الفصل الثالث

إقليدس السكندرى

حياة إقليدس وأعماله

يعتبر إقليدس (النصف الأول من القرن الثالث قبل الميلاد) من أقدم رجال العلم وأعظمهم ؛ الذين ارتبطوا بالعاصمة الجديدة (الإسكندرية)، فكلنا يعرف اسمه وعمله الرئيسى « أصول الهندسة » . ولكن ليست لدينا معرفة أكيدة عنه . والقليل الذى نعرفه — وهو قليل جداً — مستنتج ، ومن مؤلفات متأخرة النشر . وليس مثل هذا الجهل شاذاً ، ولكنه يتكرر . فيتذكر الإنسان الدكتاتوريين والطغاة والناجحين من الساسة ورجال المال — بعضهم على الأقل — ولكنه ينسى أعظم المصلحين فكم نعرف عن هوميروس وطاليس وفيثاغورس وديمقرطيس . . . ؟ وماذا نعرف عن المهندسين الذين شيدوا كاتدرائيات القرون الوسطى ، وماذا نعلم عن شكسبير ؟ إن أعظم رجال الماضى مجهولون ، حتى ولو وصلتنا أعمالهم وتمتعنا بنعمهم المتعددة .

هذا ولا يعرف محل ميلاد إقليدس ولا تاريخ ميلاده ولا موته . إننا ندعوه بإقليدس السكندرى[١] ، لأن الإسكندرية هى المدينة الوحيدة التى يمكننا أن نربطه بها ونحن نكاد نكون متأكدين . ودعنا الآن نجمع المعلومات التى تسربت إلينا . فمن المحتمل أن يكون قد تعلم فى أثينا ، وإذا كان الأمر كذلك ، فيكون قد تلقى تدريبه الرياضى فى الأكاديمية ، التى كانت مدرسة الرياضيات المبرزة فى القرن الرابع ، وهى الأكاديمية الوحيدة التى تمكن فيها من جمع معلوماته بسهولة . وقد انتقل إلى الإسكندرية ، حينما أصبح من الصعب العمل فى أثينا نتيجة لتغيير ظروف الحرب وللفوضى السياسية ، وهناك ازدهر شأنه زمن بطلميوس الأول وربما الثانى . وتساعدنا القصتان الآتيتان على إظهار شخصيته .

فقد قيل بأن الملك بطلميوس سوتر سأله عما إذا كان للهندسة طريق أقصر من طريق « الأصول »، فأجابه بأنه لا يوجد طريق ملكى للهندسة . قصة ممتازة ، وقد لاتكون صحيحة بالنسبة لإقليدس،ولكن بها صدق أبدى . فالرياضيات « لا تحترم الأشخاص » . والقصة الثانية لا تقل جودة عن السابقة . سأل أحد الأشخاص ممن بدأوا يدرسون الهندسة على إقليدس . بعد أن تعلم النظرية الأولى: ماذا أفيد من تعلم هذه الأشياء ؟ فنادى إقليدس عبده ،وقال له : « أعطه أبولا* ؛ إذ أنه لابد من أن يكسب مما يتعلمه » . ولا يزال يوجد بيننا الآن كثير من البله أمثال تلميذ إقليدس،الذين يحكمون على التربية كما فعل تلميذ إقليدس ، ويريدون أن يحققوا منها مكاسب عاجلة ، وإذا ترك لهم الأمر ، اختفت التربية تماماً .

لقد سجلت كل من القصتين فى وقت متأخر نسبيا ؛ إذ سجل الأولى بركلوس ، وسجل الثانية ستوبايوس ، وقد ازدهر كل منهما فى النصف الثانى من القرن الخامس ، وكلاهما لابأس به ، وقد يكونان صادقين تماماً . وحتى إذا لم يكن الأمر كذلك . فإنهما صورة تقليدية للرجل كما يراه رجال عصره أو يتخيلونه ، والغالبية العظمى من القصص التاريخية كذلك ، وإنها مخلصة إخلاص التصور الشائع .

هل كان إقليدس مرتبطاً بمعهد العلوم ؟ لم يكن ذلك رسمياً ، وإلا لسجلت هذه الحقيقة ، على أنه إذا كان قد ازدهر فى الإسكندرية فلابد أن يكون على معرفة بالمعهد ومكتبته ، وهما قلب الحياة العقلية بكل أشكالها . ولم يكن محتاجاً كرجل رياضيات بحتة — إلى أى معمل[٢] ، وربما نقل معه من بلاد اليونان كل الأوراق الرياضية التى هو فى حاجة إليها . ويمكن أن نفترض أن الطلبة النجباء ينقلون بأنفسهم النصوص المطلوب منهم معرفتها أو يرغبون فى الاحتفاظ بها . وعالم الرياضيات ليس فى حاجة إلى من يعمل معه ، مثل الشعراء ، إنه يقوم منفرداً وبهدوء بأفضل أعماله ، وعلاوة على ذلك . فربما كان إقليدس يقوم بتعليم

* أُبول (Obol) عملة كانت مستخدمة وقتذاك . (المترجم)

بعض التلاميذ إما فى معهد العلوم وإما فى داره . وهذا أمر طبيعى ، كما أكدته إشارة بابوس حين ذكر أن أبوللونيوس البرجى (النصف الثانى من القرن الثالث قبل الميلاد) قد تعلم فى الإسكندرية على يد تلاميذ إقليدس . وقد ساعد هذا على تحديد الوقت الذى وجد فيه إقليدس ، إذ عاش أبوللونيوس من ٢٦٢ تقريباً — ١٩٠ ق . م . وهذا يجعلنا نضع معلم هؤلاء المعلمين فى النصف الأول من القرن الثالث .

لقد كانت معرفتنا بإقليدس قليلة جدا لدرجة أنه خلط بينه وبين رجلين آخرين لمدة طويلة ، أحدهما أكبر منه قليلا ، أما الآخر فهو أصغر منه بدرجة كبيرة ، وقد دأب دارسو العصور الوسطى على تسميته إقليدس الميجارى لأنهم خلطوا بينه وبين الفيلسوف إقليدس الذى كان أحد تلاميذ سقراط (وممن حضروا موت سقراط فى السجن) ، وكان صديقاً لأفلاطون ، ومؤسساً لمدرسة ميجارا . ولقد أيد هذا الخلط الناشرون المبكرون حتى القرن السادس عشر ، وكان أول من صحح الخطأ فى أحد المؤلفات عن إقليدس هو فردريكو كوماندينو فى ترجمته اللاتينية (بيسارو ١٥٧٢) ، أما الخلط الثانى فيقال إنه تسبب من أن ثيون السكندرى (النصف الثانى من القرن الرابع) الذى نشر « الأصول » هو الذى أضاف البرهان . وإذا كان الأمر كذلك كان هو إقليدس الحقيقى ، ويكون الخطأ عميقاً كما ادعى بعضهم أن هوميروس قد تصور الإلياذة ، ولكن المؤلف الحقيقى هو زينودتوس الإفسوسى .

« الأصول » :

إن مقارنتى بهوميروس صادقة من ناحية أخرى ، كما أن كل إنسان يعرف الإلياذة والأوديسا ، كذلك نعرف كلنا « الأصول » من هو هوميروس ؟ إنه مؤلف الإلياذة . من هو إقليدس ؟ إنه مؤلف الأصول .

إننا لا نستطيع أن نعرف هؤلاء الرجال العظام ، ولكننا سعيدو الحظ بدراسة أعمالهم — أفضل ما فيهم — بنفس الدرجة التى تستحقها . دعنا الآن نتأمل

« الأصول » أقدم وأوسع كتاب توصلنا إليه فى الهندسة ، وسرعان ما تحققت أهميته ، ولهذا نقل إلينا النص فى صورته المتكاملة . فهو ينقسم إلى ثلاثة عشر كتاباً يمكن وصف محتوياتها باختصار فيما يلى :

الكتب من ١ — ٦ : هندسة مستوية ؛ فالكتاب الأول ، كتاب أساسى ، ويشمل تعريف المسلمات ، ويتناول المثلثات والمتوازيات ومتوازيات الأضلاع إلخ . ويمكن أن تسمى محتويات الكتاب الثانى «الجبر الهندسى » . أما الكتاب الثالث فمن هندسة الدائرة . والكتاب الرابع يعالج كثيرات الأضلاع المنتظمة . والكتاب الخامس يعالج نظرية جديدة فى النسب المستخدمة فى الكميات التى تعد والكميات التى لاتعد . والكتاب السادس يطبق النظرية على الهندسة المستوية .

الكتب من ٧ — ١٠ : وبها الحساب ونظرية الأعداد. وتعالج هذه الكتب أعداداً من أنواع متعددة ، أولية ، وأولية بالنسبة لبعضها ، والمضاعف المشترك الأصغر ، والأعداد التى تكوّن المتوالية الهندسية ، وهكذا. أما الكتاب العاشر، وهو أعظم ما كتب إقيلدس، وهو مخصص للمستقيمات غير الجذرية ، وهى كل المستقيمات التى يمكن أن تمثل بالعبارة $\sqrt{\sqrt{أ} + \sqrt{ب}}$ حيث أ، ب كميات منطقة فى حين أن $\sqrt{أ}$ ، $\sqrt{ب}$ ما هى إلا جذور صماء ، وكميات لاتعد .

الكتب من ١١ — ١٣ : وتشمل الهندسة الفراغية . فيشبه الكتاب الحادى عشر كثيراً الكتابين الأول والسادس مع امتداده إلى البعد الثالث . أما الكتاب الثانى عشر فيستخدم طريقة الاستفادة فى قياس الدوائر والكرات والأهرام وهكذا . والكتاب الثالث عشر يعالج المجسمات المنتظمة .

إن تأملات أفلاطون الخيالية قد أكسبت نظرية كثيرات السطوح المنتظمة أهمية كبيرة . ومن هنا اعتبر كثير من العلماء أن قمة الهندسة ، هى معرفة « أجسام أفلاطون »(٣) معرفة جيدة . هذا وقد أوحى بروكلوس (النصف الثانى من القرن الخامس) أن إقليدس كان أفلاطونيا ، وأنه قد بنى أثره الهندسى لكى يفسر الأشكال الأفلاطونية . وهذا خطأ واضح . فقد يكون إقليدس أفلاطونيا بالطبع ، ولكنه ربما اتصل بفلسفة أخرى ، بل ربما حرص على أن يتجنب المؤثرات الفلسفية ، وليست نظرية كثيرات السطوح المنتظمة إلا نتيجة طبيعية للهندسة الفراغية ، ومن ثم كان لابد أن تنتهى بها « الأصول » .

هذا وليس من المستغرب أن يوجه القدامى من علماء الهندسة الذين

حاولوا أن يكملوا مجهودات إقليدس ، انتباها خاصا نحو المجسمات المنتظمة، ومهما تكن فكرة إقليدس عن هذه المجسمات خارج نطاق الرياضيات ، فقد كانت أكثر موضوعات الهندسة إغراء بالنسبة للأفلاطونيين الجدد . وإليهم يرجع الفضل فى أن اكتسبت الهندسة معنى عالميا وقيمة دينية .

ولقد أضيف إلى « الأصول » كتابان آخران يعالجان المجسمات المنتظمة . وهما الكتابان الرابع عشر والخامس عشر ، وقد ظهرا فى طبعات عديدة أو فى ترجمات مخطوطة أو مطبوعة . وقد ألف هبسكليس السكندرى ما يسمى بالكتاب الرابع عشر فى بداية القرن الثانى ق . م . وهو كتاب على درجة كبيرة من الجودة . أما الكتاب الثانى وهو « الكتاب الخامس عشر » فهو أحدث كثيراً وأقل منه فى الكَيْف وقد كتبه أحد تلاميذ إيزيدورس المليطى (مهندس أيا صوفيا سنة ٥٣٢ تقريباً) .

ولنعد الآن إلى إقليدس ، وبصفة خاصة إلى عمله الرئيسى فى مجلدات « الأصول » الثلاثة عشر . وإذا ما حاولنا الحكم عليه ، فيجب أن نتجنب خطأين متضادين تكرر الوقوع فيهما : الأول : أن نتحدث عنه كما لو كان مبدع الهندسة أو أباها . لقد سبق لى أن أوضحت عن أبقراط ، الذى يسمى « أبا الطب » ، أنه لايوجد آباء خلاف الله . وإذا ما أخذنا فى الاعتبار مجهودات المصريين والبابليين — كما يجب علينا أن نفعل — كانت « أصول » إقليدس تأملات استمرت أكثر من ألف سنة . وقد يعارض البعض اعتبار إقليدس آبا الهندسة لسبب آخر . ولو سلمنا بأن كثيراً من الاكتشافات قد حدثت قبله ، أفليس هو أول من ربط بين كل معارفه ومعارف الآخرين . كما أنه هو أول من وضع النظريات المعروفة فى ترتيب منطقى قوى ؟ وليست هذه العبارة صحيحة تماماً . فقد برهنت نظريات قبل إقليدس ، وألفت سلاسل من النظريات . وفضلا عن ذلك فقد ألف أبقراط الخيوسى (القرن الخامس قبل الميلاد) « الأصول » . كما ألفها ليون (النصف الأول من القرن الرابع قبل الميلاد) . وأخيراً ألفها ثيوديوس المجنيسى (النصف

الثانى من القرن الرابع قبل الميلاد) . ولقد كان كتاب ثيوديوس ، الذى تحققت معرفة إقليدس به تمام المعرفة قد أعد للأكاديمية ، ومن المحتمل أن يكون شبيهاً له قد استخدم فى الليقيوم ، وعلى أية حال فقد كان أرسطو عارفاً بنظرية يودوكسوس فى النسب وفى طريقة الاستنفاد ، وقد أفاض إقليدس فى الكتابة عنها فى المجلدات الخامس والسادس والثانى عشر من « الأصول » . وبالاختصار سواء أخذنا فى الاعتبار النظريات الخاصة أو الطرق أو الترتيب الذى جاء فى « الأصول » ، فإننا نلاحظ أنه يندر أن يكون إقليدس المخترع الوحيد ، ولكنه حسن كثيراً مما قام به علماء الهندسة الآخرون وعلى نطاق واسع .

والخطأ المضاد هو أن نعتبر إقليدس مؤلفاً لكتب دراسية ، وأنه لم يخترع شيئاً ،وإنما جمع ببساطة كشوف غيره ووضعها فى نظام أفضل. ومن الواضح أن المعلم المعاصر الذى يؤلف كتاباً فى الهندسة لا يمكن اعتباره رياضيا مبتكراً ، وإنما هو مؤلف كتاب مدرسى (وليست هذه التسمية غير مشرفة ، وحتى ولو كان الهدف فى كثير من الأحيان لا يستحق منا عرفاناً بالجميل) ولكن إقليدس لم يكن كذلك .

ويمكن أن يعزى كثير من النظريات فى « الأصول » إلى علماء هندسة سابقين ، وقد نفترض أن إقليدس هو صاحب تلك النظريات التى لم نستطع إرجاعها إلى الآخرين ، وعددها لا بأس به . أما عن الترتيب فيمكن أن نقول بأمان إنه يرجع إلى إقليدس إلى حد كبير . لقد اخترع أثراً لا يقل فى روعته وتناسقه وجماله الداخلى عن البارثنون ، ولكنه لا يقارن به فى درجة تعقيده وقابليته للبقاء .

ويمكن أن نعطى البرهان الكامل لهذه العبارة الجريئة فى فقرات قليلة أو صفحات قليلة . ولكى نقدر غنى « الأصول » وعظمتها ، فيجب على الفرد أن يدرسها فى ترجمة جيدة مثل ترجمة هيث . وليس فى الإمكان الآن أن نقدم هنا أكثر من أن نؤكد نقاطاً قليلة . دعنا نتناول الكتاب الأول الذى يشرح المبادئ الأولى والتعاريف والمسلمات والبديهيات والنظريات والمسائل . وحقا إنه

من الممكن أن يؤلف المرء ما يفضله الآن . ولكن يكاد يكون من غير المصدق منذ ٢٢ قرناً مضت ، أن يقوم أحد بعمل فى مثل جودته .

المسلمات :

إن اختيار إقليدس للمسلمات هو أكثر الأجزاء بعثاً للدهشة هنا . وقد كان أرسطو طبعاً معلم إقليدس فى هذه النواحى ، وقد عنى كثيراً بالمبادئ الرياضية ، كما أرانا أن هذه المسلمات لايمكن تجنبها،ولذلك كنا فى حاجة إلى اختزالها إلى أقل عدد ممكن [٤]، ومع ذلك فقد كان اختيار المسلمات من عمل إقليدس .

ولقد كان اختيار المسلمة الخامسة بصفة خاصة أعظم ما أنتجه إقليدس ، تلك المسلمة التى كان لها الفضل أكثر من أى شىء آخر فى تخليد كلمة « إقليدس » . دعنا نقتبس منطوقها : « إذا قطع مستقيم مستقيمين ، وكان مجموع الزاويتين الداخلتين فى نفس الجانب أقل من قائمتين ، فإن المستقيمين إذا مدا بدون حد يتلاقيان على نفس الجانب الذى تكون فيه الزاويتان أقل من قائمتين »[٥].

قد يقول الشخص المتوسط الذكاء ، إن النظرية ظاهرة ولا تحتاج إلى برهان . . . ولكن الرياضى الأفضل يدرك فوراً الحاجة إلى برهان ، ويحاول أن يعطيه ، ويحتاج الأمر إلى عبقرى خارق للعادة ، لمعرفة أن الأمر يحتاج إلى برهان ، ولكنه مستحيل . ولذلك فلا مفر لنا من وجهة نظر إقليدس ، وعلينا أن نقبله كمسلمة ونستمر فى عملنا .

وإن أفضل طريقة لقياس عبقرية إقليدس ، كما يدل عليها هذا التصميم ، هى أن تختبر نتائجه . والنتيجة الأولى التى تهم إقليدس مباشرة هى الارتباط الذى يدعو إلى الإعجاب « للأصول » . والنتيجة الثانية هى المحاولات التى لا تنتهى التى قام بها رجال الرياضيات لتصحيحه ، وكان الإغريق هم أول من قام بتلك المحاولات أمثال بطلميوس (النصف الأول من القرن الثانى) ،وبركلوس

(النصف الثانى من القرن الخامس) ، واليهودى ليڤى بن جرسون (النصف الأول من القرن الرابع عشر) . وأخيراً رجال الرياضيات « المحدثين » أمثال جون واليس (١٦١٦– ١٧٠٣) والأب اليسوعى جيرولاموساكيرى (١٦٦٧ – ١٧٣٢) من سان ريمو فى كتابه Euclides ab omni naevo vindicatos (١٧٣٣) والعالم السويسرى[٦] يوحنا هينرش لامبرت (١٧٢٨–٧٧) والفرنسى أدريان مارى لجندر . (١٧٥٢– ١٨٣٣) . ومن الممكن أن تطول القائمة إلى حد كبير ، ولكننا نكتفى بهذه الأسماء ، لأنها أسماء رياضيين لامعين ويمثلون أقطاراً عديدة ، حتى منتصف القرن الماضى ، أما النتيجة الثالثة فتتضح بقائمة بديلات المسلمة الخامسة. فقد فكر بعض العباقرة فى أن يتخلصوا من هذه المسلمة ونجحوا فى ذلك ، ولكن على حساب إدخال مسلمة أخرى (بطريقة صريحة أو ضمنية) تعادلها . فمثلا :

إذا قطع مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه يقطع الآخر (بركلوس)

إذا أعطينا شكلا ، فإنه يوجد شكل يشابهه من أية سعة (جون واليس)

من أية نقطة معلومة لا يمكن أن يرسم إلا مستقيم واحد يوازى مستقيماً معلوماً (جون بلايفير) .

يوجد مثلث مجموع زواياه الثلاث يساوى قائمتين (ليجندر)

إذا أعطينا ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة ، فتوجد دائرة تمر بها (ليجندر) .

إذا أمكننى أن أبرهن على أنه يمكن أن يوجد مثلث مستقيم الأضلاع ، مساحته أكبر من أية مساحة ، فإننى أكون فى وضع فيه أبرهن بطريقة حاسمة كل الهندسة (جاوس ١٧٩٩) .

لقد حاول جميع هؤلاء العلماء أن يبرهنوا على أنه لا ضرورة للمسلمة الخامسة إذا قبل المرء مسلمة أخرى تؤدى نفس المهمة . ويلاحظ أن قبول هذه البديلات (تلك التى تحدثنا عنها سابقاً ، وكثيرات غيرها) تزيد من صعوبة تدريس الهندسة ، فضلا عن أن استخدام بعضها يجعلها تبدو مصطنعة جدا ، وقد تنفر صغار الطلبة . ومن الواضح أن العرض البسيط مفضل على العرض الأكثر

صعوبة . وعمل الإطار الممكن تجنبه قد يثبت مهارة المعلم ، ولكنه يظهر أيضاً افتقاره إلى الحس العام . وقد رأى إقليدس بسبب مالديه من عبقرية ضرورة هذه المسلمة واختارلها أبسط أشكالها .

وهناك كثير من علماء الرياضيات كانوا على درجة كبيرة من العمى حتى إنهم رفضوا المسلمة الخامسة دون أن يفطنوا إلى أن غيرها قد حل محلها. لقد قذفوا بمسلمة من الباب لتدخل غيرها من النافذة دون أن يشعروا هم بذلك .

الهندسات اللاإقليدية

والنتيجة الرابعة ، وهى أكثر النتائج أهمية ، هى خلق الهندسات اللا إقليدية ، ولقد سبق أن ذكرنا أسماء أصحاب هذه الهندسة أمثال ساكيرى ولامبرت وجاوس. وكما أنه لايمكن البرهنة على المسلمة الخامسة ، فإننا غير ملزمين بقبولها . ولذلك فدعنا نرفضها بإمعان . وقد كان العالم الروسى نيقولاى إيڤانوفتش لوباتشفسكى (١٧٩٣ — ١٨٥٦) أول من عمل على بناء هندسة جديدة بمسلمة معارضة . فافترض أنه من نقطة ما يمكن رسم أكثر من مستقيم يوازى مستقيماًمعلوماً . أو أن مجموع زوايا المثلث أقل من قائمتين . هذا وقد كشف الترانسلڤانى يانوس بوليا (١٨٠٢ — ١٨٦٠) هندسة لا إقليدية فى مثل هذا التاريخ . وفى وقت متأخر لخص العالم الألمانى برنارد ريمان (١٨٢٦ — ١٨٦٦) ، نوعاً آخر من الهندسة وأتى بفروض جديدة ، علماً بأنه لم يكن على علم بما كتبه لوباتشفسكى وبوليا . ويلاحظ أنه لايوجد فى هندسة ريمان خطوط متوازية ، كما أن مجموع زوايا المثلث أكبر من قائمتين .

وقد أوضح الرياضى الكبير فيلكس كلاين (١٨٤٩ — ١٩٢٥) ما بين هذه الهندسات من علاقات ، فتشير هندسة إقليدس إلى سطح انحناؤه صفر ، حين يشير لوباتشفسكى إلى سفح موجب الانحناء (مثل الكرة) وطبقها ريمان على سطح سالب الانحناء . وبالاختصار يسمى كلاين هندسة إقليدس مكافئية — لأنها نهاية الهندسة الناقصية (هندسة ريمان) من ناحية ، ونهاية الهندسة الزائدية (هندسة لوباتشفسكى) من الناحية الأخرى .

وإنه لمن الحماقة أن نقدر إقليدس لمفاهيمه الهندسية ، ولم تخطر له على بال فكرة هندسة تختلف عن هندسة الحس العام ، ومع ذلك فإنه حينما ذكر المسلمة الخامسة وقف فى مفترق الطرق ، وكان يتمتع ببصيرة علمية فى لاشعوره مذهلة حقا . ولا تجد لهذه البصيرة العلمية مثيلا فى كل تاريخ العلوم .

وليس من الحكمة أن ندعى معرفة كبيرة بإقليدس. وإن تصديره «الأصول» بعدد قليل نسبيا من المسلمات كان رائعا حقا خصوصاً إذا ما أخذنا فى الاعتبار أن ذلك حدث فى ٣٠٠ ق . م . ولكنه لم يستطع ولم يعمل على سبر غور التفكير المبنى على المسلمات أكثر من قدرته على سبر غور تلك التى تخص الهندسة اللا إقليدية ، ومع ذلك فقد كان الجد البعيد لداڤيد هلبرت(١٨٦٢ – ١٩٤٣) كما كان السلف الروحى للوباتشفسكى[٧] .

الجبر :

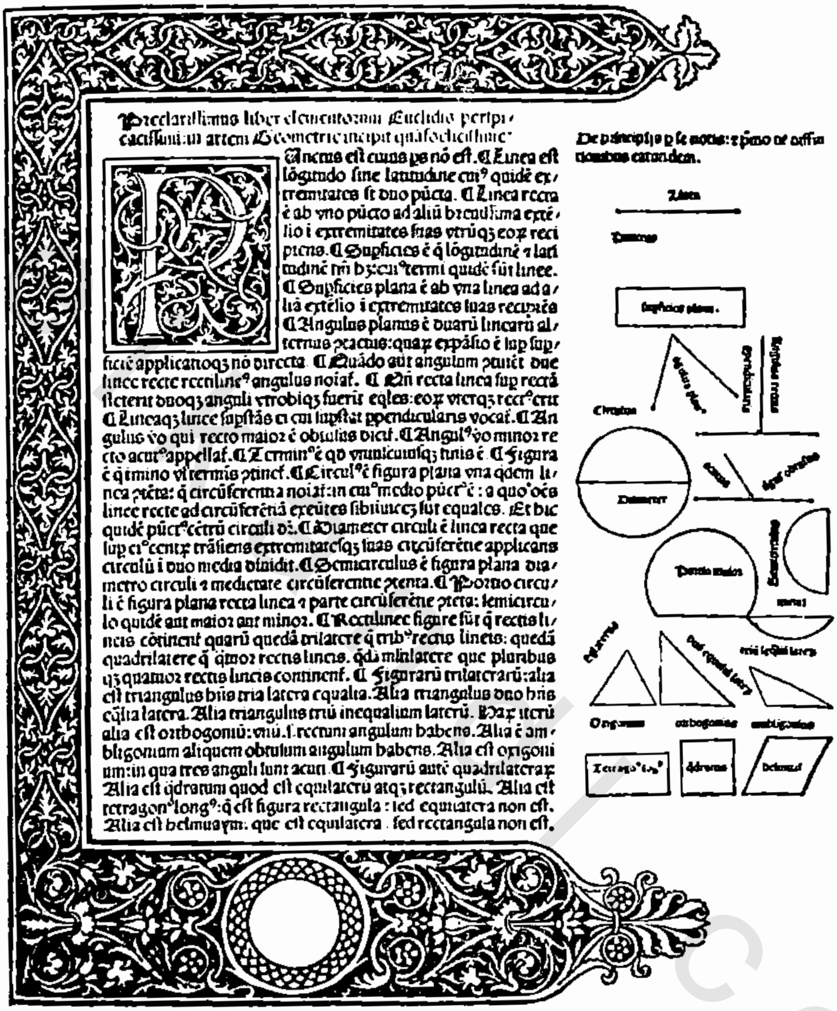
لقد تحدثت كثيراً عن إقليدس عالم الهندسة حتى لم يعد هناك مكان لبيان نواحى عبقريته الأخرى كعالم رياضى وعالم فيزيقى . ولنبدأ بالقول بأن كتاب «الأصول» لم يعالج الهندسة فقط ، وإنما عالج الجبر أيضاً ونظرية الأعداد .

ويمكن أن نطلق على المجلد الثانى كتاباً فى الجبر الهندسى ، فقد ذكرت مسائل الجبر فى قالب هندسى ، وحلت بالطرق الهندسية . ونضرب مثلا لذلك بأن حاصل ضرب أ ، ب قد مثلت بمستطيل طول ضلعيه أ ، ب ، كما أن استخراج المربع قد اختزل إلى إيجاد مربع يساوى مستطيلا معيناً ، وهكذا . وقد برهن قانونا التوزيع والتبادل فى الجبر هندسيا . كما أنه استطاع أن يقدم لنا كثيراً من المتطابقات ، حتى ما كان منها كثير التعقيد ، فى صورة هندسية بحتة . ونضرب مثلا لذلك $٢ (\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}) = (\text{أ} + \text{ب})^{٢} + (\text{أ} - \text{ب})^{٢}$.

ويمكن أن يبدو هذا تأخراً إذا ما قورن بطرق الجبر البابلى ، وقد يعجب المرء كيف حدث هذا ، على أنه ربما كان السبب فى هذا النكوص ، هو طريقة

اليونانيين الفجة فى استخدام الرموز العددية، وكانت معالجة المستقيمات أسهل، من الأعداد اليونانية[٨] .

الكميات غير المُنطَّقة : لم يكن علماء الجبر البابليون على معرفة بالكميات غير المنطقة ، بالرغم من أن المجلد العاشر من الأصول (وهو أكبر المجلدات الثلاثة عشر وأكبر حتى من المجلد الأول) كان مخصصاً لها . ونلاحظ هنا أيضاً أن إقليدس يبنى على أساس أقدم ، ولكنه يونانى بحت . وقد نصدق تلك القصة التى تعزى تعرف الكميات غير المنطقة إلى الفيثاغوريين القدامى . وقد استطاع تايتيتوس (النصف الأول من القرن الرابع قبل الميلاد)صديق أفلاطون أن يعطينا نظرية شاملة لها وللمجسمات المنتظمة الخمسة . وهذا ولا يوجد مثال للعبقرية اليونانية الرياضية (بعكس البابلية) أكثر من نظرية الكميات غير الجذرية كما شرحها هپاسوس الميتاپونتيونى ، تيودوروس البرقاوى ، تايتيتوس الأثينى ، وأخيراً إقليدس[٩] . ومن المستحيل أن نقول كم يرجع من الكتاب العاشر إلى تايتيتوس الأثينى ، وكم يرجع إلى إقليدس نفسه . والحق أننا مجبرون على اعتبار هذا الكتاب جزءاً أساسياً من الأصول دون النظر إلى أصله . وهو ينقسم إلى ثلاثة أجزاء يصدر كل منها بمجموعة من التعاريف . ويلاحظ أن عدداً من النظريات تعالج الجذور الصماء بصفة عامة ولكن القسم الأكبر يبحث الكميات غير المنطقة المركبة، والتى يمكن تمثيلها بالرموز $\sqrt{\sqrt{أ} \pm \sqrt{ب}}$ حيث أ، ب كميات تعد ، بينما $\sqrt{أ}$ ، $\sqrt{ب}$ كميات لاتعد ، وقد قسمت هذه الكميات غير المنطقة تقسيما صحيحاً إلى ٢٥ نوعاً . نوقش كل منها على حدة . ولما كان إقليدس لم يستخدم الرموز الجبرية ، فقد اصطنع التمثيل الهندسى لهذه الكميات وكانت مناقشته لها هندسية . لقد نال المجلد العاشر كثيراً من الإعجاب ، وعلى الأخص رجال الرياضيات العرب ، ومازال إنتاجاً عظيما ولكنه لا يستخدم عمليا ،لأن مثل هذه المناقشات ، وهذا التصنيف ، لا قيمة لها من وجهة نظر الجبر الحديث .



Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspi-
cacissimi: in artem Geometrie incipit quã foelicissime:
Punctus est cuius ps nõ est. Linea est
lõgitudo sine latitudine cui⁹ quidẽ ex-
tremitates sũt duo pũcta. Linea recta
ẽ ab vno pũcto ad aliũ breuissima extẽ-
sio i extremitates suas vtrũqz eoꝝ reci-
piens. Supficies ẽ q̃ lõgitudinẽ & lati-
tudinẽ tm̃ hꝫ: cui⁹ termi quidẽ sũt linee.
Supficies plana ẽ ab vna linea ad a-
liã extẽsio i extremitates suas recipiẽs
Angulus planus ẽ duarũ linearũ al-
ternus ɔtactus: quaꝝ expãsio ẽ sup sup-
ficiẽ applicatioqz nõ directa. Quãdo aũt angulum ɔtinẽt due
linee recte rectiline⁹ angulus noiaẗ. Qñ recta linea sup rectã
steterit duoqz anguli vtrobiqz fuerit eq̃les: eoꝝ vterqz rect⁹ erit
Lineaqz linee supstãs ei cui supstat ppendicularis vocaẗ. An-
gulus vo qui recto maior ẽ obtusus dicit. Angul⁹ vo minor re-
cto acut⁹ appellaẗ. Termin⁹ ẽ qd vniuscuiusqz finis ẽ. Figura
ẽ q̃ termino vl terminis ɔtinet. Circul⁹ ẽ figura plana vna qdem li-
nea ɔtẽta: q̃ circũferentia noiaẗ: in cui⁹ medio pũct⁹ ẽ: a quo oẽs
linee recte ad circũferẽtiã exeũtes sibiinuicẽ sũt equales. Et hic
quidẽ pũct⁹ cẽtrũ circuli dr̃. Diameter circuli ẽ linea recta que
sup ei⁹ centꝝ trãsiens extremitatesqz suas circũferẽtie applicans
circulũ i duo media diuidit. Semicirculus ẽ figura plana dia-
metro circuli & medietate circũferentie ɔtẽta. Portio circu-
li ẽ figura plana recta linea & parte circũferẽtie ɔtẽta: semicircu-
lo quidẽ aut maior aut minor. Rectilinee figure sũt q̃ rectis li-
neis cõtinent quarũ quedã trilatere q̃ trib⁹ rectis lineis: quedã
quadrilatere q̃ q̃tuor rectis lineis. q̃dã mltilatere que pluribus
qz quatuor rectis lineis continent. Figurarũ trilaterarũ: alia
est triangulus hñs tria latera equalia. Alia triangulus duo hñs
eq̃lia latera. Alia triangulus triũ inequalium laterũ. Haꝝ iterũ
alia est orthogoniũ: vnũ .f. rectum angulum habens. Alia ẽ am-
bligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigoni-
um: in qua tres anguli sunt acuti. Figurarũ autẽ quadrilateraꝝ
Alia est q̃dratum quod est equilaterũ atqz rectangulũ. Alia est
tetragon⁹ long⁹: q̃ est figura rectangula: sed equilatera non est.
Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.

شكل ٧ – الطبعة الأولى لإقليدس فى أية لغة . ترجمة من اللغة العربية إلى اللاتينية راجعها جيوفانى كمبانو (البندقية : راندلف ١٤٨٢) ، والصفحة الأولى من النص الحقيقى فى نسخة هارفارد . سارتون « أوزيريس » ٥ ، ١٠٢ ، ١٣٠ – ١٣١ (١٩٣٨) وقد تضمنت صورة طبق الأصل من نفس صحيفة « الأصول » (المجلد ٣ نظريات ١٠ – ١٢) فى الطبعتين الأصليتين ١٤٨٢ ، ١٤٩١ (كليب ٣٨٣) .


Euclidis Megarensis acutissimi mathematici elementorum liber primus ex traditione Theonis Bartholameo Zaberto Vene. interprete icipit aue foelici.

Diffinitio prima.

[S]ignum est cuius pars nulla.

Diffinitio.ii.

L inea uero longitudo illatabilis.

Diffinitio.iii.

L ineæ autem limites sunt signa.

Diffinitio.iiii.

R ecta linea ē quæ ex æquo sua interiacet signa.

Diffinitio.v.

S uperficies est quæ longitudinem latitudinemque tantum habet.

Diffinitio.vi.

S uperficiei extrema sunt lineæ.

Diffinitio.vii.

P lana superficies est quæ ex æquali suas interiacet lineas.

Diffinitio.viii.

P lanus angulus ē: duarū linearum in plano se se tangentium: & non in directo iacentium ad alterutram inclinatio.

Diffinitio.ix.

Q uando autem quæ angulū continent lineæ rectæ fuerint: rectilineus angulus nuncupatur.

Diffinitio.x.

C um uero recta linea super rectam consistens lineam utrobiq; angulos æquales ad inuicem fecerit: rectus est uterq; æqualium angulorum: & quæ supstat recta linea perpēdicularis uocitatur super quā stetent.

Diffinitio.xi.

O btusus angulus maior est recto.

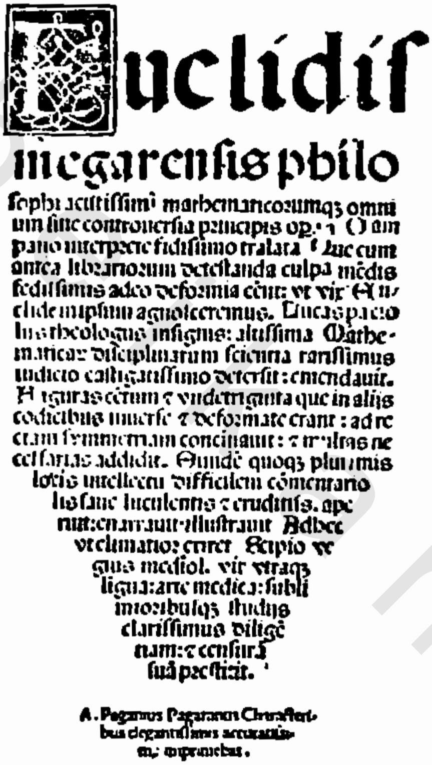
Diffinitio.xii.

A ccutus uero minor est recto.

Diffinitio.xiii.

T erminus est quod cuiusq; finis est.

شكل ٨ — « الأصول » لإقيلدس . الطبعة اللاتينية الأولى والمأخوذة عن اليونانية مباشرة بواسطة بارثلميوزامبرتى (البندقية . جوانس تكونيس ١٥٠٥) الصفحة الأولى من النص فى نسخة المتحف البريطانى .



Euclidis
megarensis philo
sophi acutissimi mathematicorumqꝫ omni
um sine controversia principis op. a Cam
pano interprete fidissimo tralata. Que cum
antea librariorum detestanda culpa mendis
fedissimis adeo deformia essent: ut vix Eu
clidem ipsum agnosceremus. Lucas pacio
lus theologus insignis: altissima Mathe
maticarum disciplinarum scientia rarissimus
iudicio castigatissimo detersit: emendavit.
Figuras centum et undetriginta que in aliis
codicibus inverse et deformate erant: ad re
ctam symmetriam concinnavit: et multas ne
cessarias addidit. Eundem quoqꝫ plurimis
locis intellectu difficilem commentario
lis sane luculentis et eruditissimis ape
ruit: enarravit: illustravit. Adhec
ut elimatior exiret Scipio ve
gius mediol. vir utriusqꝫ
lingue: arte medica: subli
mioribusqꝫ studiis
clarissimus dilige
ntiam et censuram
suam prestitit.

A. Paganinus Paganinus Characteri-
bus elegantissimis accuratissi-
me imprimebat.

شكل ٩ — إقليدس باللاتينية طبعة بجانينوس من بجانينيس (البندقية ١٥٠٩) وهى نسخة من نص كبانى راجعها فرا لوقا باتشيولى من بورجوسان سوبوليرو (باذن من مكتبة كلية هارفارد) ويعرف باتشيولى جيدا بكتابه Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalita البندقية : بجانينوس ١٤٩٤) .
(انظر أوزيريس ٥ ، ١١٤ ، ١٦١ ١٩٣٨) .

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ
ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛ. ΙΕ.
ΕΚ ΤΩΝ ΘΕΩΝΟΣ ΣΥΝ-
ΟΥΣΙΩΝ.
Εἰς τοῦ αὐτοῦ τὸ πρῶτον, ἐξηγημάτων Πρόκλου βιβλ. δ.
Adiecta praefatiuncula in qua de disciplinis
Mathematicis nonnihil.

BASILEAE APUD IOAN. HERVAGIUM ANNO
M. D. XXXIII. MENSE SEPTEMBRI.

شكل ١٠ — أصل إقليدس « الأصول » نشرة سيمون جرينايوس ، وأهدى إلى تنستول وطبعه يوحنا هرفاجن (بال ١٥٣٣) والصفحة المعنونة للنسخة موجودة فى مكتبة كلية هارفارد .

نظرية الأعداد : يمكن أن نسمى المجلدات من ٧ — ٩ من « الأصول » الكتاب الأول لنظرية الأعداد، وهى من أصعب فروع شجرة الرياضيات . ومن المستحيل أن نلخص محتوياتها لأن الملخص يصبح لا معنى له إلا إذا تناولناه فى صفحات[١٠] كثيرة . دعنا نقل إن المجلد السابع يبدأ بقائمة من ٢٢ تعريفاً وهذه يمكن مقارنتها بالتعاريف الهندسية الموضوعة فى مقدمة الكتاب الأول تليها قائمة من النظريات الخاصة بقابلية الأعداد للقسمة ، والأعداد الفردية والأعداد الزوجية والمربعات والمكعبات ، والأعداد الأولية والتامة ، وهكذا .

ولنعط بعض الأمثلة . فى المجلد التاسع صفحة ٣٦ برهن إقليدس على أنه إذا كان

$$ع = ١ + ٢ \times ٢^{٢} + \cdots + ٢ن$$

عدداً أولياً ، فإن ٢ن . ع عدد تام (أى إنه يساوى مجموع قواسمه)* . وقد أعطى فى المجلد التاسع صفحة ٢٠ ، عرضاً طريفاً يثبت فيه أن عدد الأعداد الأولية لانهائى .

ومهما بلغ عدد الأعداد الأولية التى نعرفها الآن ، فإنه من الممكن أن نجد عدداً أوليا أكبر . خذ المتسلسلة الآتية من الأعداد الأولية : أ ، ب ، جـ ، . . . ،ل نأخذ مثلا العدد ع يساوى حاصل ضرب جميع أعداد المتسلسلة + ١ أى (أ ب جـ . . . ل) + ١ ، فهذا العدد ع إما عدد أولى وإما عدد لا أولى ، فإن كان عدداً أوليا ، فإذن وجدنا عدداً أوليا أكبر من ل ، وإن لم يكن عدداً أوليا ، فإن ع يجب أن يقسمها عدد أولى عَ ، ولا يمكن أن تتطابق عَ مع أ ، ب ، جـ ... ، ل . لأنه لوكانت متطابقة لقسمت حاصل ضربها ، وكذلك الواحد ، وهذا مستحيل .

والعرض بسيط ، وشعورنا الملهم قوى ، لدرجة تجعلنا على استعداد لأن نقبل نظريات أخرى من نفس النوع . فمثلا هناك أزواج كثيرة من الأعداد الأولية ، أى إن الأعداد الأولية قد صنفت ، بحيث تتقارب كلما أمكن ، لتأخذ الصورة ٢ن + ١ ، ٢ن + ٣ ، . . . مثل ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩ ،

* مادا العدد نفسه (المترجم)

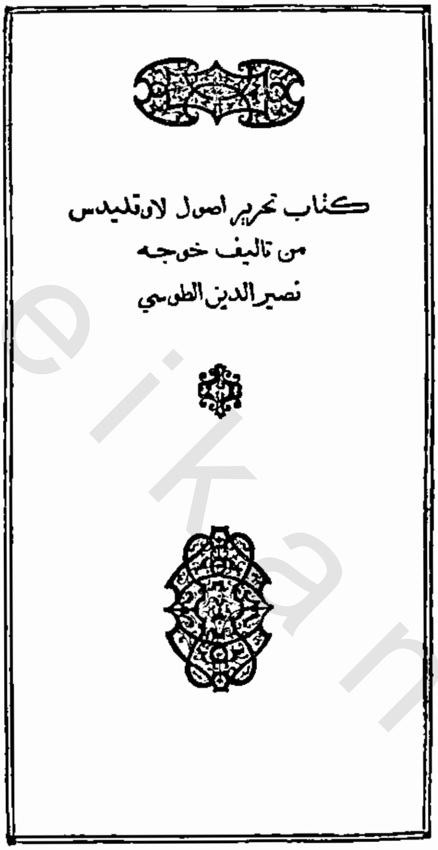
٤١ ، ٤٣ . . . وكلما تقدم المرء فى متسلسلة الأعداد الصحيحة ، قل عدد الأزواج الأولية شيئاً فشيئاً ، ومع ذلك لا نستطيع أن نهرب من الإحساس بأن عدد الأزواج الأولية لانهائى . وبرهان هذا فى غاية الصعوبة ، لدرجة أنه لم يتم بعد[١١] .

وكان إقليدس مجدداً مرموقاً فى هذا المجال أيضاً ، ويعتبره رياضيو عصرنا الذين يعملون فى نفس الموضوع أستاذهم المعترف به .

التقاليد الإقليدية :

لقد سبق لنا أن أشرنا إلى التقاليد المتعلقة بالمسلمة الخامسة ، ويمكن تتبعها من عصر « الأصول » إلى الآن ، ومع ذلك فليس هذا إلا القليل من التقاليد . فالتقاليد الإقليدية حتّى ولو اقتصرت على الرياضيات تشتّهر باستمرار حامليها وعظمتهم . وتشمل التقاليد القديمة رجالا مثل پاپوس (النصف الثانى من القرن الثالث)، ثيون السكندرى (النصف الثانى من القرن الرابع) ، بركلوس (النصف الثانى من القرن الخامس)، وما رينوس السيخمى (النصف الثانى من القرن الخامس) سمپليكوس (النصف الأول من القرن السادس). وكل هؤلاء إغريق تماماً . وقد ترجم بعض العلماء الغربيين أمثال سنسورينس (النصف الأول من القرن الثالث)، بوئيثيوس (النصف الأول من القرن السادس) بعض أجزاء من «الأصول» من اليونانية إلى اللاتينية، ولكن لم يبق من أعمالهم إلا القليل جدًّا . ولا نستطيع أن نقول عن أية ترجمة من هذه إنها ترجمة كاملة «للأصول» أو حتّى لجزء كبير منه . بل هناك ما هو أسوأ من هذا كثيراً ؛ إذ أن مخطوطات متعددة تداولتها دول الغرب حتّى القرن الثانى عشر ، وكانت على نظريات إقليدس وحدها دون أى برهان[١٢] ؛ وذلك بعد أن انتشرت قصة تدعى أن إقليدس نفسه لم يعط أية براهين . وأن هذه البراهين هى إضافات قام بها ثيون بعد إقليدس بسبعة قرون . ولانكاد نجد أفضل من هذا مثلا على عدم الفهم ، لأنه إذا لم يكن إقليدس قد عرف براهين نظرياته ، لما تمكن من ترتيبها منطقيًّا . وهذا الترتيب المنطقى

شكل ١١ — نسخة إقليدس ل دى — داى . الطبعة الإنجليزية لكتاب إقليدس « الأصول » عمل سير هنرى بلنجزلى ، ومقدمة جون دى ، وطبع جون داى (لندن ١٥٧٠) . صفحة العنوان كما قام بها تشارلز توماس ستانفورد من الطبعة القديمة من « أصول إقليدس » (لندن سنة ١٩٢٦) اللوحة العاشرة .



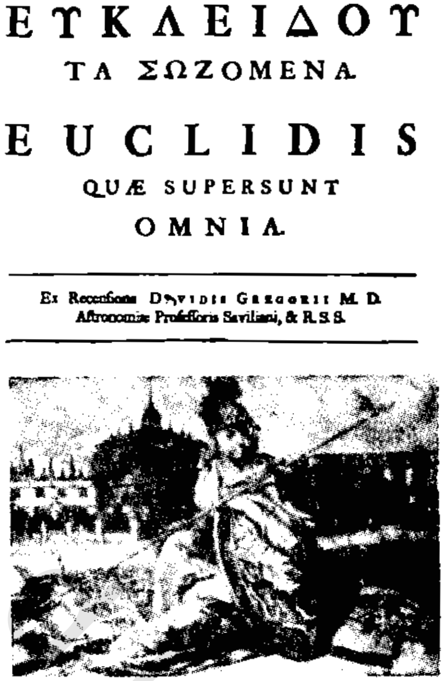
كتاب تحرير اصول لاوقليدس
من تاليف خوجه
نصير الدين الطوسي

شكل ١٢ – صفحة الغلاف للطبعة العربية الأولى لكتاب « أصول إقليدس » تأليف نصير الدين الطوسى (النصف الثانى من القرن الثالث عشر) أحد الكتب الأولى التى طبعت بالعربية ، وهو مجلد من حجم الفوليو نشرته مطبعة مديتشى (روما سنة ١٥٩٤) وعلى آخر صفحاته ص ٤٥٤ فرمان صدر من مراد الثالث السلطان العثمانى (١٥٦٤ – ١٥٩٥) (باذن من قسم تاريخ العلوم بجامعة هارفارد).

هو لب عظمة « الأصول » ، ولكن لم يفطن علماء القرون الوسطى إلى ذلك ، أو على الأقل لم يفطنوا إليه حتى فتح عيونهم المعلقون المسلمون .

ولم تلبث « الأصول » أن ترجمت من اليونانية إلى السريانية ، وترجمها لأول مرة من السريانية إلى العربية الحجاج بن يوسف (النصف الأول من القرن التاسع) للخليفة هارون الرشيد (٧٨٦ – ٨٠٩) وراجع الحجاج ترجمته للمأمون الخليفة من (٨١٣ – ٨٣٣) ، ومن المحتمل أن الكندى (النصف الأول من القرن التاسع) أول فيلسوف عربى اهتم بإقليدس . ولكن « البصريات » كانت محور اهتمامه . أما فى الرياضيات فقد امتد اهتمامه إلى

الموضوعات اللا إقليدية مثل الأرقام الهندية . وفى أثناء المائتين والخمسين سنة التالية (من القرن التاسع إلى الحادى عشر) لازم علماء الرياضيات العرب إقليدس : عالم الجبر والأعداد فضلا عن الهندسة . وقد نشروا له ترجمات

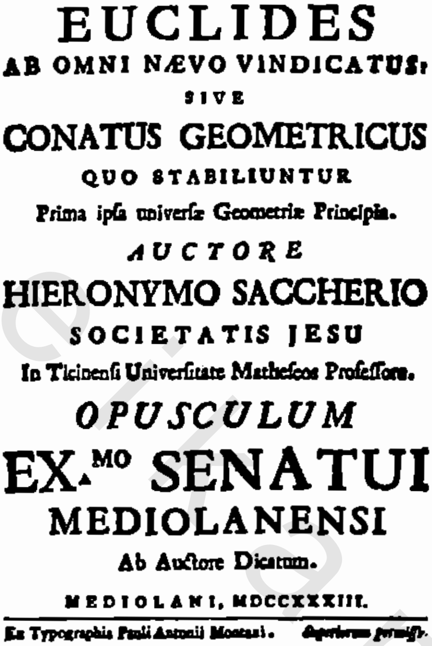


شكل ١٣ — الطبعة الأولى من أوبرا اقيلدس فى اليونانية واللاتينية، وقد كتبها دافيد جريجورى فى أعمدة متوازية (القطع الكبير، أكسفورد . مسرح شيلدون ١٧٠٣) . وكان دافيد جريجورى (١٦٦١ — ١٧٠٨) أستاذ الفلك فى أكسفورد سنة ١٦٩١ . ولقد كان كتابه (« علم الفلك. عناصره الطبيعية والهندسية» أكسفورد. مسرح شيلدون١٧٠٢) أول كتاب درسه نيوتن (بإذن من محفوظات مكتبة كلية هارفارد) .

شكل ١٤ — اللوحة الأولى من أوبرا إقيلدس . نشرها دافيد جريجورى (أكسفورد ١٧٠٣) وبها ترى قصة رواها فتروفيس (المعمار . أول جملة فى المجلد السادس) . وقد لاحظ أريستبوس البرقاوى ، أحد تلاميذ سقراط ، وقد تكسرت سفينته على شواطئ رودس ، أشكالا هندسية على الرمال ، فقال «يمكننا أن نتأمل، لأن هذه شواهد بشرية ». وقد اتخذت من إقليدس أمثلة متعددة للتدليل على أهميته العظيمة . (بإذن من محفوظات مكتبة كلية هارفارد) .

وتعليقات كثيرة . وقبل نهاية القرن التاسع ترجم إقليدس ونوقش بالعربية بواسطة محمد بن موسى[١٣] الماهانى ، النيريزى ، ثابت بن قرة ، إسحق بن حنين ، قسطه بن لوقا . وفى الربع الأول من القرن العاشر اتخذت خطوة كبيرة نحو الأمام بواسطة أبى عثمان سعيد بن يعقوب الدمشقى الذى ترجم المجلد العاشر مع تعليقات بابوس (وقد ضاعت النسخة اليونانية[١٤]) ، وقد زادت هذه الترجمة من اهتمام العرب بالمجلد العاشر (تصنيف للمستقيمات التى لاتقاس معاً) ، كما شوهدت فى الترجمة الجديدة لنظيف بن يمن (النصف الثانى من القرن العاشر) وهو قسيس مسيحى ، وفى تعليقات أبو جعفر الخازن (النصف الثانى من القرن العاشر) ، محمد بن عبد الباقى البغدادى (النصف الثانى من القرن الحادى عشر) . وإن القائمة العربية التى عندى طويلة ، ولكنها ناقصة ، إذ لابد أن نفترض أن كل عالم من علماء الرياضيات العرب فى ذلك الوقت كان يعرف « الأصول » وناقش إقليدس ، ويقال إن أبا الوفا (النصف الثانى من القرن العاشر) قد كتب تعليقاً ولكنه فقد .

والآن لنوقف القصة العربية لنعود إلى الغرب . وقد كانت مجهودات الدارسين الغربيين لترجمة « الأصول » من اليونانية إلى اللاتينية غير مجدية ، ومن المحتمل أن تكون معرفتهم بالإغريقية قد تضاءلت وتلاشت إلى لاشىء ، فى نفس الوقت الذى زاد فيه اهتمامهم بإقليدس . وفى ذلك الوقت بدأ المترجمون العرب فى الظهور ، وكان لابد أن تقع مخطوطات إقليدس فى أيديهم . ولقد بذل هيرمان الدلماتى (النصف الأول من القرن الثانى عشر) ، جون الكريتى (النصف الأول من القرن الثانى عشر) ، جيرارد الكريمونى ، مجهودات لترجمته إلى اللاتينية . ولكن ليس هناك ما يدل على إتمام الترجمة ، اللهم إلا تلك التى قام بها إدلارد الباثى (النصف الأول من القرن الثانى عشر)[١٥] ، ومع ذلك فلم يكن الجو اللاتينى ملائماً للبحوث الهندسية فى القرن الثانى عشر كما كان الجو العربى من القرن التاسع وما بعده . وكان علينا حقاً أن ننتظر حتى القرن الثالث عشر ، قبل أن نشهد إحياء لاتينيا للعبقرية الإقليدية .


EUCLIDES
AB OMNI NÆVO VINDICATUS:
SIVE
CONATUS GEOMETRICUS
QUO STABILIUNTUR
Prima ipsa universæ Geometriæ Principia.
AUCTORE
HIERONYMO SACCHERIO
SOCIETATIS JESU
In Ticinensi Universitate Matheseos Professore.
OPUSCULUM
EX.^MO SENATUI
MEDIOLANENSI
Ab Auctore Dicatum.
MEDIOLANI, MDCCXXXIII.
Ex Typographia Pauli Antonii Montani. Superiorum permissu.

شكل ١٥ – الطبعة الأولى من الكتاب الشهير لجيرولاموساكيرى (ميلان سنة ١٧٣٣) الذى يحوى « أفضال اقيليدس ومختصر من الهندسة اللا إقليدية » . وهى نادرة جدا ، ولكن قام جورج بروس هلستيد (١٨٥٣ – ١٩٢٢) (شيكاغو سنة ١٩٢٠) بإعادة طبع النص اللاتينى وترجمته إلى الإنجليزية، ويمكن اعتبار ساكيرى سلفا لنيقولاى ايفانوفتش لوبا تشيفسكى (١٧٩٣ – ١٨٥٦) .

وندين بهذا الإحياء إلى ليوناردو البيزى (النصف الأول من القرن الثالث عشر) ويعرف باسم فيبوناتشى فى كتابه « الهندسة العملية » الذى كتب فى سنة ١٢٢٠ ، ومع ذلك فإن فيبوناتشى لم يتمم « الأصول » ولكنه أتم عملاً إقليديا آخر فى « قسمة الأشكال » وهذه قد فقدت (١٦) .

وفى ذلك الوقت بدأ « يودابن سليمان ها – كوهين » (النصف الأول من القرن الثالث عشر) التقاليد العبرية ، وأكملها موسى بن تيبون (النصف الثانى من القرن الثالث عشر) ، يعقوب بن ماهير بن تيبون (النصف الثانى من القرن الثالث عشر) ، ليڤى بن جرسون (النصف الأول من القرن الرابع عشر) وقد أحيا أبو الفرج المعروف بابن العبرى (النصف الثانى من القرن الثالث عشر) التقاليد السريانية ، وكان يحاضر عن إقليدس فى مرصد المراغة فى سنة ١٢٦٨ ، كان هذا الإحياء أيضاً نهاية التقاليد السريانية ، لأن أبا الفرج كان آخر الكتاب السريانيين ذوى الأهمية ، وبعد موته حلت العربية محل السريانية تدريجياً .

وكذلك بدأ العصر الذهبي للعلوم العربية يخبو ، بالرغم من بقاء عدد قليل من العلماء الإقليديين فى القرن الثالث عشر مثل قيصر بن أبى القاسم (النصف الثانى من القرن الثالث عشر) . وابن اللبودى (النصف الأول من القرن الثالث عشر) ونصير الدين الطوسى (النصف الثانى من القرن الثالث عشر) ، ومحيي الدين المغربى (النصف الثانى من القرن الثالث عشر) ، وقطب الدين الشيرازى (النصف الثانى من القرن الثالث عشر)، وكذلك الحال فى القرن الرابع عشر . ويمكن أن نتغاضى عن علماء الرياضيات المسلمين واليهود المتأخرين ، لأن المجرى الرئيسى كان يصب فى ذلك الوقت فى الغرب.

لقد راجع جيوڤانى كامپانو (النصف الثانى من القرن الثالث عشر) النص اللاتينى لأدلارد . وقد خلد عمل كامپانو فى نسخة مطبوعة « للأصول » « البندقية : رادلت ١٤٨٢ » (شكل ٧)، وقد أعاد طبعه كل من ليوناردو الباسيلى ، وجوليلموس من پاپيا (البندقية ١٤٩١) . ولايوجد لدينا إلا هذان العملان المبتدئان (كليب ٣٨٣)[١٧] ، وكلاهما لاتينى عن أصل عربى. وأول ترجمة لاتينية عن اليونانية من عمل بارثلميوز امبرتى من البندقية سنة ١٤٩٣، وقد طبعها جوانس تكوينس (البندقية سنة١٥٠٥) (شكل٨) والطبعة اللاتينية التالية طبعها بجانينوس (البندقية سنة ١٥٠٩) (شكل٩) . أما النسخة اليونانية فقد أعدها سيمون جرينايس ، وأهديت لعالم الدين والرياضيات الإنجليزى جتبرت تنشتال . وقد طبعها يوحنا هرڤاجن (بال سنة ١٥٣٣) (شكل١٠) . أما أول ترجمة إنجليزية فقد قام بها سير هنرى بلنجزلى من كلية سان جورج بكمبردج ، ولقد عمل مدة محافظاً للندن وقد نشرت مع مقدمة جون داى (لندن . جون داى ١٥٧٠)[١٨] (شكل١١)وقد نشرت مطبعة مدتشى (روما ١٥٩٤) النصوص العربية الأولى كما راجعها نصير الدين الطوسى (شكل ١٢) .

ولسنا فى حاجة إلى أن نكمل بقية القصة هنا . فإن قوائم الطبعات الإقليدية والتى بدأت سنة ١٤٨٢ لم تنته بعد ؛ وهى هائلة ، كما يعتبر تاريخ التقاليد

الإقليدية جزءاً أساسيا فى تاريخ الهندسة .

أما فيما يتعلق بمبادىء الهندسة ، فيعتبر « أصول إقليدس » المثل الوحيد للكتاب المدرسى الذى ظل ذا فائدة إلى يومنا هذا ، فكر فيما تقدم . مرّ ٢٢قرناً من التغيرات والحروب والثورات والكوارث من جميع الأنواع ، ومع ذلك ، فما زال من المفيد أن ندرس الهندسة من إقليدس[١٩] .

المصادر :

النسخة الأساسية للكتاب اليونانى عن جميع الأعمال ، مع ترجمة لاتينية، قام بهاج . ل . هيبرج ، هـ . منجا « أعمال إقليدس » (٨ مجلدات ، ليبزج ١٨٨٣ – ١٩١٦ وملحق١٨٩٩) . وتشمل المجلدات من ١ إلى ٤ (١٨٨٣ – ١٨٨٦) الكتب الثلاثة عشر من « أصول إقليدس » . ويشمل المجلد الخامس (١٨٨٨)ما يسمى بالكتاب الرابع عشر الذى ألفه هوبسكليز (النصف الأول من القرن الثانى قبل الميلاد)والكتاب الخامس عشر الذى ألفه تلميذ إيزيدوروس المليطى فى القرن السادس وكذلك هوامش عديدة على الأصول . ويشمل المجلد السادس (١٨٩٦) « المعطيات » لإقليدس مع تعليق من مارينوس السيخمى (النصف الثانى من القرن الخامس) وهوامش ! ويشمل المجلد السابع (١٨٩٥) كتاب « البصريات والمرايا » مع تعليق من ثيون السكندرى . أما المجلد الثامن (١٩١٦) فيشمل « الظواهر » وهو كتاب على الفلك الكروى المبنى على أوتولوكوس (النصف الثانى من القرن السابع قبل الميلاد) ، وكتاب عن الموسيقى ، إلخ . أما الملحق (١٨٩٩) فيشمل تعليق النيريزى (أناريتيوس) على الكتب من ١ إلى ١٠ مع ترجمة لاتينية من جيرارد الكريمونى (النصف الثانى من القرن الثانى عشر) . وقد أعطيت هذه القائمة بالكامل لأوضح أن إقليدس لم يكن فقط مؤلفاً « للأصول » ، وإنما قام بتأليفات عديدة ، وليس هناك مكان لمناقشتها ، وقد ذكرت كثيراً منها فى « التمهيد » المجلد الأول صفحات ١٥٤ – ١٥٦ (١٩٢٧) .

وأصول إقليدس بالإنجليزية قام بها سيرتوماس ل . هيث (٣ مجلدات . كمبردج سنة ١٩٠٨) ، والطبعة المنقحة ٣ مجلدات سنة ١٩٢٦ ، (إيزيس ١٠— ٦٠ — ٦٢ (١٩٢٨) .

والنسخ القديمة لأصول إقليدس قام بها سير تشارلز ستانفورد (٦٤ صفحة ، ١٢ لوحة ، لندن ١٩٢٦) [إيزيس ١٠ ، ٥٩ — ٦٠ (١٩٢٨)] .

تعليقات :

(١) إن اسمه اليونانى إقليدس ، ولكن الإنجليز والفرنسيين يستخدمون إقليد ، ويتغير هذا اللفظ قليلا فى لغات أخرى .

(٢) إذا كان الإنتاج الذى عزى إليه فى البصريات والفلك والموسيقى أصيلا ، فربما احتاج إلى مساعدة فنية وأدوات . وفى هذه الحالة يكون معهد العلوم هو المكان الوحيد الذى يجد فيه مثل هذه الأشياء . ومع ذلك فلا نجد فى هذه الأعمال إشارة إلى المعهد .

(٣) لمناقشة كثيرات من السطوح المنتظمة وما يتعلق بها من مناقشات أفلاطون التى انحرفت عنها . ارجع إلى المجلد الأول ص ٤٣٨ – ٤٣٩ . ويمكن القول اختصاراً إن أفلاطون كان متأثرا بدرجة كبيرة بأنه لايمكن أن يكون هناك أكثر من خمسة أنواع من كثيرات السطوح المنتظمة . وجعل لكل منها معنى كونيا ، وفضلا عن ذلك قد أوجد ارتباطات بين المجسمات الخمسة والعناصر الخمسة . ويلاحظ أن نظرية أفلاطون عن المجسمات الخمسة ، وكذلك العناصر الخمسة كانت خيالية ، كما أن الجمع بينهما كان خيالا مبالغا فيه ، إلا أن مركز أفلاطون العظيم جعل هذا الخيال المبالغ فيه يقبل على أنه قمة العلم فضلا عن أنه نصر ميتافيزيقى .

(٤) يمكن قراءة آراء أرسطو فى كتاب Sir Thomas L. Heath, Euclid's Elements in English (كامبردج ١٩٢٦) المجلد الأول ص ١١٧ + أو فى كتابه Mathematics in Aristotle (ص ٣٠٥ مطبعة أكسفورد كلارندن سنة ١٩٤٩) (إيزيس ٤١ ، ٣٢٩ سنة ١٩٥٠) . إن المسلمة ماهى إلا قضية لايمكن برهنتها ، أوعدم برهنتها ، ومع ذلك فلا بد لنا من إثباتها أو إنكارها حتى نسير قدما .

(٥) إذا أردت النص اليونانى ومناقشته مناقشة أكمل من مناقشتنا هذه فانظر :
Heath : Euclid, vol. I, pp. 202 — 220.

(٦) يجب أن يسمى بالسويسرى لأنه ولد بمالهوز فى الألزاس العليا ، وكانت هذه جزءا من الاتحاد السويسرى من سنة ١٥٢٦ إلى ١٧٩٨ . وعاش لمبرت من سنة ١٧٢٨ إلى سنة ١٧٧٧ (إيزيس ٤٠ ، ١٣٩ سنة ١٩٤٩) .

(٧) لتفصيل أكثر انظر :
Florian Cajori : History of aMthematics (ed 2,; New York, 1919), pp. 326 — 328; Cassius Jackson Keyser, The rational and Superrational (New York : Scripta Mathematica, 1952,), pp. 136 — 144 (Isis 44 , 171 (1953).

(٨) ليس من المحتمل أن يكون إقيلدس على علم بالرياضيات البابلية ، لقد اتبع عبقريته

الهندسية ، كما أنهم اتبعوا عبقريتهم الجبرية .

(٩) لإضافات هباسوس وثيوتايتيوس انظر المجلد الأول من هذا الكتاب ، ص ٢٨٢ – ٢٨٥ ، ٤٣٧ .

(١٠) النص اليونانى للمجلدات من ٧ – ٩ يحتوى على ١١٦ صفحة فى طبعة هايبرج (ليبزج ١٨٨٤) مجلد ٢ ، أما الترجمة الإنجليزية مع الملاحظات فإنها ١٥٠ صفحة فى هيث مجلد ٢ .

(١١) قدم تشارلز نابليون مور السنسناتى ، برهانا سنة ١٩٤٤ ، ولكن تبين أنه غير كاف (Horus : a Guide to the History of Science Waltham Mass : Chronica Botanica (والثماس ، مجلة النبات سنة ١٩٥٢) ص ٦٢ ، ويمكن تقدير نظرية الأعداد بالنظر فى تاريخها الذى كتبه ليونارد يوجين ديكسن (٣ مجلدات ، واشنطن ، معهد كارنيجى ١٩١٩ – ١٩٢٣) « إيزيس » ٣ ، ٤٤٦ – ٤٤٨ (١٩٢٠ – ١٩٢١) ، ٤ ، ١٠٧ – ١٠٨ (١٩٢١ – ١٩٢٢) ، ٦ ، ٩٦ – ٩٨ (١٩٢١) ، ولأزواج الأعداد الأولية انظر ديكسن المجلد١ ص ٣٥٣ ، ٤٢٥ ، ٤٣٨ .

(١٢) لقد طبعت نسخ يونانية ولاتينية للنظريات وحدها دون أية براهين من سنة ١٥٤٧ حتى سنة ١٥٨٧ .

(١٣) هذا هو ابن جعفر (مات سنة ٨٧٢) وهو أحد الإخوة الثلاثة لبنى موسى ، وليس أباعبد الله محمد بن موسى الخوارزمى (مات حوالى سنة ٨٥٠) ويجب أن نفترض أن هذا الأخير كان تلميذاً لإقليدس . انظر « التمهيد » المجلد الأول ص ٥٦١ – ٥٦٣ .

(١٤) نعترف الآن بتأليف بابوس للتعليقات بالرغم من الشكوك القديمة . وقد ترجمت نسخته العربية إلى الألمانية بواسطة هنيريش زوتر (ارلانجن ١٩٢٢) (إيزيس ٥٠ ، ٤٩٢ ، ١٩٢٣) ونشرت وحولت إلى الإنجليزية بواسطة وليام تومسون (كامبردج ١٩٣٠) (إيزيس ١٦ ، ١٣٢ – ١٣٦ ، ١٩٣١) .

(١٥) عمدت إلى تبسيط هذه القصة بسبب الإيجاز ، وللتفاصيل انظر :
Marshall Clagett, "The Medieval Latin Translations from the Arabic of the Elements « مع الضغط على أجزاء اديلارد الباثى (إيزيس ٤٤ ، ١٦ – ٤٢ ، ١٩٥٣) ، الملك ألفرد و « الأصول » ٤٥ ، ٢٦٩ – ٢٧٧ (١٩٥٤) .

(١٦) لقد استرجع ريموند كلير أرشيبالد (١٨٧٥ – ١٩٥٥) بقدر الإمكان نص هذا البحث الصغير على أساس كتاب ليوناردو « الهندسة العملية » ومن ترجمة عربية (التمهيد : المجلد الأول صفحات ١٥٤ ، ١٥٥) .

(١٧) يشير هذا إلى A.C. Klebs, "Incunabula scientifica et medica" أوزيريس ٤ ، ١ – ٣٥٩ (١٩٣٨) انظر المجلد الأول ص ٣٥٢ ، عدد ١٥ .

(١٨) R.C. Archibald, "The first translation of Euclid's Elements into English and its sources". American Mathematical Monthly 57, 443 - 452 (1950).

(١٩) وإنه لمن المستحسن أن نصر على ذلك ، لأنه لافائدة من أن ندرس معظم العلوم الاتباعية . وإنه لمن الحماقة جدا مثلا أن ندرس الفلك الرياضى فى بطلميوس أو الميكانيكا السماوية فى نيوتن . فيحتاج هذا إلى مجهود لابأس به ، ويؤدى إلى معلومات غير تامة . وقد يكون من السهل كثيرا أن ندرس الرياضيات الحديثة و كذلك الكتب الحديثة عن الفلك وميكانيكا السموات . فتكون معلومات المرء حديثة ، و يمكنه أن يتقدم بها إلى الأمام .