

## الفصل السابع عشر

### الرياضة والفلك في عصر أفلاطون

أما وقد عرفنا شيئاً عن أفلاطون رجلاً ، وفيلسوفاً ، وسياسياً ، وباحثاً في الأخلاق ، فقد آن أن نسائل أنفسنا أى رجل من رجال العلم هو . هناك تباين كبير بين مذهبه في التفكير ومذهب غيره من أمثال أبقراط وتوكليديديس ، بل ومذهب هيرودوت . ولقد تبينا أن أفلاطون أنموذج للفيلسوف المثالي الذي يعتقد أن معرفته أو حكمته علوية ، تهبط كالنسر على ما في هذا العالم السفلي من أشياء . فالمعرفة عند الفيلسوف الميتافيزيقي الحق تبدأ كاملة ، ثم تهبط من السماء إلى الأرض ، أما المعرفة عند رجل العلم فتبدأ بما هو مألوف على ظهر البسيطة ، ثم تحلق شيئاً فشيئاً صاعدة إلى السماء . فالمذهبان متباينان في جوهرهما . وكأنا بأفلاطون نذهب إلى حد القول بأن المعرفة عند رجال العلم لا تعدو أن تكون مجرد آراء لا تسمو إلى المعرفة الثابتة ، لأن هذه المعرفة لا تستمد إلا من المثل الخالصة البحتة ، على حين أن الأشياء المادية لا تؤدي إلا إلى آراء مزعزعة مشكوك في صحتها .

ولقد صبغت فلسفته بالآراء الرياضية التي استمدتها من أصحابه الفيثاغوريين ولا سيما تيودورس البرماوى ، ومن أرخيتاس التارنثي . وقد تقدم القول في تيودورس ، الذي كان يكبر أفلاطون سنّاً ، أما أرخيتاس فسنعود إلى الكلام عنه قريباً .

ولنا أن نذهب إلى أن أفلاطون تلقى تدريباً رياضياً جيداً . ويبدو غريباً أن يكون قد تلقى جزءاً أساسياً من هذا التدريب الرياضي عن سقراط الذي لم يكن رياضياً قطعاً . لكن سقراط – وإن لم يكن يحفل بالرياضيات – كان يستعمل في حوارهِ ضرورياً من الحجج يمكن أن تصلح في ميدان الرياضيات .

## الرياضيات :

بين أفلاطون موقفه من الرياضة بياناً وافياً في « الجمهورية » حيث قال :  
 من المناسب إذن يا جلوكن أن ينص في قوانيننا على وجوب دراسة هذا  
 الفرع من العلم . ويجب أن نحمل من يلي مناصب الدولة العليا على أن يدرس  
 الحساب ويتمكن منه ، لا كما يفعل الهواة ، بل عليه أن يواصل دراسته حتى  
 يصل إلى مرحلة تدبر طبيعة العدد بالتفكير البحت ، لا للانتفاع به في البيع  
 والشراء — شأن من يعد نفسه ليكون تاجراً أو بائعاً متجولاً — بل للانتفاع به  
 في الحرب ، وفي تيسير صرف النفس عن عالم المادة إلى عالم الجوهر والحقيقة .  
 قال : أحسنت . قلت : أما وقد جاء ذكر دراسة العدّ فيبدولى أن في هذه  
 الدراسة معنى أرقى ، وأن فيها نفعاً لنا من نواح عدة ، على أن يكون المقصود منها  
 المعرفة لا الاتجار . قال : من أية ناحية ؟ قلت : من ناحية ما نحن بصدده ،  
 فهي تدفع النفس إلى السمو ، وتلجئها إلى البحث في الأعداد البحتة ، فلا تدع  
 لما يعرض عليها من حجج مستمدة من ارتباط الأعداد بالمرئيات والملموسات <sup>(١)</sup> .  
 هذه النبذة — بصرف النظر عن الناحية الرياضية فيها — تعتبر مثلاً صادقاً  
 للأفلاطونية ، لما فيها من نزعة قانونية . فالرياضة في نظر أفلاطون لها من الأهمية  
 ما يستدعي أن يكون هناك قانون يحتم دراستها على من يتولون أمور الحكم (تري  
 كيف يتقبل ساستنا هذا ! ) .

وأفلاطون إذ يتكلم عن الرياضة إنما يتكلم بطبيعة الحال عن الرياضة  
 البحتة التي تبصر بالحقيقة الخالدة ، وتقدم أفضل وسائل السمو بالنفس إلى  
 الخير ، إلى الله . ويذهب أفلاطون في الفؤور من الرياضة التطبيقية إلى حد  
 الحث على نبذ استعمال أدواتها ما عدا المسطرة والفرجار <sup>(٢)</sup> .

وقد عبر عن وجهة نظره العامة تعبيراً جميلاً في قوله : إن الله دأبه أن  
 يهندس ( الله رياضي قبل كل شيء ) <sup>(٣)</sup> . وتتضح وجهة نظره هذه مما تواتر من  
 أن باب الأكاديمية كان منقوشاً عليه هذه العبارة « من لم يكن رياضياً فلا يدخلن  
 ها هنا » <sup>(٤)</sup> .

والمثال الأفلاطوني واضح تماماً في ميدان الرياضيات ، ولعل تصور أفلاطون للمثال في الرياضيات هو الذى دفعه إلى محاولة تعميمه في عالم الفكر بأجمعه . فإذا ما عرفنا الدائرة بأنها منحن مستو مقفل تبعد كل نقطة فيه بعداً ثابتاً عن نقطة داخله ، فإننا نخلق مثالا هو الدائرة المثالية ، أو الحلقة ، التى لا يمكن لأية دائرة مرسومة أن تبلغها . وهذا يسرى على سائر التعريفات الرياضية . فتعريف المماس مثلا معروف ، ومع ذلك فمن المستحيل — مهما بلغت أداة الرسم من دقة — أن نرسم مستقيماً ودائرة لا يلتقيان إلا في نقطة واحدة . هذا وإن فكرة الدائرة المثالية لها معنى ، أما فكرة الحيوان المثالى فلا معنى لها . ومع ذلك فأفلاطون ، كما قال أرسطو ، قد جعل الأشياء ذات السمة الرياضية دون المثل البحتة شيئاً ما ، واعتبرها وسطاً بين هذه وبين الأشياء الملموسة ؛ ذلك أن مثال المثلث واحد ، على حين أن هناك كثيراً من « المثلثات المثالية »<sup>(٥)</sup> . وهذا تعسف ومراوغة . ومع هذا فلنا أن نطمئن إلى أن نظرية أفلاطون في المثال لها أصل رياضى ، وفيها دليل على اتجاه أفلاطون إلى صيغ كل شىء بالصيغة الرياضية في غير اعتدال أو تعقل .

ولقد كانت إضافات أفلاطون إلى المعرفة الرياضية من النوع الفلسفى ، فقد هذب التعارف وزاد في الضبط المنطقى للأصول . وليس من الممكن أن نقيس مدى تلك الإضافات ولا مدى جدتها ، ولكننا نعلم أن الأكاديمية جعلت للمناقشات الرياضية شأناً كبيراً . فكانت أهم نتيجة لذلك أن زادت الرياضة دقة وقوة . وهذا لا يمكن أن يعزى على وجه اليقين إلى أستاذ الأكاديمية الأكبر ولا إلى واحد بعينه من رجالها ، وإنما هو — لحد ما — عمل جماعى .

هل اخترع أفلاطون التحليل الهندسى ؟ الأرجح أن مخترعه هو أبقرط الخيوشى ومع ذلك فربما يكون أفلاطون قد هذبه أو شرحه شرحاً أوضح (والمناقشة أثناء الدرس كفيلا بذلك) . أو ربما كان أفلاطون أول من أدرك الحاجة إلى إكمال التحليل بالتركيب .



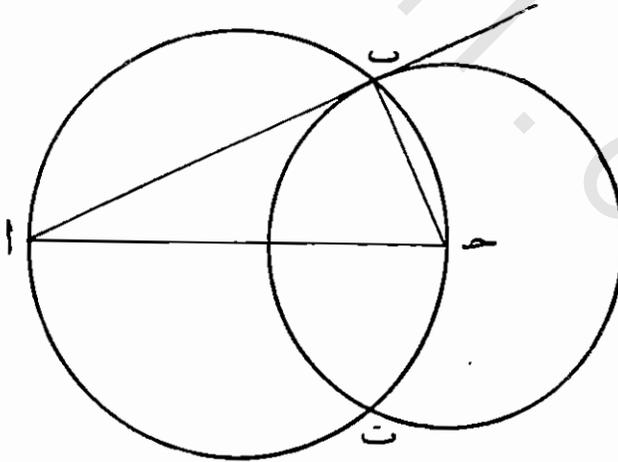
م ه يكونان متساويين . وإذا رسمنا المستقيم م و وقارنا المثلثين م م ن ، وم ه فإننا نجدهما متساويين .

... الزاوية ن وم - الزاوية م وه .

... وم منصف الزاوية الحادة .

ويمكن أن نستنتج مثل هذه النتيجة إذا أخذنا النقطة م في الزاوية المنفرجة .  
والخطوة التالية هي رسم المحل الهندسي أى رسم المنصفين . هذا ، بينما الخطوة الأخيرة هي التركيب الذى هو عبارة عن إثبات ( أولاً ) أن أية نقطة على المنصفين تقع على بعدين متساويين من المستقيمين . ( ثانياً ) أن أية نقطة ليست على المنصفين لا تكون على بعدين متساويين من المستقيمين .

أو لنفرض أنه طلب منا أن نرسم مماساً للدائرة ح من النقطة ا ( الدائرة والنقطة في مستوى واحد ) ( شكل ٨٤ ) وليكن هذا المماس ا ب . . . نصف القطر ح ب هو أقصر مسافة من ح إلى ا ب وتكون الزاوية ا ب ح - ق ويكون المحل الهندسي لرأس الزاوية القائمة التى تقابل المستقيم ا ح هي الدائرة التى قطرها ا ح . فإذا رسمنا هذه الدائرة فإنها تقطع الدائرة ح في النقطتين ب ، ت ، وعلى ذلك يمكننا رسم المماسين .



شكل ٨٤ - رسم مماس لدائرة من نقطة

وفي التركيب يجب أن نثبت أن ا ب ، ا ت مما سان حقيقيان ولا يوجد غيرهما  
 أكان هذا التقدم في التحليل الهندسي من عمل أفلاطون ، أم من عمل تلاميذه ،  
 بمعونته أو بدونها ، وهل كان ذلك في الأكاديمية أو خارجها ؟ هذه أمور  
 يتعذر إثباتها على وجه اليقين . لكن الأرجح أن هذا الاختراع — وهذه الدقة  
 في صياغته — لا يعدو أن يكون من عمل أفلاطون أو من عمل الأكاديمية .

سبق أن بينا أن النسق الرياضي المطرد الذي اهتدى الفيثاغوريون من قبل  
 إلى وجوده في المسافات الموسيقية كان له أبلغ الأثر في نفس أفلاطون . فللرياضيات  
 إذن صلة بالموسيقى من جهة . وبالفلك من جهة أخرى . أفلا يكون ذلك دليلاً  
 على أن في الفلك موسيقى . هذى فكرة خلاصة تملك أفلاطون فجزته إلى فكرة  
 التوافق في السموات أو التوافق في روح الكون <sup>(٦)</sup> .

الفكرة السائدة في القرون الوسطى . عن الفنون الثقافية السبعة . معروفة .  
 وهي تنسب عادة إلى بوتيوس ( في النصف الأول من القرن السادس ) وإن  
 كانت قد وجدت من قبل في بعض ما كتبه القديس أوجستين ( في النصف  
 الأول من القرن الخامس ) <sup>(٧)</sup> . والحق أن فكرة هذه الفنون قديمة ( فيما يتعلق  
 بالفنون الأربعة فقط ) : فالفنون الثقافية كانت وما زالت نوعاً من التربية العامة <sup>(٨)</sup> ،  
 وقد قسمت إلى مجموعات تغير عددها . وتغيرت محتوياتها . على مر الزمن .  
 وبالرجوع إلى المعروف من هذه المجموعات في القرون الوسطى نجد الفنون  
 السبعة تنقسم إلى مجموعتين : ثلاثية هي النحو والمنطق والبلاغة ، ورباعية هي  
 الحساب والهندسة والموسيقى والفلك . ومعنى هذا أن المرحلة العليا من التثقيف  
 العام كانت كلها رياضية <sup>(٩)</sup> . وكثيراً ما تعزى هذه الفكرة إلى أفلاطون ،  
 ولكننا نرى من الأصوب أن نعزوها إلى الفيثاغوريين ، وإن كنا عاجزين عن  
 تتبعها إلى ما قبل زمن أفلاطون . ولقد تصور أفلاطون نوعاً من الرباعية الرياضية .  
 ولكن من الغريب أنه لم يدخل فيه الموسيقى ، فكانت رباعيته الحساب والهندسة  
 وعلم قياس الحجم والفلك . وهذه التفرقة بين علم قياس السطوح وعلم قياس

الحجوم ، أو قل بين الهندسة المستوية والهندسة الفراغية ، يتم عن عدم نضج الرياضيات إذ ذلك . هذا وإنا لنجد عند أرخيتاس ما يشعر بمعرفته الرباعية المألوفة التي تدخل فيها الموسيقى ولا يدخل فيها علم قياس الحجوم — كما يبدو من عبارة له نوردها عند الكلام عليه — ثم لا نجد لها ذكراً بعد ذلك حتى كان القرن الأول الميلادي ، فنجدها في محاوره بناكس المعزوة إلى مرغوم ، وفيما كتب سينيكا ( في النصف الثاني من القرن الأول ) ثم فيما كتب كل من سكستوس امبريكوس ( في النصف الثاني من القرن الثاني ) وبروفيري ( في النصف الثاني من القرن الثالث ) والقديس أوجستين ( في النصف الأول من القرن الخامس ) ومارتيانوس كابلا ( في النصف الثاني من القرن الخامس ) وبوتيسوس ( في النصف الأول من القرن السادس ) وكاسيودروس ( في النصف الأول من القرن السادس ) وإيزيدور الأشبيلي ( في النصف الأول من القرن السابع ) وغيرهم . ومعنى ذلك أن أفلاطون ليس صاحب الرباعية المألوفة في القرون الوسطى ، وإنما هو الذي جعل الدراسات العليا العامة رياضية .

إن اكتشاف المجسمات المنتظمة يعزى أحياناً إلى أفلاطون . فما معنى هذا ؟ من المحقق أن المجسمات المنتظمة كانت معروفة قبله ، وأن أبسطها عرف منذ أقدم العصور ؛ وكان أصعبها تصوراً ، وهو الجسم ذو الاثني عشر وجهاً ، معروفاً لهيباسوس الميتابونتي أو لغيره من الفيثاغوريين الذين كانوا يحبون البحث في النجمة الخمسة والمجسمات . فلنا أن نفترض أن الفيثاغوريين كانوا على علم بالمجسمات المنتظمة الخمسة ، وأنهم كونوها بأن جمعوا أربعة مثلثات متساوية الأضلاع ، أو ٨ أو ٢٠ مثلثاً و ٦ مربعات أو ١٢ مخمساً ، فهذا لم يكن بالأمر العسير . ولكن هل أدركوا استحالة وجود أكثر من خمسة مجسمات منتظمة ؟ هذا هو الجانب الشاق في الاكتشاف . ومن المحتمل أن يكون تياتيتوس هو الذي اهتدى إليه ثم نقله إلى صديقه أفلاطون . أما ما ابتكره أفلاطون نفسه في هذه النظرية فلا يكاد يعاب به ، ذلك أنه نظر إلى العناصر الأربعة من جهة ، وإلى المجسمات الخمسة من جهة أخرى ، ثم ذهب إلى أنه

لا بد أن تكون هناك صلة ما بين المجموعتين ؛ وانتهى إلى أن عدل المجسم الرباعي - أى الهرم - بالنار ، والسداسى - أى المكعب - بالأرض ، وذا الأوجه الثمانية بالهواء ، وذا العشرين وجهاً بالماء . وماذا يصنع أفلاطون إذن بالمجسم الخامس ؟ إنه وجد الأمر هيناً ، فقد عدله بالكون كله <sup>(١٠)</sup> .

قالوا إن أفلاطون كان « ذرياً » لأنه افترض أن جزئيات الأرض على شكل مكعبات ، وأن جزئيات النار هرمية الشكل إلخ . وهذه مراوغة لأن أفلاطون كان قطعاً معارضاً للذريين ، شأنه في ذلك شأن أنا كساجورس وأرسطو . وقد ردّ القول بإمكان وجود الفراغ <sup>(١١)</sup> ، ولم يحفل بالمجسمات المنتظمة من حيث هي « ذرات » ، وإنما اهتم بها من حيث هي وسيلة إلى ما ارتآه من وجود أعدل لها في العالم العلوى . وعندى أن نظريته في العناصر الأربعة هراء ، وأن محاولة جعل العناصر الأربعة أعدالا للمجسمات الخمسة هراء أكبر .

ومن أوهام أفلاطون العدد الهندسى أو عدد الترفئة الذى ورد في الجمهورية <sup>(١٢)</sup> وكان مثار تعليقات لا حصر لها . وإنما سمي هذا العدد بعدد الترفئة لاتصاله - فيما يقول أفلاطون في عبارة غامضة - بالوقت اللازم لتهيئة الحكام الكاملين . يقول : للتناسل عند الأرباب زمن معين يتضمنه عدد كامل ؛ ويحدد العدد الكامل بأسلوب هو إلى الكهانة أقرب . ولذلك اختلفوا في هذا العدد اختلافاً كبيراً . وحقيقة الأمر أن ثمت عددين يجب تعيينهما لا عدداً واحداً . وقد وصل كل من هلنش وأدم إلى نتيجة واحدة من طريقتين مختلفتين . وإنا موردون هنا حلهما على سبيل التمثيل دون أن نجعل لذلك أهمية ، فالعلم بهذين العددين أو الجهل بهما أمر لا يؤبه له . وإليك عدديهما : الأول  $216 = 3^3 + 4^3 + 5^3 = 2700 \times 2700$  ، والثانى  $12,960,000 = 60 = 3600 = 4800 \times 2700$  .

وربما كان العدد الأول ٢١٦ دالا على أقصر مدة - بالأيام - للحمل الإنسانى . أما فيما يتعلق بالعدد الأكبر ١٢,٩٦٠,٠٠٠ فإنه يمثل عصرين

في حياة العالم اعتور الدنيا فيهما الازدهار ثم الذبول ، وهكذا دواليك . فالتوافق  $٢٣٦٠٠$  يعني دور النظام والاتساق ، والتوافق  $٤٨٠٠ \times ٢٧٠٠$  يعني دور الخلاف والشقاق ، كما ذكر أفلاطون في كتاب « السياسي » (١٣) .

ولنعالج الموضوع من ناحية أخرى : لما كان العدد  $٣٦٠٠$  أحد مراتب النظام الستيني فإن في ذلك ما يشعر بأنه من أصل بابلي ، والعدد  $١٢,٩٦٠,٠٠٠$   $= ٣٦٠ \times ٣٦٠٠٠$  أى  $٣٦٠٠٠٠$  سنة ذات  $٣٦٠$  يوماً<sup>(١٤)</sup> . وعند بيروسوس ( في النصف الأول من القرن الثالث قبل الميلاد ) أن ال  $٣٦٠٠٠٠$  سنة هي مدة الدور عند البابليين ، وقد أطلق عليها أخيراً اسم السنة الأفلاطونية الكبيرة . وعلاوة على ذلك فكل جداول الضرب والقسمة في مكنتات المعابد ، في نيوروسيسيار ، وفي مكتبة آشوربانيبال . كانت مؤسسة على  $١٢,٩٦٠,٠٠٠$  ، وهذا لا يكاد يكون مجرد مصادفة . ولا بد أن نستخلص من ذلك أن أفلاطون ، أو بالأحرى فيثاغورس — وقد اتبعه أفلاطون بدقة — إنما أخذ من البابليين عدده هذا ، وعنه أخذ رأيه في تأثيره المؤكد في حياة الإنسان<sup>(١٥)</sup> .

من الواضح البين إذن أن العدد الهندسي إنما نشأ في بابل ، وهذا يكاد يكون حقيقة ثابتة ؛ ولا حاجة بعد ذلك إلى أن نحفل بتفسير أفلاطون إياه ، ولا بالتفسيرات الحديثة لما قاله أفلاطون . ومن أمثلة الضرر الذي تسبب فيه كتاب تيموس لأفلاطون أن كثيراً من الباحثين قد أرهقوا عقولهم ، بل ربما يكونون قد سيقوا إلى الذهول والجنون ، بذلك اللغز الذي قدمه لهم أفلاطون على هذه الصورة الجدية . فلنحذر أن نحاكبهم ، ولنترك حل الألغاز الأفلاطونية لمن فيهم ذكاء وبدية ، أولئك منهم لوثة ، فلعلهم به أجدر<sup>(١٦)</sup> .

وأغلب الظن أن أفلاطون — حتى إذا لم يكن قد كشف عن جديد في الرياضيات ، وليس هناك ما يدل على أنه فعل — كان رياضياً غير متخلف عن عصره ، ولكن لا نزاع في أنه كان رياضياً هاوياً<sup>(١٧)</sup> . ومع ذلك كان أثره في تقدم الرياضيات عظيماً . ولقد عبر بروكلوس ( في النصف الثاني من

القرن الخامس) عن هذا المعنى تعبيراً لبقاً ، في تعليمه على الجزء الأول من كتاب إقليدس إذ يقول :

لقد كان من نتائج تحمسه للرياضة والهندسة أن تقدمت الرياضيات عامة ، والهندسة خاصة ، تقدماً عظيماً . يبدو هذا التحمس في ملئه كتبه بالإيضاحات الرياضية ، وفي دأبه على إثارة الإعجاب بالرياضيات وبالهندسة في نفوس من يدرسون الفلسفة<sup>(١٨)</sup> .

هذا خير ما يقال في هذا المقام ، فقد كان أفلاطون هو الذي جعل الرياضة أعلى مستويات الفنون الثقافية ، وسرى تحمسه للرياضيات منه إلى غيره . ولا بد لمن يرغب تعلم الرياضيات من أن يحبها ، وإلا فلا سبيل له إلى تحصيلها . هذا نوع من الإيمان بثه أفلاطون فيمن حوله ، فهو لم يخلق رياضياً لكنه خلق رياضيين .

وقد أشار مرات عدة إلى أن الرجل المهذب يجب أن يكون على علم بالرياضيات . وهذا هو السبب في أن الرياضيات صارت ركناً ركيناً في التعليم التقليدي بالمدارس الخاصة في إنجلترا ، فكان أغلب التلاميذ يتناولون الرياضيات كما يتناولون زيت كبد الحوت ، يجدون فيها عناء ، لكن لا مفر لهم منها ؛ على أن منهم من تابعوا دراستها بحمد عظيم . هؤلاء كان أفلاطون ملقهم ومرشدهم ، وحقاً لقد كان مرشداً ماهراً .

وما يؤسف له أن أفلاطون خانه تحمسه فدفعه إلى سوء استخدام الرياضيات شأنه في ذلك شأن غيره من الهواة حتى العباقرة منهم . وقد سردنا في هذا الفصل ، في فصل قبله ، ما فيه الكفاية من سوء تطبيقه ؛ لقد كان رياضياً عنيماً مسرفاً . والتقليد الرياضي الذي بدأه أفلاطون في الأكاديمية استمر على يد خلفائه فظلت الأكاديمية على مر الأجيال ، مهد الرياضيين . ولنتكلم الآن عن أولئك الذين عاصروه ، وتأثروا به وتأثر بهم . وهنا نرى مشهداً عجيباً ، فقد كان معاصروه من صميم الرياضيين ، وهو لم يكن من صميمهم ، ولعله مع ذلك صاحب الفضل في أن صاروا رياضيين ؛ وله على أية حال فضل تعهدهم وتشجيعهم .

وإن الطالب الجاد في دراسة تاريخ الرياضيات ليرضيه أن ينتقل من أفلاطون إلى الرياضيين الصميمين ، فهو بهذا إنما يخرج من عبث لا خير فيه ، إلى جد فيه كل الخير . وسنقتصر على البحث في تياتيتوس وأيوداماس ونيوكليدس وليون وأرخيتاس ثم في يودكسوس وهو أعظمهم .

### تياتيتوس :

لا نعلم كثيراً عن سيرة تياتيتوس ( ٤١٥ - ٣٦٩ ) ولا نعرف اسم أبيه . وإنما نعلم أنه من أهل أثينا ، وأنه تتلمذ لسقراط وتيودورس البرقاوى ، وعاصر أفلاطون وأرخيتاس .

ومحاورة تياتيتوس - وهي من أحسن محاورات أفلاطون - حديث دار بين تياتيتوس في شبابه وبين تيودورس البرقاوى وسقراط قبيل موت سقراط . وهو حديث ورد في سياق حديث آخر جرى سنة ٣٦٩ . في ميجارا ، بين إقليدس وتيربسيون<sup>(١٩)</sup> أمام منزل إقليدس . وفيه يروى إقليدس أنه بينما كان ذاهباً إلى المينا قابل تياتيتوس ، وكان قد جرح في معركة للأثينيين بالقرب من كورنثيا ، وحمل إلى أثينا وهو إلى الموت أقرب منه إلى الحياة ، إذ كان يعاني الآلام من جروحه ومن الدوسنطاريا ، وجعلاً يثنيان على شجاعته وعبقريته . وهنا تذكر إقليدس المحاورة الأصلية وكان قد كتبها من قبل ، فجعل تابعه يتلوها عليهما . فتياتيتوس في الواقع حوار داخل حوار . وجاء في هذه المحاورة وصف للملامح تياتيتوس ، لنا أن نركن إلى صحته ، لأن أفلاطون كان يعرفه . يقول تيودورس وهو يقدمه إلى سقراط :

نعم يا سقراط لقد عرفت شاباً أثينياً ممتازاً ، وهأنذا أركبه لأنه جدير بعنايتك ، ولو كان وسياً لأحجمت عن تزكيته خشية أن تحسبني عاشقاً له ، ولكنه ليس وسياً ، ولا تجدن غضاضة إذا قلت إنه شديد الشبه بك ، فهو أفضس الأنف جاحظ العينين ، وإن كانت هذه فيه أقل وضوحاً<sup>(٢٠)</sup> .

وفي نهاية المحاوره أبدى سقراط لتياتيتوس أن فطسته من نوع خاص به .  
 فإذا كنا لم نعرف تياتيتوس جد المعرفة فإننا نتخيل صورته من هذا الوصف .  
 ونستنتج من هذه المحاوره أن تياتيتوس لم يكن رياضياً فحسب ، بل كان  
 فيلسوفاً ميز بين الأعداد التي ندركها بالحواس والأعداد التي ندركها بالعقل .  
 وليس هذا بمستغرب ، فكل رياضي في ذلك العصر كان فيلسوفاً .

ثم لنا أن نتق في أنه فيثاغوري ، لأن نظرية الكميات الصم ونظرية المجسمات  
 المنتظمة ، وهما الموضوعان اللذان اشتهر بهما ، فيثاغوريان .

وقد سبق أن ذكرنا التاريخ القديم للكميات الصم فيما كتبنا عن تيودوروس  
 البرقاوي أستاذ تياتيتوس ( الصفحات ١١٥ - ١٢ ج٢ ) ، ونزيد هنا أن تياتيتوس  
 واصل تمحيص هذه النظرية ، فزاد فيها التمييز بين أنواع مختلفة من الكميات الصم  
 متوسط Medial وذو الحدين ، و apotome وهي مبينة في الكتاب العاشر من  
 الأصول (٢١) . وهو قطعاً صاحب نظرية ( ٩ ) من هذا الكتاب ، وهي التي تنص  
 على أن أضلاع المربعات التي ليس بينها نسبة عدد مربع إلى عدد مربع لا يقاس  
 بعضها ببعض . والخلاصة أنه واضع أساس المعلومات الواردة في الكتاب العاشر  
 من مؤلف إقليدس (٢٢) .

أما نظرية المجسمات المنتظمة فقد قيل إن تياتيتوس كشف ثماني الأوجه ،  
 وذا العشرين وجهاً . وإنه أول من كتب في المجسمات المنتظمة الخمسة . أما الشطر  
 الأول من هذا القول فلا يمكن أن يكون صحيحاً كما هو ، فقد عرف الفيثاغوريون  
 الذين سبقوه هذين المجسمين ؛ ولعلمهم تمكنوا من تكوينهما باستخدام ٨ مثلثات  
 متساوية الأضلاع أو ٢٠ مثلثاً يقطعونها من الجلد أو الخشب أو الحجر ،  
 أي بتجميع ٣ مثلثات أو ٤ أو ٥ متساوية الأضلاع متساوية في الحجم ،  
 حول رأس مشترك ، لتكوين زاوية مجسمة . ويتكوّن ٤ أو ٦ أو ١٢ من أمثال  
 هذه الزاوية المجسمة يمكن أن ينشأ رباعي الأوجه وثمانى الأوجه وذو العشرين  
 وجهاً . ولكن شتان ما بين إنشائهم هذا والإنشاء الهندسى . بل وأين هذا من أن  
 يدرك الباحث أن المجسمات المنتظمة خمسة ولا يمكن أن تكون أكثر من خمسة .

وتياتيتوس أول من كتب في المجسمات المنتظمة الخمسة<sup>(٢٣)</sup> ؛ فما مقدار ما كتب ؟ لقد نسبنا إليه ، في حالة الكميات الصم ، جزءاً غير محدد من الكتاب العاشر من الأصول ويمكن أن نسب إليه ، في حالة المجسمات المنتظمة ، جزءاً غير محدد من الكتاب الثالث عشر . وكان من الطبيعي أن يدرس المجسمات المنتظمة ، فالكميات الصم تدخل في إنشائها الرياضى . وإذا كان قد كتب في المجسمات المنتظمة الخمسة فيتضمن هذا أنه عرف أنه لا يمكن أن يوجد منها أكثر من ذلك . فهل من الممكن أن يكون قد عرف ذلك ؟ لم لا ؟ فالبرهان الذى جاء به إقليدس<sup>(٢٤)</sup> بسيط ومن الميسور أن أورده هنا ؛ وسأورده على النحو الذى أرتضيه ليكون أكثر وضوحاً .

لا يوجد إلا خمسة مجسمات منتظمة محدبة .

١ - مجموع الزوايا المستوية لأية زاوية مجسمة محدبة أقل من أربع قوائم ، ولا يمكن أن نصل إلى النهاية العظمى ( أى أربع قوائم ) إلا إذا فردت الزاوية المجسمة حول رأسها ، وعندئذ تصبح الزاوية المجسمة لاجود لها .

٢ - إذا كانت الأوجه مثلثات فيمكن أن يوجد حول النقطة :

( أ ) ثلاثة مثلثات ويكون الجسم رباعى الأوجه أى هرم .

( ب ) أربعة مثلثات « « ثمانى الأوجه .

( ج ) خمسة مثلثات « « ذا العشرين وجهاً .

ولا يمكن أن توجد ستة مثلثات لأن مجموع الزوايا يكون أربع قوائم .

٣ - إذا كانت الأوجه مربعات فيمكن أن توجد ثلاثة أوجه فقط حول النقطة ويكون الجسم الناتج سداسى الأوجه ( المكعب ) .

٤ - إذا كانت الأوجه مخمسات فيمكن أن توجد ثلاثة أوجه فقط ( لأن زاوية الخمس  $\frac{1}{2}$  = قائمة ) ويكون الجسم ذا الاثنى عشر وجهاً

٥ - ولا يمكن أن يوجد غير ذلك لأن زاوية المسدس  $\frac{4}{3}$  قائمة ، وثلاث منها تساوي أربع قوائم .

٦ - وعلى ذلك فلا توجد إلا خمسة مجسمات منتظمة ، وهي على التوالي ذات ٤ و ٦ و ٨ و ١٢ و ٢٠ وجهاً متساوياً .

ومن الضروري أن نضيف كلمة « محذب » على رأس الإثبات ، لأنه قد تبين فيما بعد أن هناك مجسمات منتظمة أخرى ليست محدبة ، وتسمى كثيرات السطوح النجمية . والعلاقة بينها وبين كثيرات السطوح المحدبة هي ، إلى حد ما ، كالعلاقة بين النجمة الخمسة والخمس . وفي سنة ١٨١٠ كشف لويس بوانسو (١٧٧٧ - ١٨٥٩) أربعة من كثيرات السطوح النجمية ، وثلاثة من ذوات الاثني عشر وجهاً ، وواحداً ذا عشرين وجهاً . وفي سنة ١٨١٣ أثبت أوجستين كوشى (١٧٨٩ - ١٨٥٧) أن هذه المجسمات التسعة هي كل المجسمات المنتظمة ، وبرهانه حاسم لكنه صعب . وقد بسطه جوزيف برتراند (١٨٢٢ - ١٩٠٠) وبين أن رؤوس كل كثير سطوح نجمي يجب أن تكون رؤوس كثير سطوح محذب متحد معه في المركز . ويكفي الآن أن نتناول المجسمات الخمسة الفيثاغورية ، وننظر كيف نحصل على مجسمات منتظمة أخرى بتجميع رؤوسها بكيفيات مختلفة<sup>(٢٥)</sup> .

ونعود إلى المجسمات الخمسة المحدبة . فنقول إن ما ثبت من أنه لا يمكن أن يوجد منها غير خمسة فقط لا بد أن يكون ، لذاته ، قد أثار دهشة وأحدث رجة ، سواء أثبت ذلك تياتيتوس أم غيره . فاستقصاء المضلعات لا يهيئ الإنسان لقبول هذا التقييد ، لأن عدد المضلعات المنتظمة لا نهائي . فإذا وجد لدينا مضلع منتظم عدد أضلاعه ن فإنه يمكننا أن نحصل على مضلعات منتظمة عدد أضلاعها ٢ ن و ٤ ن وهكذا . فوجه الدهشة غرابة الطفرة من لا نهائية المضلعات المنتظمة إلى ضالة عدد المجسمات المنتظمة . هذه الضالة المفاجئة الحارقة للعادة بدت لأفلاطون لغزاً رياضياً يحتاج إلى نوع ما من التفسير الفلسفي . فإذا كان عدد المجسمات المنتظمة لا يعدو الخمسة فلا مندوحة عن

أن يكون لكل من هذه المجسمات الخمسة ( وقد سميت فيما بعد بالأجسام الأفلاطونية ) دلالة محددة . وبدا لأفلاطون أنها لا يمكن أن ترتبط بالكواكب ، لأن هذه سبعة ، فالتمس التفسير في العناصر الأربعة ، وجعل المجسم الخامس يمثل العالم بأكمله . وإذا ما أضيف إلى هذا التوقيع لإيجاد معنى للمجسم الخامس كان ذلك كله مثلاً صادقاً لضرور المقارنات التي اخترعها أنصار الأعداد وغيرهم من أنصار الأسرار الرياضية الذين لا يتورعون عن التماس الحيل ليثبتوا ما يريدون إثباته . لقد أسف أفلاطون في تفسيره للمجسمات المنتظمة إلى مستوى علماء الهيئة من أهل الصين .

#### ليوداماس ونيوكليدس وليون :

يمثل هؤلاء ما كان للأكاديمية من أثر في تقدم علم الهندسة وتنظيمه . ونحن لا نعلم عنهم إلا ما ذكره بروكلوس في تعليقه على الكتاب الأول من إقليدس على أن ما ذكره يغرى ثم لا يغنى .

يقول بروكلوس :

زاد ليوداماس التاسوسي وأرخيتاس التارنتي وتياتيتوس الأثيني عدد المعروف من النظريات ، وجعلوها في أسلوب أقرب إلى السياق العلمي . ثم جاء نيوكليدس ، وهو أصغر من ليوداماس ، وتلميذه ليون ( في النصف الأول من القرن الرابع قبل الميلاد ) فأتيا بأشياء كثيرة لم يأت بها من سبقوهما ، وألف ليون كتابه « الأصول » فجاء مجموعة ممتعة لوفرة عددها وجم فائدتها ، ثم وضع قواعد بها يميز المسائل القابلة للحل من المسائل غير القابلة له (٢٦) .

هذا كل ما عنده عن نيوكليدس وليون . ولكنه يقول في ليوداماس خاصة : « شرح له أفلاطون الطريقة التحليلية فكانت على ما يقال عوناً له في اختراع أشياء كثيرة في الهندسة » . وهذه العبارة على هزالها وغموضها تعيننا على أن نعلم أن كثيراً من البحوث الهندسية قام به الشباب المعاصرون لأفلاطون . فلقد

تنافسوا في الكشف عن نظريات جديدة ، بل تنافسوا فيما هو أكبر من ذلك شأنًا ، وهو جعل جميع النظريات تندرج في نظام واحد . هذا وليس لدى بروقلوس ما يزيد فيه فيما قال عن أرخيتاس لكننا وفقنا إلى معرفة الشيء الكثير عنه من عدة مصادر أخرى .

### أرخيتاس التارنتي :

عندما زار أفلاطون صقلية أول مرة سنة ٣٨٨ لقي أرخيتاس الفيثاغوري ، وكان رجلا له شأنه في تاريخنا ، كان له شأن كبير في الرياضة والفلسفة والسياسة والقيادة العسكرية . وزعموا أنه بمكانته عند ديونيسيوس أنقذ حياة أفلاطون . وعندما زار أفلاطون صقلية آخر مرة ( ٣٦١ - ٣٦٠ ) كان أرخيتاس لا يزال على قيد الحياة .

كان ذا شخصية غزيرة متعددة النواحي ، إذا بنينا حكمنا على النتف الباقية من كتاباته المفقودة . ويتبين من إحدى تلك النتف أن تبويب الموضوعات الرياضية ، الذي تبلور وأفضى إلى فكرة الرباعية آخر الأمر ، إنما تصوره قبل ذلك الفيثاغوريون الأوائل ، أو على أقل تقدير تصوره هو إذ يقول :

يخيل إلى أن الرياضيين قد وصلوا إلى نتائج صحيحة . وإذن فليس مدهشاً أنهم كانوا على حق في فهمهم لطبيعة المقدرات ، لأنهم بعد أن وصلوا إلى نتائج صحيحة فيما يتعلق بطبيعة العالم ، لم يكن بد من أن يوقفوا إلى الصواب في فهم طبيعة الأشياء المفردة . ومن هنا كان ما تلقيناه عنهم من معلومات واضحة عن سرعة النجوم ، وعن طلوعها وغروبها ، وعن الهندسة والحساب والفلك ، ثم عن الموسيقى . فكأن هذه الشعب من المعرفة كلها أخوات (٢٧) .

كان أرخيتاس فلكياً لم يزل ذكره باقيا في زمن الشاعر هوراس ( ٦٥ - ٨ قبل الميلاد ) فهو ينوه به في إحدى قصائده (٢٨) . وقد بحث أرخيتاس في العالم من حيث هو محدود أو لا نهائي ، ووصل إلى أنه يجب أن يكون غير محدود .

أما أعجب ما أنجزه في الرياضة فحله للمعضلة المشهورة الخاصة بتضعيف المكعب . وقد اخترتها أبقراط الخيوسى إلى إيجاد وسطين هندسيين بين مستقيمين معلومين . وعين أرخيتاس هذين الوسطين بواسطة تقاطع ثلاثة أسطح دورانية ، منهما - وهما الأسطوانة وحلقة الأنجر التى نصف قطرها الداخلى صفر - يتقاطعان في منحن ثنائى الانحناء . وتقاطع هذا المنحنى مع السطح الثالث - وهو مخروط دائرى قائم - يعطى الحل . وهذه أول حالة على الإطلاق استعمل فيها منحن ثنائى الانحناء . وهذا من أرخيتاس إقدام عجيب .

وعقل أرخيتاس مبتكر ميكانيكياً . قيل إنه اخترع لعبة تطير ، هى يمامة من خشب ، لكنها لم تستأنف الطيران بعد أن حطت . وفى كتاب السياسة لأرسطو إشارة طريقة إلى لعبة أخرى حيث يقول :

يجب أن يكون لدى الأطفال ما يشغلهم . والشخصيخة التى اخترعها أرخيتاس ويعطيها الناس أولادهم ليتسلوا بها ويكفوا عن تكسير أى شئ فى المنزل هى اختراع ضخم ، فالحدث الصغير لا يمكن أن يبقى ساكناً (٢٩) .

وهذه قصة لطيفة ، ولكن إذا سلمنا بأنها تشير إلى أرخيتاس الذى نكتب عنه ، فليس فيها ما يرفع من اقتداره فى الميكانيكا ، لأن اختراع الحمامة الطائرة قد يكون عملاً رائعاً ، أما اختراع الشخصيخة الجيدة فليس من العبقرية الميكانيكية فى شئ .

هل كتب أرخيتاس كتاباً فى الميكانيكا فيكون أول كتاب فى هذا العلم ؟ لا ندرى . وهل هو مؤسس الميكانيكا النظرية (٣٠) ؟ ليس لنا أن نقرر شيئاً من هذا القبيل . وكل ما يمكننا قوله هو أنه كان ميالا إلى الميكانيكا بمثلها البدائى ؛ وربما يكون قد فطن إلى إمكان وجود علاقات بين الميكانيكا والرياضيات فى خلال عمله للنهوض بالبحث فى الموسيقى على أساس رياضى (٣١) ، فهو بهذا قد وجد حلاً ميكانيكياً لمشكلة رياضية (٣٢) ، وربما يكون قد فكر فى تطبيق الرياضيات فى الميكانيكا . ولكن لا يمكننا أن نذهب إلى أبعد من ذلك

وعلى كل حال فهذا الفيلسوف الرياضى الصقلى يشبه أن يكون أصلاً انحدر منه صقلى آخر أعظم منه هو أرشميدس السيراكوزى ( فى النصف الثانى من القرن الثالث قبل الميلاد ) .

### يودكسوس الكنىدى :

سيرة يودكسوس واضحة وضوحاً لا بأس به ، هذا إذا قبلنا ما يرويه ديوجينيس اللائرسى ( فى النصف الأول من القرن الثالث ) ، ولا نرى مسوغاً لرد روايته فى جوهرها . وفى سيرته متعة لمن يدرس العلاقات الدولية . ولا نعرف على وجه اليقين تاريخ ميلاده ولا تاريخ وفاته ، وربما كانا حوالى سنة ٤٠٨ وسنة ٣٥٥ (٢٢) .

ولد يودكسوس بن اسخينيس فى كنىدوس ، وأخذ الهندسة عن أرخيتاس ، والطب عن فيلستون اللوكرى . ورحل إلى أثينا وهو ابن ثلاث وعشرين ( حوالى سنة ٣٨٥ ) وهناك تتلمذ لأفلاطون ، وكانت الأكاديمية قد فتحت أبوابها للطالبين فى سنة ٣٨٧ ؛ ودفع تيوميدون الطبيب نفقات رحلته . وبلغ من فقره أنه بقى فى بيريه ، حيث أنزلته المركب ، وكان يذهب كل يوم إلى أثينا سيراً على الأقدام . وعاد إلى كنىدوس بعد أن لبث على تلك الحال شهرين . ورحل بعد ذلك إلى مصر مع الطبيب خريسيبوس الكنىدى حاملاً خطاب توصية من أجيسيلاوس إلى نقتانابيس<sup>(٢٤)</sup> ، وهذا أوصى به الكهنة ، ( وهم إذذاك أرباب العلم فى مصر ) . وبقى فى مصر ستة عشر شهراً تعود فيها عادات المصريين مضيفيه ، ( فحلقت لحيته وحاجبيه ) . وفى مصر وضع كتابه Octaëteris . ومن مصر رحل إلى سيزيكوس على الشاطئ الجنوبى من بروونتيس Propontis ( بجزر مرمرة ) وإلى غيرها من البلاد المجاورة ؛ وكان يتكسب بالتعليم . ثم عاد إلى بلاده واتصل ببلاط ماوسولوس فى هاليكارناسوس<sup>(٢٥)</sup> . ثم قدم أثينا ، ولكنه لم يقدمها كما قدمها من قبل طالباً فقيراً ، بل قدمها أستاذاً يحف به تلاميذه . وأولم أفلاطون وليمة تكريماً له . وبعد عودته إلى كنىدوس اشترك فى وضع القوانين لمواطنيه الذين أصبحوا يحملونه ويقدرونه .

روى أبولودوروس الأثيني ( في النصف الثاني من القرن الثاني قبل الميلاد) أن يودكسوس مات في سن الثالثة والخمسين ( وهذا يجعل وفاته في سنة ٣٥٥ إذا سلمنا بأنه ولد في سنة ٤٠٨ ) . وذكر فافورينوس الأريسي ( في عهد الإمبراطور هادريان - ١١٧ - ١٣٨ ) أنه حينما كان يودكسوس في مصر مع خونوفيس ( وهو من عين شمس ) لحس العجل أبيس عباءته ، فتنبأ له الكهنة ببعده الصيت وبأنه لن يعمر طويلا . ( والروايتان ، رواية أبولودوروس ورواية فافورينوس نقلهما ديوجينيس ) .

وصدقت نبوءة الكهنة المصريين ، صدقت كل الصدق فيما يتعلق ببعده صيته ، ولم تصدق كل الصدق فيما يتعلق بعمره ( فالثالثة والخمسون عمر لا بأس به ) . هذا والعلماء يعدونه أعظم رياضي وفلكي في عصره . فلا مفر من الإلماح له حتى في أقصر عرض لتاريخ العلوم ، إذ يجب من الناحية العلمية أن يسمى عصر أفلاطون عصر يودكسوس ، وإن كان اسم أفلاطون أكثر ذوبوعاً في الناس . تقوم شهرته الرياضية - وقد نالها عن جدارة - على أسس ثلاثة : نظريته العامة في التناسب ، والقسمة الذهبية ، وطريقة الاستنفاد . وعلى هذا الأساس الثلاثي يستحق يودكسوس أن يعد من عظماء الرياضيين في جميع العصور .

أصبح من الضروري وجود نظرية جديدة للتناسب بعد أن قلب نيودوروس البرقاوى وتياتيتوس الأثيني الأوضاع المعروفة بكشفهما عن الكميات الصم . وقد لاحظ الفيثاغوريون توازياً بين الأعداد والمستقيمت ( مثل الأعداد المثلثة والأعداد المربعة ونظرية فيثاغورس ) ويمكن أن تمثل النسبة بين مستقيمتين طولاً همام ، ن من الوحدات . أما وقد كشفت مستقيمت وأعداد هي الكميات الصم<sup>(٣٦)</sup> - وهي ليست بالأعداد الصحيحة ولا يمكن أن تمثلها نسبة بين عددين صحيحين - فقد أخذ بناء الرياضيات الفيثاغورية في التداعى . ولم يكن هناك مخرج إلا بإحدى اثنتين : إما أن يرفض التوازي بين الهندسة والحساب ، وإما أن يعترف بنوع جديد من الأعداد هو الكميات الصم . والبديل الثاني أكثر تعقداً مما يتصوره غير الرياضى ، لأنه يستلزم تعريف هذه الأعداد ،

ولإثبات وجودها ، بل ويستلزم فوق ذلك إثبات أنه يمكن أن نجري فيها ما نجربه . . في الأعداد الأخرى ، ثم تحقيق صحة القضايا الهندسية التي تتضمن ، أو ربما تتضمن ، عناصر صما . وبعبارة أخرى كان من الضروري أن يتوسع في فكرة الأعداد حتى تدخل فيها الأعداد الصم ، وأن يتوسع كذلك في فكرة الطول حتى تظل النظريات التي تتعلق بالمستقيمات صحيحة ، ولو كان بعض المستقيمات صما . وقد قام يودكسوس بهذا التوسع في نظريته العامة في التناسب ، وهي التي بسطت فيما بعد في الكتابين الخامس والسادس من أصول إقليدس . ومن المتعذر أن نعرف على وجه اليقين مقدار ما قام به تياتيتوس ومقدار ما قام به يودكسوس في هذا التوسع . ولكن المتواتر أن ما قام به يودكسوس في هذا الباب كان حاسماً .

ثم ماهذه القسمة الذهبية Golden Section؟ طبقاً لقول بروكلوس<sup>(٣٧)</sup> إن نظريات « القسمة » بدأت عند أفلاطون وطبق عليها تياتيتوس نظرية التحليل . والأرجح أن تكون النظريات قد كشفها تياتيتوس أو غيره من الرياضيين ثم طبقها أفلاطون على هواه . وإدخال أداة التعريف على « القسمة » يدل حتماً على أن المراد قسمة خاصة ، هي تقسيم مستقيم قسمة ذات وسط وطرفين<sup>(٣٨)</sup> . وهي التي نتأت عند إنشاء الخمس وذى الاثنى عشر وجهاً . وفي عصر متأخر أطلق على هذه القسمة الشهيرة اسم القسمة المقدسة ( أطلق هذا عليها لوقا باتشيولى سنة ١٥٠٩ ) وسميت بعد ذلك القسمة الذهبية<sup>(٣٩)</sup> ، وراجت هذه التسمية رواجاً عظيماً ، وتلقفها عدد من الفنانين والصوفيين ، فذهبوا إلى أن هذه القسمة سر من أسرار الجحالم<sup>(٤٠)</sup> .

ويسبغ نصيب يودكسوس في نظرية القسمة الذهبية عليه شيئاً من المجد والشهرة ، ولكن النظرية العامة للتناسب ، وطريقة الاستنفاد هما عملاها البارزان في ميدان الرياضة .

وطريقة الاستنفاد طريقة صادقة للكميات اللانهائية الصغر ؛ وهي الأولى في بابها . وأساسها تصور فكرة النهاية تصوراً دقيقاً . وباختراعها صار يودكسوس

من أقدم الرواد لحساب التكامل ، وإن كان تكامل المساحات البسيطة معروفاً قبله . لأن العلماء وصلوا فيه إلى نتائج من قبيل أن النسبة بين دائرتين كالنسبة بين مربعي قطريهما<sup>(٤١)</sup> . حقيقة لقد قيل إن أبقراط برهن هذه النظرية . فكيف كان البرهان ؟

بنى برهان إقليدس على طريقة الاستفاد التي اخترعها يودكسوس . وإذن يمكن أن يفترض أن البرهان برهان يودكسوس . وإليك بيانه .

دائرتان مساحتهما م ، ن ونصفا قطريهما ا ، ب ، والمطلوب إثبات

$$\text{أن } \frac{م}{ن} = \frac{ا^2}{ب^2} . \text{ سبق أن أثبتنا أن النسبة بين مساحتي المثلعين}$$

المنتظمين المرسومين داخل دائرتين والمتشابهين هي كالنسبة بين مربعي القطرين<sup>(٤٢)</sup> . وهذا سهل ، والصعب أن ننتقل إلى النهاية .

(١) لرسم داخل الدائرتين م ، ن مثلعين متشابهين مساحتهما م م و ن و عدد أضلاع كل منهما كثير جداً حتى إن الفرق م - م م و ن - ن يصبح صغيراً جداً كما نشاء .

(٢) وعلينا أن نثبت أن  $\frac{م}{ن} = \frac{ا^2}{ب^2}$  لنفرض أن هذا ليس

$$\text{صحيحاً وأن } \frac{ا^2}{ب^2} = \frac{م}{ل}$$

فهل يمكن أن يكون ل أصغر من ن ؟

لنختزل الفرق ن - ن حتى يصبح ن - ن > ن - ل أو بمعنى آخر ن < ل

وتكون المتساويات  $\frac{ا^2}{ب^2} = \frac{م}{ن} = \frac{م}{ل}$  غير متفقة لأن

$$م < م ، ن < ل$$

ويمكن أن يبين الإنسان بنفس الطريقة أن ل لا يمكن أن تكون

< ن وإذن ل = ن وتكون النظرية قد برهنت .

هذا كان يمكن أن يعمم ، ولكن عجز الأقدمون عن تعميمه . فطريقة الاستنفاد دقيقة ولكنها خاصة ، فلا بد في كل حالة من برهان خاص بها . وقد تمكن يودكسوس باستخدامها من أن يبرهن برهاناً حاسماً للقوانين الخاصة بحجوم الأهرام والمخروطات التي كشفها ديموكريتوس<sup>(٤٣)</sup> .

وفي منتصف القرن الرابع وصلت الهندسة ، بفضل مجهود تياتيتوس ويودكسوس ، إلى مستوى أعلى يقرب من مستواها عند إقليدس . وبذلك انتهت مرحلة الكشف الإلهامي ، وصار الرياضيون المدربون جيداً في المنطق لا يقنعون بالنتائج الناقصة ، بل يتطلبون الدقة . فما نصيب أفلاطون من هذا التقدم ؟ من المستحيل أن نعرف هذا ، ولعله أصر على الوضوح والمنطق السليم ، ولكن الأعمال الكبيرة - الأعمال الرياضية المحضة - ليست له . وربما يكون قد ساعد الرياضيين ولكنهم كانوا يستطيعون أن يستغنوا عنه ، أما هو فما كان يملك أن يكون في غنى عنهم .

### الفلك :

بلغت الأعمال الفلكية في العصر الأفلاطوني من الجلال ما بلغته الأعمال الرياضية . وصاحب الفضل في إنجازها أكثرها هو يودكسوس الكنيدي أيضاً . وتاريخها الذي ننصده له متشعب ، نعالج فيه أول ما نعالج ما وصل إليه البابليون . أما تاريخها عند اليونان فنعالجه في ثلاثة أدار : الرادة الأولون ، ثم يودكسوس ، ثم أفلاطون وفيليب الأوبوسي .

### كدينو Kidinnu :

لكي نبين ما عسى أن يكون للبابليين من أثر في تقدم الفلك اليوناني لا نجد بدءاً من أن نغضى بعض الشيء عن الترتيب الزمني . يقول بطليموس (في النصف الأول من القرن الثاني قبل الميلاد)<sup>(٤٤)</sup> إن أبرخس النيقى (في النصف الثاني من القرن الثاني قبل الميلاد) قارن أرساده عن النجوم الثوابت

بأرصاد قام بها في الإسكندرية قبله بقرن اريستيلوس تيموخاريس ( في النصف الأول من القرن الثالث قبل الميلاد) فوجد أن جميع النجوم تحركت قليلا نحو الشرق ، أى أنه كشف تبكير الاعتدالين . وقدر هيبارخوس أن تزحزح النجوم في خطوط الطول - أى التبكير - بلغ من ٤٥° إلى ٤٦° في السنة أى وصل إلى ١٠ ١° فقط في مدى قرن ( وقد صحح بطليموس ذلك فجعله ٣٦° في السنة ، أى ١° على وجه التحديد في مدى قرن . وتقدير هيبارخوس أقرب إلى الحقيقة ، لأن التقدير الصحيح هو ٥٠,٢٦° ) . فهل كان في مقدور هيبارخوس أن يدرك فرقا من قبيل ١° ؟ نعم ، فلم يكن هذا مستحيلا ، وإنما كان كشف التبكير يكون عليه أيسر لو كانت الأرصاد القديمة<sup>(٤٥)</sup> في متناوله . ولعل أرصاد البابليين الدقيقة كانت معروفة له . وبطليموس يحيل على أرصاد كلدانية عملت في سنة ٢٤٤ وستة ٢٣٦ وستة ٢٢٩ ق . م .<sup>(٤٦)</sup> . وثمة رأى هو أن هيبارخوس كانت لديه أرصاد شرقية ( وليس هذا بعيد ) وإن كان التبكير معروفاً من قديم ، كشفه الفلكي البابلي كدينو سنة ٣٧٩<sup>(٤٧)</sup> .

من الثابت أن الفلكيين الكلدانيين جمعوا كثيراً من الأرصاد المدهشة في دقها . وأقدم المعروفين من هؤلاء نابور يانوس ( نابور يمانوين بلاتو ) وكان معروف المكانة في بابل سنة ٤٩١ ، وكدينو ، وكان كذلك حوالي سنة ٣٧٩ . ولهما جداول قمرية عملاها بطريقتين مختلفتين . ثم جاء من بعدهما الفلكيون أصحاب الأرصاد الكلدانية الواردة في المجسطي . ويكاد يكون من المؤكد أن هيبارخوس كان يعرف هذه الأرصاد ، وأنها يسرت له عمله ، لا سيما كشفه التبكير<sup>(٤٨)</sup> .

ولا يفوتنا أن كشف التبكير كان حتماً مقضياً متى قورنت الأرصاد التي حصلت في أوقات متباعدة يكفى تباعدها لإدراك الفروق بينها فما كان الفلكيون الذين يتولون مقارنة هذه الأرصاد ليعجزوا عن أن يدركوا أن خطوط الطول تزيد بمقدار ثابت ، وأن هذا المقدار ضئيل يبلغ زهاء ٢٤ ١° في مدى قرن ، و ١٢ ٤° في ثلاثة قرون ، و ٣٦ ٥° في أربعة قرون . فكان لا بد - مهما

قلت الدقة في الأرصاد - من أن يأتي الزمن الذي يلاحظ فيه التبكير ( أقول يلاحظ ولا أقول يعلل فالتعليل موضوع آخر ) .

ولا يمكن أن نختم هذا الموضوع قبل أن نبدي ملاحظة أخرى ، وإن جردنا ذكرها إلى عدم مراعاة الترتيب الزمني ، وهي أنه بعد أن فطن لهذا التبكير ابرخس ، وبعد أن نشره بطليموس<sup>(٤٩)</sup> ، كان يتوقع أن يزيده تأييداً ما يجد من الأرصاد ، فيستقر هذا الكشف الأساسي استقراراً لن يتزعزع بعده . لكن شيئاً من ذلك لم يكن . فأكثر من جاءوا بعد بطليموس تناسوا هذا الكشف ، ولم يذكره منهم سوى ثيون السكندري ( في القرن الثاني من القرن الرابع ) وبروقلس ( في النصف الثاني من القرن الخامس ) . أما بروقلس فيرده ، وأما ثيون فيقبل المقدار الذي حدده بطليموس ( ١° في القرن ) ، ولكنه يرى أنه لا يخرج في تنقله عن ترجيح ، ذهاباً وجيئة ، في قوس ذات ٨° . وهذا يعني أن التبكير يراكم لمدة ثمانية قرون ثم يعكس . ولبروقلس رأى من هذا القبيل . فعنده أن نقطتي المدارين لا تتحركان في دائرة كاملة ، بل تترجحان في قوس ذات بضع درجات .

وإذن فيثون هو صاحب نظرية « اضطراب الاعتدالين » التي ظلت قائمة مدة طويلة مع خطئها . ونظرية التبكير المستمر كما كشفها ابرخس وفسرها بطليموس ، تناقض نظرية الاضطراب ، وإن كان كثير من الفلكيين قد حاولوا التوفيق بينهما . والفلكي الهندي اريابهاتا ( في النصف الثاني من القرن الخامس ) يقبل نظرية الاضطراب ، وربما يكون هو حلقة الاتصال بين ثيون وبروقلس من ناحية ، وثابت بن قرة ( في النصف الثاني من القرن التاسع ) - وهو أول عربي يذكر الاضطراب - من ناحية أخرى . ويجب أن نقرر - إنصافاً للفلكيين العرب - أن أغلبهم يرد فكرة الاضطراب . ومنهم الفرغاني في النصف الأول من القرن التاسع ( والبتاني في النصف الثاني من القرن التاسع ) وعبد الرحمن الصوفي ( في النصف الثاني من القرن العاشر ) وابن يونس ( في النصف الأول من القرن الحادي عشر ) ولكن مما يحزن أن الزرقلي ( في النصف

الثاني من القرن التاسع) والبتروجي (في النصف الثاني من القرن الثاني عشر) ينصران هذه الفكرة الخاطئة ، ولكانتها راجت هذه الفكرة بين الفلكيين من المسلمين واليهود والمسيحيين . ولقد بلغ من رواجها أن يوحنا ويرنر (١٥٢٢) وكوبرنيكوس (١٥٤٣) قبلها . وشك تيخوبراهه وكبلر في استمرار التبكير وانتظامه . ولكنهما آخرا الأمر ردا القول بالاضطراب<sup>(٥٠)</sup> . ولم يتضح الأمر تماماً إلا بعد أن شرحت فكرة التبكير في كتاب نيوتن Principia سنة ١٦٨٧ .

ومن العسير أن نجد تعليلاً لبقاء نظرية الاضطراب طويلاً وهي باطالة . نعم إن مدى زمن الأرصاء كان إلى ما بعد الميلاد بقليل لا يزال أقصر من أن يجعل قياس التبكير دقيقاً لا غموض فيه . ولكن ما كان للغموض أن يبقى على مرّ القرون . وقد انقضى زهاء خمسة عشر قرناً بين أرصاء النجوم الواردة في المجسطي<sup>(٥١)</sup> والأرصاء التي قام بها كوبرنيكوس . وأصبح الفرق في خطوط الطول ٥٢١<sup>(٥٢)</sup> . فكيف يتسنى للقائلين بالاضطراب تعليل مثل هذا الفرق . وهل من سبيل إلى تعليله سوى أنه تراكم مستمر لفرق في برج بعينه<sup>(٥٣)</sup> . هذا التقلب في مصير نظريتي التبكير والاضطراب . في مصير الحق والباطل ، هو من خير ما يضرب مثلاً للقصور الإنساني . وهو يعلمنا ألا نغلو في التفاؤل ، بل نبقى متواضعين ، لأنه إذا كان طريق إثبات الحقائق العلمية على ما رأينا من الوعورة ، وهي نسبياً ملموسة وغير غامضة . فلا ينبغي . ونحن نعالج غير الحقائق العلمية ، أن نتوقع تقدماً كثيراً ، بل يجب أن نلوذ بالصبر والتواضع .

الزادة الأوائل في الفلك العلمي :

فيلولوس وهيكتاس واكفانتوس :

كان فيلولوس معاصراً لسقراط ، أما هيكتاس واكفانتوس فكانا أصغر منه سنّاً . وكلاهما من سيراكوصه . وقد بلغا أوج شهرتهما في القرن الرابع . الأول على وجه الظن ، والثاني على وجه اليقين . وقد شرحنا آراءهما في فصل سابق

(ص ١٢٨ - ١٢٩ ج ٢) إذ رأينا من المناسب ألا تفصل بينها وبين آراء فيلولاوس . ولكن لا نزاع في أن أفكارهما آتت ثمارها في العصر الأفلاطوني . ويمكن تلخيص مذهبهما فيما يلي : الكون كروى ومحدود ، وليس حتماً أن تكون الأرض في مركزه ، فإنما هي كوكب كسائر الكواكب ، وهي تدور شرقاً حول محورها (٥٤) فهل عرف أفلاطون هذين الرجلين . لقد ذكر فيلولاوس في فيديون (٥٥) ، وربما يكون قد سمع بالرجلين الآخرين لصلته بالفيتاغوريين ، ولكنه لم يشر إليهما فيما كتب .

يودكسوس منشىء الفلك العلمى ،

ونظريته فى الكرات المتحدة المركز :

سبق أن أجمعنا القول فى سيرة يودكسوس ، وذكرنا أنه ابث ستة عشر شهراً فى مصر ( فيما بين سنة ٣٧٨ وسنة ٣٦٤ ) خالط فى أثنائها الكهنة العلماء . وكان قد درس قبل ذلك فى الأكاديمية ، وألم بالفلك الفيثاغورى ، فلم يرضه كل ذلك . ولما كان فى تفكيره دقة فقد أسخظه نقص الأرصاد فى هذا الفلك . ولم يكتف بما حصل عليه من أرصاد مصرية ، بل عمل بأرصاد جديدة ، وأقام لذلك مرصداً بين هليوبوليس وكركيسورا (٥٦) ظل معروفاً حتى زمن الإمبراطور أغسطس ( ٢٧ ق . م . - ١٤ م ) . ثم بنى بعد ذلك مرصداً آخر فى بلده كنيديوس ، ومنه رصد سهيلا ، وكان إذ ذاك لا يرى من خطوط العرض العليا .

ويرجع علم يودكسوس بالفلك المصرى إلى المدة التى قضاه فى مصر . فهل كان ملميماً أيضاً بالفلك البابلى وهو أغرز مادة من الفلك المصرى . ليس لدينا ما يدل على أنه رحل إلى ما بين النهرين أو إلى فارس . ولكنه كان يعرف العالم القديم حق المعرفة ، وله فيه وصف مستفيض هو فى بابه ومداه أقدم ما كتب عن العالم القديم . وتدل التفت التى وصلت إلينا مما كتب يودكسوس على أن وصفه هذا حوى معلومات واسعة فى وصف الأرض وقياسها ، كما حوى معلومات فى التاريخ الطبيعى والطب وعلم الأجناس والأديان . ومن ذلك أنه

فطن لأهمية مذهب زرادشت . وعنه أخذ بلوتارخ بعض معلوماته عن إيزيس وأوزيريس<sup>(٥٧)</sup> . وهو في تفوقه على جغرافي القرن الخامس يعد ممهّداً لأراتوستين الكبيرى ( في النصف الثانى من القرن الثالث قبل الميلاد ) .

وقد مكنته إقامته في كنيديوس من أن يستمد علمه من مصادر آسيوية ، فارسية أو كلدانية ، حتى لو لم يكن قد رحل إلى ما بين النهرين ، لأن كنيديوس كانت ملتقى الناس من جميع أقطار الأرض ، شأنها في ذلك شأن جارتها هاليكارناس وخوس .

وربما كان يودكسوس مبتكر التنبؤ عن رداءة الجو<sup>(٥٨)</sup> ، وهذا التنبؤ من أصل بابلي قطعاً . ثم هو الذى جعل البروج أعدالاً لكبار الأرباب عند الإغريق ، وهم اثنا عشر . وهذا موضوع ممتع ، لكننا لن نعكف عليه طويلاً ، فجدد يودكسوس لا يقوم على علمه البابلي أو الفلك المصرى . نعم إنه أفاد من تمرسه بأساليب الرصد الشرقية ، وأنه نظر في النجامة الكلدانية ، وهذا لاشك فيه ، ولكن لا يمكن أن يكون أى فلكى شرقى قد أوحى إليه أضخم أعماله ، وهو نظرية الكرات المتحدة المركز<sup>(٥٩)</sup> .

هدف هذه النظرية هو أن يبين رياضياً مواضع الأجرام السماوية في أى وقت ، أو « الإبقاء على الظواهر » على حد التعبير الإغريقى القوى . وهذا ميسور في حالة النجوم . ولكن كيف يتسنى في حالة الكواكب ومساراتها وهو مما تحار فيه الأفهام ، فهي أحياناً تبدو كأنها واقفة ، ثم تراجع في منحى غريب كالذى وصفه يودكسوس وسماه قيد الفرس ، وهو حلزون كروى يشبه الرقم ٨ الأفرنجى ( 8 ) . هذه معضلة في علم الهندسة أو في علم الحركة . فكان لابد ليودكسوس من أن يتصور حركات مجتمعة ، دائرية أو كرية ، بها يستطيع كوكب واحد - وليكن عطارد أو الزهرة - أن يرسم في السماء مساراً على هيئة قيد الفرس .

وحل يودكسوس لهذه المعضلة خير ما يصور العبقرية الرياضية الإغريقية ويصور عبقريته هو . فقد فرض أن عطارد يقع على خط استواء كرة مركزها الأرض

وتدور حول أحد أقطارها بسرعة ثابتة . ( للفيثاغورين رأى قديم هو أن الحركات كلها دائرية ومنتظمة ) ولنسم هذا القطر  $AA'$  حيث إن قطبيه هما  $A$  و  $A'$ . فإذا لم يغير هذا القطر موضعه فخطارده ( ولنرمز له بحرف  $E$  ) يرسم دائرة حول الأرض . ولكن إذا فرضنا أن القطر  $AA'$  لم يكن ثابتاً ، بل كان في كرة أخرى مركزها هو مركز الكرة الأولى ، وتدور بسرعة ثابتة حول قطرها ، وليكن  $B$  و  $B'$  ، فحركة  $E$  الظاهرية تكون محصلة الحركتين الدورائيتين بسرعة ( لتكن  $\omega$  ) حول  $AA'$  ، وبسرعة ( لتكن  $\omega'$  ) حول  $BB'$  . وإذا لم يكن هذا كافياً في « الإبقاء على الظاهر » فيمكن أن نفرض أن القطر  $BB'$  ليس ثابتاً بل هو في كرة أخرى مركزها هو مركز الكرتين ، وتدور بسرعة ثابتة ( ولكن ) حول المحور ، وليكن  $C$  و  $C'$  ، فحركة  $E$  الظاهرية تكون حاصل الدورات الثلاث بسرعات  $\omega$  ،  $\omega'$  ،  $\omega''$  حول المحاور  $AA'$  ،  $BB'$  ،  $CC'$  . وليس هناك من حاجة للاكتفاء بهذه الكرة الثالثة . بل إذا قبلت هذه القاعدة فيمكن استخدام ما يحتاج إليه من الكرات المساعدة أو عديمة النجوم . وإذن يكون وضع المسألة كما يأتي : أن نوجد من الكرات متحدة المركز مع الأرض ، الدائرة بسرعات  $\omega$  ،  $\omega'$  ،  $\omega''$  إلخ حول المحاور  $AA'$  ،  $BB'$  ،  $CC'$  إلخ ، ما يكفي لتعليل المسار الظاهري لأي سماوي . وحينما يوجد الحل يمكن التثبت من صحته كلما أريد ذلك . بل الواقع أن عملية التثبت تحصل كما قورن الموضع الذي يحدده الحساب بالموضع المشاهد بالرصد . فإذا لم يتفق الموضعان فيمكن تهذيب الحل ، إما بتغيير السرعات والمحاور في الكرات المساعدة ، وإما بزيادة كرة أخرى .

لكي يعمل بودكسوس حركات الأجرام السماوية كلها اضطر إلى التسليم بوجود ما لا يقل عن ٢٧ كرة متحدة المركز <sup>(٦٠)</sup> . تدور كل منها بسرعة محددة حول محور محدد . وفي هذا التصوير جرأة بالغة . وهذه أول محاولة لتعليل الظواهر الفلكية بواسطة الرياضيات . والتعليل جدّ معقد يضطرنا إلى الجمع بين حركة سبع وعشرين كرة تدور في آن واحد بسرعات مختلفة حول محاور مختلفة . لكنه تعليل واف رشيق « يبقى على الظاهر » بتقريب كاف . ويدل القيام

بهذا الحل على معلومات واسعة في الهندسة الكرية . ومن المحتمل أن يكون يودكسوس قد ساهم في تقدم الهندسة الكرية لأنه كان في حاجة ماسة إليها . نظرية الكرات المتحدة المركز هذه مثال رائع للمذهب العقلي عند الإغريق وقد استعمل يودكسوس من الكرات القدر الذي يحتاج إليه في دراسة حركة النجوم ، دون نظر إلى وجود هذه الكرات حقيقة ، أو إلى سبب حركتها . فكأنه يقول بلسان الحال : لا يعيننا وجدت هذه الكرات أم لم توجد ، ولا يعيننا لم تتحرك على هذا النحو ، وإنما الأمر الوحيد الذي يعيننا هو أن تخيل عملها معاً « يبقى على الظواهر » ؛ . وفي هذه النظرية تحقيق للأرصاء ، وبعث لها من جديد على أساس من علم الحركة .

في هذه النظرية على جليل قدرها نقص لم يكن منه بد . لأن الأرصاد التي تهيأت ليودكسوس لم تكن كافية في عددها ولا في دقتها ، وكان تصويره لمقادير الأجرام السماوية وأبعادها غير واضح ، فكان يرى مثلاً - على ما رواه ارسترخس الساموسي ( في النصف الأول من القرن الثالث قبل الميلاد ) - أن قطر الشمس تسعة أمثال قطر القمر .

وليودكسوس كتابان في الفلك : المرآة و Phainomena وهو وصف للسماء وكان مصدراً لقصيدة شهيرة في الفلك نظمها أراتوس السولي ( في النصف الأول من القرن الثالث قبل الميلاد )<sup>(٦١)</sup> . وشرح أبرخس ( في النصف الثاني من القرن الثاني قبل الميلاد ) في شبابه كتاب يودكسوس Phainomena وقصيدة أراتوس . وهذا الشرح هو الوحيد من مؤلفات أبرخس الذي وصل إلينا كاملاً . وقد صحح أبرخس بعضاً من أخطاء يودكسوس ، مثل اعتقاده أن القطب الشمالي يشغله نجم بعينه . فقد قال أبرخس إن القطب الشمالي خال ، وبالقرب منه ثلاثة أنجم ( أ و ك من التنين و ب من اللب الأصغر ) تكون مع نقطة القطب مربعاً .

وعن ديوجينيس لارتوس<sup>(٦٢)</sup> أن يودكسوس كتب كتابه Octaeteris حينما كان بمصر . وربما يشير هذا إلى ما هم به يودكسوس من تمحيص دورة

السنوات الثمان التي جاء بها كليونستراتوس ( ص ٣٧٤ - ٣٧٦ ج ١ ) أو تصحيحها ، ولكننا لا ندرى ما كنه هذا التصحيح .  
 هذه كلها أمور ثانوية ، فشمرة يودكسوس إنما تقوم على اختراعه نظرية الكرات المتحدة المركز والتوسع فيها . وبها يجب أن يعدد مؤسس الفلك العلمى .  
 وأحد عظماء الفلكيين فى جميع العصور .

**أوهام أفلاطون وفيليب الأيوسى فى الفلك :**

**وإدخال الديانة النجمية فى العالم الغربى :**

إن الانتقال من عقلية يودكسوس وجوها الصافى إلى أوهام أفلاطون العلوية يعد هبوطاً مزعجاً . يصير أفلاطون<sup>(٦٣)</sup> على أن كل كوكب يتحرك فى مسار واحد ، لا فى مسارات كثيرة ، وهو مسار دائرى ، وكل اختلاف عن ذلك لا يعدو أن يكون اختلافاً فى الظاهر ، وإننا لسنا محققين فى اعتبار أسرعها هو الأبطأ ، ولا فى العكس ، أى اعتبار أبطأها هو الأسرع . ويصر أيضاً<sup>(٦٤)</sup> على أنه لا يمكن فهم حركة السيارات إلا بالعقل والفكر لا بالرؤية ، أى إنه أدرك أن العالم كون منظم ، ولكن لا يمكن استنتاج ترتيبه ونظامه من الظواهر مباشرة<sup>(٦٥)</sup> . وقد برهن يودكسوس ذلك ، لأنه إذا كان للأجرام السماوية نظام مستقر فى مساراتها فإن هذا يدل على أن هذه الحركات مرتبة ترتيباً ربما لا يعرف الإنسان أسبابه ، ولا القواعد التى يسير عليها ، ولكنه يكون على يقين من أن هناك قواعد ، أى نواميس كونية .

والصلة بين يودكسوس وأفلاطون غير واضحة ، فالأول معاصر للثانى يصغره سنّاً ، وكان تلميذاً له مدة ما ، ثم تركه ، إما لأن أستاذه نبذه ، وإما لأنه هوضاق ذرعاً بفلسفة أستاذه . ومن المؤكد أنه كان هناك تبادل نفوذ بين يودكسوس والأكاديمية ، ولم يرد فيما كتب أفلاطون فكر يودكسوس ، وأحسبهما لم يتفاهما ، كأنما كانا يتكلمان بلغتين مختلفتين .

ولقد بسطنا القول فى الفصل السابق فى آراء يودكسوس فى الفلك ، وبيننا أنها

آراء علمية من الطبقة الأولى ، وأن طريقته ممتازة ، مع أن الأرصاد التي تهيأت له لم تكن كافية في عددها ولا في دقتها . أما آراء أفلاطون - كما هي في تياوس وفي فيدون والجمهورية والقوانين - فغير علمية ، فهو يقدر أشياء ولا يبرهن شيئاً . وكثيراً ما يكون في عبارته مثل ما في أقوال العرفانيين من غموض وكانت معلوماته الفلكية من أصل فيثاغورى ، فكانت عتيقة لا تمشى وآراء العصر الذى عاش فيه . لقد كانت دون معلومات يودكسوس . بل كانت دون معلومات الفيثاغوريين الأواخر مثل فيلولاوس وهيكلاس .

وإليك خلاصتها موجزة :

العالم كرى ، وتقع الأرض في مركزه ، وهى كرية أيضاً وغير متحركة ، وتظل في مركز العالم بسبب التآكل ، ويمر محور العالم ومحور الأرض بمركزه المشترك ، وتتم دورة الكرة الخارجية من العالم حول ذلك المحور بسرعة ثابتة في ٢٤ ساعة ، كما يشاهد من حركة النجوم الثابتة . والشمس والقمر وسائر الكواكب تتحرك أيضاً بحركة الكرة الخارجية ، ولكن لكل منها حركة دائرية خاصة بها . وبناء على هذه الحركات المستقلة تكون المسارات الحقيقية للكواكب حلزونية في منطقة البرج . وتتناقص السرعات الزاوية للكواكب بالترتيب الآتى : القمر والشمس والزهرة وعطارد ، وهى تتحرك مع الشمس والمريخ والمشتري وزحل . ويمثل هذا الترتيب ترتيب أبعادها عن الأرض ، وتستنتج الأبعاد من متواليتين هندسيتين ١ و ٢ و ٤ و ٨ ثم ١ و ٣ و ٩ و ١٢ ، وتكون الأبعاد كما يأتى : القمر ١ والشمس ٢ والزهرة ٣ وعطارد ٤ ثم المريخ ٨ والمشتري ٩ ثم زحل ١٢ .

وفي تياوس إشارة <sup>(٦٦)</sup> إلى أن الزهرة وعطارد يدوران في اتجاه الشمس <sup>(٦٧)</sup> وعرف أفلاطون زمن دورة كل من القمر والشمس والزهرة وعطارد (واعتقد أن أزمدة دورات كل من الثلاث الأخيرة مساوية ، وأنها سنة واحدة) <sup>(٦٨)</sup> . ولكنه لم يعرف أزمدة دورات الكواكب الأخرى ، وهو مع ذلك يتكلم عن السنة الكبيرة <sup>(٦٩)</sup> عندما تعود الدورات الثمان إلى نقطة ابتدائها ( دورات الأجرام السبعة مضافاً

إليها دورة الكرة الخارجية) وتساوى هذه السنة الكبيرة ٣٦٠٠٠ سنة (٧٠) .  
فكيف قدرها . إنه لم يقس شيئاً ، بل أخذها عما تواتر عن البابليين ( انظر  
ص ١٦٧ - ١٦٨ ج ١ ) .

وندع الأوهام الأخرى التي تربط الكواكب بالمجسمات المنتظمة أو بالنغمات  
الموسيقية ، أو توافق الأجرام السماوية . ومع ذلك فموسيقى السماوات التي أشار  
إليها تيمائوس لا يمكن أن تسمعها آذان بشرية ، ويمكن أن تكون سببها السرعات  
النسبية للكواكب ، وهي مع ذلك لا توجد إلا في روح العالم ، ولا تتوقع منى أن  
أفسر هذه المعميات .

يقول أرسطو إن أفلاطون كان يعتقد أن الأرض تدور حول محورها .  
ويقول ثيوفراستوس : إن أفلاطون « ندم في شيخوخته على اعتباره الأرض مركزاً  
للعالم ، فهذا مقام لا ينبغي لها » . وقد سبب هذان القولان جدلاً كثيراً . ولنا  
أن نرددهما ، لأنهما يناقضان ما كتب أفلاطون نفسه ، وكله بين أيدينا .  
ويرجع التوفيق الذي لقيه فلك أفلاطون ولقيته رياضياته إلى سلسلة من سوء الفهم .  
فالفلاسفة اعتقدوا أنه حصل على نتائجه بعبقريته الرياضية ، والرياضيون  
لم يميلوا إلى البحث في تلك النتائج لأنهم أرجعوها إلى عبقريته الميتافيزيقية .  
كان كلامه ألبازاً ، ولم يجرؤ أحد أن يجهر بأنه لا يفهمه ، خشية أن تعد  
بضاعته من الرياضة أو من الميتافيزيقا بضاعة مزجاة . فكأن كل إنسان قد  
خدع إما لجهله وغروره ، وإما لإذعانه لسيطرة البله . فجعل الإعجاب بأفلاطون  
مبنيّاً على سلسلة من الأباطيل .

### الإبنوموس :

لا مفر من نظرة في محاوره قصيرة من محاورات أفلاطون هي الإبنوموس أو  
Epinomis أو «مجلس الليل» أو «الفيلسوف» . وهي كما يفهم من اسمها الأول ذيل  
لكتاب القوانين (٧١) . ومجلس الليل الذي منه اسمها الثاني جماعة سرية من المفتشين  
عملهم الإشراف على تنفيذ القوانين . ويمكن وصف الإبنوموس بأنها بحث في  
تاريخ العلم

تربية أعضاء هذا المجلس . ولما كان هذا الغرض لم يذكر إلا في الفقرتين الأولى والأخيرة فلا يبعد أن ينسأه القارئ . ويروى ديوجينس اللايرسى وسويداس أن فيليب الأوروسى - أحد تلاميذ أفلاطون - هو الذى كتب الإبنومس أو هو الذى نشرها بعد موت مؤلفها (٧٢) . وكان فيليب يكتب لأفلاطون فى شيخوخته ، وهو الذى أعد للنشر القوانين ، وجعلها اثنى عشر كتاباً ، وذيلها بالابنومس . وإليه تعزى كتب عدة فى الرياضيات (مثل الأعداد المضلعة والأوساط) وفى الفلك (فى أبعاد الكواكب) ثم parapegma وهى جداول فلكية أو تقويم ، وفى البصريات ، وعلم الأرصاد الجوية ، والأخلاق . فهل هو مؤلف الابنومس . أو هل اقتصر عمله فيها على إعدادها للنشر ؟ . وإذا كان هو معددا للنشر ، فما مدى هذا الإعداد . أسئلة لا سبيل إلى الإجابة عنها . فلنتعلمها بحالها التى هى عليها (وليس فى نصها ما يكشف عن مؤلفها أو معددا للنشر) . فهى أفلاطونية فى قالبها ومحتوياتها ، وإن كانت أكثر فيثاغورية من سائر كتب أفلاطون . والفلك فى الابنومس هو الفلك فى تيموس ، إلا أن النغمة الفيثاغورية فيه أقوى فيما يتعلق بميتافيزيقا الفلك لافيا يتعلق بالفلك الصريح .

والمقصد الأكبر من الابنومس هو تأكيد أهمية الفلك فى الوصول إلى الحكمة الحقة . والابنومس - كما قال فرانز كومونت ، وهو من الراسخين فى تاريخ الديانات القديمة - هو أول إنجيل علم الإغريق الديانة النجمية ، ديانة آسيا (٧٣) التى نشأت فى بابل حيث كان الكهنة فلكيين ، وحيث السماء الصافية تحث على الرصد الفلكى . وفى أول عهد للدولة الأخمينية ( كورش الأكبر حكم من سنة ٥٥٩ إلى سنة ٥٢٩ ) وكانت بابل داخلة فى أملاكها ، نشر هذه الديانة المجوس وهم من الفرس . والكلدان وهم الكهنة من أهل بابل ، وعن الفرس والكلدان أخذها العالم الإغريق ، والابنومس أول إنجيل فيها باللغة الإغريقية .

وأساليب الابنومس وطرق الاستدلال فيها بعيدة عن أن تكون واضحة . ولكننا نورد فيما يلى بعض الآراء البارزة فيها : للعدد أهمية بالغة ، وأبلغ ما تكون فى الحركات المنتظمة للأجرام السماوية من نجوم وشمس وقمر وكواكب .

والمجسمات المنتظمة الخمسة أعدال العناصر الخمسة ، والعنصر الخامس هو الأثير<sup>(٧٤)</sup> . والروح أقدم من الجسد وأكثر منه قدسية . والنظام عدل العقل ، والفوضى عدل اللاعقل . والنظام الأعظم للحركات السماوية يمثل العقل الأسمى . وفي السماء قوى ثمان ( الكواكب السبعة والكرة الثامنة ) وهي متساوية القدسية والكواكب أرباب لا محالة ، عرف هذا المصريون والسريان ( يعنى البابليين ) من آلاف السنين . وعلينا أن نتقبل معلوماتهم ودياناتهم بعد تهذيبها ، فهذا ديدن الإغريق ، يهذبون كل ما يأخذونه عن غيرهم . ومع الإبقاء على ما يليق بالأرباب الأقدمين من الحرمة ، تمشياً مع التقاليد وجلالها ، ويجب أن تكون عبادة الأجرام السماوية ، وهي الأرباب المرئية ، دين الدولة ، وهذا الدين يمد الإغريق بفكرة الوحدانية ، فضلاً عن إمدادهم برابطة شاملة غير مادية . وليلاحظ أن كثيراً من الأوهام المتعلقة بعلم النجوم وردت في غير الابنومس من مؤلفات أفلاطون . فقد وردت في فيدون وتيماوس والقوانين . فالجلديد في الابنومس هذه اللهجة الدينية ، هذا التعادل بين الفلك والإيمان ، هذه الدعوة إلى أن يكون دين الدولة نجماً .

وهدف الحكمة هو تأمل الأعداد ولا سيما الأعداد السماوية . وأجمل الأشياء تلك التي تتكشف لعقولنا عن طريق نفوسنا والنفس الكلية والنظام العلوى والانتظام السماوى<sup>(٧٥)</sup> ، ويجب أن تدخل عقيدة النجوم في القوانين .

وليس الفلك هو ذروة المعرفة العلمية فحسب ، وإنما هو الدين الذي يرتضيه العقل . ويجب أن يربى أعضاء مجلس الليل تربية رياضية تؤدي بهم إلى الفلك والدين . أما أعلى الحكام في المدينة فالأولى أن يكونوا رجال فلك ، أى رجال دين لافلاسفة .

وفي الابنومس كثير من الأقوال بعيدة المسافة من العقل ( على أنها تخطر في حالة أعلى المعقولات ) ، وهي من الكثرة بحيث تجعل البحث فيها طويلاً لا طائل تحته . ومع ذلك فهناك نقطة واحدة أميل إلى أن أعرج عليها ، لأنها حيرتني أكثر من غيرها . ذلك أن المؤلف ينحى باللأئمة على أولئك الحمقى الذين

يربطون بين الابتكار ( الحرية ) والعقل<sup>(٧٦)</sup> ، على حين أن قوام العقل النظام المتكرر ، وحركات الكواكب الدقيقة الأبدية تنبئ عما فيها من العقل الإلهي السامي . ونحن نسلم مع أفلاطون بأن حركة الكواكب تدل على وجود الله ، ولكننا لانسلم معه بأن الكواكب في ذاتها آلهة . ولنفكر في تلك القضية الشائعة وهي الخاصة بالساعة . وهي أن الساعة تركيب وانتظام حركتها دليل على وجود صانعها ، ولم يقل أحد بأن صانعها فيها ، أو أنها هي نفسها الصانع . ولكن الكواكب في هذا الدين النجمي الحديد ليست مجرد دليل على وجود الله ، بل هي نفسها آلهة ، وكل منها ينظم حركته بعقل إلهي ، ويكررها إلى الأبد ، وفي هذا دليل على حكمته الإلهية . فهل لهذا معنى ؟ لكن الأكاديمية قبلت هذه الحججة ، كما تقبلها الرواقيون . وأفاض شيشرون في بسطها بوضوح كثير<sup>(٧٧)</sup> . وربما كان هذا الاضطراب قد نشأ عن التعميم الخاطيء . فنفس كل حيوان أو عقل مستقر فيه . وإذا قررنا أن للحيوان عقلاً أو أنه كائن ذكي ، فالدليل على ذكائه لا يكون في انتظام حركاته ودقتها ، بل يكون في اختلافها وعدم انتظامها .

وماله دلالة أن يكون الانومس ، وهو أول إنجيل للدين النجمي ، خلواً من التنجيم بالمعنى المألوف عند العامة . نعم إن فيه إشارة عابرة<sup>(٧٨)</sup> إلى ما في الولادة من سر إلهي . لكنها إشارة غير واضحة . ولاتدل على أن المؤلف قبل ما هو مسلم به أصلاً في النجامة . وهو أن حظ الإنسان يتعين بوقت وضعه (أو الحبل به) ويمكن استنتاجه من حساب طالع<sup>(٧٩)</sup> . مع أن التنجيم في الأمور القضائية ، أو الدنيوية إن شئت ، كان معروفاً في بابل من أقدم العصور . أما الإغريق فلم يكن لهم مندوحة عن التنجيم بعد أن عنوا بالفلك والعرافة .

وإذا اعتقدنا أن النجوم والكواكب آلهة . وأن ثمت صاة بينها وبيننا ، فلا مفر من الإيمان بأنها تتحكم في مصيرنا . ورؤيتنا إياها تكفي في إثبات هذه الصلة بينها وبيننا ، لأن الرؤية تتضمن أن شيئاً ما ينتقل إلينا<sup>(٨٠)</sup> . والتنجيم لا يكون إلا بعد التسليم بأمور كالتى ذكرت آنفاً ، وبعد أن تتوطد الطوالع « العلمية » بقبول سلسلة من الأمور التي جرى بها العرف<sup>(٨١)</sup> .

آل الأمر إلى أن صارت الديانة النجمية التي جاء بها الابنومس هي الديانة العليا للعالم الوثني من إغريق ولاتين . لقد ظلت الآلهة القديمة تعبد ، وظل الشعراء والفنانون يشيدون بذكر الأساطير القديمة . أما رجال الفكر فلم يعودوا يسلمون بها إلا مجازة للتقاليد ، وفي شيء من التردد والشك . وعبادة النجوم معقولة إذا قيست بما في الأساطير الدينية من سذاجة وانحطاط في المستوى الخلقى . ولقد هيأت الأفكار الابنومسية ، فضلاء عن الفيثاغورية والأفلاطونية ، أساساً فلسفياً بنيت عليه الديانة بناء متيناً . حتى إن جل الصفوة الممتازة من رجال الفكر قبلوها على أنها نوع من العلم ، وأثر ذلك « العلم الوثني » في أفضل مفكري الإمبراطورية الرومانية كان بالغاً . حتى إن المسيحية نفسها لم تستطع أن تمحوه ، ولا يزال شيء من أثر هذه الديانة باقياً إلى يومنا هذا ، مظهره أمر من أقدم الأمور ذيوياً في الناس ، لاتصاله بأوقات عملهم وراحتهم . ألا وهو الأسبوع ، فعدد أيام الأسبوع من أصل نجمي . وأسماها الأيام في أكثر اللغات الأوربية أسماء كواكب (٨٢) .

## هوامش الفصل السابع عشر

- ( ١ ) Plato, Republic, 525-D; Paul Shorey's translation in the Loeb Classical Library
- ( ٢ ) راجع البحث في هذا الموضوع في كتاب ( ١, 287-88, 1921 ) Greek mathematics
- ( ٣ ) نقلا عن بلوتارخ ، وهو يبحث في هذه العبارة في كتابه Questiones convivales, lib VIII, 2 : Pos Platon elegit ton theon aei geometreion .
- ( ٤ ) للوقوف على تاريخ هذه العبارة عند البيزنطيين والعرب ، انظر « المقدمة ج ٣ - في الصفحة المقابلة للصفحة ١٠١٩ » .
- ( ٥ ) Heath, History of Greek mathematics (Oxford,) Vol. 1, p. 288 Mathematics in Aristotle (Oxford : Clarendon Press, 1949) [Isis 41, 329 (1950)].
- ( ٦ ) Timaios, 35-36
- ( ٧ ) Henri Irenee Marrou, Saint Augustin et la fin de la culture antique (Paris : Bocard, 1938) [Isis 41, 202 - 204 (1950)], chiefly pp. 211 - 275.
- ويؤخذ من قطعة في رسالة من رسائل أريخيتاس التاريخي ( في النصف الأول من القرن الرابع قبل الميلاد ) الضائعة أوردناها بيد أن الرياضيات الفيشاغورية كانت أربعم شعب : الحساب والهندسة والفلك والموسيقى . وهذه هي شعب الرباعية .
- ( ٨ ) هذا مصطلح يوناني ، وقد استعمله ديونيسيوس الهاليكاناسوسي في النصف الثاني من القرن الأول قبل الميلاد ( وبلوتارخ ( في النصف الثاني من القرن الأول ) وغيرها .
- ( ٩ ) نقول المرحلة العليا من التعليم العام ، أما في القرون الوسطى فكان التعليم العام كله إعدادا للدراسات المهنية كالتب والطب والقانون ، أو إعدادا لأعلى الدراسات أي الفلسفة والدين .
- ( ١٠ ) Timaios, 55-56
- ( ١١ ) Timaios, 80c. Introduction, vol. 3, p. 148. Paul Friedlander, Structure and destruction of the atom according to Plato's Timaeus (University of California publications in philosophy 16, 4 fig.; 1949). pp. 225 - 248 [Isis 41, 58 (1950)].
- ( ١٢ ) Republic, VIII, 546 B - D
- ( ١٣ ) Statesman, 270. James Adam, The Republic of Plato (Cambridge, 1902), vol. 2, pp. 201 - 209, 264 - 312. For the geometric number see also Introduction, vol. 1, p. 115; Heath, History of Greek mathematics, vol. 1, pp. 305-308.
- ( ١٤ ) في زمن أفلاطون كانت السنة ذات ٣٦٠ يوماً مهجورة تماما .
- ( ١٥ ) H. V. Hilprecht, Mathematical, metrological and chronological tablets from the temple library of Nippur (Philadelphia, 1906), p. 31.
- ( ١٦ ) كان أفلاطون من الصفاقة بحيث يفرق بين المعرفة الحقة) المستمدة من المثل) وبين الآراء (أو ما نسميه الآن المعرفة المستمدة من العلم) على حين أن التفرقة الصحيحة يجب أن تكون بين المعرفة المعقولة التي يمكن إقامة البرهان عليها وبين المعرفة المزيفة (السحر والهواء) فالعدد الهندسي الذي حسب كثير من حقي الأفلاطونيين الوصول إليه منتهى الحكمة إنما هو مخلو من المعنى عديم القيمة .

- Julian Lowell Coolidge, *The mathematics of great amateurs* (Oxford : ( ١٧ )  
Clarendon Press, 1949) [Isis 41, 234-236 (1950)].  
والفصل الأول من هذا الكتاب الهيبج خاص بأفلاطون .
- G. Friedlein, *Procli in primum Euclidis elementorum commentarii* (Greek ( ١٨ )  
text; Leipzig, 1873), p. 66, lines 8-14; Heath, *History of Greek mathematics*, vol.  
1, p. 308.
- ( ١٩ ) تربيون الميجارى أحد أصحاب سقراط الذين شهدوا موته .
- Jowett, vol. 4, p. 195; Theaitetos, 143 ( ٢٠ )
- ( ٢١ ) التربيون الوعيب للكيات الصم الوارد في الكتاب العاشر من إقليدس ، الذى وضع  
تياتيتوس أسامه ، صعب ، وقصاصر على دفته مهجوراً . ويرى يوديموس ( في النصف الثانى من القرن  
الرابع قبل الميلاد) أن تياتيتوس قد ربط بين هذه الأنواع الثلاثة الخاصة بالكيات الصم وهى المتوسط  
وذو الخدين ، و Apotome وبين الأوساط العددى والهندسى والتوافقى على الولاء . ولما كنت غير ميال  
إلى استعمال مصطلحات غير محددة فسأذكر هنا تعريف كل من هذه الأنواع الثلاثة للكيات الصم  
( من بين تعاريف متعددة ) طبقاً لما ورد في الكتاب العاشر من إقليدس : نظرية ٢١ : المستطيل  
الذى بعده مستقيمان مقيسان في مربع فقط مستطيل أصم ، وضلع المربع المساوى له مستقيم  
أصم ، ولنسمه أصم متوسطاً . نظرية ٣٦ : إذا أضيف مستقيمان مقيسان في مربع فقط كان  
النتائج مستقيماً أصم . ولنسمه أصم ذا حدين . نظرية ٧٣ ، إذا طرح من مستقيم مستقيم آخر يقاس  
معه في مربع فقط كان الباقي مستقيماً أصم ، ولنسمه Apotome مثل جزئى القسمة الذهبية ( الكتاب  
١٣ نظرية ٦ من أصول إقليدس ) .
- ( ٢٢ ) For Discussion see Heath, *History of Greek mathematics*, vol. 1, pp. 209-212;  
Euclid (Cambridge, ed. 2, 1926), vol. 3.
- وليباويوس ( في النصف الثانى من القرن الثالث ) شرح على الكتاب العاشر من الأصول ، وصل إلينا من  
طريق ترجمة عربية لأبى عثمان اندمشقى ( في النصف الأول من القرن العاشر ) وقد نشر النص العربى  
وترجمه وليم طومسون ( كبردج ١٩٣٠ ) ( إيزيس ١٦ : ١٣٢ - ١٣٦ : ١٩٣١ ) وقد أضاف  
جوستاف يونج إلى هذا الكتاب تاريخاً بالإنجليزية لنظرية الكيات الصم .
- ( ٢٣ ) قال بذلك سوداس ( في النصف الثانى من القرن العاشر ) وهو من المتأخرين ولكن  
الرواية مقبولة .
- ( ٢٤ ) الأصول : انكتاب ١٣ نظرية ١٨ .
- Caston Darboux, *Eloges academiques* (Paris, 1912), p. 33. ( ٢٥ )
- ويؤدى توسع آخر في الجسومات المنتظمة إلى إدراك ما يسمى مجسمات أرخيدس ، وهى ١٣ ولكل زوايا  
مجسمة متساوية والأوجه مضلعات منتظمة ، وابست كلها من نوع واحد .
- G. Friedlein, *Procli in primum Euclidis elementorum commentarii* (Leipzig, ( ٢٦ )  
1873), pp. 66, 211. Ver Eecke, *Commentaires de Proclus sur le premier livre d'Euclide*  
(Bruges : Desclée De Brouwer, 1948).
- Archytas fragments in Diels, *Vorsokratiker*, vol. 14, pp. 330-331; English ( ٢٧ )  
translation by Heath, *History of Greek mathematics*, vol. 1, p. 11.

(٢٨) ديوان هوراس ١ - ٢٨ .

(٢٩) Aristotle, Politics, 1340 B; Jowett's translation in the Oxford English Aristotle

وردت هذه الفقرة في بحث في تعليم الأطفال الموسيقى . ولا سبيل إلى القطع بأن أرخيتاس الذي يشير إليه أرسطو هو أرخيتاس التارنتوى . وهذا الاسم شائع .

(٣٠) عبارة تنقصها الروية وردت في مقدمتي في المجلد الأول ص ١١٦ .

(٣١) أعطى النسب العديدة التي تمثل المسافات الموسيقية للوتر الرباعي على سلام ثلاثة :

Heath, History of Greek Mathematics, vol. anharmonic, diatonic, chromatic  
1, p. 214.

(٣٢) تضعيف المكعب الذي ذكر من قبل ، ولكي نفهم كشفه لهذا الحل الحارق للعادة يجب أن نفكر فيه بطريقة ملموسة للغاية أو على نمط ميكانيكي .

(٣٣) فرض أن أوج نشاطه كان حوالي سنة ٣٦٧ ، ويؤخر هذا التاريخ عشر سنوات جورج

د . سانتانا في كتابه « يودكسوس وأفلاطون : بحث في التاريخ » ( إيزيس ٣٢ ، ٢٤٨ - ٢٦٢ )

( ١٩٤٠ - ٤٩ ) والطالب الذي لا يهياً له الوصول إلى ديوجينيس اللايرسي ( ٨ ، ٨٦ - ٩١ ) يجد النص المتعلق بهذا الموضوع في كتاب سانتانا ص ٢٥١ .

(٣٤) اجيسيلوس ملك إسبرطة ( ٣٨٩ - ٣٦١ ) وصديق كسينوفون . وقتانابيس (نخت -

حار - حبي) أول ملوك الأسرة السمنودية ( حوالي ٣٧٨ - ٣٥٠ ) وهي إحدى الأسر المصرية التي

وفقت لأن ترد إلى البلاد استقلالها بعد الفتح الفارسي ، في سنة ٥٢٥ ، وقبل فتح الإسكندر سنة ٣٣٣ .

وحكم نختانابيس من حوالي سنة ٣٧٨ إلى حوالي سنة ٣٦٤ . ومن هذه الحقائق مجتمعة نستخلص

أن يودكسوس ذهب إلى مصر فيما بين سنة ٣٧٨ وسنة ٣٦٤ ، ولم يلبث فيها سوى ١٦ شهراً .

(٣٥) ماوسولوس ملك كاريا من سنة ٣٧٧ إلى سنة ٣٥٣ .

(٣٦) قطر المربع مستقيم أصم ، وقطر مربع طول ضلعه ١ عدد أصم هو  $\sqrt{2}$  .

(٣٧) Friedlein's edition, p. 67. 6

(٣٨) إقليدس ٢ - ١١ و ٦ - ٦ - ٣٠ . ولإنعاش ذاكرة القارئ أعرض المسألة كما

بسطها إقليدس (٢ - ١١) : تقسيم مستقيم إلى جزئين بحيث يكون المستطيل المكون من المستقيم وأحد

الجزئين مساوياً لمربع الجزء الآخر

أو بعبارة جبرية : لدينا مستقيم

طول له ل يراد تقسيمه إلى جزئين من

ل-س يكون بحيث  $\frac{ل}{س} = \frac{ل-س}{ل}$

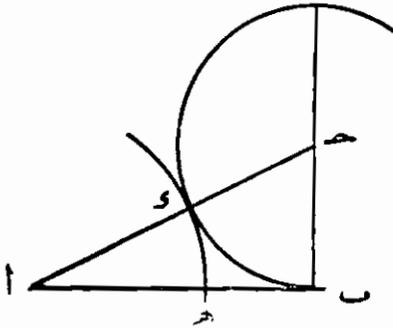
والحل سهل (شكل ٨٥) فالمستقيم

أ ب = ل . ارسم عموداً عليه من ب

طول له ل ، وارسم الدائرة ج التي قطرها

= أ ب . صل أ ج فيقطع المحيط في

د . فالدائرة التي نصف قطرها أ د



تقطع أب في ه وتقسّم المستقيم أب قسمة ذات وسط وطرفين . والإثبات من السهولة بحيث لا نحتاج إلى ذكره .

(٣٩) ج . سارتون : سؤال رقم ١٣٠ : متى بدأ المصطلح « القسمة الذهبية » أو ما يرادفه في اللغات الأخرى . إيزيس ٤٢ ، ٤٧ (١٩٥١) .

(٤٠) انظر قاعدة التماثل وتطبيقها في العلوم والفنون لسارتون . فهناك بحث عام في

الموضوع . إيزيس ٤ ، ٣٢ - ٣٨ (١٩٢١) .

(٤١) إقليدس ١٢ - ٢ .

(٤٢) إقليدس ١٢ - ١ .

(٤٣) يقول أرخيدس في كتابه « الطريقة » ( وهو كتاب لم يعثر عليه إلا سنة ١٩٠٦ ، عثر عليه هيرج ) : أن نقوم بالإثبات إذا حصلنا على بعض المعلومات بواسطة هذه الطريقة أيسر بالطبع من أن يقوم بالإثبات دون أن يكون لدينا معلومات ما . ولذا يجب أن نجعل نصيب ديموكريتوس من الفضل غير قليل في هاتين النظريتين اللتين كان يود كسوس أول من جاء ببراهنهما . فديموكريتوس أول من قررها ، وإن لم يأت بالبرهان عليهما . والنظريتان هما : حجم الهرم = المنشور المشترك معه في القاعدة والارتفاع وحجم المخروط = حجم الأسطوانة المشتركة معه في القاعدة والارتفاع .

Translated by T. L. Heath, The method of Archimedes, 152 pp.; Cambridge, 1912, p. 13.

(٤٤) المجسطى - السابع ١ - ٢ .

(٤٥) من المرجح أن يكون تحديد بطلميوس للاعتدالين أردأ من تحديد أبرخس بمقدار ٢٦٪

مع أن الأساس الذي بنى عليه كان أطول من أساس أبرخس بثلاثة قرون ، لكن أبرخس راصد مدهش في وقته ، أما بطلميوس فراصد جد ضعيف . وأسوأ من ذلك أن جداول النجوم في المجسطى لم تبني على أرصاد جديدة بل أخذت من جداول أبرخس وزيدت خطوط الطول بمقدار ثابت . ويسبب خطأ بطلميوس في تقدير التكبير تبين أن الزمن الحقيقي لبدأوله هو سنة ٥٨ على حين أن أرصاده كانت في المدة من سنة ١٢٧ إلى سنة ١٥١ .

Christian H. F. Peters and Edward Ball Knobel, Ptolemy's Catalogue of stars (Washington, 1915) (Isis 2, 401 (1914-19)).

Almagest, IX, 7; XI, 7; Heiberg's edition, vol. part 2, pp. 267, 419; Halma's (٤٦) edition, vol. 2, pp. 171, 170, 288.

(٤٧) ينصر بول شابل هذا الرأي في كتابه :

"Kidenas, Hipparch und die Entdeckung der Präzession," Z. Assyriologie 3, 1-60 (1926) (Isis 10, 107 (1928)) .

أما عن كدنو (أو كدناس) فارجع إلى :

Wilhelm Kroll, Catalogus codicum astrologorum graecorum, vol. 5, part 2, p. 128; Joseph Heeg, Ibid., vol. 8, part 2, pp. 125-134; W. Kroll, Pauly-Wissowa, vol. 21 (1921), p. 379.

وطبقاً لما جاء في هذه المقالة يكون كدناس - وقد بلغ مكانته في القرن الثاني قبل الميلاد على الأكثر قد كشف أن ٢٥١ شهراً قمرياً عادياً = ٢٦٩ شهراً قمرياً فلكياً . وفي المتحف البريطاني

ألواح فيها جداول قمريّة مكتوبة بالخط المساهري في ٢٢ ديسمبر سنة ١٠٣ ق. م. أي بعد كدناس . ويستنتج كروك أن كدناس ربما كان أحد علماء الفلك الكلدانيين الذين يشير إليهم بطلميوس . لكن إذا صح هذا يستلزم أن كدناس لم يعيش إلا إلى سنة ٢٤٤ ق. م. وإذن يكون كدناس الذي كشف التبيكير في سنة ٣٧٩ رجلاً آخر .

J. K. Fotheringham, "The indebtedness of Greek to Chaldaean astronomy," (٤٨)  
The Observatory 51, No. 653 (1928); reprinted in Quellen und Studien (B) 2, 28-44 (1932). A. T. Olmstead, History of the Persian empire (Chicago : University of Chicago Press, 1948), p. 453-457. Otto Neugebauer, "The alleged Babylonian Discoverv of the precession," J. Am. Oriental Soc. 70, 1-8 (1950).

(٤٩) المتبسطة ٨ : ١٢ - ٢ .

(٥٠) إن أردت المزيد من تاريخ التذبذب فارجع إلى كتابي :

Introduction, passim; Summaries in vol. 2, pp. 18, 295, 749, 758; vol. 5, p. 1846.

(٥١) الزمن الحقيقي لجداول بطلميوس هو ٥٨ ميلادية ، (Isis 2, 401 (1914-19))

وارجع إلى رقم ٤٥ من هذه التعليقات .

(٥٢) القيمة الصحيحة للتبيكير هي زهاء ٥٠,٢٦ في السنة ، وتصل في مدى قرن إلى ٥٠.٢٦ = ٨٤ - ٢٤ ، وتصل في مدى ١٥ قرناً إلى ٢١ .

(٥٣) ربما يعترض على هذا بأنه ما دام التبيكير لم يفسر ( كما فسره نيوتن ) فلا يمكن للإنسان أن يتحقق من استمراره غير المحدد في نفس الاتجاه ، وربما يتراكم مثلاً إلى ٨<sup>٥٨</sup> أو ٨٠<sup>٥٨٠</sup> أو ١٥٠<sup>٥٨٠</sup> ، ومن الجائز بعد ذلك أن يقف أو ينير اتجاهه .

(٥٤) في اتجاه ضد عقرب الساعة للراصد فوق القطب الشمالى .

(٥٥) Phaidon, 61 D

(٥٦) كركيسورا على الشاطئ الغربى للنيل عند ما يتفرع ثلاثة أفرع كبرى : الشرق أو البلوزى والأوسط والغربى أو الكانوى .

(٥٧) نشر فردريش جزنجر ما وصل إلينا من نكتف من كتاب يودكسوس وأوضحها في :

Die Erdbeschreibung des Eudoxos von Kindos (Stoicheia 6, 142 pp.; Leipzig, 1921)

ولمعرفة المصادر الشرقية التي استمد منها يودكسوس ، انظر :

J. Bidez, Eos Brussels : Hayez (1945), pp. 24-37 (Isis 37, 185 (1947))

(٥٨) النص في :

Catalogus codicum astrologorum graecorum, vol. 7 (1908), pp. 183-187;

وانظر أيضاً المجلد ٨ الجزء الثالث ص ٩٥ .

(٥٩) نعرف هذه النظرية ونسبتها إلى يودكسوس من كتاب ما وراء الطبيعة لأرسطو (١٠٧٣

ب ١٧-١٠٧٤ أو ١٠٧٥-كسوس) ومن شرح سمبلوكوس (في النصف الأول من القرن السادس) على De Gaelo

(٦٠) إيضاح المسار الظاهري للنجوم الثوابت يحتاج فيه إلى كرة واحدة ، وإيضاح كل من

مسارى الشمس والقمر يحتاج فيه إلى ثلاث كرات ، وإيضاح مسار كل من السيارات الخمسة يحتاج فيه إلى أربع كرات . فالجميع ٢٧ كرة .

(٦١) ال Phenomona أقدم رسالة موجودة في الفلك عند الإغريق ، حفظها لنا أراتوس ،

وبعضها مأخوذ عن ديموكريتوس وعن الفلكيين البابليين مباشرة أو بالواسطة .

Diogenes Laertios, VIII, 87 (٦٢)

(٦٢) القوانين : ٧ - ٨٢٢ .

(٦٤) الجمهورية : ٧ - ٥٢٩ .

(٦٥) عن سوسيجنس (فلكى يوليوس قيصر) أن يودمس الرودى ( فى النصف الثانى من القرن الرابع قبل الميلاد ) يذهب إلى أن أفلاطون طالب الفلكيين بحل مسألة هى : أى الحركات المنتظمة المرتبة يمكن أن تكون تعميلا للحركات الظاهرية للكواكب :  
(Simplicios on De caelo, 448, 20-31 in Heiberg's edition).

وقد حل يود كسوس المسألة . ولعل الأرجح أن يكون يود كسوس هو الذى وضع المسألة لا أفلاطون .  
(٦٦) تيمائوس : ٥٣٨ .

(٦٧) يمكن أن يكون هذا هو الذى أوحى إلى هيراقليس للبنطى ( فى النصف الثانى من القرن الرابع قبل الميلاد ) ما رآه من أن الزهرة وعطارد يدوران حول الشمس .

(٦٨) المدد الصحيحة بالنسبة لزمن دورة الأرض ( أى زمن دورة الشمس إذا اعتبرت الأرض مركزاً للعالم ) هى : عطارد ٠,٢٤٤ ، والزهرة ٠,٦٢ ، والأرض ( الشمس ) ١ ، والمريخ ١,٨٨ ، والمشتري ١١,٨٦ .  
(٦٩) تيمائوس ٣٩ .

(٧٠) ٣٦٠٠٠ سنة هى أيضاً زمن الدورة الكاملة للتكبير على رأى بطلميوس ( وهو خطأ ) الذى يجوبه يصل بالتكبير إلى ١° فى قرن ( المحسبى ٧ - ٢ ) وهذا اتفاق غريب لأن أفلاطون لم يكن له علم بالتكبير ٠ و ٣٦٠٠٠ هو عامل للعدد الهندسى .

(٧١) القوانين : ١٢ : ٩٦٦ - ٩٦٧ . والمتكلمون فى الحالتين هم ميجلوس الأسبرطى ، وكلنياس الكرى ، وغريب أثينى هو الذى تولى الكلام كله تقريباً . وكانت المحاور فى كريت ، وبدأوا فى اليوم السابق ( القوانين ١ - ٦٢٥ ) بينما كانوا سائرين من كنوسوس إلى معبد زيوس تحت جبل ايدا فى وسط الجزيرة .

(٧٢) من المحتمل أن تكون اوبوس هى المكان المعروف بهذا الاسم فى لوكريس أو بنتيا على الخليج اليوبوب . ويزعم بعضهم أن فيليب الأوبوسى هو فيليب المندى ، ومندى على الشاطئ الغربى من الخليج الترمانى فى مقدونيا . ومن الحائز أن يكون مولده فى مندى ، ثم هاجر إلى أوبوس وإلى أثينا . وهذا نقلا عن مقال وعيب فى Pauly-Wissowa المجلد ٣٨ ( ١٩٣٨ ) الصفحات ٢٣٥١ - ٢٢٦٦ .

(٧٣) عن كتاب فرانز كومونت ( ١٨٦٨ - ١٩٤٧ ) « علم النجوم والديانة عند الإغريق والرومان » ( نيويورك ١٩١٢ ) ص ٥١ . وقد نشر بالفرنسية بعد وفاة المؤلف ، وأدخلت فيه زيادات كثيرة ونشر باسم Lux perpetua

(٧٤) فى تيمائوس جعل المجلد الخامس معادلا للعالم كله ، أما فى الابنوس فقد ذكرت العناصر أول مرة بهذا الترتيب : النار فالماء فالفواء فالأرض فالأثير ، ثم ذكرت مرة أخرى بترتيب هو أقرب إلى المنطق ، كأنه انتقال من الروحية إلى المادية ، هو : النار فالأثير فالفواء فالماء فالأرض ( ٩٨١ - ٩٨٤ ) . ومن الغريب أن يعطى الأثير المحل الثانى لا المحل الأول .

(٧٥) لا يسمع الإنسان إلا أن يذكر قول كانت : « النجوم فى السماء والقانون الأخلاقى فى الإنسان أمران يملآن التفسير الإنسانى عجباً ورهبة لا حد لهما » .

( Critique of practical reason (Riga., 1788) (Isis 6, 479 (1924) ).

إلا أن قول فيلسوف صوفي بحكم العقل مثل كانت لأفعل في النفس من قول مؤلف الابنومس بعيد المسافة من العقل .

(٧٦) ابنومس : ٩٨٢ .

(٧٧) من المحاورة *natura deorum* (٢ - ١٦) تأليف شيشرون . وفيها يقول على لسان جايوس أوليوس كوتا الأكاديمي (وقد جعل شيشرون المحاورة في بيت جايوس هذا حوالي سنة ٧٧ ق . م . أما المحاورة فكتبت حوالي سنة ٤٥ ق . م . ) يقول : من الحائز أن يكون للنجوم عقل يفوت سائر العقول ، ذلك أنها مستقرة في الإقليم الأثيري من العالم ، وأنها تتغذى بأبخرة الأرض والبحر الرطبة التي يلطفها اختراقها الفضاء الواسع الممتد بين النجوم من ناحية والأرض والبحر من ناحية . ثم إن يقظة النجوم وعقلها ثابتان ثبوتاً غاية في الوضوح بما فيها من ترتيب ونظام ، فالحركة المنتظمة المترنة مستحيلة بغير تدبير خال من أي أثر للتغيرات الطارئة . وترتيب الصور النجمية ، ونظامها المطرد لا يمكن أن يكونا من فعل الطبيعة قبلها من العقل يأتي ذلك ، ولا من فعل المصادفة ، فالمصادفة من دأبها التغير والنفور من النظام المطرد . إذن فالنجوم إنما تتحرك بمحض إرادتها ، وبما فيها من عقل وقدمية إلهية . نقلا عن ترجمة H. Rackam في Loeb Classical Library

(٧٨) ابنومس : نهاية ٩٧٧ .

(٧٩) إن كلمة طالع وأضرابها كلمات صيغت في أزمنة متأخرة جداً . استعملها مانيليس (في النصف الأول من القرن الأول) وسكتوس امبريكوس (في النصف الثاني من القرن الثاني) وكلمنت السكندري (حوالي ١٥٠ - ٢٢٠) ولم أعتز عليها قبل ذلك .

(٨٠) ثبت انتقال القوة النجمية إلى الأرض بتجربة هائلة أجريت في مدينة شيكاغو في ٢٧ مايو سنة ١٩٣٣ ، فقد أضحى « معروض التقدم في مدى قرن » بضوء انبعث من السباك الرامع قبل أربعين سنة ، أي أيام إقامة « معروض كولومبيا العالمي » ، وكان التقاط ضوء السباك الرامع بمقربات في مرصد تركز في خليج أوليم في وسكونسن ، ثم يركز في أنابيب تصوير كهربائية ، ثم قوى التيار الناتج كثيراً ووجه إلى شيكاغو . (Science News Letter, 23, 307, 1933)

(٨١) التاريخ القديم لذلك غامض . ويود كسوس الكنديوسى يجهر بوجود تكذيب الكلدانيين الذين كانوا يتنبأون بحياة الإنسان ويستخرجونها من تاريخ ميلاده (عن شيشرون في *De divinatione* الثاني ٤٢ و ٨٧) ولكننا لا نستطيع أن نستخلص من ذلك أن القواعد الكلدانية كانت قد تأخرت إذ ذلك . ويقال لهذباناتيوس الرودسي (في النصف الثاني من القرن الثاني قبل الميلاد) رد النجامة ولم يقبلها ، ولنا أن نفترض أن معاصره ابرخس (في النصف الثاني من القرن الثاني قبل الميلاد) هذا حذوه . فن ذا الذي اخترع قواعد الطوالع ؟ إن أقدم كتاب موجود في علم النجوم هو *Tetrabiblos* المنسوب إلى بطلميوس (في النصف الأول من القرن الثاني) ولا يزال المنجمون في عصرنا هذا يستعملونه . (Isis, 35, 181 (1944) .

(٨٢) مقال في نشأ دور الأيام السبعة وتطورها ، كتبه Francis Henry Colson

(133 pp.; Cambridge, 1926)

وقد ذاع دور الأيام السبعة بطريقة غير رسمية في الإمبراطورية الرومانية قبيل الميلاد ، وذيعه بعد ذلك شيئاً فشيئاً في سائر أنحاء العالم بعد - بعد نظام انكسور العشرية - حالة من أروع حالات التقاء الثقافات ، لم يدبره أحد ، بل وقع وكفى . راجع أيضاً كتاب «أصل الأسبوع الكوكبي» أو «الأسبوع الكوكبي في المؤلفات العبرية» تأليف (Proc. Am. Acad. Jewish Research 18, 213-254) Solomon Gandz (1949)