

نظرية الأرقام وإسهامات الرياضيات العربية^(*)

^(*) نشر بمجلة العلوم الاجتماعية والإنسانية — الهيئة القومية للبحث العلمي ، العدد 12 ، سنة 2004 ف

يثير مجال " فلسفة الرياضة " العديد من التساؤلات عند أغلب الناس ، ومنهم إختصاصيون ، على درجة عالية من الإتقان الرياضي ، إلى الحد الذي يخلطون فيه ، ما بين الرياضيات وفلسفة الرياضة . وربما يعود ذلك إلى أننا في دراسة موضوعات الرياضة ، نجد أنفسنا إزاء موقفين أو اتجاهين . اتجاه تركيبي متصاعد ، يسعى إلى المزيد من الإضافات والتراكيب وهذه هي الرياضيات العادية . أما الاتجاه الآخر ، فهو تحليلي ، يتجه نحو الأسس ، ويبحث عن أكثر الأفكار الرياضية تجريداً وبساطة ومنطقية ، وهو فلسفة الرياضة . حيث البحث عن أبسط وأعم الأفكار ، والتي تساعدنا على فهم واستيعاب ، إنجازات الرياضة العادية وتوسيع معلوماتنا ومداركنا حولها ، كما تمكننا في بعض الحالات ، من بناء أنساق رياضية جديدة . كما يعود الخلط إلى عدم التحديد القاطع ، ما بين المجالين . فقد يحدث أن تكون موضوعات الرياضة العادية ، من ضمن مجال فلسفة الرياضة . وكذلك يمكن أن تكون موضوعات فلسفة الرياضة ، من ضمن الرياضيات العادية . إذن كيف يمكن أن نحدد بدقة ، موضوعات كل من الرياضة العادية وموضوعات فلسفة الرياضة ؟!

وللإجابة عن هذا السؤال وتحديد موضوع ومجال كل منهما ، علينا في البداية أن نقرر أن الخلاف لم يكن أبداً موضوعياً ،

إنما هو خلاف منهجي في الأساس . فهو كما يقول رسل يـكمن في الحالة الذهنية التي يكون عليها الباحث . فالـيونان – مثلاً – عندما تجاوزوا القواعد التجريبية ، التي وضعها المصريون القدماء لقياس الأرض ، إلى النظريات العامة التي أمكن بها تبرير تلك القواعد . إنما كانوا يشتغلون بالفلسفة الرياضية . وعندما وصلوا إلى وضع بديهيات ومصادرات ، أصبح استخدامها في الاستنباط ، كما نجد ذلك عن (اقليدس) مما يدخل في الرياضة بمعناها العادي⁽¹⁾ .

فإذا ما تقدمنا خطوة أخرى ، فإننا لا ندرس اتجاه الحالة الذهنية ، بل ستخضع هذه الحالة نفسها للدراسة . أي بمعنى آخر ، ما الذي يجعل هذا الإنجاز الرياضي أمراً ممكناً؟! .. ما هي أسسه وما هي أدواته؟! وهل الإنجاز مبرر؟! أي يمتلك الصياغة النظرية والاستخدام؟! .

فأساس الحالة الذهنية ، هي الذهنية ذاتها . وهذه تتحدد من مجمل الأفكار الثقافية والاجتماعية والنفسية وربما الاقتصادية . فاقليدس حينما كان يسعى ، بصورة ذكية مثيرة ، إلى بناء هندسي متكامل . ركز أساساً على تحديد المفاهيم كتعريفات . تم وضع بديهيات

(1) يرترا ندرسل " مقدمة للفلسفة الرياضية " ترجمة محمد مرسى محمد وأحمد فواد الـاهواني مؤسسة سجل العرب القاهرة 1980 ص 5 .

ومصادرات فإذا قمنا بتحليل هذه البديهيات والمصادرات ، فلن يكون غريباً إذا اكتشفنا أن اقليدس مثله مثل غيره ، من الناس والعلماء ، يخضع للأفكار والمبادئ السائدة في ثقافة مجتمعه . حتى وإن لم يكن على وعي أو دراية بها . ولو وجد اقليدس في بيئة مختلفة عن بيئته لاختلّت أفكاره ومواقفه ومنهجه وهندسته كلها .

للبرهنه على هذا الذي قلناه فإن بناء اقليدس الهندسي نفسه ، خير مثال على ذلك ، فقد وضع اقليدس ، تعريفات وبديهيات ومصادرات ، واستخدمها في البرهنه على نظرياته في الجزء الأول من كتابه " الأصول " إلا أن اللافت للنظر ، أنه لم يستخدم المصادر الخامسة من مصادراته وهي مصادرة المتوازات وقد حاول — على استحياء — استخدمها لأول مرة ، وآخر مرة في البرهنه على النظرية (19) من كتاب الأصول ، إلا أنه ثبت بعد ذلك أن استخدمه هذا لم يكن ضرورياً ، أي كان يمكن البرهنه على هذه النظرية ، دون استخدام المصادر الخامسة كما فعل في باقي مصادراته⁽¹⁾ .

هذا يعني ، إن اقليدس نفسه ، كان على وعي ، بمشكلة هذه المصادر ولكن ابتداء من الرياضيات العربية ، قامت عدة محاولات لحل تناقضها مع بقية المصادر . إلا خطأ هؤلاء كان في اعتقادهم بصحة بنیان اقليدس . وصحة مصادراته لذلك حاولوا إصلاحها ،

(1) انظر هاشم الطيار ويحيى سعيد " موجز تاريخ الرياضيات " جامعة الموصل ، 1977 ، ص 103 .

عن طريق مبرهنات عرفت " بالمتكافئات " مع استخدام برهان الخلف ، وهذا استخدام ذكي وأصيل . إلا أنه لم يقدر إلى نتيجة حاسمة في هذا الصدد ؛ لأن محاولتهم كانت محصورة داخل نظام الهندسة الاقليدية ، ولم يتم الحل إلا في وقت قريب نسبياً ، بعد تقدم العلم والمنطق ، حيث اكتشف أنظمة هندسية جديدة مختلفة ، أطلق عليها الهندسات اللاقليدية .

ولم تكن مشكلة المصادرة نتيجة لخطأ رياضي صرف . إنما كان أساساً خطأ فلسفياً ، أي في الأساس الذي قامت عليه الهندسة الاقليدية . فقد تبين أن كل البديهيات تتحدث عن كون محدود ونهائي الامتداد ، وهذا رأي اقليدس واليونان عموماً أما المصادرة الخامسة فهي تتحدث عن كون لا متناه في امتداده ، لهذا كان تناقضها مع بقية البديهيات والمصادرات ، بل ومع الأسس الفلسفية للفكر اليوناني ، الذي يمثله اقليدس كأفضل ما يكون .

في ضوء ذلك ، نستطيع أن نقول أن الفكر الرياضي ، هو جزء من ثقافة وبيئة الإنسان — متأثراً ومؤثراً — فكما يدخل هذا الفكر في الصيد والزراعة والبناء والحرب والتسلية ، فإن هذه الأشياء تؤثر أيضاً في الفكر الرياضي . يقول " فنجشتاين " إن الرياضيات لم تكن من خلق العقل فحسب بل أنها متأثرة بثقافة العصر الذي تطورت

فيه . وحقيقتها تعتمد على الجنس البشري كإدراك اللون واللغة⁽¹⁾ وهو المعني الذي قرره " الكندي " حيث قال : إن الناس وصلوا إليها بجهدهم وحيلتهم⁽²⁾ .

ففي علم كلي التجريد ، فإن ذهنية الباحث تقوم بدور أساسي وحاسم ، وهذه الذهنية تتشكل وفقاً لمعطيات البيئة الثقافية والدينية والنفسية لمجتمع ما . وهذا ليس عيباً لا للرياضيات ولا للرياضي ، إنما على العكس من ذلك تماماً ، فهي تعطي للعلم وللباحث قيمة قصوى ، في ظل أسس وأنساق مجتمعه وحضارته وليس المقصود هنا الرياضيات العادية ، إنما الإشارة إلى الأساس الفلسفي للرياضيات ، وهذا شيء يختلف عن كونه مجرد دراسة أعداد ورموز ، فهي نشاط عقلي وفاعلية ذهنية ومناهج في التفكير ، قادرة على الاستخلاص والتعميم ، ووضعها في صور رياضية تحكمها علاقات منطقية .

ولأن الرياضيات نشاط إنساني ، فقد خضعت مثلها مثل غيرها من الأنشطة ، لتطورات كبيرة . ومقارنة سريعة بين معلومات القدماء الرياضية ، وبين معلومات أي طفل في مدرسة ابتدائية اليوم ، يبين لنا إلى أي مدى تطورت الرياضيات ، فما بالك بعلماء

(1) موريس كلاين الرياضيات والبحث عن المعرفة ترجمة سمير ياسين يوسف الثقافة بغداد 1987 ص 215 .

(2) الكندي " كتاب الكندي إلى المعتصم بالله - في الفلسفة الولي " تحقيق أحمد فواد الأهواي - دار الكتب

العربية القاهرة 1948 ص 90

الرياضيات اليوم ، أي أن الرياضيات لا تختلف ، من حيث الأساس الفلسفي ، عن بقية أفكار الإنسان ، كفكرة الزواج والحرب والزراعة . فكلما تقدم التاريخ بالإنسان ازداد علماً وقدرة ، مما يعني مزيداً من التطور والتقدم من تلك الأفكار الفجائية البدائية ، إلى أن أصبحت على ما هي عليه الآن . ولم تكن الرياضيات استثناء من أي نوع .

وكدليل واضح على ما سبق ذكره ، فإننا سنقوم بدراسة نظرية الأرقام ، وإلى أي مدى كان تأثير الأفكار الفلسفية والثقافية والدينية ، وتحديد مجالها وأسلوب برهنتها سواء عند اليونان أو عند المسلمين أو في الرياضيات المعاصرة .

نظرية الأرقام :—

تعرف هذه النظرية في الكتابات العربية بنظرية العدد . وهذا خطأ . لان العدد هو حساب أي يعد الأشياء . أما الرقم ، فهو رمز يشير إلى مجموع معين ، فالرموز من (0) إلى (9) هي أرقام . أما ما عداها فهو عدد ، لأنه يحمل إضافة رمزين رقميين أو أكثر (11) عدد لأن صورته ، مكونة من تكرار رقم (1) صحيح أن العدد (11) يشير إلى مجموعة محددة من العدد . وليست مجرد تكرار رقم فقط إلا أنه وبغض النظر عن المعدود ، هو إضافة

لشكل الرمز ، أي هي عملية عد . فالأرقام ، هي الرموز التي نقوم
عن طريقها بالعد ، وهي عشرة رموز .

كذلك يختلف الرقم عن الإحصاء . فالفعل " أحصى " ،
أي عد بواسطة الحصى أو الحجر الإحصاء لصيق بالأعداد والعد ،
ولا تقتصر هذه الصلة على اللغة العربية وحدها ، إنما نجدها كذلك
في لغات أخرى فالفعل CALCUER باللغة الفرنسية
CALCULATE بالإنجليزية يعنى العد بواسطة الأحجار الصغيرة
CALAULRE وهي كلمة لاتينية معناها الأحجار الصغيرة⁽¹⁾ .

فالمقصود هنا إذن هو دراسة الأرقام ، وهي في رأينا التسمية
الصحيحة لهذه النظرية . وخلافاً لما نقوم به نحن الآن في عملياتنا
الحسابية ، من حيث استخدام الرموز الرقمية للقيام بعملية العد ،
فإن ظهور عمليات العد سابقة عن اكتشاف الرموز ، حيث استقرت
كتابة الأعداد وبصفة نهائية ابتداء من الرياضيات العربية ، خصوصاً
بعد اكتشاف واستخدام الرمز العاشر وهو الصفر ، الذي كان أجمل
وأنبأ هدية قدمتها الحضارة العربية في هذا المجال .

فما هي نظرية الأرقام إذن :-

(1) انظر هاشم الطيار موجز تاريخ الرياضيات ص 31 .

أن أكثر الأشياء ألفة سواء عند الرياضي أو الإنسان العادي ، هي سلسلة الأرقام الطبيعية (1 ، 2 ، 3 ، 9) بالإضافة إلى الصفر . إلا أن ما هو مألوف ، فهو غير مفهوم . فما هو الصفر ؟ ... وما هو الواحد ؟ هذه الأسئلة البسيطة والمألوفة ، ما كانت لتخطر على بال وتفكير القدماء ، ليس لصعوبتها بل لأنه ليس هناك مبرر لطرح هذه الأسئلة . فالإنسان لم يصل إلى وضع سلسلة الأرقام الطبيعية ، إلا بعد مراحل طويلة جداً ، من تقدم حضاراته وعلومه . ففي المراحل الأولى من تاريخه ، كان لا يستطيع أن يكتشف أن ثمة علاقة ما بين زوج من الطيور . وزوج الأيام وبين رقم (2) والأخير هو رمز لفئة أو لمجموعة الحالات الزوجية للطيور والأيام ، لأن ذلك يتطلب درجة عالية من التجريد ، لم يكن الإنسان قبل الآن مؤهلاً⁽¹⁾ لها . وربما تقدم العلم والتقنيات والمفاهيم سيجعلنا ، في مستقبل الأيام ، أكثر قدرة للوصول إلى أفكار أكثر أولية وألفة ، من سلسلة الأرقام الطبيعية .

إلى أن يأتي ذلك الوقت ، علينا الآن دراسة وتحليل نظرية الأرقام ، عبر مراحلها المختلفة في الحضارات التي استطاعت تشييد بناءات رياضية ذات قيمة ، خصوصاً اليونان والعرب ثم في الرياضيات المعاصرة .

(1) رسل المقدمة للفلسفة الرياضية ص 7 .

أولاً اليونان :- نجح علماء اليونان ، من تحويل القواعد التجريبية في الحضارات الشرقية ، إلى نظريات عامة . وبناء أنساق منطقية عالية المستوي ، مقارنة بما كان قبلهم — هذه البناءات والأنساق تعتمد على تناسقها الخارجي ، وتماسكها الداخلي . فقد تميزت الرياضيات اليونانية ، وكذلك المنطق ، بالبناء المحكم المترابط المتسلسل في خطوات محددة . مما يعنى امتلاكهم قدرة تأملية ، وإحكام منطقي . وقد أدى بهم ذلك ، إلى أن يسبغوا على الأشكال ، جمالاً عقلياً . لقد كان العقل الإغريقي يجد تفسيراً مقنعاً في افتراض أن النجوم والكواكب تتحرك في أشكال هندسية كاملة . فقد كان هذا العقل يرى أن للعالم كمالاً ينتظر من يشرحه . لهذا اعتبروا ، لكي يكون الشرح مقنعاً ، أن موضوعات الرياضيات كانت عقلية لها وجودها الموضوعي المستقل .

الموضوعات الرياضية قائمة بذاتها ، وهي موضوعات جميلة ، ومتناسقة وجمال وتناسق الشكل أو الموضع الرياضي ، يكون في ذاته ، لا كما هو مرسوم على الورق ، أو ما هو موجود في ذهن الرياضي . وكل ما يمكن أن نفعله حيال هذه الموضوعات ، هو تأملها فقط ، حتى يمكن الإحساس بجمالها وتناسقها . ومهما كانت مقدرة وإتقان الرياضي في رسم الأشكال ، إلا أنها ليست هي الأشكال بذاتها ، وأن كانت تساعدنا في تكوين فكرة أو تصور عن هذه

الأشكال ، التي هي خالدة وكلية التجريد . فهي الحقيقة بذاتها . ومعرفتها تكون عن طريق التأمل فقط .

وبالتأمل ترتفع النفس وتسمو عن حقيقتها الظلية ، إلى رؤية الأشياء بذاتها . فتكتسب هذه النفس بعض صفاتها ، بقدر صفاء وقوة رؤيتها الحدسية عندها . ترتفع عن الواقع المتغير وتسمو عن المخلوقات الفانية ، إلى الحقيقة الخالدة الثابتة ، أي الحقيقة بذاتها .

هذه هي الصورة العامة ، لخصائص الفكر اليوناني ، التي يتفق فيها الرياضيون اليونان مع بعض الاختلافات في التفاصيل عند كل واحد منهم . وهذا يؤكد إلى أي حد كيف كان تأثير الأفكار السائدة في المجتمع اليوناني عليهم ، وعلى تراكيبيهم وبراهينهم . فما يحمله تفكيرهم ومناهجهم من خصائص ، كان متوافقاً ومنسجماً ، مع مجمل الأفكار التي كانت سائدة في حضارتهم

1 - فيثاغورث :— يشار إلى فيثاغورث أو مدرسته ، على أنه أول من بحث من اليونان في الرياضيات ، بطريقة جديّة . فقد استطاع أفرادها " علماً نافعا في العلوم منقحاً للخاطر منتجاً للفكر ⁽¹⁾ " إلا أن الرياضيات عنده لم تتفصل عن الميتافيزيقا ، فقد استخدمها كأداة للتعبير عن أفكاره ورؤاه الفلسفية . فهي عنده وسيلة

(1) الشهرزوي (شمس الدين) نزهة الأرواح في روضة الأفراح — تاريخ الحكماء تحقيق محمد على أبو ريان دار المعرفة الجامعية . الإسكندرية 1993 ص 441 .

لتنقية الروح ، وتفسير ماهية العالم . هذا يعني أن الرياضيات هي العالم الحقيقي والوجود الحقيقي . وبذلك اتخذت الرياضيات بعدا وجوديا ، وأصبح البحث فيها يخص الانطولوجيا .

رغم أن هذا يمثل عيباً أو انتكاسه ابستمولوجية ، إلا أنها وعلى صعيد آخر ، تمثل فكرة ذات قيمة ، وهي اختزال كثرة وتعددية الموجودات الطبيعية ، وتفسيرها تفسيراً رياضياً . أي صياغة العالم بما فيه ، صياغة نظرية ، وبذلك يمكن البحث عن حقائق الأشياء من خلال الأعداد ، ولكن لما كانت فكرته غير ناضجة أو واضحة تماماً عن ماهية الأعداد ، نجده يلجئ إلى ربطها بالأساطير والخرافات والسحر .

هذا الالتجاء أو الحيلة ، لم تكن مبررة . ورغم ما يقال عن تطور فكر فيثاغورث الرياضي ، أو مدرسته ، إلا أن القضية لم تتغير إلا شكلياً . فقد بدأ بالأعداد تم تركها إلى الأشكال الهندسية ، فإن هذه الأشكال ، لم تكن تدرس لذاتها ، رغم أنها معبأة بالأفكار الميتافيزيقية والسحرية ، إلا أنها تعبر عن أرقام ، حيث يتخذ كل شكل أرقاماً محددة . فالأرقام أولاً وأخيراً ، هي التي تكمن فيها حقيقة الشيء .

THE REALTY OF THING CONSISTS IN NUMBER

وربما هذا ما دعي أفلاطون — رغم تأثره بالرياضيات الفيثاغورية ، إلى اتهام الفيثاغورين ، بأنهم حاولوا اكتشاف أرقام التناسقات ، لكنهم

لم يتوصلوا إلى معرفة الطبيعة التتاسقية للأرقام . (1) وهذا يبدو في غاية الوضوح ، لأن غرض فيثاغورت أو مدرسته ، لم يكن رياضياً في الأساس الأول ، فالرياضيات عنده ، كانت وسيلة أو منهج للوصول إلى حقائق الأشياء ، رغم إنها عنده ليست هي حقائق الأشياء .

لهذا فإن الانتقال من الأعداد إلى الأشكال ، لم تكن بدوافع تطور فكر فيثاغورت الرياضي أو بدافع منهجي ، إنما كان التحول إلى الأشكال ، بعد ما صادفتهم مشكلة الأعداد الصماء ، التي لم يستطيعوا فهمها أو تفسيرها ، إلى درجة وصفوها بأنه " كارثة " أو " فضيحة " لا يجوز البوح بها . فأصبحت سرّاً غامضاً . مثل بعض أفكار الأخرى لهذه المدرسة . فإذا ما فكر أي فرد من هذه المدرسة كشف هذا السر ، وجب عليه الانتحار .

ومن الأفكار الخرافية والأسطورية والسحرية للرياضيات . هو أن الواحد عندهم تحول إلى نقطة ، والاثنين إلى خط ، والثلاثة إلى مثلث ، والأربعة إلى مجسم . ومجموع هذه الأشكال عشرة ، التي كما يقول اشبنجلر — تجمل أفكاراً عديدة . مثل العقم والانسجام والانفراد والتولد⁽¹⁾ والواحد يشير إلى الذكر ، والاثنين إلى الانثى ،

(1) مورس كلاين الرياضيات والبحث عن المعرفة ص 69 .

والثلاثة إلى التكاثر . كما أن العلاقات (+ -) تشير إلى الاستهواء الجنسي .

رغم ذلك ، فإن فيثاغورث أو مدرسته ، فتح باب الرياضيات على مصراعيه ، وكان الخطوة الأولى في البحث الرياضي وتعميقه ، بصورة أكثر جدية ممن سبقه ، وهو في ذلك كان مسائراً لتطور المفاهيم العلمية ، التي بدأ اليونان يسعون نحوها سعياً حثيثاً . أي كان متوافقاً مع حركة مجتمعه الثقافية والعلمية .

أما نظرياته ، فإن أهميتها لا تكمن في عمقها أو دقة تحليلاتها ، بل في الارتباط الوثيق الذي ربطه بين مفاهيم العدد والامتداد . ففي هذه المرحلة ، لا يزال العدد مرتبطاً بالمكان ، ويشير إلى معدوداته ، على نحو مباشر ، ولا يختلف عن النقطة في الشكل الهندسي .

2 - أفلاطون :- الرياضيات عند أفلاطون ، حقائق أولية سابقة كل تفكير وصيغ غير مستنبطة من التجربة ، وهي من صنع الذهن لا من حيث سبب وجودها ، إنما من حيث الوعي بها ، الذي لا يكون عن طريق البرهان أو التجربة ، لكن عن طريق الحدس وهو أساساً حدساً بالتعريفات .

إن الوعي بالرياضيات أو اكتشافها ومعرفتها ، جعلت أفلاطون يستخدمها منهجياً ، في بيان وتفسير وعرض فلسفته بشكل أكثر

مرونة وإحكاما. فقد رأي ما تمثله من قيمة منهجية قصوى خصوصا في عبور الهوة أو الفجوة ، التي وضحت في فلسفته، من قسمة العالم إلى قسمين. عالم الثبوت والخلود ، وهو عالم المثل حيث الحقيقة بالذات والخلود بالذات والجمال بالذات . والعالم الآخر، هو عالم الأشياء الواقعية، وهو عالم ناقص وزائف ومتغير، لذلك فهو عالم غير حقيقي .

فالنفس كانت تعيش في عالم المثل ، تم ارتبطت بالبدن في العالم الحسي ، ولأن المعرفة لا تتفصل عن موضوعها ، فإن النفس تدرك الكثرة والتغير في العالم الحسي . ولما كان ذلك لا يكفي لتكون المعرفة الحقيقية ، لذلك تتوارد على النفس الذكريات ، فتكون حافزا لها لطلب المزيد من المعرفة ، إلى أن تصل إلى عالم الحقائق . وهو عالم ، كما قلنا ، كانت تعيش فيه قبل ارتباطها بالبدن . هذا الطريق ، الذي تقطعه النفس إلى عالم الحقائق . ثم رجوعها منه ، هو ما يسميه أفلاطون بالجدل .

والجدل هو أحد جوانب المنهج الرياضي الذي استخدمه أفلاطون ببراعة. وقد اعتقد البعض أن أفلاطون استخدم الحقائق الرياضية . في الوصول إلى عالمه الحقيقي ، إلا أن ذلك غير صحيح لأن الحقائق الرياضية غير المنهج الرياضي. وهذه تفرقة حاسمة بين المنهج والموضوع فالحقائق الرياضية، كموضوع

لا تأتي عن طريق الاستدلال العقلي ، ولا عن طريق التجربة ، لأنها ببساطة، سابقة عن كل استدلال . وعن كل تجربة . وأما المنهج فهو الوعي أو الاكتشاف الذي يتم عن طريق المعرفة العقلية المباشرة (الحدس) . الذي يعني اكتشاف ما في العقل من حقائق . وليس على المرء الا الالتفات . إلى ما في عقله ، ليكشف هذه الحقائق .

إن فالرياضيات ، كمنهج هي دليله ربما الوحيد، في عبور الهوة ما بين عالم المثل والعالم الحسي . صعودا وهبوطا . فهي أداة أو وسيلة الانتقال ما بين العالمين ، وهي في الوقت ذاته لا تقرر وجود الأشياء ، إلا ما يلزم من المبادئ الرياضية الأولية وعن طريق إقرار هذه المبادئ ، يتم اكتشاف أو تذكر الحقائق بالذات ، فهي ليست مطلبا في ذاتها، فالانتقال من المثلث الواقعي المرسوم على الورق مهما كانت دقته إلى المثلث الحقيقي يفترض ، منها غير مرتبط بالتجربة. أي لا بد أن يكون سابقا عن كل تجربة . كما أنه ليس حقيقة مطلوبة في ذاتها ، لأنها بذلك تحتاج إلى منهج للوصول إليها .

فالرياضي ، حينما يرسم مثلثا ، يدرك إن الذي يرسمه ما هو إلا صورة عن الشكل الكامل للمثلث لذلك فإن رسمه، مهما كانت دقته ، سيكون ناقصا. أما عند البرهنة على هذا المثلث فإن

ذهنه يكون منصرفاً إلى المثلث بالذات ، ويحاول بقدر الامكان الاقتراب منه . وبتكرار المحاولات فإن الرياضي يمارس تدريجياً عقلياً ، للوصول إلى الحقائق الثابتة الخالدة .

إن الحل الذي قدمه أفلاطون ، لعبور الفجوة أو الهوة ، ما بين عالم المثل والعالم الحسي عن طريق تقديمه للرياضيات كمنهج مستقل عن كل معرفة برهانية أو تجريبية ، تعتبر حلاً على درجة عالية من الجدارة . فهو بهذا الحل ، كان قد وضع الأساس الذهني للرياضيات اليونانية . أعني تحديد دور الرياضيات ، وما تحمله من امكانات هائلة للوصول إلى الحقائق ، عن طريق التحديد والتعريف لخطوات العمل الرياضي . وقد اكتسبت هذه الخطوة أهميتها القصوى ، حينما ظهرت بشكل واضح في أعمال الرياضيين اللاحقين ، أمثال ارشميدس واقليدس وغيرهما.

كانت فكرة التحديد والتعريف ، التي قدمها أفلاطون ، تعتبر أساسية وجوهرية في الرياضيات. فتعريف الأرقام أو الأشكال الهندسية ، يعني أن هذه الأرقام والأشكال ، تحوز على خصائص وشروط لأبد من توافرها ، لكي يكون الرقم رقماً محدداً . والشكل شكلاً محدداً ، بل يمكن القول بأن فلسفة أفلاطون الرياضية ، هي فلسفة تعريفات ، خصوصاً وأن الحقائق الرياضية هي في الأساس تعريفات ، وعن طريقها يتم البناء الرياضي ،

أما منهجيا فيمكن استخدام الجدل كصورة من صور البرهان الرياضي ، لأدراك الحقائق يكون من حيث العلاقات ، لا من حيث وجودها أو عدم وجودها .

هنا عند أفلاطون – كما عند غيره ، نجد تأثير البيئة الثقافية عليه. فالرياضيات تمارس لذاتها . وهي غير مكتسبة من التجربة ، ولا عن طريق البرهان . إنما هي حقائق أولية يمكن الحدس بمعرفتها وتأملها . فالرياضيات الحقة ليست تلك التي توضع لخدمة التجار في الأسواق كما أن الأشكال الهندسية الواقعية، ليست هي الأشكال الحقة ، فالشكل الهندسي الحق هو الذي يكون في عالم المثل ، أما ما يوجد من أشكال ، فهي زائفة تقلد مثالها ويكون الشكل أكثر صحة بقدر قربه من مثالة . ويكون أكثر زيفا بقدر بعده عن مثاله .

أفلاطون – وفيثاغورث قبله – يمثلان مرحلة التحول الرياضي ، من الأرقام إلى الأشكال . التي سوف تستقر بصورة نهائية ، عند اقليدس ، وكانت بداية هذا التحول ، حينما أضفوا على الأرقام طابعا سحريا أسطوريا . ولأن معلوماتهم الرياضية ، لم تكن كافية لمعالجة مشاكل ومفاهيم ، على درجة عالية من التعقيد ، فمثلا حينما صادفوا مشكلة " الاعداد الصماء " صعقوا . ولم يكن في إمكانهم إلا وصف هذه المشكلة ، بأنها " كارثة " أو " فضحية "

لذلك اضطروا إلى الالتجاء إلى الفضاء ، ليستمدوا منه العون في دراسة العدد ، لأنهم اعتقدوا ، بأن كل فكرة واضحة عن العدد ، تقضي رؤية في الفضاء .

انتقد البعض هذا الموقف . ورأي في ذلك تناقضا واضحا في العقلية اليونانية ، إلا أن هذا النقد غير صحيح ، لأن العقلية اليونانية ، عقلية ثنائية في الأساس ، فمثلا الأعداد موجودة قريبة منهم ، الا أنهم أحالوها إلى كائنات ميتافيزيقية وأعطوها أبعاداً سحرية وأسطورية ، يمكن أن تعقل . وحينما ظهرت مشكلة " الأعداد الصماء " اكتشفوا بعض الحقائق ، التي لم تكن لتخطر على بالهم ، ولم يستطيعوا فهمها أو تعقلها. فهي غير قابلة للفهم ، وفوق ذلك ، فهي غير منطقية. فأطلقوا عليها اسم الأعداد اللا عقلية **Irrational Numbers** وتحولوا من الرقم إلى الشكل الهندسي ، لأن العقلية اليونانية ، ترى أن تناسق الصورة وجمالها، مطلباً ملحا وضروريا. أي لابد أن تتوفر في الرياضيات ، القدرة على إقناع العين والعقل أو كما يقول "بوترو " الرغبة في جمال الموضوع مع الرغبة في جمال الوسيلة . ويتحقق هذا المطلب في الهندسة ، لذلك ليس هناك تناقض في هذا التحول ، لأن العقلية اليونانية هي أساسا عقلية ثنائية .

أقليدس :-

رغم الشكوك الكثيرة ، التي أثّرت حول مؤلف أهم كتاب هندسي عرفته البشرية ، واستمر تأثيره لأكثر من ألفى عام . وهو كتاب " الأصول " أو " الأركان " أو " العناصر " إلا أنه من المعتاد نسبة هذا الكتاب لأقليدس . وفي هذا يقول جون كيمنى إن الهندسة مرتبطة في أذهاننا أكثر بالعالم الإغريقي القديم أقليدس EUCLID الذي يعد أول من قام بدرسه نسقية لهذا الموضوع⁽¹⁾ فقد جمع المعارف الرياضية المعروفة إلى وقته ، ونسّقها في مجموعات ونظريات ، تتبثق من مجموعة محددة من البديهيات والمصادرات ، عن طريق التسلسل والترتيب المنطقي .

في الأصول ، نستطيع أن نري بوضوح، تأثيرات كل من أفلاطون أرسطو فقد بني أقليدس عمله الرائع ، على أساس من تحليلات أرسطو المنطقية وتعريفات وتحديدات أفلاطون ، خصوصا في المبادئ اليقينية . كالتعريفات والبديهيات والمصادرات وهي مبادئ واضحة بذاتها ولا تحتاج إلى برهان ، إنما يجب التسليم بصدقها، لكي يتم بناء العلم . أطلق عليها "اللامبرهنات " وهي خطوة أولى ضرورية .

وقد اختلف مع أرسطو ، حول إمكانية البرهنة عن هذه المبادئ ، فأرسطو كان يري أنه بالأمكان البرهنة عنها في علم أعلى

(1) جون كيمي الفيلسوف والعلم ، ترجمة الشريف ، المؤسسة الوطنية للنشر بيروت 1965 ، ص 45 .

من الرياضيات ، وهي الميتافيزيقا . أما اقليدس فلا شيء من ذلك ، فالتعريفات والبديهيات المصادرات ، لا تحتاج إلى برهان في أي علم ، حتى أن كان هذا العلم ، هو الميتافيزيقا نفسها، فهذه المبادئ واضحة وهي غير معرفة. وفي هذا اقتراب من أفلاطون . وبالفعل فقد أشار البعض إلى نزعة اقليدس الأفلاطونية . والبعض الآخر أطلق عليه " اقليدس الفيثاغوري " وربما يرجع سبب ذلك . إلى اعتماد اقليدس للحدس كمنهج ، مثل أفلاطون .

إلا أنه في الحقيقة ، هناك اختلاف بينهما ، وهو يكمن أساسا في أولوية ودرجة هذا الحدس . فإذا كان عند أفلاطون ضروريا لرؤية الأشكال بالذات ، فهو عند أقليدس يأتي بعد البرهان المنطقي (الرياضي) .

المطلوب في البناء الهندسي — الرياضي عموما ، ليس البرهنة عن هذه المبادئ ، إنما أن تكون الاستنتاجات المبنية عليها صحيحة وسليمة فالعلم ، لكي يقوم فإنه يحتاج لقيامه إلى نقطة بدء ، أي أسس ومبادئ يبدأ منها برهان قضائاه ونظريات⁽¹⁾ فالنظرية تكون صحيحة إذا كان البرهان يسير في تسلسل منطقي سليم غير متناقض تحكمه تعريفاته ومصادراته . ما يهمنا هنا ،

(1) محمد ثابت الفندى " فلسفة الرياضة " دار النهضة العربية ، بيروت 1969 ص 46 .

هو الإشارة إلى أن اقليدس كان مثالا واضحا ، لخصائص الروح والعقلية اليونانية ، التي لا تهتم إلا بجمال الموضوع الرياضي وتناسقه من حيث هو شكل كامل وتام والابتعاد عن مسائل الواقع ، وما تثيره من صعوبات ، فالعقل اليوناني ، يتناول البسيط المعقول المترابط بشكل متناغم ، حيث يظهر جماله وانسجابه ، بعيدا عن الواقع الخشن ، فكانت أرقام فيثاغورت وأشكالها ومثل أفلاطون ، ومنطق أرسطو وهندسة اقليدس ، أمثلة ساطعة لهذه العقلية .

فهؤلاء جميعا ، متناسقون مع نظرة اليونان حيث يظهر التعلق الشديد بالعقل وأساليبه ، ونبذ الواقع ، بل احتقاره . فالرياضيات الحقة ، ليست تلك التي توضع في خدمه التجار في البيع والشراء . لأن هذا شغل الباعة في الأسواق ، وليست جديرة بالبحث والدراسة ، لهذا نفهم لماذا التفت اقليدس إلى خادمه ، حينما سألته تلميذه عن جدوى دراسة الأشكال الهندسية ، فطلب من الخادم أن يعطي هذا التلميذ نقودا ، لطالما يريد التكسب بالعلم ، لأن نظرة اقليدس واليونان عامة هي أن العلم الحق لا يخضع لمتطلبات الحياة اليومية . فالعلم متعة في ذاته . ويمارس لذاته . فإذا كانت هناك بعض الشروط ، فهذه الشروط لا تحددها المنافع المادية أولا تتبثق عن الرغبات الحسية ، إنما تحددها اشتراطات العلم ذاته .

هذه هي الأطر العامة للرياضيات اليونانية ، بينا فيها تأثير الآراء والأفكار في بعض الفلاسفة والعلماء ، فمعرفة الصلة أو الأساس الذي تبني عليه الرياضيات ، أي أسس وفلسفة الرياضيات، يمنحنا الفرصة في إرجاع الأفكار والمبادئ ، التي تقوم عليها النظريات الرياضية ، إلى أصولها الأولى . ومحاولة ربطها مع مجمل الخصائص الثقافية لليونان ، حتى يمكن تحديد ومعرفة الكيفية ، الذي تمت بها الاستنتاجات في أنساق واضحة ، حتى خرجت على النحو الذي عرفناه عنها .

لكن الرياضيات اليونانية ، لم تكن هي الرياضيات الوحيدة التي عرفتها البشرية فهناك رياضات مختلفة عنهم في المنهج وفي الموضوع ، إلا أن الإنسان العادي ، وأحيانا الرياضي المدرب ، يشك في أن تكون للرياضيات ألوانا مختلفة . فالموضوع الرياضي ، من النظرة العادية هو واحد ، ولا يختلف بحسب الجنس أو الموقع أو البيئة وهذا صحيح ولا يستطيع أي شخص إنكاره ، وذلك في حاله نظرنا إلى الرياضيات باعتبارها أعدادا وعمليات حسابية إجرائية فرقم (1) هو سواء على الأرض أو على المريخ . كما أن العمليات (+ -) تستخدم في أفريقيا كما تستخدم في القطب الشمالي . كل هذا صحيح ، طالما نتكلم عن الرياضيات العادية ، ولكن حينما نتكلم عن الأسس فهنا يمكن أن يكون الاختلاف .

فالمقصود بالعبارة رياضيات يونانية ورياضات عربية ، هو في حقيقته البحث عن المبادئ العامة، التي تجعل قيام العمليات الإجرائية ممكنة ، أي الأسس العقلية التي قامت عليها العلامات (+-) أي الحديث عن الأفكار والمبادئ العامة . التي تجعل فكرة أو إنجازا ما يبدو ، على هذا النحو وليس على نحو غيره .

وبتحليل هذه الفكرة . من زاوية أخرى ، عن طريق السؤال التالي : هل العلم الرياضي و احد ..؟ هذا سؤال " غامض فهو يفترض " وحدة العلم الرياضي ولا يفرق بين الموضوع الرياضي والمنهج الرياضي — أما السؤال هل تطورت الرياضيات ؟ وكيف تم ذلك ؟ هو سؤال يمكن الإجابة عنه عن طريق إيراد الأمثلة والشواهد والبراهين ، كما لا يفترض التطور في حضارات مختلفة فقط بل يمكن إيجاد هذا التطور داخل الحضارة الواحدة. فالجبر ، مثلاً الذي ابتكره الخوارزمي تطور عند البوزجاني واكتسب صورته النهائية عند الخيام . هنا نحن أمام أدلة مؤيدة بالبراهين وهو عكس السؤال الأول ، الذي يتحدد وفقاً لموقف الشخص وعقائده ، ولا يملك دليلاً حاسماً عليه سوى موقفه فقط .

فإذا ما بحثنا عن تطور الفكر الرياضي في حضارات مختلفة ، أي البحث عن الأسس والمبادئ والأفكار، التي جاءت بها فمن المعروف أن لكل حضارة خصوصيتها ومنهجها الخاص بها .

وعن طريق المنهج يمكن توليد واستنتاج المئات آلاف من الأفكار الرياضية ، وبناء العديد من الأنساق التي تتلاءم معها وفى ذات الوقت ، لا يلغى ما سبقه من إنجازات رياضية بل يدرسها ويفهمها ويستوعبها ، عن طريق عقد الصلات والمقارنات ، يمكن إدخالها ضمن أنساق المنهج الجديد ومن ثم تصبح تنتمي إليه ، مع عدم إغفال أصوله الأولى التي لا يمكن أن تنكر . إلا أنه ، بحكم التطور تتناسى هذه الأصول الأولى ولا تذكر في الغالب ، فإذا عثر عليها ، انهالت الاتهامات والانتقادات على هذا الفكر ، والرياضيات العربية مثلاً على ذلك .

الرياضيات العربية :-

رأينا فيما سبق ، إلى أي حد كانت الأفكار والمبادئ العامة ، التي تحملها الحضارة اليونانية ، يمتد نفوذها على عقول أكبر فلاسفتها ، وهذا ليس عيباً في حد ذاته بل ، على العكس تماماً ، فهي صورة حيوية تدل على قدرة غير عادية ، بل إلهامية ، لأن الذي يجعل الفيلسوف أو العالم عظيماً هو أن يكون أميناً في نقل ملامح وخصائص وعبقورية حضارته ، هكذا كان فيثاغورث وأفلاطون وأرسطو وأقليدس . تماماً ، مثل الخوارزمي والبوزجاني والطوسي والبتاني والكاشي وغيرهم في الحضارة الإسلامية .

حينما جاء الإسلام بمبادئه الراسخة والعميقة ، أحداث تغييرات جذرية ، في بنية الإنسان الدينية والاجتماعية والعلمية . وحدد طريقة التعامل مع كافة البيئات المحيطة بالإنسان ، مما أنعكس بصورة واضحة على العلماء وإنجازاتهم ، كذلك لم يبلغ إسهامات الشعوب السابقة ، سواء كانت شرقية أو يونانية ، فقد حث العلماء على البحث وتحصيل المعرفة في أي مكان ، دون خوف أو حساسية . وبالفعل كان الإطلاع على التراث السابق واسعاً وعظيماً ، وقد تمكن العلماء من فهم هذا التراث واستيعابه ، مما ساعدهم من إصلاح وتعديل وتجاوز ، ما تم إنجازهم في الحضارات السابقة .

ففي المجال الرياضي — مثلاً — نحن نعلم أن اليونان اتجهوا نحو التأمل النظري المجرد ، وكان هذا من وجهة نظرهم — هو مفهوم العلم الحقيقي وعن طريق هذا التأمل يتم الوصول إلى القوانين الكلية ، وتصبح معرفة هذه القوانين غاية في ذاتها . أما العيان التجريبي فهو وإن كان موضوع معرفة ، إلا أنها معرفة وهمية لا يعتد بها ، كما أنها لا توصلنا إلى قوانين عامة . لأنها مجزأة متغيرة ، وحتى اللحظات الخاطفة ، التي ظهر فيها بعض الاهتمام بالعيان التجريبي ، كانت لحظات ضئيلة الأهمية وغير كافية ، خصوصاً ، وأنها أظهرت الواقع في صورة متبذلة علمياً ، كما هو الشأن مع السوفسطائيين .

لا شيء من ذلك في الرياضيات العربية ، فقد تغيرت الصورة على نحو حاسم ، فالقوانين لم تعد غاية في ذاتها ، وأن كانت هدف العلم . فالغاية هي ما يتحقق عن طريق التطبيق الواضح ، والملاءمة مع الواقع فالسعي للوصول إلى القوانين ، تقوده منهجياً ، الرغبة في تطبيقها . كما أن التطبيق يتطلب قوانين عامة تفسره وتبرره عن طريق الاستقصاء والتعداد والتجريب ، لما هو موجود بالفعل . وبمعني آخر ، كان هدف علماء الرياضيات العرب ، استيعاب ما هو قائم وتحليله وتصنيفه ، ووضعه في صورة قوانين ، لأن هدف العلم ، هنا ، هو تفسير الموجودات المتعددة ، وإدراكها عياناً ، تم تفسير العلاقات التي تربطها ، في صورة صيغ ومعادلات وعلاقات رياضية .

كان أساس النظرة الإسلامية للعلم الرياضي وقوانينه ، هو الإدراك بأن الرياضيات علم إنساني ، وليست أفكاراً مفارقة تعيش في عالم المثل ، بل هي كما يقول الكندي : علم إنساني وصل إليه الناس بجهدهم وحيلتهم⁽¹⁾ فهي ليست بعيدة ولا منفصلة عن حياة الإنسان ، بل أن الإنسان هو الذي وصل إلى القوانين الرياضية ، والرياضيات عموماً . عن طريق مراقبة الواقع وفهمه ووضع التفسير المناسب ، في صيغ رياضية . لهذا فإن الرياضيات تتطور بتطور

(1) الكندي كتاب إلى المعتصم بالله ص 90 .

الإنسان وعلومه ، من ناحية أولى . أما من ناحية أخرى فإن الرياضيات هي وليدة بيئة الإنسان وثقافته وتتشكل معه سلباً وإيجاباً .

من هنا كانت مهمة الرياضيات العرب ، هي دراسة العلوم الرياضية السابقة . ومراجعتها في ضوء ما تم الوصول إليه ، ثم تقديمها في صورة جديدة ، بمناهج جديدة . بحيث تكون قادرة على حل كافة المسائل المطروحة ، القديمة والجديدة . فقد جاءت مسائل ومستصعبات على درجة كبيرة من التعقيد الرياضي ، بحيث ظهرت الرياضيات والمعلومات الرياضية السابقة غير كافية لحل مثل هذه المسائل المستصعبات ، فقد اضطّر علماء الرياضيات العرب ، إلى إعادة قراءة التراث السابق ، تحت وطأة البحث عن حلول لهذه المسائل . فكانت نتيجة ذلك أن خرجوا في حالات كثيرة ، بوضع بدائل أكثر سلامة وصحة . بل الوصول إلى حقائق أولية غيرت المفهوم الرياضي لديهم . مثل مفهوم الوحدة الرياضية ، والرقم ، والكسور الاعشارية ، وغيرها . أي تأسس جديد للرياضيات تحمل خصائص محددة في الموضوع وفي المناهج .

الموضوع الرياضي (الوحدة الرياضية) :-

من الأمور التي أصبحت معروفة الآن ، إن الرياضيات اليونانية لم تكن هي النموذج المعياري ، الذي تسعى إليه الرياضيات العربية . فلكل فكر رياضي خصائصه المميزة له ، فكما تمايزت الرياضيات

اليونانية عن الرياضيات الشرقية ، كذلك تميزت الرياضيات العربية عن اليونانية . وهذا يرجع أساساً إلى أن كل حضارة دفعت بتصوراتها وأفكارها في أسس الرياضيات . ورغم أن هذا الأمر في غاية الوضوح ، إلا أن الغالبية الساحقة من مؤرخي العلم ، لم يفتنوا ، أو لم يهتموا بذلك إزاء الرياضيات العربية . فهم مثلاً حينما يتحدثون عن تاريخ الرياضيات ، يقولون رياضيات مصرية ، ورياضيات بابلية ، ورياضيات يونانية ، وحينما يتناولون الرياضيات العربية يقولون بأن الرياضيات العربية يونانية ؟ .

وبعيداً عن الرد على مثل هذه الأقوال ، فإن الحقيقة الساطعة إن الرياضيات العربية اختطت لنفسها نهجاً مخالفاً للمنهج اليوناني ، وذلك بتأثير من الثقافة الإسلامية التي لا تميز بين النظر والعمل ، والعقل واليد . أما اليونان فقد كانوا أهل ثقافة نظرية تأملية ، واجتنبوا الجانب العملي إلى حد الاحتقار ، لأنهم كانوا يسعون بكل جد ، إلى بناء النظريات العامة بعيداً عن الواقع وأحداثه وأشخاصه . أما الرياضيات العربية ، حتى وأن تأثرت باليونان في قسمة الرياضيات إلى جانبيين ؛ عملي ونظري . إلا أن هذا التقسيم كان منهجياً ، ولا يؤدي إلى اعتبار أننا بصدد علمين منفصلين ، فهما في التحليل النهائي علم واحد ، بل أن العلم الرياضي لا يكون علماً ،

إلا بالجانبين معا . وبذلك ارتقوا بالواقع وما تجرى فيه من أحداث ، واعتباره علماً بالقدر نفسه الذي يمثله الجانب النظري .

أما بالنسبة للموضوع الرياضي أو الوحدة الرياضية ، فقد خالف التصور الإسلامي تصور اليونان لهذه الوحدة . فاليونان يعتبرون أن الوحدة الرياضية ، هي ماهيات مستقلة وكاملة . على غرار المثل الافلاطونية . أما التصور الإسلامي ، فيري أن وحدة الموضوع الرياضي تكمن في عمومية العمليات العقلية ، وليست في عمومية الوحدات الرياضية . سواء كانت خطوطاً هندسية أو أرقاماً عديدة⁽¹⁾.

هذا التصور ، لم تتم صياغته النهائية دفعة واحدة منذ البداية ، فالوصول إلى الصياغة المتكاملة احتاجت إلى وقت طويل . وتطلبت جهود علماء على درجة عالية من التفوق الرياضي ، وإلى ابتكار العديد من النظريات ، التي ساعدت في تحديد مفهوم الموضوع الرياضي وصياغته . وفي فلسفة الرياضة لا يمكن قبول أي فكرة ، مهما كانت واضحة إلى درجة البدهة أو قريبة من أذهاننا إلى درجة الألفة ، لا تثير لدينا أية تساؤلات ، ولأن ما هو قريب وبسيط ، بالمعنى الرياضي ، هو قي حقيقته ، معبأ بالأفكار التي ما كانت تخطر على بالنا . وفي هذا المجال فإن التصور الإسلامي عن الموضوع الرياضي ، اسقط الإطار الانطولوجي لوحده ، وإحلال

(1) أحمد فؤاد التراث العلمي للحضارة الإسلامية دار المعارف مصر 1983 ص 64 .

الإطار الأبستمولوجي ؛ عن طريق التقرير بأن الموضوع الرياضي ، هو عمومية العمليات الرياضية وليست الكائنات الرياضية .

إن الوصول إلى هذا التصور ، كان لابد أن يسبقه ابتكار العديد من النظريات ، التي تستند على أسس ومبادئ ، ستكون هي ذاتها ، أسس ومبادئ هذا التصور . فكانت فكرة المرتبة العددية ونظرية التقريب ونظرية التناسب . أما العامل الحاسم في بناء التصور الإسلامي ، عن الموضوع الرياضي فيرجع إلى ابتكارين على درجة عالية من الأهمية وهما .

ابتكار الجبر :-

إن ابتكار الجبر . لا يعني فقط إيجاد علم جديد له موضوعه ومجاله وطرقه : بل هو إعلان واضح عن مميزات وخصائص العقلية الرياضية العربية . فهو يعنى مجيء التحليل العقلي التجريدي . الذي يجبرن بواسطة الإيجدبات العددية ، كل حرف يمكن أن يحرك الموضوع المرقم بالعدد الصحيح . الذي يرمز إليه . وذلك بواسطة جمع العناصر الكسرية التي يؤدي جمعها إلى أعطاء هذا العدد الصحيح⁽¹⁾ والعدد الصحيح هو وحدة بنحو من الانحاء . إلا أنها في حقيقتها وحدة من نوع جديد . فلم تعد وحدة ميثافيزيقية .

(1) تاتون تاريخ العلوم العام 454 .

ذات إطار انطولوجي تكون العمومية فيها هي عمومية الكائنات الرياضية . بل هي وحدة ذات إطار ابستمولوجي . تسمد العمومية من عمومية العمليات الرياضية . القائمة أساساً لحل مشاكل واقعية بالغة الصعوبة . كما هو الحال في المواريث ، الذي كان الدافع المباشر وراء ابتكار الجبر .

الكسور العشرية :-

أما عن ابتكار الكسور العشرية (الاعشارية) فإنه ابتداء من الخوارزمي كان علماء الرياضيات العرب ، على دراية كاملة بقصور الكسور الاعتيادية عن التعبير الدقيق في العمليات الرياضية . لهذا حاولوا إيجاد بدائل من أنظمة كسرية أخرى ، تكون أكثر دقة في التعبير . فكان الالتجاء إلى الحساب الستيني " طريق المنجمين " الذي تحتوي الوحدة فيه على ستين درجة لكن هذا الاستخدام لم يكن كافياً ودقيقاً . لذلك فأن أهمية اكتشاف الكسور العشرية ، هنا إنما تكمن في ان الكسر لم يعد ينظر إليه على أنه جزء من الوحدة ، مهما كانت صغيرة ، وإنما أصبح ينظر إليه ، على أساس أنه علاقة بين أعداد ، وهي علاقة تمتد إلى ما لا نهاية وعن طريق التناسب والتقريب والمرتبة العددية ، خصوصاً بعد اكتشاف (الصفر) تمت صياغة نظام كسري جديد ، يستند على مفهوم العلاقة المتواصلة بين الاعداد ، سلباً وإيجاباً وقد انعكس كل ذلك على مفهوم الوحدة

الرياضية ، فأصبحت في الرياضيات العربية ، علاقة تستمد وحدتها وعموميتها من عمومية العلاقة ذاتها .

من الارثماطيقا إلى اللوجسطقا :-

في بداية النهضة العلمية ، في الحضارة الإسلامية أخذ العرب يبحثون في الارثماطيقا وهو مصطلح يوناني يطلق على علم أو فلسفة الأرقام ، المعروفة بنظرية " العدد " وهي تدرس الأرقام المفردة والزوجية والتامة والزائدة والناقصة . فهذه الموضوعات وغيرها تدخل في صميم مبحث الارثماطيقا ، كما عرفها اليونان . تدرس الموضوعات النظرية من الأعداد . أما ما يجرى من معاملات البيع والشراء فهي غير جديرة بالدراسة ، لأنها شغل الباعة في الأسواق وهذا النوع الاخير هو المعروف باللوغسطقا LOGISTIC . وهو مصطلح معروف عند القدماء ، ويعني الحساب ، وعلى نحو أدق الجداول ذات النفع العملي ، التي يتداولها المساحون والحاسبون قديماً ، ليجدوا فيها نتائج العمليات الحسابية المختلفة جاهزة ومعدة دون تكبد المشقة في إجرائها وهذا النوع لا يعتبر علماً عند اليونان . لذلك انصرفوا عنه إلى الارثماطيقا . أما العلماء العرب لم يهملوا الواقع أو يختصروا المعاملات اليومية " اللوجسطقا عند اليونان " ، بل إن هذا النوع أصبح يمثل فرعاً من فرعين رئيسيين في العلوم العددية ، دون أن يطغي فرع على الآخر ، ورغم أنهم في علم العدد

النظري ، احتفظوا بالمصطلح اليوناني ولم يغيّروه وهو " الارثماطيقا " إلا أنهم عدّلوا مضمون العلم . وقسموا الاعداد إلى أقسام كالموجب والسالب والفرد والزوج . كما كتبوا عن الأعداد التامة والزائدة والناقصة . كذلك الأعداد المتماثلة والمتداخلة والمتوافقة والمتباينة⁽¹⁾ وتعمقوا في دراسة الأعداد المتحابّة . وابتكروا قواعد جديدة لها وأوردوا نماذج كثيرة ، لما يعرف اليوم بالتباديل التوافيق ، وفكرة إخراج المضمرات ، وحساب المتواليات على اختلالها . مما فتح المجال واسعاً أمام الهندسة التحليلية ، وحساب التفاضل والتكامل . واللوغاريتمات . وهو ما أنتجته الرياضيات الحديثة وتوسّعت فيه بشكل جدي ومتقن .

إن كل ما تم إنجازه في الرياضيات العربية في هذا المجال . ما كان ليحدث لو لم يتناول العلماء العرب بالدراسة . لما يعرف باللوجسطيقا . الذي أهمله اليونان وحققوا بذلك هدفين أساسيين :-

- 1 . الارتقاء باللوجسطيقا إلى مرتبة العلم ومكمل للارثماطيقا .
- 2 . الدراسة العميقة لهذا النوع ، منحهم الإمكانية والقدرة على تجديد وتوسيع مضمون الارثماطيقا ، على نحو لم يعرفه

(1) انظر على الدفاع " العلوم الرياضية في الحضارة الإسلامية " دار جون وايلي ، نيويورك 1985 . ص 124

اليونان . بل أن هذا الفهم الجديد ، يمكن مقارنته بما تم إنجازه في عصور حديثة .

مفهوم الواحد :-

إن مفهوم الواحد ، من المفاهيم الأساسية ، ليس في الرياضيات ، بل هو كذلك من الناحية الفكرية والفلسفية . يدلنا على ذلك أنه كان موضع اهتمام ودراسة فلاسفة ومفكرين وعلماء كلام وعلماء لغة ومتصوفة ورياضيين ورغم أن كل فريق أهتم بهذا المفهوم وفقاً لمجاله ، إلا أن الطابع الغالب في هذه الدراسات ، هو الطابع الفلسفي الرياضي .

لذلك حينما تناول علماء الرياضيات العرب ، مفهوم الواحد بالدراسة والبحث . فهم في الحقيقة كانوا يمارسون فلسفة الرياضيات . فالرياضي " العاملي " مثلاً يعرفه بقوله والعدد قيل كمية تطلق على الواحد وما تألف منه يدخل فيه الواحد وقيل نصف مجموع حاشيته فيخرج . وقد يتعلق لإدراجه بشمول حاشية الكسر والحق أنه ليس بعدد وإن تألفت منه الأعداد⁽¹⁾ فيكف يؤلف الواحد الأعداد وهو في ذاته ليس بعدد ؟ .

(1) العاملي " خلاصة الحساب " تحقيق جلال شوقي " دار الشروق بيروت 1981 .

لتوضيح هذه الفكرة في الرياضيات العربية . نقول : بأن الواحد عندهم حالة من حالات العدد . وأن ما يطلق عليه الواحد . إنما يكون باشتباه الاسم . ويفرقون بين الواحد الرياضي والواحد الحسابي . ويقصدون بالواحد الرياضي . كما يقول الكندي ، بأنه خال من كل مادة وهيولي ، أي لا يقبل التساوي أو الانقسام . وليس هو فرد ولا زوج لأنه إن كان فرداً يقبل الانقسام إلى قسمين غير متماثلين الوحدانيات ، وأن كان زوجاً فهو ينقسم إلى قسمين متماثلين الوحدانيات فيكون كل قسم واحد⁽¹⁾ لهذا فالواحد الرياضي ، غير قابل للقسمة أو المساواة أو الزيادة والنقصان وذلك بخلاف الواحد الحسابي . الذي يدخل في العمليات الحسابية .

كان لابد لعلماء الرياضات العرب ، من التفريق بين الواحد الرياضي والواحد الحسابي لارتباط مفهوم الواحد بعدة أفكار أساسية ، خصوصاً الألوهية . . فأنه هو الواحد الحق المبدع كل ما أمسك . أما ما يطلق عليه الواحد . فيما عدا الله ، فهو باشتباه الاسم وليس بالطبع⁽²⁾ .

هنا نلاحظ التأثير الديني في فكره رياضية مجردة . فأنه هو الواحد الحق . أما ما عداه فيطلق عليه الواحد باشتباه الاسم وليس

(1) أحمد فواد الالهواني الكندي فيلسوف العرب ص 125 .

(2) أنظر الكندي كتاب الكندي إلى المعتصم بالله دار المعارف مصر 1978 ص 117 .

بالطبع . لذلك لا يجوز أن تجرى على الواحد الحقيقي أو الواحد
بالطبع ، عمليات المساواة وعدم المساواة . الزيادة والنقصان .
أما الواحد الآخر فهو يأخذ الاسم فقط أو هو حالة من حالات العدد .

ماذا يعنى ذلك ؟ ثم كيف نفرّق بين الواحد الرياضي والواحد
الحسابي ؟ هل هما حالة واحد أو لكل منها حالة ؟ وما هو المقصود
بكلمة ومصطلح حالة .

المقصود بمصطلح الحال في الفكر الإسلامي . هي صفة للموجود
لا معدومة ولا موجودة فهي مجرد اعتبارات ذهنية ، أي معان
معقولة وراء العبارات⁽¹⁾ فالحال ليس له تحقق خارجي وإن كان
في الوقت ذاته غير معدوم . فهو ثابت بحيث يكون لا هو ولا غيره ،
ولا يمكن معرفته بانفراده . إنما يعرف مع الذات . والعلم مع الذات ،
لا يعني أنه هو الذات . كما يعني أنه منعزل عنها .

فالحال أو الصفة ، لا تقرر بأن الواحد موجود أو متحقق ،
كما أنها لا تعني بأنه معدوم . فالصفة " الواحد " لا موجودة . لأنه
ليس هناك تحقق لها ، ولأن الله هو الواحد الحقيقي . ولا هي معدومة
باعتبار أن هذه الصفة الواحد تدخل في سلسلة الأرقام والأعداد ،
وهي بهذا الاعتبار ركنا للعدد والقول بأن الواحد هو ركن العدد ،

(1) على سامي النشار مناهج البحث عند مفكري الإسلام دار المعارف مصر 1978 ص 117 .

يعني أننا نستطيع تعريف الأعداد عن طريقه . فمثلاً عدد (2) لأنه مركب (1+1) وكذلك (3) فهو مركب من (1+1+1) أو (2+1) . فعن طريق الواحد نستطيع تعريف باقي الأعداد ، إلا أنه في ذاته غير معرف ، أو من اللا معرفات ، أي المطلوب التسليم بصدقها دون برهان ، وهو إجراء مألوف في العلم وفي الرياضيات .

هذه المبادئ من اللا معرفات ، لا تتنافي مع العلم ، بل هي من صميم العلم . وهذا ما يمكن ملاحظته سواء من خلال أعمال اقليدس ، أو من خلال أعمال رياضي من القرن العشرين هو عالم الرياضيات الإيطالي " بيانو " الذي قدّمه برتراند رسل ، واستفاد من تحديداته وبديهياته ، سواء في المنطق أو في الرياضيات ، خصوصاً في بناء نظرية فلسفيه رياضية اعتبرت نموذجاً للفلسفة وأقصد بها " نظرية الأوصاف " . حيث كانت النتائج التي ترتبت عليها مثيرة للغاية . فقد انهارات الأسس القديمة للرياضيات وتم إرجاع الرياضيات إلى المنطق .

كان هدف بيانو . تقديم تفسيرات صحيحة ومقنعة للأعداد الطبيعية . وبالفعل استطاع ردها إلى أقل وأبسط الأفكار والبديهيات . فكانت الأفكار الأساسية في هذه النظرية هي : الصفر والعدد والتابع . أما البديهيات فهي ⁽¹⁾ .

(1) أنظر ، يابسي خليل " مقدمة في الفلسفة المعاصرة " منشورات الجامعة الليبية بنغازي 1971 ص 88 .

- الصفر عدد .
- الصفر ليس تابعاً لأي عدد .
- التابع لأي عدد هو عدد .
- إذا كان لدينا عدنان . وكان العدد الذي يلي (يتبع) العدد الأول مساوياً للعدد الذي يلي (يتبع) الثاني ، فإن العددين متساويان .
- تكون الصفة منتمية إلى جميع الأعضاء . إذا كانت منتمية للعدد صفر . والتابع لكل عدد له هذه الصفة .

هذه الأفكار والبديهيات ، التي قدمها بيانو غير معرفة . وهو أمر مقصود ، وذلك لان النظام المفروض ، يظل صحيحاً مع اختلاف أي قيمة عددية يمكن أن تفرض من خلاله . وإنه بالإمكان إحلال الأشياء المادية ، أو الحوادث . التي وقعت في خبرتنا ، محل الأعداد ، أو يمكن وضع أشكالاً هندسية أو أي شيء آخر مكانها . وهذا أمر له أهمية قصوى ، إذ أمكن تحديد هذه الأفكار بالاستعانة بالأفكار المنطقية . أي أن ما قدمه بيانو ، لم يكن علماً رياضياً بحثاً ، إنما كان من صميم موضوعات المنطق .

وبتحليل هذه الأفكار الرياضية والمنطقية ، سنجد مثلاً . أن فكرة العدد لا نصل إليها عن طريق العد . ذلك لان العدد ليس هو الكثرة ، أي متكونا من كثرة من الأشياء ، إنما هو تجريد ذهني خالص ، لا علاقة له بالمادة . يقول " رسل " : كثير من الفلاسفة في

محاولاتهم تعريف الرقم إنما هم في الواقع يشتغلون بتعريف الكثرة PLURALIT وهو أمر مختلف . فالرقم هو الخاصية التي تميز الأعداد تماماً ، مثل الإنسان ، فهي الخاصية التي تميز الناس . فالكثرة ليست حالة من الرقم إنما هي حالة لرقم . خاص فثلاثي رجال مثلاً ، حالة للعدد 3 والعدد 3 حالة من الرقم . ولكن الثلاثي ليس حالة للرقم . وهذه المسألة قد تبدو أولية لا يجدر أن تذكر ، ولكنها غابت عن أذهان الفلاسفة ، فيما عدا القليل منهم⁽¹⁾ .

الحقيقة أن ما قدمه رسل هنا ، لم يكن تعريفاً للرقم . فقد ظل تعريف الرقم مجهولاً ، إنما كل ما فعله هو أن قدم وصفاً له . وهذا في حد ذاته عملاً غير يسير . وربما الدافع وراء ذلك هو ما كان قد وصل إليه في كتابه " أصول الرياضيات " من مواقف متناقضة بخصوص تعريفاته للصنف . فمرة يعرفه عن طريق الماصدق ، أي تعريفه عن طريق أفرادهِ . ومرة أخرى يعرفه عن طريق مفهومهِ ، أي كتصور . فإذا ما عرفنا الصنف بأفراده ، فإن مصطلح " صنف " نفسه لازال يدل على تصور ؛ الذي يعني وجود عالم موضوعي مستقل لا نخلقه إنما نكتشفه⁽²⁾ . ويعتمد تعريف الصنف بأفراده . أو التعريف بالماصدق ، على أن كل الأشياء

(1) رسل " مقدمة للفلسفة الرياضية " ص 16 .

(2) انظر ، محمود زيدان المنطق الرمزي نشأته وتطوره دار النهضة العربية بيروت 1979 ص 249 .

التي تجعل قضية ما صادقة . ومن تم تحدد كل دالة قضية صنفاً ، بالرغم من أنه إذا كانت دالة القضية كاذبة دائماً يصبح الصنف فارغاً . بمعنى أن لا يكون له أعضاء . وهو هنا الصفر . فـصنف الصفر لا وجود لإفراد فيه أو أعضاء . الا أن الصنف في ذاته موجود وليس فارغاً .

أياً كان الموقف ، فأن هذين التعريفين . يعطيان لأفراد الصنف الواقعية بينما يظل الصنف نفسه مجرد تصور . فأن كانت له واقعية فأن واقعيته اسكولائية . عند هذا الحد أدرك رسل مازق هذين التعريفين . فنجدته بعد ذلك . قد تحول عن واقعية الصنف . وقرر أن الصنف ليس له وجود في عالم آخر . وبذلك أصبحت كلمة صنف تفهم من خلال السياق .

هذا التحليل الدقيق ، لقضايا الرياضيات وموضوعاتها ، خصوصاً نظرية الأرقام . والذي قدمه فلاسفة معاصرون ، ما كان ليكون على هذا النحو من الدقة المنطقية ، لو لم يكتمل بناء الأداة المستخدمة ، وهي المنطق . وليس المقصود المنطق الأرسطي القديم ، إنما المنطق الرمزي الرياضي . فقد أتاحت التطورات العلمية المذهلة والمثيرة للفلاسفة والرياضيين على حد سواء ، الوصول إلى أفكار أكثر عمقاً ودقة ، وعن أخص خصوصيات الرياضيات . بل أن الرياضيات برمتها أرجعت للمنطق ، إذن فحالة العلم الراهنة .

هي التي سمحت بهذا التطور الأمر الذي لم يكن متوفرا في العصور السابقة .

ففي كل عصر ، أو مرحلة تاريخية ، سادت نوعية معينة من الثقافة ، التي ترتبط بأسس ومبادئ تختلف عن غيرها ، وتعطيها خصوصيتها واختلافها عن غيرها . فقد لاحظنا كيف كانت ثقافة اليونان ، والأسس التي تحكم نظرتهم إلى الأشياء والعالم ، فانعكس ذلك بدوره على الفكر الرياضي . أو بصيغة أخرى إن الفكر الرياضي اليوناني كلن يمثل هذه النظرة ويعبر عنها .

كما أن التحليل الجبري المرن ، الذي تناول به علماء الرياضيات العرب ، القضايا والموضوعات الرياضية ، كان مرتبطاً في الأساس بقضايا المجتمع المقامة على النظرة الإسلامية إلى الكون — فكانت الرياضيات العربية جزء من هذا النسيج المتناسق والمترابط ، ومن تم جاءت إبداعات وابتكارات العلماء ، وفي أعماقهم بداهة الثقافة التي يعيشون في ظلها ، على نحو أو آخر فتناسق الإبداعات في شتى المجالات ، وارتباط انساقها العلمية المنطقي بحيث لا تختلف إلا باختلاف موضوعات العلوم ، وتمايز ميادينها فالتحليل التوافقي والتبادلي ، يرتبط في تقنياته وآليات البرهنة ، مع اكتشاف الكسور العشرية ومع الجبر والرمزية الجبرية ، والتفاضل والتكامل والهندسة

التحليلية واللوغاريتمات . فهذه كلها مشدودة بنسق منطقي متشابه .
وحتى اكتشاف الصفر لا يختلف عن هذا النسق .

العلم الرياضي واحد عند كافة النوع البشري ، ولكن الموضوع الرياضي يختلف من بيئة ثقافية لأخرى . كما أن المنهج هو أيضاً وليد هذه الثقافة أو تلك . أقصد إن النتائج التي يصل إليها علم من العلوم في حضارة ، ليست بالضرورة أن تكون صحيحة صحة مطلقة ولا كاذبة كذباً مطلقاً إنما هي صحيحة أو كاذبة ، وفقاً لأسس هذه الحضارة ومناهجها . أقصد أن الصحة أو الكذب ، يرتبطان بهذه البيئة وطريقة تفكيرها ، وما قدمته من أساليب وآليات وتقنيات فالصحيح يستمر وتستفيد منه حضارة لاحقه . والخاطئ أو الكاذب ، يصبح مجرد موضوع تاريخي محدد بفترة من فترات الزمن ، لا يختلف عن أي حدث تاريخي آخر .

فالحضارة الناشئة ، تأخذ من الحضارات السابقة كل ما هو مفيد بالنسبة إليها . فتستوعب كل الانجازات ، وتضعها في صورة جديدة . تتلاءم مع أسسها ومبادئها . فهذا ما حدث بالنسبة للحضارة اليونانية إزاء حضارات الشرق القديم . كذلك حدث أيضاً مع الحضارة الإسلامية ، وما استعانت به من الحضارات السابقة ، شرقية أو يونانية وهذا أيضاً حدث في الحضارة الأوروبية في بداية نهضتها .

هكذا تقدم العلم وتطور ، فكل حضارة ساهمت بقدر ما ، في تكوين صورة العلم . إلى أن وصل إلى مرحلته الحالية . وصحيح أن العلم له منطقه ومنهجه ، الذي حقق به انجازات مثيرة ومدهشة ، ما كانت لتخطر على بال . إلا أن هذه الدراسة ليست على هذا النحو . كما رأينا فهي تنصب في المقام الأول . على البحث عن المبادئ والأسس العامة . التي تجعل من العلم أمر ممكنا ، وهذه الأسس والمبادئ . قد يشارك الإنسان في وضعها . عن طريق الاستمرار والتفاعل بين الأفكار فتتكون هذه المبادئ العامة الأولية ، وهي التي تقف وراء نظريات العلم ، كما تعطي للعلم مفهومه ومجاله ، وتحدد المنهج الملائم وطرائقه .

وكان هذا بالضبط هدف البحث . وقد استعرضنا علم كلي لتجريد ، وهو الرياضيات ، وفي موضوع من صميم موضوعات الرياضيات وفلسفة الرياضيات ، إلا وهي نظرية الأرقام ، وقد تبين لنا أن الرياضيات . علم إنساني في المقام الأول . ولا تبتعد في الأساس عن كون الإنسان وبيئته فالعقل الإنساني ، ابتكر الرياضيات وطورها . في كل عصر من عصور التاريخ ، فكان كل تطوير ، هو في حقيقة ولادة جديدة لهذا العلم .

المراجع :-

- 1 . برتر اندرسل " مقدمة للفلسفة الرياضية " ترجمة محمد مرسي محمد وأحمد فؤاد الاهواني . مؤسسة سجل العرب القاهرة 1980 .
- 2 . هاشم الطيار ويحيي " موجز تاريخ الرياضيات " دار الكتب جامعة الموصل 1977.
- 3 . موريس كلاين " الرياضيات والبحث عن المعرفة " ترجمة سمير ياسين يوسف " الشؤون الثقافية بغداد 1987 .
- 4 . الكندي " كتاب الكندي إلى المعتصم بالله " في الفلسفة الأولى " تحقيق أحمد فؤاد الاهواني . دار إحياء الكتب العربية القاهرة 1948 .
- 5 . الشهر زوري (شمس الدين) نزهة الأرواح في روضة الأفراح — تاريخ الحكماء " تحقيق محمد على أبو ريان . دار المعرفة الاسكندرية 1993 .
- 6 . اشبنجلر (اسوالد) تدهور الحضارة الغربية جـ 1 ترجمة أحمد الشيباني . مكتبة الحياة بيروت 1964 .
- 7 . رينية تاتون " تاريخ العلوم العام — القديم والوسيط " ترجمة على مقلد المؤسسة الجامعية — بيروت 1988 .
- 8 . الفارابي " إحصاء العلوم " ط 2 تحقيق عثمان أمين دار الفكر المصري القاهرة 1949 .

- 9 . محمد ثابت الفندي " فلسفة الرياضة " دار النهضة العربية .
بيروت 1969 .
- 10 . أحمد فؤاد باشا " التراب العلمي للحضارة الإسلامية " دار المعارف مصر 1983 .
- 11 . محمد ثابت الفندي " أصول المنطق الرياضي " دار المعرفة الجامعية الاسكندرية 1987 .
- 12 . على الدفاع " العلوم الرياضية في الحضارة الإسلامية " دار جون وايلي نيويورك 1985 .
- 13 . العاملي " خلاصة الحساب " تحقيق جلال شوقي . دار الشروق . بيروت 1981 .
- 14 . على سامي النشار " مناهج البحث عند مفكري الإسلام " دار المعارف . مصر 1978 .
- 15 . أحمد فؤاد الالهوانى " الكندي فيلسوف العرب " إعلام العرب (26) المؤسسة المصرية العامة القاهرة .
- 16 . ياسين خليل " مقدمة في الفلسفة المعاصرة " منشورات الجامعة الليبية بنغازي 1971 .
- 17 . محمود زيدان " المنطق الرمزي نشأته وتطوره " دار النهضة العربية بيروت 1979 .