياضية :

٢٢ - اثبت أن :

$$ت (١ + ب) = ت (١) + ت (ب)$$

$$ت (١) = ت (١)$$

$$ت (١) = ت (١)$$

$$ت (١) = ت (١)$$

٦٦ - أوجد قيمة كل من المحددات الآتية :

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 6 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 8 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 1 & 5 & 3 & 1 \\ 9 & 0 & 2 & 7 & 2 \\ 1 & 3 & 6 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

٦٧ - حل المعادلات الآتية باستخدام المصفوفات

$$٦ = ع + ص + س$$

$$٧ = ع - ٢ص - س$$

$$٥ = ع٣ - ٤ص - س$$

$$٦ \quad س١ + س٢ - س٣ = ٢$$

$$٥ = س١ + ٢س٢ - ٣س٣$$

$$٢ = س١ + ١٠س٢ - ٧س٣$$

$$٦ \quad ٣س + ص - ع = صفر$$

$$٢س + ٣ص - ع٣ = صفر$$

$$س - ص + ٩ص = صفر$$

٦٨ - أوجد معكوس كل من المصفوفات الرياضية في حالة وجوده

$$\begin{bmatrix} ١ & ١ & ١ \\ صفر & ١ & صفر \\ ٥ & ٣ & ٢ \end{bmatrix} \quad ٦ \quad \begin{bmatrix} ١ & ١ & ٢ \\ : & صفر & صفر \\ ٢ & ٢ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ١ & ٠ & ٣ & ١ \\ ١ & ٢ & ١ & ٢ \\ ٠ & ١ & ٢ & ٣ \\ ٢ & ١ & ٣ & ٣ \end{bmatrix}$$

٦٩ — حل المعادلات الآتية باستخدام المصفوفات

$$٥ = س + ص + ع$$

$$١ = ٢س + ص - ع + ل$$

$$٢ = س + ٢ص - ع + ل$$

$$٢ = ص + ٢ع + ل٣$$

$$٣ = ٦ك + ل٢ - م$$

$$١ = ٢ك + ل - م$$

$$٤ = -ك + ل٢ + م٢ + ن٣$$

$$٥ = ٣ك - ل٥ + م٤ + ن٦$$

المراجع

المراجع العربية:

- ١ - طرق التحليل الاحصائي :
دكتور أحمد عبادة سرحان
دار الكتب الجامعية
- ٢ - العيّنات :
دكتور أحمد عبادة سرحان
مكتبة النهضة المصرية
- ٣ - مقدمه الاحصاء الرياضى
دكتور أحمد عباده سرحان
دار المعارف بمصر
- ٤ - مقدمه الرياضه البحتة للبحوث التجارية :
دكتور محمد فتحى محمد على
مكتبة دين شمس
- ٥ - الاحصاء التطبيقى :
دكتور محمد فتحى محمد على
» »
- ٦ - الاحصاء فى إتخاذ القرارات التجارية :
دكتور محمد فتحى محمد على
» »

المراجع الأجنبيّة:

- 1 - Baumol, W, Economic Theory and Operations Analysis:
Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice - Hall, Inc, 1965
- 2 - Bellman, Dynamic Programming, Princeton N. J.
Princeton University Press, 1957
- 3 - Boulding, K., Economic Analysis, New York : Harper and
Brothers. 1955

- 4- Carlson, S., A study in the Pure Theory of Production, London : King and Son, 1939
- 5 - Chamberlin, E, The Theory of Monopolistic Competition Cambridge : Harvard University Press, 1948
- 6 - Cox, D., Planning of Experiments John Wiley Sons Inc. 1961
- 7 - Friedman M. ,Price Theory. A provisional Text ,Chicago: Aldine 1962
- 8 - Friedman M. Essays in Positive Economics ,(Chicago : University of Chicago) 1953
- 9 - Henderson J. and Quandt R. : Microeconomic Theory New York McGraw-Hill 1958
- 10 - Hicks G. : Value and Capital Oxford : The Clarendon Press 1959
- 11 - Klein L. Introduction to Econometrics , Englewood Cliffs .N J. Prentice-Hall 1962
- 12 - Lange Oscar, Outside Readings in Economics, New York : Crowell 1951
- 13 - Leftwich R. the Price and Resource Allocation, New York Holt Rinehart and Winston 1960
- 14 - Liebhafsky H. The Nature of Price Theory, Homewood Illinois, The Dorsey Press Inc 1963
- 15 - Stigler J. Theory of Price New York Macmillan, 1946
- 16 - Wald A. Statistical Decision Functions, New York, John Wiley & Sons 1950
(م ٢٩ الاقتصاد الرياضي)

تصويب الأخطاء

تأسف لورود بعض الأخطاء المطبعية والآتي بيان بمصرها تقريباً .

الصفحة	السطر	الخطأ	الصواب
١٢	٦	جزئية	جزئية
٢٤	٤	الاجتماع	الاجتماع
٢٤	٦	Eoonowic	Economic
٢٥	١٠	الاقتصادى	الاقتصادى
٥١	٦	النظرية	النظرية
٥٣	٣	(٧)	(٨)
٩٨	١٣	التأخير	التأثير
١٧٦	٤	المعونات	المروونات
٢٠٤	٥	الاشباع	الإنتاج
٢٠٤	١١	إشباع	إنتاج
٢٠٥	٣	إشباع	إنتاج
٢٠٥	١١	الإشباع	الإنتاج
٢١٤	٤	ر	د
٢١٥	٨	ر	د
٢١٦	٩	التكالف	التكاليف
٢٢٠	٤	ر	د

الصفحة	السطر	الخطأ	الصواب
٢٢٠	٨	ر	هـ
٢٢٤	١	$\frac{1}{\lambda} = -$	$\frac{1}{\lambda} = -$
٢٢٦	٦	fo	to
٢٣٢	١٢	مجموع التكاليف	مجموع التكاليف
٢٣٢	١٩	New	New
٢٣٤	١	فنجني	منجني
٢٣٤	٣	دوو	دوال
٢٣٤	١٢	للصفر	للصفر
٢٣٥	٩	للصفر	للصفر
٢٣٦	٥	مدبر	مدبر
٢٤٠	٧	وبمثل	وبمثل
٢٤٠	١٥	p (ح م)	p (ح م)
٢٤٤	٩	ومحط	ومحيط
٢٥١	١	غ	ع
٢٦٤	١	٤٦٣	٢٦٤
٢٧٩	٩	المستقبل	المستقبل
٢٨١	١٥	نها س ← ا φ (س) ك	نها س ← ا φ (س) ك س ← ا

الصفحة	السطر	الخطأ	الصواب
٢٨٥	١٣	نها ϕ (س) س ← ٥٥	نها ϕ (س) س ← ٥٥
٢٨٦	٨	الدولة	الدالة
٢٩٠	٩	تغير	تغير