

الباب الرابع

التوازن

يمثل التوازن حالة من الثبات حيث تكون جميع القوى المؤثرة في حالة استاتيكية ولا تكون هناك ميل لهذه القوى في التغيير وإذا تغيرت هذه القوى أو إحداها فإنه نقطة التوازن ستتغير إلى نقطة أخرى ، وينقسم التوازن من ناحية دراسة إلى :

١ - التوازن العام ويمثل حالة التوازن التي تكون فيها جميع الوحدات الاقتصادية في حالة توازن .

٢ - التوازن الجزئي ويمثل حالة التوازن التي تكون فيها الوحدة الاقتصادية في حالة توازن وتنقسم إلى :

(١) توازن المستهلك حيث يكون المستهلك في حالة توازن كما بينا سلفا إذا كان المستهلك ينفق دخله في الصورة التالية :

$$\frac{p_1(M)}{E} = \dots = \frac{p_2(M)}{E} = \frac{p_n(M)}{E}$$

أي أن المنفعة الحدية لوحدة الجنيه لجميع السلع متساوية حيث أن :

$$p(M) = \frac{M}{E} \text{ حيث تبدأ من ١ إلى } n$$

(ب) توازن المنشأة حيث تكون المنشأة في حالة توازن إذا كان عرضها النهائي هو منظمة الربح أى أن :

$$\text{الإيراد الحدى} = \text{النقطة الحدية}$$

٣ — توازن السوق : ويمثل التوازن الذى تكون فيه قوى الطلب مساوية لقوى العرض حيث يكون هناك سعر عند نقطة تلاقي قوى بقوى العرض يطلق عليه سعر التوازن . وتوضح الأمثلة التالية توازن السوق :

١ — إذا كانت دالتى الطلب والعرض كالتالى :

$$كط = ٢٠٠٠ - ١٠٠ع$$

$$كر = ١٠٠ + ٥٠ع$$

احسب سعر التوازن فى السوق :

الحل : من المعلوم عند نقطة التوازن تكون

$$كط = كر$$

$$٢٠٠٠ - ١٠٠ع = ١٠٠ + ٥٠ع$$

$$٢١٠٠ = ١٥٠ع$$

$$١٤ = ع$$

(م ١٦ الاقتصاد الرياضى)

$$600 = (4) 100 - 2000 = \text{كط}$$

$$600 = (14) 50 + 100 - = \text{كر}$$

٤ - إذا كانت دوال الطلب والعرض في السوق للسلعتين ١ و ٢ هما كالتالي :

$$\text{كط} = 100 - 10ع_1 - 20ع_2$$

$$\text{كر} = 30 - 10ع_1 + 10ع_2$$

$$\text{كط} = 60 - 10ع_1 - 10ع_2$$

$$\text{كر} = 20 - 10ع_2$$

فأوجد سعر التوازن للسلعتين ١ و ٢

الحل : عند التوازن تكون

$$\text{كط} = \text{كر}$$

$$100 - 10ع_1 - 20ع_2 = 30 - 10ع_1 + 10ع_2$$

$$130 = 20ع_2 - 10ع_2$$

$$(1) \quad 130 = 20ع_2 + 10ع_2$$

$$\overset{\text{ك}}{\text{ر}} = \overset{\text{ك}}{\text{ط}}$$

$$٢٤١٠ + ٢٠ = ٢٤١٠ - ١٤١٠ - ٦٠$$

$$٨٠ = ٢٤٢٠ - ١٤١٠ -$$

$$(٢) \quad ٨٠ = ٢٤٢٠ + ١٤١٠$$

وباستخدام قاعدة كرامر لحل مجاميل المعادلتين ١ و ٢

$$٢ = \frac{٢٠٠}{١٠٠} = \frac{٢٤٠٠ - ٢٦٠٠}{٣٠٠ - ٤٠٠} = \frac{\begin{vmatrix} ٣٠ & ١٣٠ \\ ٢٠ & ٨٠ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ٣٠٠ & ٢٠ \\ ٢٠٠ & ١٠ \end{vmatrix}} = ١٤$$

$$٣ = \frac{٣٠٠}{١٠٠} = \frac{١٣٠٠ - ١٦٠٠}{٣٠٠ - ٤٠٠} = \frac{\begin{vmatrix} ١٣٠ & ٢٠ \\ ٨٠ & ١٠ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ٣٠٠ & ٢٠ \\ ٢٠٠ & ١٠ \end{vmatrix}} = ١٤$$

وعليه تكون أسعار التوازن هي $٢ = ١٤$ و $٣ = ١٤$

وتكون كميات التوازن

$$١٠ = \overset{\text{ك}}{\text{ط}}$$

$$٢٠ = \overset{\text{ك}}{\text{ر}}$$

$$١٠ = \overset{\text{ك}}{\text{ر}}$$

$$٢٠ = \overset{\text{ك}}{\text{ط}}$$

٣ — بفرض أن منشأة اقتصادية لبيع الأسمدة للمزارعين كان الطن الواحد الذي تباعه هو

$$ك = ٢٤ - ع + ١$$

حيث أن ع سعر الطن من السماد وأن ١ هو عبارة عن محيط الدائرة الذي تباع فيه المنشأة سمادها وتوصيله للمزارعين بدون مقابل . وأن التكاليف يمكن تمثيلها بالدالة :

$$ت = ١ + ٢ك + ١$$

فإذا كان هدف المنشأة هو معظمة الربح فأوجد سعر التوازن الذي بمؤظم ذلك الربح ومحيط الدائرة الذي تباع فيه المنشأة سمادها وتوصيله دون مقابل .

الحل :

$$\pi = ع ك - ت$$

$$= ع (٢٤ - ع + ١) - (١ + ٢ع + ١)$$

$$= \frac{\partial \pi}{\partial ع} = (٢٤ - ٢ع + ١) - ٢ = ٠$$

$$(٢٤ - ٢ع + ١) - ٢ = ٠$$

$$= ٢٤ - ٢ع + ١ - ٢ = ٠$$

$$= ٢٣ - ٢ع + ١ = ٠$$

ولإيجاد سعر التوازن الذي ينظم الربح توضع المعادلة (١) مساوية لصفر

$$(١) \quad ٤٨ - ٤٣ + ١٢ = \text{صفر}$$

$$١٢ - (١ + ع - ٢٤) \times ٣ \times \frac{1}{4} - ع = \frac{\pi}{1}$$

$$١٢ - ١ - ع + ٢٤ - ع =$$

$$١٣ - ٢٤ - ع٢ = \frac{\pi}{1}$$

ولإيجاد محيط الدائرة الذي يعظم الربح توضع هذه المعادلة مساوية للصفر

$$(٢) \quad ٤٢ - ٢٤ - ١٣ = \text{صفر}$$

ومن المعادلتين (١) و (٢) يمكن حساب المجهولين ع و ١

$$(١) \quad ٤٨ - ٤٣ + ١٢ = \text{صفر}$$

$$(٢) \quad ٤٢ - ٢٤ - ١٣ = \text{صفر}$$

$$(٣) \quad ٤٨ = ٤٣ - ١٢$$

$$(٤) \quad ٢٤ = ٤٢ - ١٣$$

وباستخدام قاعدة كرامر

$$19,2 = \frac{96 - 48 + 144}{5 - 4 + 9} = \frac{192}{4} = 48 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 48 \\ 3 & 24 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}} = \text{ع}$$

وبإحلال هذه القيمة في المعادلة رقم (٣)

$$48 = 12 - \left(\frac{96}{5}\right) 3$$

$$48 - \frac{288}{5} = 12$$

$$48 = 12$$

وتكون كمية التوازن عند مظمة الربح هي :

$$ك = \frac{24}{5} + \frac{96}{5} - 24 = 12$$

$$ك = \frac{48}{5} = \frac{96 - 144}{5} = 9,6$$

الإيراد الكلي = ع ك

$$ك = 24 - ع + 1$$

$$ع = 24 - 1 + ك$$

الإيراد الكلي = 24 ك + 1 ك - ك

ونظراً لأن الإيراد الكلي يكون ممعظماً عندما يكون الإيراد
الحدى مساوياً للصفر .

$$س (الإيراد الكلي) = \frac{٢٤ - ١ + ٢٤}{س}$$

$$٢٤ - ١ + ٢٤ = صفر$$

$$\frac{٢٤}{٠} + ٢٤ = ٢$$

$$\frac{١٤٤}{٠} = \frac{٢٤ + ١٢٠}{٠} =$$

$$١٤٤ = \frac{١٤٤}{٠} = ٤$$

أى أن الكمية عندما يكون الإيراد الكلي ممعظماً هي :

$$١٤٤ = ٤$$

وهي نقطة توازن تختلف عندما يكون الربح ممعظماً . ولبيان أن الإيراد
الكلي يكون ممعظماً عند تلك النقطة يتضح من الجدول التالي :

$$\frac{٢٤}{٥} = ١$$

الإيراد الكلي	ك
صفر	صفر
١١٩	٥
١٨٨	١٠
٢٠٧٢٤٦	١٤٢٤
١٧٦	٢٠
٩٥	٢٥
صفر	٢٨٢٨

$$٢١ + ٢٢ ك = ٢٣ ت$$

ت	ك
٢٣٢٠٤	صفر
٧٣٢٠٤	١٠
١٣٥٢٥٤	١٥
٢٣٣٢٠٤	٢٠

وكما بينا أن الربح سيكون ممعظما عند الكمية ك = ٩٦

$$\text{الإيراد الكلي} = ٢٤(٩٠٦) + ٤٠٨(٩٠٦) - (٩,٦)^2$$

$$= ٢٣٠٠٤ + ٤٦٠٠٨ - ٩٢٠١٦$$

$$\text{التكاليف السكّية} = \frac{1}{4} \text{ ل} + \frac{1}{4} \text{ ل}^2$$

$$= \frac{1}{4} (٩٢٠١٥) + ٢٣٠٠٤$$

$$= ٢٣٠٠٤ + ٤٦٠٠٨$$

$$= ٦٩٠١٢$$

$$= ١١٥٠٢ = ٦٩٠١٢ - ١٨٤٠٣٢$$

وهي نقطة توازن لمعظمة الربح .

ويجب ملاحظة أن أى تغير فى سعر التوازن ومحيط الدائرة الذى يعطى فيه السباد بدون مقابل حتى ولو أعطوا نفس السكّية فإن هذا يؤدى إلى تقليل الربح ويمكن إثبات ذلك كالتالى :

$$\text{ل} = ٢٤ - \text{ع} + ١$$

$$\text{فبفرض أن ع} = ١٥ \quad \text{ل} = ١٠ \quad \text{ع} = ١٥ \quad \text{ل} = ١٠$$

فإن :

$$\text{ل} = ٢٤ - ١٥ + ٠,٦ = ٩,٦$$

$$\pi = \text{ع ل} - \text{ت ل}$$

$$= 10 (97) - \left[\frac{1}{4} (97)^2 + (76)^2 \right]$$

$$= 144 - \left[\frac{1}{4} \times 9211 + 0.36 \right]$$

$$= 9706 - 144 = 4684$$

نماذج التوازن للمنشأة :

أرجأنا الإشارة إلى نماذج التوازن للمنشأة إلى هذا الباب حيث أنها تمثل التوازن الاستاتيكي . وفي نفس لوقت فإنها تمثل التصرف الأمثل للمنشأة والتوازن الاستاتيكي هذا سيبني على فروض معينة هي :

(أ) أن الإنتاج متصل بمعنى أن الإنتاج لا يتوقف على مدة معينة أو وقت معين .

(ب) أن الهدف الأساسي للمنشأة هو معظمة الربح .

(ج) أن دالة الإنتاج معروفة لدى المنشأة وأن هدفها هو معظمة الإنتاج بأقل التكاليف .

(د) جميع الأسعار بالنسبة لعناصر الإنتاج والسلع مقفلة .

وتنقسم نماذج التوازن للمنشأة إلى ثلاثة أقسام هي :

(١) النموذج العنصري Factor—Factor Model

لقد سبق اشتقاق أن :

$$R.C = \left(\frac{1}{E} + 1 \right) G$$

حيث $R.C =$ الإيراد الحدي

$$E = \text{المرونة السعرية} = \text{مرونة الطلب}$$

أى أنه يمكن كتابة

$$E = \frac{1}{P} = \text{ط مرونة الطلب}$$

ونظراً لأن تحت المنافسة الحرة $E = \infty$ فإن الإيراد المدي سيكون مساوياً للـ $R.C$.

$$R.C = \left(\frac{1}{\infty} + 1 \right) E = \left(\frac{1}{P} + 1 \right) E = E$$

وبفرض أن دالة الإنتاج هي

$$K = (S_1^{\alpha} S_2^{1-\alpha})$$

أى المنشأة لكي تنتج السلعة K تستخدم عنصري الإنتاج S_1 و S_2 ولعظمة الربح وبفرض عدم وجود سوق المنافسة الحرة فإن معادلة التسايف ستكون كالتالى :

$$L = S_1 = \left(\frac{1}{S_2} + 1 \right) S_1$$

$$(1) \quad \left(\frac{1}{S_2} + 1 \right) S_1 + S_2$$

حيث s_1 \neq s_2 الكميات المستخدمة من عناصر الإنتاج

$$D_1 \neq D_2 = \text{أسعار عناصر الإنتاج}$$

$s_1 \neq s_2$ = المرونة السعرية للعرض من عناصر الإنتاج

$$s_1 \neq s_2$$

ومن الجدير بالملاحظة أن الكميات المستخدمة من s_1 تعتمد على الكميات من s_2 أي أن :

$$s_1 = D_2 (s_2)$$

ولإيجاد علاقة التوازن في هذا النموذج الذي يبين النصرف الأمثل للمنشأة بأخذ التفاضل الجزئي بالنسبة إلى s_1 ثم توضع المعادلة مساوية للصفر لتقليل النفقة إلى أقل ما يمكن كالتالي :

$$\left(\frac{1}{s_1^2} + 1 \right) D_1 = \frac{\partial (T, L)}{\partial s_1}$$

$$\frac{s_2}{s_1} \left(\frac{1}{s_2^2} + 1 \right) D_2 +$$

$$\left(\frac{1}{s_1^2} + 1 \right) D_2 + \left(\frac{1}{s_2^2} + 1 \right) D_1$$

$$\text{صفر} = \frac{s_2}{s_1}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{s_1} + 1 \right) r_1}{\left(\frac{1}{s_2} + 1 \right) r_2} = \frac{s_2}{s_1}$$

النفقة الحدية المنفقة على عنصر الإنتاج س_١
النفقة الحدية المنفقة على عنصر الإنتاج س_٢

وبفرض وجود حالة منافسة حرة بالنسبة إلى شراء س_١ و س_٢ فإنه :

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{s_2}{s_1}$$

أى أن حالة التوازن الاستاتيكي المنشأة ما تعرفها الأمثل يجب أن يكون المعدل الحدى للاحلال بين س_١ و س_٢ مساوية لنسبة النفقة الحدية المنفقة على عنصر الإنتاج س_١ والنفقة الحدية المنفقة على عنصر الإنتاج س_٢ في حالة عدم وجود منافسة حرة أو مساوية نسب أسعار عناصر الإنتاج في حالة وجود سوق المنافسة الحرة.

(٢) نموذج عنصر الإنتاج Factor — Product Model

لإيجاد علاقة التوازن بين الساعة المنتجة وعناصر الإنتاج وهو أيضاً التصرف الأمثل للمنشأة الذى هدفها معظمة الربح كالتالى :

$$ك = د (س_١ ك س_٢)$$

$$\left(\frac{1}{ط} + 1 \right) ع = \pi$$

$$- س_١ د \left(\frac{1}{س_٢} + 1 \right)$$

$$- س_٢ د \left(\frac{1}{س_١} + 1 \right)$$

ولمظامة الربح يأخذ التفاضل الجزئي لهذه المعادلة بالنسبة إلى $س_١$ ثم توضع المعادلة مساوية للصفر كالنالي :

$$\left(\frac{1}{ط} + 1 \right) ع \frac{\partial د (س_١ ك س_٢)}{\partial س_١} = \frac{\pi}{\partial س_١}$$

$$- \left(\frac{1}{س_٢} + 1 \right) د$$

$$\left(\frac{1}{ط} + 1 \right) ع \frac{\partial ك}{\partial س_١} = \frac{\pi}{\partial س_١}$$

$$- \left(\frac{1}{س_٢} + 1 \right) د = صفر$$

$$\frac{\left(\frac{1}{s_1} + 1 \right) r}{\left(\frac{1}{p} + 1 \right) c} = \frac{d}{s_1}$$

النفقة الحديدية على س
الإيراد الحديدى من ك

وبفرض وجود منافسة حرة فى سوق شراء عنصر الإنتاج س_١ وبيع
السلعة ك فإن

$$\frac{r}{c} = \frac{d}{s_1}$$

ومن الجدير بالملاحظة أن $\frac{d}{s_1}$ هى عبارة عن الإنتاج الحديدى لعنصر

الإنتاج س_١ وعادة يكتب فى الصورة $\frac{d}{s_1}$ إذا كان س_١ العنصر الوحيد .

أى أن :

$$\frac{r}{c} = \frac{d}{s_1}$$

وعلى هذا فى حالة نموذج عنصر الإنتاج يجب أن الإنتاج الحديدى لعنصر

الإنتاج فى حالة المنافسة الحرة مساويا نسبة سعره وسعر الكمية المنتجة .

Product — product Model النموذج السلعي (٣)

بفرض أن منشأة تنتج سلعتين مكملتين

أي أن :

$$e_1 = d(e_2) \quad \text{و} \quad e_2 = d(e_1)$$

وأن :

$$\pi = \text{الإيراد الكلي} - \text{التكلفة الكلية}$$

وأن :

$$e_1 = d(e_1, e_2, s_1, s_2)$$

$$e_2 = d(e_1, e_2, s_1, s_2)$$

وعلى هذا فإن نموذج الإيراد الكلي بفرض عدم وجود منافسة

حرة هو :

$$R = e_1 \left(1 + \frac{1}{\epsilon_{p_1}} \right)$$

$$+ e_2 \left(1 + \frac{1}{\epsilon_{p_2}} \right)$$

وحيث $R = \text{الإيراد الكلي}$

ولإيجاد علاقة التوازن بين السلعتين e_1 و e_2 يأخذ التفاضل الجزئي

لدالة الإيراد الكلي ثم توضع مساوية للصفر لمعظمتها كالتالي :

$$\left(\frac{1}{\text{ط}_1} + 1 \right) \text{ع}_1 = \frac{\text{د (د ل)}}{\text{ك}_1}$$

$$+ \frac{\text{د ل}}{\text{ك}_2} \left(\frac{1}{\text{ط}_2} + 1 \right) \text{ع}_2$$

$$= \left(\frac{1}{\text{ط}_2} + 1 \right) \text{ع}_2 + \left(\frac{1}{\text{ط}_1} + 1 \right) \text{ع}_1$$

$$\text{صفر} = \frac{\text{د ك}}{\text{ك}_1}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{\text{ط}_1} + 1 \right) \text{ع}_1}{\left(\frac{1}{\text{ط}_2} + 1 \right) \text{ع}_2} = \frac{\text{د ك}}{\text{ك}_1}$$

$$\frac{\text{الإيراد الحدى من الساعة لـ ٢}}{\text{الإيراد الحدى من السلعة لـ ٢}} =$$

وبفرض وجود منافسة حرة فإن :

$$\frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_2} = \frac{\text{د ل}}{\text{ك}_1}$$

وتعرف $\frac{\text{د ل}}{\text{ك}_1}$ بالمعدل الحدى لإحلال السلعة لـ ٢ بدلا من لـ ١ وتحت

المنافسة الحرة يجب أن تكون مساوية لنسبة أسعار هذه السلع .

ويمكن إيجاز نماذج التوازن للنشأة الذي هدفها معظمة الربح في حالة عدم وجود المنافسة الحرة ووجود المنافسة الحرة كالتالى :

عدم وجود منافسة حرة

$$\frac{\left(\frac{1}{s_1} + 1 \right)_{10}}{\left(\frac{1}{s_2} + 1 \right)_{20}} = \frac{s_{20}}{s_{10}} \quad (1)$$

$$\frac{\left(\frac{1}{s_1} + 1 \right)_{10}}{\left(\frac{1}{s_6} + 1 \right)_{60}} = \frac{s_{60}}{s_{10}} \quad (2)$$

$$\frac{\left(\frac{1}{s_1} + 1 \right)_{10}}{\left(\frac{1}{s_6} + 1 \right)_{60}} = \frac{s_{60}}{s_{10}} \quad (3)$$

$$\left(\frac{1}{s_6} + 1 \right)_{20}$$

وجود منافسة حرة

$$\frac{10}{20} = \frac{s_{20}}{s_{10}} \quad (1)$$

$$\frac{10}{60} = \frac{s_{60}}{s_{10}} \quad (2)$$

$$\frac{10}{20} = \frac{s_{60}}{s_{10}} \quad (3)$$