

## الفصل الخامس

### أرشميدس وأبولونيوس

إن مصر البطلمية كانت المركز الرئيسي للعلم اليوناني ، ولكنها لم تكن الوحيدة في ذلك بأي حال من الأحوال . فحيثما تنشأ مستعمرات يونانية في آسيا أو في الجزائر أو في اليونان الكبرى<sup>(١)</sup> يكون احتمال التقدم العلمي كبيراً . وسوف تصادفنا أمثلة متعددة عن ذلك . وأبرزها أرشميدس السيراكوزي في القرن الثالث. ومن المستبعد أن نتناول في هذا الكتاب التغيرات السياسية والحروب ، ولكن يجب على مؤرخ العلوم أن يفسر كيف حدث أن قام كبار رجال العلم بأعمالهم في مكان ما دون آخر . ولماذا نما العلم في هذه البيئة أو تلك . فالعلم لا ينمو أبداً في فراغ .

ولكى نعلل سبب وجود أرشميدس في صقلية ، يجب أن نلخص الأحداث الماضية . لقد سبق أن ذكرنا في المجلد الأول<sup>(٢)</sup> أن التوتر في البحر المتوسط من القرن الثاني عشر وما بعده ، كان سببه المنازعات المستمرة بين المستعمرات اليونانية من جهة والفينيقيين من جهة أخرى . ومنذ القرن السادس وما بعده زادت حدة التوتر في الأجزاء الغربية من البحر المتوسط بسبب غيرة الإيتروسكانيين وتدخلهم ، وكانت مدينتا قرطاجة في الإمبراطورية السامية ، وسيراكوز في بلاد اليونان ، هما اللتين احتلتا مركز الطليعة . ولرکز اهتماماً عليهما .

لقد كانت قرطاجة هي الأقدم ، وقد أنشأها ملوك صور سنة ٨١٤ ، وكلنا يعرف الملكة الأولى ديدو ، وقد خلدت في الأنيادة ، ولم تلبث قرطاجة أن صارت المستعمرة الرئيسية من نوعها لدرجة أن الناس تحولوا من الكلام عن الفينيقيين إلى الكلام عن القرطاجيين ، وقد أسسوا لأنفسهم مستعمرات جديدة في أفريقية وصقلية وسردينيا . ولقد حاربهم اليونانيون ثلاثة قرون متتالية لامتلاك صقلية ، حتى انتقل النزاع إلى الرومان . وفي نهاية الحرب البونية الأولى ( ٢٦٤ -

( ٢٤١ ) غزا القرطاجيون أسبانيا ، ولكنهم فقدوا صقلية التي أخذها الرومان (٣).  
وفي أثناء الحرب البونية الثانية ( ٢١٨ - ٢٠١ ) قامت المعارك في أسبانيا وإيطاليا  
وصقلية . وكان من أحداثها استقطاع الرومان سنة ٢١٢ لسيراكوز (٤).

وقد أسست سيراكوز سنة ٧٣٤ على الساحل الجنوبي الشرقي لصقلية ، وبعد  
قرطاجة بثمانين سنة ، وقد كان لموقعها وعبقريتها مؤسسيها الكورنثيين ، الفضل  
في أن أصبحت أهم مدينة ليس في صقلية فقط ، وإنما في اليونان الكبرى .  
ولهذا كان من المتوقع أن تعادها قرطاجة ، وقد كان خطر الحرب سبباً في قيام  
الديكتاتورية من سنة ٤٨٥ فصاعداً . وفي سنة ٤٨٠ ( سنة سلاميس ) هزم  
الطاغية جيلون عند هميرا ، القرطاجيين الذين غزوا صقلية ، وقد زاد أخوه  
وخلفه هيرون الإمبراطورية السيراكوزية ، وجعل من هذه العاصمة أحد مراكز  
القيادة اليونانية . وقد كان محباً للأدب . وشمل برعايته بنداروس وايسخيلوس ،  
وقد انتهى بموته العصر الذهبي سنة ٤٦٧ ، على أن هزيمة الأثينيين هزيمة  
منكرة في حملتهم سنة ٤١٣ كانت من أعظم الأحداث التي مرت بالمدينة ( وقد  
وصف ثيوثيديديس هذه المعركة وصفاً جيداً ) . وقد استمر النزاع بين سيراكوز  
وقرطاجة حتى استغل الرومان وجود الحزب الموالي لهم وحاصروا المدينة وأخذوها  
سنة ٢١٢ (٥).

وتنهي الفقرتان السابقتان عند سنة ٢١٢ التي هي العقدة التي تنهى عندها قصتنا.  
أما فيما يتعلق بالمجد الروحي فقد كانت قرطاجة في بداية القرن الخامس  
نقطة بداية حركة الملاحة الجريئة التي قام بها هانون ، وهيملكون ، وهيريلوس  
القرطاجي ، وتلميذ زينون الكيتيوني ( النصف الثاني من القرن الرابع قبل الميلاد )  
وقد كان مؤسساً للمذهب الرواقى . وقد كانت سيراكوز موطن رجلين من رجال  
الفلك المشهورين : هكتاس ( القرن الخامس قبل الميلاد ) واكفانتوس ( النصف  
الأول من القرن الرابع قبل الميلاد ) وكذلك كانت موطن الشاعر العظيم  
ثيوكريتوس ( حوالى ٣١٠ - ٢٥٠ ) ومعاصره الأصغر أرشيميدس ( النصف الثاني  
من القرن الثالث قبل الميلاد ) .

## أرشميدس السيراكوزى :

حينما حاصر القائد الرومانى ماركللوس ، سيراكوز ، زاد مايلقيه من صعوبات بسبب ذكاء مهندس من سيراكوز يدعى أرشميدس الذى قتل حينما نهبت المدينة سنة ٢١٢ . وكما تقول الأسطورة ، اخترع أرشميدس آلات مختلفة لأغراض الدفاع ، مثل آلات الرماية ، والحطاطيف التى تدل على عبقرية مخترعها ، وكذلك المرايا المقعرة التى عن طريقها حوّل أشعة الشمس وأحرق بها سفن الرومان . وتقول القصة إن جندياً رومانياً فاجأه ، وهو يتأمل أحد الأشكال الهندسية المرسومة على الأرض ، فصاح فيه أرشميدس « ابتعد » . فقتله الجندى الرومانى . وقد ألهب ما يقال عن اختراعاته لإنقاذ مدينته ، خيال الناس ، ليس فقط فى أثناء العصور القديمة والمتوسطة ، بل استمر ذلك حتى القرن الثامن عشر ، وكان ينظر إليه بصفة عامة كساحر ميكانيكى . ونضرب مثالا لذلك أن جيانللوديلا تورى صانع ساعات شارلز كونت سسمى « أرشميدس الثانى » . وحتى القرن الثامن عشر سسمى المخترع كرسطوفر بولم « أرشميدس السويدى »<sup>(٦)</sup> . وفى هذا من السخف كما لو قلنا عن إديسون أرشميدس « الأمريكى » . ولقد تبدو غرابة هذه التسمية حين ندرك أن أرشميدس ولو أنه اخترع آلات متعددة ، إلا أنه كان رياضياً أولاً وقبل كل شيء ، وكان أعظم رجالات الماضى ، إن لم يكن أعظم رياضى على مر الزمن .

ولقد ذكر بلوتارك أن أرشميدس نفسه لم يقدر مخترعاته العملية كثيراً ، وذلك على الرغم من أن هذه « المخترعات العملية » قد جلبت إليه شهرة رفعته فوق العقل البشرى . إلا أنه لم يتنازل ويترك عنها أعمالاً مكتوبة . وكان يرى أن الأعمال الميكانيكية أو أى نوع من الفن النفعى ، أعمال حقيرة وغير شريفة ، ووضع كل ماله من طموح تلك التأمّلات التى لم يصنع جمالها وكياستها بذلك الخليط الخاص بحاجات الحياة العامة<sup>(٧)</sup> .

وإن ما يوحى به إلينا بلوتارك مقبول ، وهذا نموذج للتفكير اليونانى . ومع

ذلك فإن شهرة أرشميدس قد تأسست لقرون عديدة ليس على إنتاجه الخالد الذي عبّر عنه بكتاباتاته ، وإنما على ما تجمع حول اسمه من أقاصيص خرافية ، وإن محور هذه الأقاصيص صحيح حقاً ، فقد اخترع أرشميدس آلات مثل البكرات المركبة ، والحلزون غير المنتهى ، والطنبور ، والساعة الشمسية ، والمرابا الحارقة ، ولكن كان كل هذا النشاط عملاً جانبيّاً وثانويّاً . ولقد رأى شيشرون الساعة الشمسية ، وذكر أنها كانت تمثل حركات القمر والشمس لدرجة أنها كانت تبين الخسوف .

والحقيقة الوحيدة التي يمكن أن نضع لها تاريخاً مؤكداً هي موته عند سلب مدينة سيراكوز سنة ٢١٢ ق.م . ويقال إنه مات عن ٧٥ عاماً ، ومعنى ذلك أنه ولد حوالي سنة ٢٨٧ ق.م . وكان ابن فيدياس عالم الفلك . ولهذا كان من الطبيعي أن يهتم في وقت مبكر بالفلك والرياضيات . وكان قريباً وصديقاً لهيرون الثاني ملك سيراكوز ، كما كان صديقاً لابنه وخليفته جيلون الثاني<sup>(٨)</sup> . ويقول ديودوروس الصقلي ( النصف الثاني من القرن الأول قبل الميلاد ) إنه قد مضى بعض الوقت في مصر ، وهو قول مقبول لدرجة كبيرة . فقد كانت الإسكندرية إذ ذاك مركز العالم العلمي ، وكان أرشميدس فريد عصره في سيراكوز ، وكان من الطبيعي أن يرغب في زيارة معهد العلوم ، وأن يتبادل الرأي مع رجال الرياضيات الكبار الذين ظهروا حولها أو بجوارها . ومن المحتمل جداً أن يكون قد تعرف في الإسكندرية على كونون الساموسي ( النصف الثاني من القرن الثالث قبل الميلاد ) ، وعلى هذا الأخير تتلمذ كل من دوسيئوس البلزيوني وأراتوسينز<sup>(٩)</sup> . وقد اخترع أرشميدس الطنبور في أثناء إقامته بالإسكندرية وقد أطلق عليه « حلزون أرشميدس »<sup>(١٠)</sup> . وبالرغم من أننا نفترض أنه عاش معظم الوقت في سيراكوز إلا أنه أسهم في رفع مستوى معهد العلوم .

وليك قصة أخرى : لقد رجا أرشميدس أصدقاءه أن يرسموا على قبره شكلاً هندسياً . وكان هذا الشكل ( أو ربما كان نموذجاً ثلاثي الأبعاد ؟ ) يمثل أسطوانة تحيط بكرة<sup>(١١)</sup> . وإنما نعلم ذلك عن طريق شيشرون الذي كشف مقبرة

أرشميدس حينما كان الحاكم المالى لصقلية سنة ٧٥ ق. م . وكانت في حالة سيئة فأصلحها ووصفها<sup>(١٢)</sup>. وقد اختفى القبر الآن ولا يعرف مكانه على وجه التحديد .

أما وقد عرفنا أرشميدس الرجل بقدر الإمكان ، فلتناول أعماله التي خلدهت .

لم يكن لأرشميدس ميول نحو جميع ألوان المعرفة ، كما كان إقليدس الذي حاول أن يغطي كل ميدان الهندسة ، بل كان على العكس كاتباً لبحوث ذات نطاق محدود . وكانت معالجته لأي موضوع رائعة في تنظيمها ووضوحها . وقد ذكر بلوتارك في كتابه حياة ماركيلوس « إنه لمن المستحيل أن نجد في الهندسة براهين أو مسائل أكثر صعوبة قد صيغت في نظريات أسهل وأوضح » . ولقد أحسن بلوتارك الرصف . وحتى ١٩٠٧ قد يضيف المرء إلى ما سبق ، أن أرشميدس لم يكن يعرف كيف تم له عمل كشوفه ، ولكنه فسرها فقط بطريقة جامدة ، وأنه لم يكن يهتم إلا بتنظيمها ، وقوتها وبساطتها ، على أننا لانستطيع أن نقول ذلك الآن ، لأنه في تلك السنة ( ١٩٠٧ ) نشر هايرج كتابه « الطريقة » الضائع . وفيها يقول لنا أرشميدس أسراره ، وسنعود إلى ذلك فيما بعد .

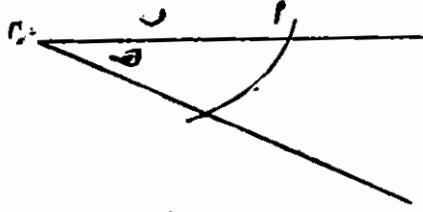
ولقد وصل إلينا اثنا عشر مصنفا من مصنفاته ، وسنفتحها باختصار مع إضافة ملاحظات قليلة إلى كل منها تم القارئ المتعلم ، ولكننا بالضرورة لن نتعرض للتفاصيل الفنية التي لاتروق القارئ غير الرياضى حتى بعد الشرح المضنى . ولما كان أرشميدس عالم هندسة ، فلهذا سنبدأ بأعماله في الهندسة ، ثم بأعماله الأخرى في الحساب والميكانيكا والفلك والبصريات .

الهندسة : إن أطول كتابات أرشميدس هي كتابه عن « الكرة والأسطوانة » . وهو في مجلدين ، ولا يتجاوز الأصل اليونانى ( كما جاء في نسخة هايرج ) ١١٤ صفحة ، وبرهن في هذا الكتاب على عدد من النظريات ، منها تلك النظرية التي جعل لها قيمة كبيرة وأمر أن يرسم الشكل الخاص بها ويحفر على قبره ، ومنها أيضاً تلك النظرية التي يعرفها كل صبي في المدرسة وهي أن مساحة سطح

الكرة يعادل أربعة أمثال مساحة إحدى دوائرها العظيمة (٤ طنق ٢) ، وكذلك نفهم من كتابه « الطريقة » أنه حسب حجم الكرة (٤ طنق ٢) قبل أن يحسب مساحتها ، ثم استنتج الأخيرة من الأولى ، ولكنه عكس الترتيب في كتاباته . وبدأ كتابه على طريقة إقليدس بالتعاريف والفروض ، واستخدم طريقة الاستنفاد بحسب ومهارة فائقة في تحديد السطوح والأحجام . وقد حل المسألة الآتية وأمثالها (١٣) .  
لتقسيم كرة بمستوى إلى قطعتين النسبة بينهما معلومة .

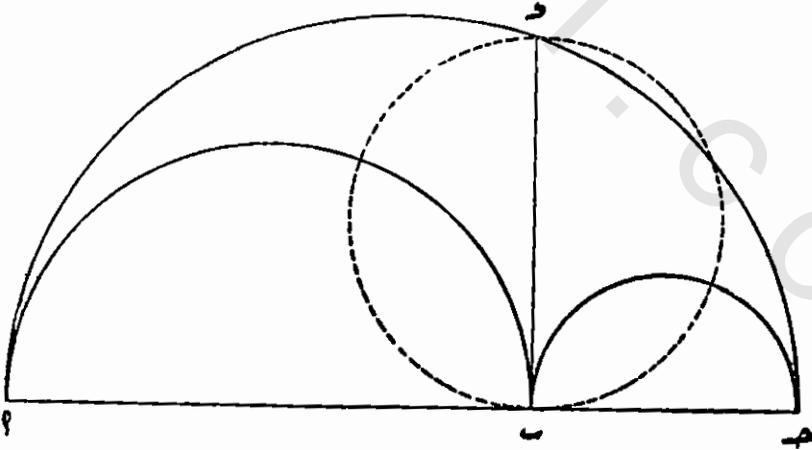
وكان كتابه الثاني من حيث الإفاضة ( ١٠٠ صفحة باليونانية ) هو ذلك المتعلق بشبه المخروط وشبه الكرة ، ويعالج كلا من السطوح المتكافئة والسطوح الزائدة الدورانية ، والأجسام الناتجة من دوران القطوع الناقصة حول محاورها الكبرى أو الصغرى . والكتاب الثالث ( ٦٠ صفحة ) قد خصص للحلزونات ، وقد لخص في هذا الكتاب النتائج الرئيسية التي توصل إليها في الكتابين السابقين ، وعلى ذلك يكون هذا الكتاب هو الثالث في الترتيب الزمني . وكان الحلزون الذي عالجته هو ما يسمى إلى وقتنا هذا « حلزون أرشميدس » . وقد عرفه كما يلي :  
« إذا ثبت أحد طرفي خط مستقيم ، ثم أدير في مستوى بمعدل ثابت حتى يعود إلى الوضع الذي بدأ منه ، وإذا حدث في نفس الوقت الذي يدور فيه الخط المستقيم أن تحركت نقطة بمعدل ثابت على هذا الخط مبتدئة من الطرف المثبت ، فإن هذه النقطة ترسم حلزونا في المستوى » (١٤) ويستخدم اليوم هذا التعريف الواضح ويؤدي إلى المعادلة :  $r = Ah$  ، حيث  $A$  مقدار ثابت ( ليس هناك بالطبع أية معادلة في كتاب أرشميدس ولا أى عالم قديم آخر ، إذ يرجع تاريخ معادلاتنا إلى النصف الثاني من القرن السادس عشر ) ، وقد وجد مساحات متعددة محدودة بها ، كما وجد ما يمكننا أن نسميه بثبات تحت العمودي (= أ) . وحقاً إن قدرته على الحصول على هذه النتائج ، دون الاستعانة بالتحليل كعامل مساعد ، قدرة غير عادية .

والكتاب الرابع لأرشميدس كان « عن تربييع القطع المكافئ » ، وكان أقصر كثيراً مما سبقه من كتب ، إذ لم يزد عن ٢٧ صفحة ، ولكنه كان يعالج مسألة واحدة .



(شكل ٢١) - حلزون أرشميدس

ولقد أهدى هذه الكتب الأربعة لصديقه دوسيثيوس البلوزيوني ، وقد كانت سبباً في تخليده ، وهي تكوّن الجزء الأكبر من أعمال أرشميدس التي لدينا ، أما كتبه الأخرى في الهندسة فقد كانت أقصر كثيراً وأقل أهمية . وأول هذه الكتب ( كتاب التمهيدات ) وقد فقدت النسخة اليونانية الخاصة به ، ولكن عرف من ترجمة لاتينية عن العربية أنها كانت تتعلق بأشكال خاصة مثل ( سكين صانع الأحذية ) وهي شكل محدود بثلاثة أنصاف دوائر أقطارها أ ب ج ، أ ب ، ب ج على استقامة واحدة ( شكل ٢٢ ) ومساحة الدائرة التي قطرها ب د العمودي على الأقطار السابقة تساوي المساحة المحصورة بين هذه الأنصاف الدوائر الثلاثة .



(شكل ٢٢) - شكل سكين صانع الأحذية

قياس الدائرة : ( وربما يكون جزءاً من كتاب أكبر ) يوصلنا إلى تقريب أحسن للقيمة ط وهي  $3\frac{1}{7} < ط < 3\frac{1}{11}$  أى (١٤٢ ر ٣ < ط < ١٤١ ر ٣) وقد حصل أرشميدس على هذه النتيجة بمقارنة مساحتي مضلعين منتظمين كل منهما ذو ٩٦ ضلعا مرسومين داخل نفس الدائرة وخارجها . ومن الصعب أن نعرف كيف وصل إلى تقريباته هذه ، مثلاً ،

$$\frac{270}{102} < \sqrt[3]{3} < \frac{1201}{780}$$

ويمكن أن يقال إنها اشتقت من التي تسمى صيغة هيرون :

$$\frac{b}{12} \pm 1 > \sqrt[3]{(b \pm 24)} > \frac{b}{12} \pm 1$$

حيث أ هو أقرب عدد مربع للعدد الذي نريد إيجاد جذره التربيعي وفي

$$\text{هذه الحالة } \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{(1-4)} \text{ أى إن } 2 = أ ، 1 = ب .$$

الستوماخيون ( خلية أرشميدس ) : وهو جزء آخر صغير من أعمال أرشميدس وهو من نوع الألغاز الهندسية ، يشبه إلى حد ما « اللغز الصيني السباعي » ولكنه أكثر تعقيداً . والمسألة التي يعالجها هي أن يقسم متوازي أضلاع إلى ١٤ جزءاً تبعاً لعلاقات مختلفة بين هذه الأجزاء .

ويقول بابوس<sup>(١٥)</sup> إن أرشميدس قد وصف ١٣ من كثيرات الوجوه شبه المنتظمة ، أى كثيرات الوجوه التي تتساوى وجوهها في الأضلاع والزوايا ، ولكنها لا تتشابه ، وقد كان أحدها مثلاً عبارة عن ثمانى الوجوه الذي يتكون من أربعة مثلثات وأربعة مسدسات ، أما كثير الوجوه رقم ١٣ فقد كان أكثرها تعقيداً ، وكان يتكون من ٩٢ وجهاً ، منها ٨٠ وجهاً مثلثاً ، ١٢ وجهاً خماساً . وإنه حقاً « ذو اثني عشر وجهاً ممسوخاً » . وتتكون كل زاوية مجسمة منه من ٤ مثلثات محوطة بمخمس .

وقد فقد له كتاب باليونانية عن سباعى الوجوه المنتظم ، وقد ترجمه إلى العربية ثابت بن قرة في النصف الثاني من القرن التاسع . وقد وجد له كارل شوى مخطوطاً عربياً في القاهرة ونقله إلى الشعوب الغربية في ترجمة ألمانية سنة ١٩٢٦<sup>(١٦)</sup> .

وإن هذا التعداد لأعمال أرشميدس لكاف لإظهار عمق أرشميدس الذي لا يمكن تصديقه بسهولة في التفكير الهندسي . فهو لم يكتف بأن يسأل أسئلة ذات أصالة وأن يحصل على نتائج لم يفكر فيها أحد في عصره ، وإنما استخدم طرقاً حاسمة وفريدة. فقد استطاع مثلاً إيجاد مساحة الأشكال المحدودة بمنحنيات ، وإيجاد مساحة السطوح المنحنية وأحجامها . كما استطاع أن يستخدم طريقة تكافؤ طريقة التكامل<sup>(١٧)</sup> لإيجاد مساحات القطع المكافئية والحلزونات ، وحجوم الكرات ، والقطع الكروية ، وكذلك مساحات قطع من مجسمات الدرجة الثانية . وهذه لا يمكن شرحها هنا الآن . وأفضل طريقة لتقدير هذه الطرق هي دراسة أعمال أرشميدس ، كما جاءت في طبعة هايبرج أو في ترجمة هيث . وإنه لمن السخف أن نتحدث عن أرشميدس كسلف لمخترعي الهندسة التحليلية وحساب التكامل ، ولكن مجرد التفكير في مثل هذا بالنسبة له لئذ دلالة كبيرة ، وإذا ما تذكر الإنسان أنه قد كَوّن وحلّ عدداً كبيراً من المسائل المعقدة دون أن يملك معدات التحليل التي لدينا الآن ، فإن عبقريته تملؤنا عجباً .

### الحساب :

لقد كان عمل أرشميدس في الحساب والجبر أقل حجماً وأقل أصالة ، فهل كان على علم بطرق البابليين<sup>(١٨)</sup> ؟ لست أدري ! وربما سمع بها في أثناء إقامته بالإسكندرية ، ولم يكن من الضروري أن يسمع بالكثير ، لأن أقل إيجاء كاف لاستثارة عقله . وعلى أي حال فليس من الممكن أن نميز عناصر بابلية في أعماله .

وقد تأثر أرشميدس بالضعف المتأصل في النظام العددي اليوناني ، سواء عبر عنه بالرموز أو بالحروف . وهذا الضعف هو أحد متناقضات الحضارة اليونانية ، حيث قنع قادة الرياضيات القدامى بأسوأ نظام عددي يخفى أساسه خلف رموز غير ملائمة<sup>(١٩)</sup> . وفي هذه الحالة كانت الحاجة ماسة إلى عبقريته ، فبدل أن يخترع نظاماً أفضل (وهو الحل الحقيقي) حاول أن يدافع عن الأرقام

اليونانية بأن يرينا أنها كافية لتمثيل أكبر الأعداد (٢٠). وليس هناك من شك في أن أى نظام عددي يمكن أن يبرر بنفس الطريقة . وقد عبر عن آرائه عرضاً في كتاب يسمى « القواعد » أو « تسمية الأعداد » ، وقد أهداه إلى من يسمى زيكسبوس . وقد ضاع هذا الكتاب ، ولكننا عثرنا على غيره وهو « عداد الرمل » (٢١) ، وقد أهداه إلى الملك جيلون ، وفيه قدم لنا أرشميدس عدداً كبيراً جداً بطريقة كان فيها الشيء الكثير من الأصالة . « كم عدد حبات الرمل التي تملأ هذا الكون ؟ » . ومن الواضح أن هذا السؤال مزدوج ؛ إذ لا بد أولاً من أن يحدد المرء سعة هذا الكون ، ومتى تم له ذلك ، كان من السهل عليه أن يحسب كم عدد حبات الرمل التي يمكن أن تملأ هذا الكون إذا عرف كم حبة رمل تحتويها وحدة حجم معينة . ومعنى ذلك أنه من السهل علينا ذلك إذا كان لدينا أسماء الأعداد اللازمة . ففي النظام العشري لا يمكن أن تقوم لمثل هذه المشكلة قائمة ، وذلك لأنه إذا استطاع المرء أن يفهم معنى ١٠ صفر ، ١٠ ، ٢١٠ ، فليس هناك صعوبة في فهم ١٠٠٠ بصرف النظر عن مقدار ن ، وقد كان حل أرشميدس أكثر تعقيداً . فقد اعتبر الأعداد من ١ إلى ١٠٠ مليون ( ١٠٠ ) من الرتبة الأولى ، ومن ١٠٠ إلى ١١٠ من الرتبة الثانية وهكذا ، كما اعتبر الأعداد من الرتبة المليون تنتهي بالعدد ١٠٠ × ١٠ ، علماً بأن كل هذه الأعداد هي أعداد الفترة الأولى ، ويمكن تعريف أعداد الفترة الثانية بنفس الطريقة ، وكذلك أعداد الفترة الثالثة ، إلخ ، حتى الفترة ١٠٠ وتنتهي بالعدد ( ١٠٠ × ١٠ ) ١٠٠ ، والتعبير العشري للعدد الأخير للفترة ١٠ هو واحد صحيح متبوعاً بأصفار عددها ٨٠,٠٠٠ مليون مليون ، ومعنى ذلك أن عدد حبات الرمل التي تملأ الكون أصغر نسبياً من ١٠٠٠ . وهذا المظهر من مظاهر عبقرية أرشميدس غريب حقاً ، فبدل أن يفكر في نظام عددي يمكن أن يكون ذا نفع في الحياة العملية ، انغمس في فكرة الأعداد الهائلة ، وهي فكرة فلسفية أكثر منها رياضية بحتة . ويذكرنا هذا بعلماء الكون البوذيين الذين عبدوا أنفسهم برؤية مالا نهاية ، والذين عرفوا أعداداً ( لم

تصل في الكبر إلى أعداد أرشميدس) ، وسما وحدات ذات رتب عشوية متزايدة وصلت إلى ١٠<sup>٥١</sup> ، وكذلك اخترعوا فترة زمنية هائلة ، وهي طويلة تكفي لكي تغطي تلك الدراما الخاصة بالخلق والفناء . وتتولى هذه الفترة الهائلة بحيث تتبع إحداها الأخرى ، بمعنى أنه إذا كان المرء قادراً على إدراك مالا نهاية ، فهو قادر أيضاً على أن يتصور مالا نهاية للما لانهايات ، وهكذا ، ونلاحظ في هذه المرحلة من مراحل الفكر ، أن هذا النوع من التفكير ليس رياضياً ، وإنما هو تفكير فيما وراء الطبيعة<sup>(٢٢)</sup> .

وهناك كتاب آخر يسمى مسألة الماشية ، وقد أهدي إلى إراتوستينز ، وخصص لمسألة في التحليل غير المعين ، وهي مسألة بالغة التعقيد ، حيث يطلب من المرء أن يجد عدد الثيران والبقر في كل لون من ألوان أربعة ، ولا تربط هذه المجاهيل الثمانية غير سبع معادلات وشرطين<sup>(٢٣)</sup> .

وقد أدى حل هذه المعادلات السبع إلى ثمانية أعداد ذات سبعة أو ثمانية أرقام ، مضروب كل منها في نفس المعامل . وقد زاد الشرطان في المعامل للدرجة كبيرة بحيث أصبحت إحدى الكميات الثماني غير المعروفة ذات ٢٠٦,٥٠٠ رقم . وهنا أيضاً يبدو غريباً أن ترى أن اهتمام أرشميدس بالتحليل غير المعين يقترن بالاهتمام الهندي بالأعداد الضخمة .

### الميكانيكا :

إننا نصادف هنا شيئاً أكثر جذباً للانتباه من بحوث أرشميدس في الهندسة ، وهي اختراعه لفرعين نظريين من فروع الميكانيكا ، وهما الاستاتيكا والهيدروستاتيكا ، وقد عثرنا على كتابين من كتبه في الميكانيكا ، وهما : كتاب توازن المستويات وكتاب الأجسام الطافية ، وقد كتب كل منهما على طيقة إقليدس . وقد قسما إلى كتابين وكانا متساويين في الطول تقريباً ( ٥٠ صفحة و ٤٨ صفحة ) ، وقد بدنا بتعاريف أو بمسلمات ، وعلى أساسها برهن هندسياً على عدد من النظريات .

أما الكتاب الأول فهو عن توازن المستويات ، ويبدأ هكذا :  
أسلم بما يأتي :

١ - الوزان المتساويان والواقعان على بعدين متساويين ، يكونان متوازنين ،  
والوزان المتساويان والواقعان على بعدين غير متساويين لا يكونان متوازنين ، بل  
يميلان نحو الوزن الذى يقع على مسافة أبعد .

٢ - إذا توازن وزان على بعدين معينين ، ثم حدث أن أضيف شيء  
إلى أحدهما ، اختل توازنهما ومالا نحو الوزن الذى حدثت له الإضافة .  
وبعد بضع خطوات أخرى ، استطاع أن يبرهن على أن أى مقدارين  
سواء أمكن عددهما أم لم يمكن يتوازنان على بعدين يتناسبان عكسياً معهما . وهذان  
البعدان هما بعدا مركزي ثقلهما عن محور الارتكاز . وبناء على ذلك كانت  
نهاية الكتاب الأول ( النظريات من ٩ - ١٥ ) تشرح كيفية الحصول على  
مركز ثقل أشكال متعددة ، متوازي الأضلاع والمثلث وشبه المنحرف . أما  
الكتاب الثانى فقد خصص كله لإيجاد مركز ثقل القطع المكافئية ، وتعيين  
النظرية الأخيرة ( ١٠ من الكتاب الثانى ) مركز ثقل قطعة مكافئية محصورة  
بين وترين متوازيين . وكل هذه النظريات هى نظريات هندسية طبقت فى  
أغراض استاتيكية .

وينبئ الكتاب الخاص « بالأجسام الطافية » على مسلمتين ذكرت المسلمة  
الأولى فى مقدمة الكتاب الأول ، وذكرت المسلمة الثانية بعد النظرية السابعة ،  
وهما :

المسلمة الأولى : لنفرض أن لدينا مائعا ذا صفات معينة بحيث إذا كانت أجزاؤه متصلة  
وتجانسة ، فبالجزء الذى يقع عليه أقل دفع يدفع نحو الجزء الذى يقع عليه أكبر دفع ، وكل جزء  
من هذه الأجزاء يقع تحت دفع المائع الذى يعلوه فى اتجاه عمودى إذا كان المائع فى أى شيء  
أوانضغط بأى شيء .

المسلمة الثانية : من المسلم به أن الأجسام المدفوعة إلى أعلى فى مائع ما ، تكون مدفوعة  
إلى أعلى فى اتجاه العمودى ( على السطح ) الذى يمر بمركز الثقل .

وعلى أساس المسلمة الأولى أثبت ( النظرية الثانية ) « أن سطح أى مائع

ساكن ما هو إلا كرة مركزها هو نفس مركز الأرض . ويلاحظ أن النظريات الأساسية في المجلد الأول وهي النظريات من ٥ - ٧ معادلة لقاعدة أرشميدس المشهورة ، وهي أن الجسم المغمور كلياً أو جزئياً في مائع ما ، يفقد جزءاً من وزنه يعادل وزن المائع المزاح ، وكثيراً ما يقال إنه كشف هذا القانون حين شعر بخفة جسمه في الماء ، فخرج من الماء مسروراً وهو يصيح « لقد وجدتتها . وقد ساعده هذا على تحديد الوزن النوعي للأجسام ، كما ساعده على حل « مسألة التاج » . فقد صنّع تاج ذهبي للملك هيرون وظن أنه عمل من الذهب والفضة معاً . فما مقدار ما به من تزييف ؟ وقد حلت المسألة بوزن التاج في مقدار من الماء ، ووزن نفس الوزن من كل من الذهب والفضة في الماء . وبحث أرشميدس في المجلد الثاني شروط التوازن المستقر لقطعة من مجسم مكافئ دوراني طافية في مائع . وهنا أيضاً انتصرت الهندسة على الميكانيكا .

ويبدو أن أرشميدس قد كتب على الأقل كتاباً آخر في الميكانيكا « ٢٤ » ، وبه حل المسألة الآتية : « كيف تحرك ثقلاً معيناً بقوة معينة ؟ » ، وكذلك برهن على أن « الدوائر الكبرى تفوق الدوائر الصغرى حينما تدور حول نفس المركز » ويذكرنا هذا بقصة افتخاره للملك هيرون حين قال له : « أعطني نقطة ارتكاز ، وأنا أحرك العالم » . ولكي يقنع الملك استطاع أن يحرك سفينة كاملة الحمولة بمجهود ضئيل باستعمال بكرة مركبة .

ويعود بنا هذا إلى مخترعات أرشميدس الميكانيكية للحرب والسلام ، والتي أثرت في خلقه تأثيراً عميقاً لدرجة أنه قد مرّ على إنتاجه النظري مرّ الكرام ، ومن الممكن أن نقدر بطريقة أخرى عظمة ما قام به من أعمال في الاستاتيكا والهيدروستاتيكا . ويجدر بنا أن نتذكر أن علم الطبيعة عند أرسطو وستراتون كان يختلف تماماً عن علم الطبيعة كما نفهمه الآن ، وهذا فضلاً عن أن العلوم الطبيعية الأولى التي بحثت على أساس رياضي هي بقايا البصريات الهندسية ( التي قام بها إقليدس وغيره ) ، وفرعا الميكانيكا : الاستاتيكا والهيدروستاتيكا ، وقد بحثا بدرجة أعمق . وقد تمت هذه الدراسة على يد أرشميدس الذي يجب أن

يسمى أول عالم ميكانيكا متعقل ، ولم يوجد أى عالم آخر يمكن أن نقارنه به حتى عصر سيمون ستيفن (١٥٤٨ - ١٦٢٠) وجاليليو (١٥٦٤ - ١٦٤٢) واللذان ولدا بعده بثمانية عشر قرناً !

لقد سبق أن رأينا أن ميكانيكا أرشميدس قد تسمى هندسية ، وهذا ينطبق أيضاً على أى كتاب فى الميكانيكا النظرية ، لأن الميكانيكا ليست إلا تطوراً لمسلّمات ميكانيكية معينة ( وبنفس الروح تعتبر الهندسة تطوراً رياضياً لمسلّمات معينة خاصة بالمكان ) . ومن الواضح أن عقل أرشميدس لم يفرق كثيراً بين المجالين . وما يعضد هذا كتاب لأرشميدس ظل مجهولاً تماماً حتى سنة ١٩٠٦ حين كشفه العالم الدانمركى اللامع هايرج فى مخطوط بالقسطنطينية<sup>(٢٦)</sup> . وهو كتاب « الطريقة » ويعالج المسائل الميكانيكية ، وقد أهدى إلى أراتوستينيز .

وقليل من علماء الرياضيات من عنى بشرح الطريقة التى توصل بها إلى كشوفه ، ولهذا كانت كتاباتهم محيرة ، ولا يسع المرء أن يسأل : « كيف فكروا فى هذا ؟ » . وقد يكون تحفظهم نوعاً من التعالى ، ولكنه فى معظم الحالات ناتج من أن أفكارهم كانت ثمرة الضرورة . وقد يكون الإلهام الأول غامضاً ، ومن الصعب التعبير عنه علمياً ، وإذا ما تتبعه عالم الرياضيات ، فقد يتمكن من أن يجد فيه نظرية علمية على أن يكون طريقه إليها صعباً وطويلاً . وستصادف نفس الصعوبة والطول إذا ما حاولنا وصف الكشف بالترتيب التاريخي . وأسهل من ذلك أن نلجأ إلى تفسيره منطقياً ونظرياً بعد أن نستبعد كل ما فيه من تناقض وعدم اتساق . فالنظرية الجديدة تبدو كالبناء الجديد بعد أن تنزع عنه السقالات والإنشاءات المساعدة ، وهذه هى الأشياء التى لا يمكن بدونها أن يرتفع البناء .

ومن الواضح أن طريقة إقليدس فى العرض ، وهى الطريقة التى اتبعها أرشميدس هى طريقة جدلية أو نظرية ، وأن ترتيب العرض فى كتاباته يختلف بكل تأكيد عن ترتيب الكشف . وبعد أن ناقش الأمر جيداً مع صديقه أراتوستينيز كتب مؤلفه « الطريقة » . وعلينا أن نشكر العالم هايرج شكراً جزيلاً

إذ به تم كشف أكثر وثائق التاريخ إظهاراً للحقائق ، ليس فقط فيما يتعلق بالعلوم القديمة ، وإنما بالعلوم بصفة عامة في كل العصور . ولكي أوضح هذا القول الجريء، أريد أن أقارن « الطريقة » بوثيقة هم تاريخ علم وظائف الأعضاء الحديث ، أى بمؤلف كلود برنار ( باريس سنة ١٨٦٥ ) « مقدمة في علم الطب التجريبي » . وقد يبدو من المتناقضات أن أقارن كتاباً في الرياضيات كتب باللغة اليونانية في سيراكوز قبل سنة ٢١٢ ق.م. ، بكتاب في علم وظائف الأعضاء كتب بالفرنسية بعد الأول بأكثر من ألفين من السنين !! ومع ذلك ففي كليهما يحاول أستاذ عظيم أن يفسر لنا ليس كشوفه فحسب ، وإنما طريقته في كشفها ، ومثل هذين الكتابين نادر الحدوث في تاريخ العلم ، ولذلك كانا ثمينين إلى درجة كبيرة .

وحتماً لا يستطيع المرء أن يقرأ تعليقات أرشميدس المعقدة عن إيجاد المساحات وإيجاد الحجم ، دون أن يقول لنفسه : « كيف بالله استطاع أن يتخيل هذه الطرق؟ »<sup>(٢٦)</sup> وأن يصل إلى هذه النتائج ؟ ولا بد أن يكون أراتوستينز قد سأل نفس السؤال ليس بالنسبة لنفسه فقط ، ولكن بالنسبة لأرشميدس . ويلاحظ أنهم قد توصلوا إلى هذه النتائج مبدئياً وبطريقة الإلهام قبل أن يبرهنوا على صدقها ، أو قبل أن يكون من الممكن البدء بمثل هذا العرض .

أما وقد اكتسبنا عن الطريقة بعض المعرفة الخاصة بالموضوع ، فإن تقديم البرهان يصبح أسهل مما لو لم يكن لدينا أية معرفة سابقة به . وهذا هو السبب في أنه في حالة النظريات التي كان « يودوكسوس » Eudoxos أول من كشف برهانها ، وهي النظريات الخاصة بأن المخروط ثلث الأسطوانة ، وأن الهرم ثلث المنشور ، إذا كانا يشتركان في القاعدة ويتساويان في الارتفاع ، يجب علينا ألا نعطي أى فضل لديموكريتوس علماً بأنه كان أول من أكد الشكل السابق ولكنه لم يبرهن عليه<sup>(٢٧)</sup> .

وتثير هذه العبارة اهتمامنا ، ليس لذاتها فقط ، وإنما بالنسبة للإشارة لكل من ديموكريتوس ويودوكسوس . وقد كشف ديموكريتوس ( القرن الخامس قبل الميلاد ) حجم الأسطوانة والمنشور والهرم . ولكن يودوكسوس ( النصف الأول

من القرن الرابع قبل الميلاد) كان أول من برهن على هذه النظريات<sup>(٢٨)</sup>. وقد أشار أرشميدس إلى أن تفكير ديموكريتوس الملهم قد سهل برهان يودوكسوس ، ولذلك يجب أن نعطي الأول بعض الفضل . ونلاحظ أن أرشميدس نفسه قد أفاد من مثل هذا التفكير الملهم ، وإن كان تفكيره هو الخاص ، وهو تفكير ميكانيكي وصفه لنا (وهو يفكرنا بكافالييري)<sup>(٢٩)</sup>. وقد مكنته إدراك طريقة يمكن اتباعها في إيجاد مساحات معينة ، ونلاحظ أنه كان يتصور النتيجة قبل أن يستطيع البرهنة عليها ، أو بمعنى أدق قبل أن يحاول ذلك . وللحصول على تفصيلات أكثر ارجع لكتاب « الطريقة » ، ويمكن الحصول عليها ليس فقط باليونانية أو اللاتينية بل بالإنجليزية أيضاً .

وما زلنا نستطيع أن نقول كلمات قليلة أخرى عن أعمال أرشميدس في ميادين الفلك والبصريات . وقد كتب كتاباً (فقد) عن « عمل الكرة » وصف فيه كيفية إقامة ساعة شمسية لبيان حركة الشمس والقمر والكواكب . وكانت هذه الساعة الشمسية من الدقة بحيث تستطيع التنبؤ بما قد يحدث من كسوف الشمس وكسوف القمر .

وقد وصف في « عدّاد الرمل » الآلة البسيطة التي استخدمها في قياس قطر الشمس الظاهري . وقد وجد أن :  $27 > \pi > 22$  . وقد أشار هيارخوس لأرشميدس وذكر أنهما قد وقعا في نفس الخطأ في تسجيل أرصادهما عن الانقلابين<sup>(٣٠)</sup>. وقد ذكر ماكروبيس (النصف الأول من القرن الخامس) أن أرشميدس عين أبعاد الكواكب .

وقد ثبت اهتمام أرشميدس بالبصريات من كتاب — فقد أيضاً — وهو « المرايا » ، ومنه اقتبس ثيون السكندري (النصف الثاني من القرن الرابع) نظرية واحدة وهي : الأشياء المقذوفة في الماء تبدو أكبر فأكثر كلما ازداد غوصها عمقاً .

وليس بغريب في ضوء تاريخ علم الفلك والبصريات اليوناني أن ينتبه أرشميدس لمثل هذه الموضوعات ، وقد ناقشها مع تلاميذ إقليدس أريستارخوس

في إبان إقامته بالإسكندرية ، ومع ذلك فقد كان اهتمامه الرئيسي الخاص رياضياً ، وقد وضحه بصورة تدعو إلى الإعجاب في كتبه التي عثرنا عليها .

### التراث الأرسيميدي :

إننا نتساءل كيف توصلنا إلى أعمال أرسيميدس ؟ وإن تقاليد العلوم القديمة ذات أهمية تعادل تقريباً اختراعها ، إذ بدونها تصبح هذه المخترعات عديمة الأهمية .

والقصة بأكملها على درجة كبيرة من التعقيد بحيث يتعذر علينا أن نقصها هنا ، إذ أن علينا أن نفسر تقاليد اثنتي عشرة مادة وصلتنا بطرق مختلفة ، ولكي أكون مختصراً في ذكر الخطوط العريضة لهذه البحوث ، أجد من المناسب أن نعدد كتب أرسيميدس . وقد سرت على غرار ترتيب هايبرج في الطبعة اليونانية الثانية ، المجلد الأول الذي يحتوي على المواد الثلاث الأولى ، وقد ظهر سنة ١٩١٠ ، والمجلد الثاني وقد احتوى البنود التسعة الباقية سنة ١٩١٣ .

- ١ - الكرة والأسطوانة .
- ١ - قياس الدائرة .
- ٣ - أشباه المخروط وأشباه الكرات .
- ٤ - الحازونات .
- ٥ - توازن المستويات .
- ٦ - عدّاد الرمل .
- ٧ - تربيع القطع المكافئ .
- ٨ - الأجسام الطافية .
- ٩ - ستوماخيون ( الألغاز الهندسية ) .
- ١٠ - الطيقة .
- ١١ - التمهيدات .
- ١٢ - مسألة الماشية .

إن تعاليم أرشميدس القديمة أقل كثيراً من تلك التي تركها إقليدس ، ومن الغريب أن يكون الضوء الوحيد في الظلام القديم هو ذلك الضوء الذي أعطاه لنا شيشرون ( النصف الأول من القرن الأول قبل الميلاد ) وإننا نعلم أن بطلميوس ( النصف الأول من القرن الثاني ) وثيون السكندري ( النصف الثاني من القرن الرابع ) قد قرآ له ، ولكنهما لم يذكرنا عنه إلا النادر . وهناك مجموعة من الوثائق الإدارية التي عملت حوالى منتصف القرن الخامس للموظفين الرومان ومحفوطة في Codex Arcerianus ، ومن المحتمل أن تكون قد كتبت في القرن السادس ( وليس أحدث من القرن السابع ) ومع أن مستواها العلمى منخفض ، إلا أنها تشمل النظرية الأرشميدية التي تعطينا مجموع الأعداد المربعة الأولى<sup>(٣١)</sup> .

وإن الأثر البارز من التراث اليونانى هو فى الواقع التعليقات المستفيضة التي كتبها يوتوكيوس ( النصف الأول من القرن الخامس ) العسقلانى ( على الشاطىء الفلسطينى ) وهي تعليقات مفصلة حقاً ، وتغطى المواد ١ ، ٢ ، ٥ ، وهي تملأ المجلد الثالث من النسخة اليونانية لهايرج سنة ١٩١٥ . وبعد ذلك لم نجد نجد أثراً للاهتمام إلا فيما يختص بأن مخطوطات أرشميدس قد نقلت فى أثناء النهضة البيزنطية فى القرنين التاسع والعاشر والتي بعها ليون السالونيكى ( النصف الأول من القرن التاسع ) ، ومن المحتمل أن تكون أصول المخطوطات القديمة إلى نهاية القرن الخامس عشر وبداية القرن السادس عشر وتشمل المواد القديمة ١ ، ٢ ، ٥ ، مضافاً إليها ٤ ، ٦ ، ٧ .

إن الأصول المبدئية لا يمكن أن تكون أحدث من ( النصف الأول من القرن التاسع ) ، إذ دخلت نسخة منها « دار الإسلام » ، ولم تلبث أن ترجمها قسطاً بن لوقا أو أفراد مدرسته ، ثم عقب عليها بعض علماء العرب من الرياضيين أمثال الماهانى وثابت بن قرة ويوسف الخورى وإسحق بن حنين ، وقد ازدهروا جميعاً فى النصف الثانى من القرن التاسع . وكذلك ترجمت بعض الكتب العربية إلى اللاتينية . فمثلاً ترجمت المادة الثانية ( قياس الدائرة ) مرتين من العربية إلى اللاتينية فى القرن الثانى عشر . وكانت المرة الأولى بواسطة أفلاطون

التيفولى أو غيره ( النصف الأول من القرن الثاني عشر ) ، وكانت المرة الثانية بواسطة جيرارد الكريمنى ( النصف الثاني من القرن الثاني عشر ) ، وقد كونت الطبعة الثانية نصوص العالم اللاتينى (٣٢) .

وبعد قرن آخر استطاع قس فلمنكى هو ويليم المويربيكى ( النصف الثاني من القرن الثالث عشر ) أن يترجم من اليونانية مباشرة كل كتب أرشميدس تقريباً ، وكان أهم هذه التراجم تلك الترجمة الخاصة بالمادة الثامنة ( الأجسام الطافية ) ، وذلك لأن هذه المادة قد أهملت في التقليد اليونانى القديم . وقد أتم هذه الترجمة القس وليام في البلاط البابوى في فيتر بويو Viterbo سنة ١٢٦٩ (٣٣) . وقد فقد النص اليونانى للمادة الثامنة . ولم يظهر حتى سنة ١٩٠٦ حيث عثر عليه هايرج في وثيقة القسطنطينية (٣٤) ، وكانت تحتوى على نصوص أخرى لأرشميدس كان أتمها كتاب « الطريقة » .

ومن الجائز أن يكون ماكسيموس بلانوديس ( النصف الثاني من القرن الثالث عشر ) قد استخدم النص اليونانى في بحوثه الخاصة ، في الوقت الذى كان فيه ويليم المويربيكى يترجم أرشميدس إلى اللاتينية عن اليونانية مباشرة ، وكان نصير الدين الطوسى الفارسى ( النصف الثاني من القرن الثالث عشر ) يراجع الكتب العربية . وفي القرن الرابع عشر استطاع عدد قليل من علماء الرياضيات الحصول على مخطوطات أرشميدس ، ونضرب مثلاً لذلك العالم المسلم العراقى ، ابن الأکفانى ( النصف الأول من القرن الرابع عشر ) وكذلك اليهود أمثال قالونيموس بن قالونيموس ( النصف الأول من القرن الرابع عشر ) الذى ترجم هذه المخطوطات من العربية إلى العبرية ، وربما أيضاً عمانويل بونفيل ( النصف الثاني من القرن الرابع عشر ) ، ونضيف إلى ما سبق العلماء المسيحيين ، وكان أهمهم يعقوب الكريمنى ، وريجيومتانوس . وكان ليوناردو دافينشى يعرفه .

وقد ظل كتاب « الطريقة » ( المادة العاشرة ) غير معروف حتى سنة ١٩٠٦ — ١٩٠٧ ، ثم ظهر ثانية باللغة اليونانية ، وسرعان ما ترجم إلى لغات متعددة . وكذلك كشف كارل شوى في مخطوط عربى مادة أخرى لم تذكر في القائمة

السابقة وهو كتاب « المسيع المنتظم » وترجمه إلى الألمانية . وقد ظل مجهولاً حتى سنة ١٩٢٦ . وعلى الرغم من أن احتمال العثور على نصوص مجهولة في مخطوطات يونانية ، احتمال ضئيل ، إلا أنه قد تكشف نصوص أخرى في المخطوطات العربية حيث ما زال الكثير منها غير مرصود<sup>(٣٥)</sup> .

وقد تغيرت ظروف هذه النصوص اليونانية لدرجة أن المرء ليعجب كيف حدث أن وصلت إلينا بالفعل معظم هذه النصوص . وقد ضاع كثير من النصوص اليونانية ، كما أن كشف بعضها كان مجرد ضربة حظ سعيدة كما هي الحال في كتاب « الطريقة » . تصور أن كتاب « الطريقة » حفظ لأن بعض الرهبان مسحوه ، وربما تعرض للضياع إذا لم يكن هؤلاء الرهبان قد حاولوا إتلافه ! وهناك حالة أخرى تحضرنى ، وأنا أكتب هذه السطور وهي حالة الكمان السرديسى ، وهو شاعر عاش في إسبرطة في النصف الثاني من القرن السابع ، وقد كشفت إحدى قصائده الشعرية سنة ١٨٥٥ في أغلفة إحدى الموميات المصرية<sup>(٣٦)</sup> ! ومع ذلك فإنه من الممكن أن ينتقل الشعر بالتقليد الشفهي ، وكان هذا مستحيلاً في حالة الرياضيات . فقد تحفظ مادة كشف علماء الرياضيات بواسطة المعلمين المتعاقبين ، على أن نصوص أعمالهم لا يمكن تذكرها لغوياً ، كما لا يمكن قراءتها علانية .

وتبقى التعاليم في خطر كبير حتى يطبع النص ، ورغم ما قد يكون من اهتمام قلة من العلماء في القرون الوسطى بأعمال أرشميدس ، فإن هذه الأعمال لم تجد إقبالا كبيراً ، وما يدل على ذلك اختفاء المؤلفات القديمة المتعلقة بهذه الأعمال . وكان أول ملخص مطبوع عن أرشميدس ضمن مجموعة تسمى Tetragonismus (شكل ٢٣) وكانت الطبعة المهمة الأولى من أعماله هي الترجمة اللاتينية التي قام بها نيقولا تارتاجليا (البندقية سنة ١٥٤٣) والتي ظهرت بعد الأولى بأربعين عاماً . وقد اقتصررت هذه الترجمة على المواد ٥ ، ٧ ، ٢ ، ٨ (المجلد الأول فقط) ، ومن ثم كانت مستمدة من تقليد يختلف عن التقليد البيزنطي (١ ، ٢ ، ٥

## ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΟΥ ΣΥΡΑΚΟΣΙΟΥ, ΥΑΝΕΣΤΗ  
καὶ ἑφεσίου, ἑρμηνεύ.

ARCHIMEDIS SYRACUSANI  
PHILOSOPHI AC GEOMETRAE EX-  
plicitissimi Opera, quae quidem exstant, omnia, scilicet iam seculis desit-  
derata, atq; à quibus paucissimis hactenus uisâ, nuncup-  
pationem & Græcè & Latine in lu-  
cem edidit.

Quorum Catalogum uerò paginâ sequitur.

Adiecta quoq; sunt  
EVTOCIJ ASCALONITAE  
IN EOSDEM ARCHIMEDIJ LI-  
bris Commentaria, scilicet Græcè & Latine,  
nuncupata antea excussa.

Cum Cons. Martelli, gratia ex privilegio  
ad perpetuam.

BASELÆ,  
Ioannes Hieronymus excudit scilicet.  
AN. MDXLIIII.

شكل ٢٤ - قواعد أرشميدس . الطبعة الأولى من النصوص اليونانية لأعمال أرشميدس ، وتحتوى كذلك على ترجمة لاتينية وتعليقات يوتوكيوس ( النصف الأول من القرن السادس ) باليونانية واللاتينية وقد حررها توماس جيشوف جميعا باسم فيثاتوروريوس ( الورقة ٣١ سم ، بازل ، يؤنس هارفاجيوس ( يوحنا هرفاجن ، ١٥٤٤ ) وهى مقسمة إلى أربعة أقسام ، وكانت تحزم عادة ( وليس دائماً ) مع بعضها . وقد أهدى الجزوين الأول والثانى إلى سناطور نورنبرج . ويحتوى الجزء الأول ( ١٤٨ ص ) على النص اليونانى لأرشميدس ، بينما يحتوى الجزء الثانى ( ١٦٩ ص ) على الترجمة اللاتينية والجزء الثالث ( ٦٧ صفحة ) يحتوى تعليقات يوتوكيوس باليونانية ، والجزء الرابع ( ٧٠ ص ) على ترجمتها إلى اللاتينية .  
( محفوظات مكتبة كلية هارفارد )

Tetragonismus id est circuli quadratura per Eâ  
par. ii archimedè Syracusanu atq; boetium ma-  
thematicae per spicacissimos adinuenta.



شكل ٢٣ -

Tetragonismus, id est circuli quad-  
ratura per Companum Archimedes  
Syracusanum atque Boetium methema-  
ticae per spicacissimos adinuenta  
( ٣٢ ورقة ، ٢٠ سم ، البندقية ، سيما  
١٥٠٣ ) هذا أول ما ظهر من نصوص أرشميدس  
فى صورة مطبوعة . ويختص بتربيع القطع  
المكافئ والدائرة ( ورق ١٥ ، ٣١ ر ) ،  
وقد قدم له لوقا جريكو ( ١٤٧٥ - ١٥٥٨ )  
الجيفوفى ( نابلى ) ويحتوى الكتاب أيضاً على  
« تربيعات » إقليدس وبوتوريوس ( النصف الأول  
من القرن السادس ) .  
( محفوظات مكتبة كلية هارفارد )

مضافاً إليها ٤ و ٦ و ٧) كما استمدت من التراث المويربيكي، ويلاحظ أن طبعة تارتاجليا كانت بعيدة عن الكمال بدرجة كبيرة، على أنه حدث بعد ذلك أن درس عالم لغوي آخر هو فيناتوريوس مخطوط ملك البابا نيقولا الخامس (١٤٤٧ - ١٤٥٥). وقد ترجم هذا المخطوط جيمس الكريمنى. كما قام بتصحيحه ريجيو منتانوس. ولكي يستفاد من هذه المخطوطات أصدر فيناتوريوس كتاب «القواعد» (بازل سنة ١٥٤٤) الذى يحتوى على الترجمات اللاتينية، كما يحتوى على تعليقات يوتوكيوس باللغتين اليونانية واللاتينية (شكل ٢٤). ونلاحظ أن تارتاجليا ومن يفضله فيناتوريوس قد أظهرها هندسة أرشميدس لعلماء الرياضيات فى عصر النهضة، حتى إنه فى نهاية القرن السادس عشر كان لدينا عدد كاف من هذه، ليس فقط لتقدير أرشميدس، بل أيضاً لمناقشة ما صادفه من صعوبات أساسية.

وقد ترجم فديريكو كومندينو الأوربيني النص اليونانى سنة ١٥٤٤ إلى اللغة اللاتينية (البندقية سنة ١٥٥٨) (شكل ٢٥)، وقد ترجم نفس الشخص الهيدرستاتيكا فيما بعد إلى اللغة اللاتينية (بولونيا سنة ١٥٦٥). وقد نشر جيدو أوبالدودل مونت الكتباين المتعلقين بالاستاتيكا باللاتينية (بيزارو سنة ١٥٨٨). ومن الغريب أن ينشر كتاب الاستاتيكا بالفرنسية قبل اللاتينية، وأن يقوم بنشره بيير فوركاديل البزيرى (مجلدان. باريس سنة ١٥٦٥) (شكل ٢٦). وقد قرأ ستيفن هذه المؤلفات، وكانت له بحوث فى الاستاتيكا ظهرت سنة ١٥٨٦ قبل نشر الطبقات اللاتينية لأرشميدس.

وقبل نهاية القرن كانت كل أعمال أرشميدس قد عرفت فى أوربا (فما عدا الكتباين اللذين لم يكشفوا إلا فى عصرنا هذا) وقد ساعدت على خلق أو على الأقل إلهام التجديدات الرياضية فى القرن السابع عشر.

### الطبعات الحديثة :

وقد حرر ج. ل. هايبرج النص اليونانى سنة ١٨٨٠ - ٨١ وراجعته (٣)

LE  
LIVRE D'ARCHIMEDE  
DES POIS, QUI AVSSI EST  
DICT DES CHOSSES TOMBANTES EN L'HY-  
MIDE, TRADVICT ET COMMEN-  
té par Pierre Forcadel de Bezies  
lecteur ordinaire du Roy es  
Mathematiques en l'V-  
niuersité de  
Paris.

Ensemble ce qui se trouve du Livre d'Euclide intitulé  
du léger & du pesant traduit & com-  
menté par le mesme Forcadel.



A PARIS.

Chez Charles Perier, demourant en la rue  
S. Jean de Beauuais, au Belierophon.

1565.

AVEC PRIVILEGE DV ROY.

شكل ٢٦ - الترجمة الفرنسية لكتاب  
أرشميدس عن الهيدروستاتيكا ، لبير فوركاديل  
( ١٩٥٥ سم ، ٣٥ صفحة . باريس . تشارلز  
بيرير سنة ١٥٦٥ ) . والنسخة الصغيرة التي استخدمها  
لهذا الكتاب هي نسخة بيير دوهم . كذلك  
نشر فوركاديل ترجمة فرنسية للاستاتيكا  
( نفس الطابع ونفس السنة ) ولكني لم أرها .  
وكانت هذه هي الترجمة الأولى لاستاتيكا  
أرشميدس بأية لغة . ولم تظهر الترجمة اللاتينية  
لهذا الكتاب إلا بعد ذلك بثلاثة وعشرين  
عاما ( بزارو سنة ١٥٨٨ ) . وقد قام بالترجمة  
جيدو أو بالودول مونت .  
( محفوظات مكتبة كلية هارفارد )

# ARCHIMEDIS

OPERA NON NVLLA

A FEDERICO COMMANDINO  
VERINATE

EXPER IN LATINVM COMPERTA.  
ET COMMENTARIIS  
ILLVSTRATA.

Quorum nomina in sequenti pagina legentur .



CVM PRIVILEGIO IN ANNO X.  
VENETIIS,  
apud Paulum Manutium, Aldi F.  
M D LVIII.

شكل ٢٥ - ترجمة لاتينية لأرشميدس  
( ستة كتب ) قام بها فديكو كومندينو  
الأروبيي ( ١٥٠٩ - ١٥٧٥ ) ( ورقة  
٢٧٥ سم البندقية : باولوس مانوتوس سنة  
١٥٥٨ ) . وهي تنقسم إلى قسمين يحتوى الجزء  
الأول منها على النص الأرشميدي ، ويحتوى  
الجزء الثانى على تعليقاته وتعليقات يوتوكيوس .  
وقد أهدى الجزء الأول إلى الكاردينال رافوكسيو  
فارنيزى ، والجزء الثانى لفارنيزى آخر .  
ويلاحظ أن ترجمة كومندينو هامة إذ كان لها  
تأثير ملحوظ فى إحياء أعمال أرشميدس  
( محفوظات مكتبة كلية هارفارد )

مجلدات ، لبيزج ١٩١٠ ، ١٩١٣ ، ١٩١٥) ويحتوى المجلد الثالث على تعليقات وجداول يوتوكيوس . والطبعة الحديثة (٣ مجلدات سنة ١٩٣٠) . وقد ترجمها ل. هيث إلى الإنجليزية (٥١٢ ص كامبردج سنة ١٨٩٧) يضاف إليها ملحق يحتوى على كتاب « الطريقة » (٥١ ص سنة ١٩١٢) وظهرت كذلك ترجمة فرنسية لبول فيرايك (بروكسل سنة ١٩١٢) .

وقد طبع ماكسميليان كورترز كتاباً قصيراً يعزى إلى أرشميدس هو :  
 Liber Archimedis de insidentibus aquae في المكتبة الرياضية (١٨٩٦)  
 ص ٤٣ - ٤٩ (المقدمة - المجلد ٣ ص ٧٣٥) وهي مستمدة من أرشميدس ،  
 ولكنها ترجع إلى القرون الوسطى (حوالى النصف الأول من القرن الرابع عشر) .  
 وقد ظهرت كذلك طبعة جديدة لأرنست أ . مودى ، ومارشال كلاجيت ،  
 « علم الأوزان فى القرون الوسطى » (ماديسون - مطبعة جامعة وسكنسن سنة  
 ١٩٥٢) ص ٣٥ - ٤٠ (إيزيس ٤٦ ، ٢٩٧ - ٣٠٠ (١٩٥٥) .

### كونون الساموسى :

لقد كان كونون ( النصف الثانى من القرن الثالث قبل الميلاد) عالماً رياضياً وفلكياً ، عاش فى نفس الوقت الذى عاش فيه أرشميدس ومات شاباً . ولقد كتب أرشميدس فى مقدمة كتابه عن « الحلزون » مخاطباً دوسيثيوس ما يأتى :  
 « إن براهين معظم النظريات التى أرسلتها إلى كونون ، والتى سألتنى أن أرسلها لك بين وقت وآخر ، موجودة أمامك فى الكتب التى أحضرها لك هيراكليديس<sup>(٣٧)</sup> .  
 وكذلك يوجد بعضها الآخر فى الكتب التى أرسلها لك الآن . ولاتدهش من الوقت الطويل الذى أستغرقه قبل نشر هذه البراهين ، فإن هذا يرجع إلى رغبتي فى إرسالها أولاً إلى الأشخاص الذين يعملون فى الدراسات الرياضية ويرغبون فى بحثها . والحق كم من النظريات الهندسية قد بدت فى أول الأمر غير عملية ، ولكنها استخدمت بنجاح فى الوقت المناسب . وقد مات كونون قبل أن يكون لديه الوقت الكافى لبحث النظريات السابقة ، وإلا كان قد كشف كل هذه الأشياء

وأنجزها ، ولكن قد أضاف إلى الهندسة كشوفاً أخرى كثيرة . وذلك لأننى أعلم جيداً أنه كان يمتلك قدرة رياضية غير عادية ، كما كان مجدداً لدرجة خارقة للعادة . وعلى الرغم من مرور سنوات عديدة منذ موت كورون إلا أننى لا أرى شخصاً واحداً قد أثار أية مشكلة من تلك المشكلات « (٣٨) » .

لا بد أن كورون كان رياضياً موهوباً ، وإلا لما استحق كل هذا المديح ، ولذلك نحب أن نعرف عنه أكثر من هذا . وقد درس كورون تقاطع القطوع المخروطية . وقد كان الكتاب الرابع من « القطوع المخروطية أبولونيوس » مؤسساً جزئياً على أعماله . وقد أشار بابوس ( النصف الثانى من القرن الثالث ) إليه فى هذا الصدد .

وقد ألف سبعة كتب فى علم الفلك ، وكانت مستمدة جزئياً من الأرصاد الكلدانية (أو المصرية) ، ومن الجائز أن يكون هو الرجل الذى نقلها إلى هيبارخوس . وكذلك جمع تقويماً جديداً أو جدولاً فلكياً يبين شروق النجوم وغروبها والتنبؤات الجوية . ولقد بنى هذا الجدول على الأرصاد التى عملت فى صقلية وجنوب إيطاليا . ويوحى لنا هذا بأنه من الجائز أن يكون قد اجتمع بأرشميدس فى سيراكوز كما اجتمع به فى الإسكندرية .

وعلى كل حال فلا بد أن يكون قد ازدهر فى الإسكندرية ، إذ أنه قد سُمى بمجموعة نجمية كوى برينىكا ( بلوكاموس ) تيمناً باسم برينىكا ملكة بظلمىوس الثالث يوثرجيتيس (٣٩) . ويقول الشعراء إنها وهبت شعرها للآلهة لضمان سلامة عودة زوجها الذى كان يحارب فى سوريا . ويالها من قصة جميلة ! !

ويكفى أى رياضى شهرة أن يمتدحه أرشميدس فى مقدمة كتابه « الحلزونات » ويمتدحه كذلك أبولونيوس فى مقدمة المجلد الرابع « من القطوع المخروطية » ، فضلاً عن كثرة الإشارة إليه فى المجسطى ، ومع ذلك فقليل من الناس من يعلم أن شهرة كورون قد أسست على قصائد الشاعر اليونانى كليماخوس ( أحد معاصريه ) والشاعر اللاتينى كاتولوس ( حوالى سنة ٨٤ - ٥٤ ق . م . ) (٤٠) . .

## أبولونيوس البرجي :

هناك عالم يوناني واحد من علماء الهندسة يمكن أن نقارنه بأرشميدس ، وهو أبولونيوس ( النصف الثاني من القرن الثالث قبل الميلاد ) ، وقد يقول بعض المؤرخين إن أبولونيوس في المرتبة الثانية بالنسبة لأرشميدس . ولكن هذا النوع من الترتيب غير مستحب ، فقد كانا عملاقين معا ، ليس فقط بالنسبة للعلماء القدامى ، وإنما بالنسبة لرجال كل العصور . فالقول بأن أحدهما أعظم من الآخر لايعني شيئا ، إذ أننا نعلم أن العبقرية لا تقاس .

وقد كان أبولونيوس أصغر من أرشميدس بنحو ٢٥ سنة ، ويمكننا أن نفترض أنه كان على علم بكل أعماله رغم أنه لم يكن تلميذاً له ، ومع ذلك فقد اتجهت عبقريته في اتجاه آخر . فقد كان أرشميدس مهتماً بالقياس مثل عمليات التربيع ، واستطاع أن يحقق بمهارة تكاملاً في المستويات أو السطوح ذات الأبعاد الثلاثة المحيطة بمنحنيات ، بالإضافة إلى المجسمات ، ويمكننا أن نسميه مع الحذر اللازم ، أحد أسلاف حساب التفاضل ، أما ميدان أبولونيوس المؤكد فهو نظرية القطوع المخروطية التي لم يقسها ، بل حاول أن يفهم أشكالها ومواضعها ، فضلاً عن إدراك ما بينها من علاقات يمكن أن تميز كل نوع منها بعضها عن بعضها الآخر .

كما درس ما قد يحدث إذا ما تقاطع اثنان من هذه القطوع سواء أكانا من نوع واحد أم مختلفان ، وبالاختصار يمكننا أن نقول إن هندسة أرشميدس هندسة القياس وهندسة أبولونيوس هندسة الأشكال والأوضاع . ويجب أن نتذكر دائماً أن هذين النوعين من الهندسة ليسا متباعدين ولكنهما متداخلان ، والحق أنه اختلاف في مواضع التوكيد فقط ، القياس عند أرشميدس والأشكال عند أبولونيوس .

ومن المحتمل أن يكون أبولونيوس قد ولد في برجه في پامفيليا<sup>(١)</sup> حوالي سنة ٢٦٢ ، ولانعرف اسم والديه ، ولكن كان له ولد يحمل اسمه ( أبولونيوس

الصغير) . ولما كان شديد الذكاء فقد أرسل في وقت مبكر للدراسة في الإسكندرية فترعرع في هذه المدينة في أثناء حكم بطلميوس الثالث يوجر جيتيس سنة ٢٤٧ - ٢٢٢ وبطلميوس الرابع فيلوباتر ( ٢٢٢ - ٢٠٥ ) ، وزار برجامة في أثناء حكم أتالوس الأول سوتر ( ٢٤١ - ١٩٧ ) . وفي أثناء حكم بطلميوس الرابع تدهورت قوة اليونان في مصر ، في حين كانت برجامة في صعود<sup>(٤٢)</sup> في أثناء حكم أتالوس الأول . . ولا يعرف تاريخ موت أبولونيوس ولا مكانه ، كما أننا لا نعلم كيف قضى آخر أيام حياته ، وهو في هذا أقل حظاً من أرشميدس الذي كان موته سنة ٢١٢ قمة بطولة معروفة .

وبالرغم من أن أبولونيوس قد ألف كتباً كثيرة مثل أرشميدس ، إلا أنه كان يشبه إقليدس في أن أحد كتبه كان أهم من الكتب الأخرى لدرجة يمكن معها التغاضي عنها ( وهذا ما حدث بصفة عامة ) . وكما أن إقليدس أولاً وقبل كل شيء مؤلف « الأصول » كذلك كان أبولونيوس معروفاً كمؤلف القطوع المخروطية .

وكما أن « الأصول » كان كتاباً دراسياً عن الهندسة المستوية والفراغية ، كانت « القطوع المخروطية » أيضاً كتاباً دراسياً . ولكنه كان يعالج القطوع المخروطية وحدها ، وقد كان نصفه عبارة عن مسح وإعادة منظمة للنتائج التي توصل إليها من سبقوه من علماء الرياضيات . على أن جزءاً أكبر من أعماله كان إما جديداً تماماً وإما متكوناً من نظريات معروفة . ولكنها فسرت بطريقة جديدة زادت من خصوصيتها . وقد كان أسلاف أبولونيوس كثيرين نذكر منهم منياخوموس ( النصف الثاني من القرن الرابع قبل الميلاد ) وأريستايوس ( النصف الثاني من القرن الرابع قبل الميلاد ) وإقليدس وأرشميدس<sup>(٤٣)</sup> .

ومن المعروف أنه بالرغم من أن أبولونيوس قد أمضى معظم حياته بالإسكندرية إلا أنه أهدى أعظم أعماله إلى البرجاميين . وهذا يذكرنا بالحقيقة المؤسفة وهي أن حياته قد انتهت بغموض . ترى هل حدث بينه وبين معهد العلوم سوء تفاهم ، أو من المحتمل بينه وبين الإباحي المحرم بطلميوس الرابع فيلوباتر ؟ وقد أهدى من تاريخ العلم - رابع

مؤلفه القطوع المخروطية الأجزاء الأول والثاني والثالث إلى يوديموس البرجي<sup>(٤٤)</sup> ، كما أهدى الباقي إلى أتالوس الأول ملك برجامة من ٢٤١ - ١٩٧ ، وكذلك كتب أبولونيوس مقدمة خاصة لكل من المجلدات ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ( ؟ ) ، وكانت كلمات الإهداء أقصر ما يكون مثل : « من أبولونيوس إلى أتالوس مع التحية » . ويذكرنا هذا بإهداء أرشميدس لكتابه « عداد الرمل » لملك سيراكوز الذي كاد يكون الإهداء عرضياً : « هناك أيها الملك جيلون من يظن أن عدد الرمل لانهاى فى مقداره . . . إلخ » . وقد كان جيلوس وأتالوس من الملوك الجبابرة وفى يدهم أن يهبوا الحياة أو يحكموا بالموت ، وكانوا يستخدمون هذا الحق بالفعل . ولكن الحرية الفكرية ، وبخاصة روح اليونان الديمقراطية ( حتى فى العصر الهيلينى ) كانت من الأصالة بحيث يبدو من البساطة التامة مخاطبة الملك كأى رجل آخر<sup>(٤٥)</sup> . ونحن إذ نقارن هذه الإهداءات بتلك الإهداءات الممقوتة المبالغ فيها التى كان يوجهها علماء القرون الوسطى لصغار الدوقات واللوردات ، فإننا نقدر القديماً تقديراً عظيماً .

وقد قسم كتاب القطوع المخروطية إلى ثمانية مجلدات فقد آخرها . وقد فسر أبولونيوس أهدافها تفسيراً جيداً فى مقدمة النسخة المصححة لكتابه الأول . ومن الأفضل أن نعيدها هنا لأنها ستعطى القارئ فكرة عن طريقة أبولونيوس فى الكتابة وهى طريقة ممتازة وخالية من أى نوع من التصنع .

« تحية من أبولونيوس إلى يوديموس .

إذا كنت فى صحة جيدة ، وكانت الأمور على مايرام ، وكان ذلك خيراً . وفيما يتعلق بى فالأمر على مايرام إلى حد ما . وفى أثناء إقامتى معك فى برجامة لاحظت تلهفك على معرفة عملى الخاص بالقطوع المخروطية ، ولهذا فإنى أبعث إليك بالكتاب الأول بعد تصحيحه ، وسأبعث إليك بالكتب الباقية بعد أن أنتهى منها بما يرضى .

وأظن أنك لم تتسأننى قلت لك إننى قمت ببحث هذا الموضوع برجاء من نوقراطيس عالم الهندسة<sup>(٤٦)</sup> ، فى الوقت الذى كان فيه معى بالإسكندرية ، وكنت قد انتهيت من كتابة الموضوع فى ثمانية كتب أعطيها له على عجل ، لأنه كان على أهبة الإبحار ، ولذلك لم أتمكن من مراجعتها ،

وقد وضعت كل شيء كما بدا لي ، وكنت قد أجلت المراجعة حتى أنتهى منها ، وعلى ذلك فإننى أنشر كلما سُنحت الظروف أجزاء من هذا العمل بعد تصحيحها . وفى الوقت الخالى حدث أن اخذ بعض الأشخاص من قابلتهم ، الكتابين الأول والثانى قبل تصحيحهما ، ولذلك لاتندم إذا صادفت هذين الكتابين فى صورة أخرى .

وإن الكتب الأربعة الأولى من المجلدات الثمانية ماهى إلا مقدمة مبدئية ، فى الكتاب الأول توجد طرق تكوين القطوع الثلاثة والفروع الأخرى من القطع الزائد ، فضلا عن الخواص الأساسية الموجودة بها ، وقد درست هذه الموضوعات على صورة أكمل مما هى عليه فى كتابات الآخرين . ويحتوى الكتاب الثانى على خواص أقطار القطوع ومحاورها فضلا عن الخطوط التقريبية وغيرها من الأشياء المستخدمة بالضرورة لتعيين حدود الإمكانيات (٤٧) . وستعرف من هذا الكتاب ما أعنيه بالأقطار والمحاور على الترتيب . أما الكتاب الثالث فيحتوى على نظريات ملحوظة يستفاد بها فى ربط المحلات الهندسية المحسمة وفى حدود الإمكانيات . وأغلب هذه النظريات وأجملها حديث ، وقد جعلنى كشفها أدرك أن إقليدس لم يتوصل إلى المحل الهندسى بالطريقة التركيبية فيما يتعلق بثلاثة خطوط أو أربعة . وكل ما قام به بنجاح محدود هو أجزاء منها اختيرت بمحض المصادفة . وذلك لأنه لم يكن من الممكن أن تم الطريقة التركيبية دون إضافة النظريات التى كشفها . ويبين الكتاب الرابع بطرق متعددة كيف تتقاطع القطوع المخروطية مع بعضها ومع محيط الدائرة ، وكذلك يحتوى على أشياء أخرى لم يناقش الكتاب السابقون أيا منها . وفذكر بصفة خاصة المسألة المتعلقة بكم عدد النقط التى فيها يتقاطع فرعا كل من قطعين زائدين .

وبقية الكتب الأخرى هى تزييد إلى حد ما . ويمالج أحدها بتفصيل النهايات الصغرى والمنظى ، ويمالج آخر القطوع المخروطية المتساوية والمتشابهة ، ويمالج ثالث النظريات الخاصة بتعيين النهايات ، ويمالج الأخير مسائل معينة متعلقة بالقطوع المخروطية . على أنه بطبيعة الحال إذا نشرت جميعها ، فإذ ذلك تصبح مكشوفة لكل من قرأها ، ومن ثم يمكنه أن يحكم عليها حكمه الخاص كما يحلوه . وإلى اللقاء .

دعنا نقطف أيضاً مقدمة الكتاب الرابع الموجه إلى أتولوس

« تحية من أبولونيوس إلى أتالوس

منذ وقت مضى فسرت وأرسلت إلى يوديموس البرجى الكتب الثلاثة الأولى من «قطوع المخروطية» ، وقد جمعتهما فى ثمانية مجلدات ، ولكن لما كان يوديموس قد توفاه الله ، فقد صممت أن أهدى لك الكتب الباقية لعلمى برغبتك الشديدة فى امتلاك على ، ولذلك فإننى أبعث لك بالكتاب الرابع ، ويشمل مناقشة المسألة المتعلقة بأكبر عدد ممكن من النقط يمكن فيها أن تتقاطع القطوع المخروطية مع محيط دائرة ، أو التى تتقاطع فيها بعضها مع البعض على فرض أنها لاتنطبق على بعضها . وكذلك يتناول الكتاب أقصى عدد من النقط يقطع فيها قطع مخروطى ، أو محيط دائرة ، القطع الزائد ذا

الفرعين ( أو أن يتقاطع فرعا قطعين زائدين ) ، ويحتوى الكتاب كذلك على مسائل أخرى من نوع مشابه ، هذا علما بأن كوزون قد فسّر المسألة الأولى لثراسيداينوس دون أن يظهر قوة البرهان كما يجب ، ولهذا سخر منه نيكوتليس البرقائى (٤٨) وهو محق في هذا. أما المسألة الثانية فقد ذكرها نيكوتليس في سياق خلافه مع كوزون وقال إنها مسألة يمكن البرهان عليها ، ولكنى لم أعر لها على برهان سواء بواسطة نيكوتليس أو غيره . والمسألة الثالثة وغيرها من المسائل المشابهة لم أجد من التفت إليها . وكل ما أشرت إليه من مسائل ، والتي لم أجد لها مثيلا في مكان آخر ، تحتاج في حلها إلى كثير من النظريات المتعددة الجديدة ، وقد سبق لى أن ذكرت معظمها في الكتب الثلاثة الأولى ، أما الباقى فهو موجود في الكتاب الخالى ، وهذه النظريات ذات فوائد جمة لتركيب المسائل من جهة ولتعيين شروط الإمكانيات من جهة أخرى. ونيكوتليس بسبب ما بينه وبين كوزون من خلاف لن يقبل أن يفيد من كشاف هذا الأخير فيما يتعلق بتعيين شروط الإمكانيات ، ومع ذلك فهو على خطأ في فكرته هذه ، وذلك لأنه لو كان من الممكن بدونها الوصول إلى نتائج خاصة بشروط الإمكانيات فإنها تمدنا بوسائل أطوع لملاحظة الأشياء . فمثلا إن مجرد معرفتنا بأن هناك كثيراً من الحلول يمكن استخدامها أو أنه لا توجد لدينا حلول ممكنة ، فإن هذه المعرفة السابقة لاشك بداية مرضية للبحث ، أما النظريات موضوع الدراسة فهى متيدة في تحليل شروط الإمكانيات ، وبصرف النظر عن فائدتها ، فإنها تستحق أن نقبلها من أجل الراهين نفسها ، كما نقبل أشياء أخرى كثيرة غير الرياضيات لهذا الغرض دون غيره (٤٩) .

ولا توجد مقدمة للكتاب الثالث ، أما مقدمات الكتاب الثانى ليوديموس والكتب ٥، ٦، ٧، إلى أتالوس ، فقد كانت قصيرة جداً .

ويمكن تلخيص محتوى « القطوع المخروطية » فيما يلى :

- ١ - توليد القطوع المخروطية الثلاثة .
- ٢ - الخطوط التقريبية ، المحاور ، الأقطار .
- ٣ - تساوى الأشكال أو تناسبها ، المعينة بأجزاء القواطع ، الأوتار ، الخطوط التقريبية ، المماسات ، بؤرتا القطع الناقص والقطع الزائد .
- ٤ - القسمة التوافقية للخطوط المستقيمة ، المواضع النسبية لقطعين مخروطيين ، تقاطعهما ، لا يمكن أن يقطع أحدهما الآخر في أكثر من أربع نقط .

وكما ذكر ذلك أبولونيوس في مقدمة كتابه الأول، فإن الكتب من الأول إلى الرابع ما هي إلا مقدمة مبدئية ، بينما ما تليها تحتوى على نظريات أخرى لطلاب البحث المتقدمين .

٥ - النهايات الصغرى والعظمى ( يعتبر هذا أحسن ما أنتج ) ، كيف نجد أقصر وأطول الخطوط التي يمكن أن ترسم من نقطة ما إلى قطع مخروطى . المنشآت ، مراكز الثام .

٦ - تشابه القطوع .

٧ - ٨ الأقطار المترافقة .

وقد ولد مينايخوموس Menaichmos وأريستايوس القطوع المخروطية بقطع مستو لمخروط دائرى قائم ، بحيث يكون المستوى عمودياً على أحد رواسم المخروط ، ويكون القطع ناقصاً أو مكافئاً أو زائداً على حسب كون زاوية رأس المخروط حادة أو قائمة أو منفرجة ، وقد أرانا أبولونيوس أنه يمكن الحصول على الأنواع الثلاثة للقطوع المخروطية من نفس المخروط : ويكون بذلك قد مهد السبيل لفهم أفضل لوحدة هذه القطوع<sup>(٥٠)</sup> . وتتبع كل القطوع أسرة واحدة مقسمة إلى مجموعات . وأصبحت تسمية مينايخوموس لكل مجموعة : ( قطع المخروط الحاد الزاوية ، والقائم الزاوية ، والمنفرج الزاوية ) غير مستخدمة للقطوع المولدة بالطريقة الجديدة . أما الأسماء المألوفة لنا الآن ، فقد قدمها أبولونيوس : الأقل مساحة ( القطع الناقص ) ، المساوى للمساحة كلها (القطع المكافئ) ، الأزيد مساحة ( القطع الزائد ) ، ( إذا كانت أ هي بارامتر فإن  $ص^2 > أ س$  .  $ص^2 = أ س$  ،  $ص^2 < أ س$  هي الحالات الثلاث على الترتيب ) . ويلاحظ أن تمييزه لفرعى القطع الزائد لمنحن واحد ممكنه من أن يرينا تشابه كل القطوع المخروطية .

وقد استطاع أبولونيوس أن ينشئ القطوع المخروطية بواسطة المماسات ( المجلد الثالث نظريات ٦٥ - ٦٧ ) . وكذلك استطاع أن ينشئ قطعاً مخروطياً بمعرفة خمس نقط عليه ، وإن كانت طريقة إنشائه لم تذكر بوضوح .

ولن تنتهى مناقشة العدد الكبير من نظريات القطوع المخروطية ، وقد يكون مشوقاً لنا أن نشير إلى إغفال فريد ؛ إذ لم يتكلم أبولونيوس مطلقاً عن الدليل<sup>(٥١)</sup> . وقد كان يعرف الخواص البؤرية للقطع الناقص والقطع الزائد ، ولكنه لم يفتن إلى وجود البؤرة في القطع المكافئ .

وقد تبدو مثل هذه الفجوة غريبة على القارئ ، لأننا قدمنا له الموضوع بطريقة مختلفة تماماً . وقد تكلم أبولونيوس عن بؤر القطوع المخروطية المركزية في نهاية كتابه الثالث . ولكن طلبتنا يسمعون عنها في بداية المقرر ، فيعرف لهم القطع الناقص بأنه المحل الهندسى لنقطة ق إذا كان مجموع بعديها عن نقطتين معينتين ب<sub>١</sub> ، ب<sub>٢</sub> ثابتاً . فإذا كان بعدها عن ب<sub>١</sub> هو ل<sub>١</sub> ، وبعدها عن ب<sub>٢</sub> هو ل<sub>٢</sub> كان ل<sub>١</sub> + ل<sub>٢</sub> = ك ، والنقطتان ب<sub>١</sub> ، ب<sub>٢</sub> هما البؤرتان . ويعرف القطع المكافئ بأنه المحل الهندسى للنقطة ق المتساوية البعد عن نقطة ثابتة ب ( تسمى البؤرة ) وعن مستقيم معين د ( يسمى الدليل ) .

ولما كان الطالب الحديث يقدم للقطع المخروطية عن طريق الهندسة التحليلية لذلك كانت طريقة معالجته لها تختلف تماماً عن طريقة أبولونيوس التي هي طريقة هندسية بحتة . ومن ثم كانت أفكاره الأساسية مختلفة ، على أنه لن يلبث رجال الرياضيات المحدثون والقدامى أن يكشفوا نفس النتائج النهائية وقد فعلوا ذلك إلى حد كبير .

وليس من الحكمة دراسة القطوع المخروطية في الوقت الحالى بطريقة أبولونيوس لأن الطرق الحديثة ( سواء أكانت بالهندسة التحليلية أو الهندسة الإسقاطية ) أبسط وأسهل وأعمق بكثير ، على أن العبقرية التي مكنت أبولونيوس من أن يكشف كل هذا بما لديه من أدوات ناقصة لتدعو إلى الإعجاب . وإن المرء ليعيد ما سبق أن ذكره عن أرشميدس ، وهو أن هذا الإنتاج فاق خيالنا ، وإنه حقاً لسحر .

وقد جاء ذكر كثير من العلماء الرياضيين في مقدمات أرشميدس وأبولونيوس وسبق لى أن أسمى قليلاً منهم ، وإننى لا أطلب من القارئ أن يتذكرها ( لقد

نسيها أنا نفسي). وإنما هي توضح لنا الكثرة النسبية لحب الاستطلاع المتعلق بالرياضيات في القرن الثالث، وبالإضافة إلى الملوك الثلاثة: هيرون الثاني، وجيلون الثاني السيراكوزيين، وأتالوس الأول البرجامي<sup>(٥٢)</sup>، فهناك آخرون مثل دوسيثيوس، وزيوكسيبوس، وكونون الساموسي، ويوديموس البرجامي، ونوقراطيس، وفيلونيدس<sup>(٥٣)</sup> وثراسيدايوس، ونيكوتليس البرقاوي. وتتحدانا مثل هذه القائمة لأننا نريد أن نعرف عنها أكثر، وحقاً إن الرجال الذين أهدى لهم عملاق الرياضة السابقان أعمالهما رجال غير عاديين.

وقد فقد الأصل اليوناني لأعمال أبولونيوس الأخرى، ولذلك فنحن نعرفها في الوقت الحالي عن طريق مجموعة بابوس (النصف الثاني من القرن الثالث)، وقد حفظت إحداها بالعربية. وهذه هي «القطع بنسبة»، وقد ترجمه إلى اللاتينية إدموند هالي، وقد سمي الأعمال الأخرى: القطع بمساحة، والمقطع المعين، والخماس، والمخلات الهندسية المستوية، والميل، وقد عرفنا محتوى هذه الأعمال الستة من تحليل بابوس وتعليقاته. وهناك كتب أخرى تعزى إلى أبولونيوس، على أن الشواهد على ذلك ضعيفة، مثل مقارنة ذي الاثني عشر وجهاً بذي العشرين وجهاً، ودراسة القواعد الرئيسية، ثم دراسة الحازون الأسطواني، والبرهنة على أنه متحد المركز<sup>(٥٤)</sup>، والكميات الصماء غير المرتبة، والمرابا الحارقة، والتوزيع السريع، ويعطينا تقريباً لقيمة ط، أفضل من تقريب أرشميدس، ولكنه أقل من الأخير من حيث مناسبته للأغراض العملية.

وقد كان من الطبيعي أن يخصص أبولونيوس جزءاً من انتباهه للمسائل الفلكية، والمشكلة البارزة التي كافح فيها علماء الفلك اليوناني أكثر من قرنين هو إيجاد تفسير كيميائيكي لحركات الكواكب تتفق مع مظاهرها وتحافظ عليها، مثل تلك التي تفسر لنا التفهقر الظاهري للكواكب. وقد اخترع يودكسوس الكيندي (النصف الأول من القرن الرابع قبل الميلاد) الحل الأرب للمشكلة وهو الخاص بالكرات متحدة المركز، وقد عدّله تدريجياً كاليبوس

الكيزيكوسى ( النصف الثانى من القرن الرابع قبل الميلاد ) وأرسطو ، ثم أوتوليكوس البيتانى ( النصف الثانى من القرن الرابع قبل الميلاد )<sup>(٥٥)</sup> . وكانت نتائجه تدعو إلى الإعجاب ، ولكنه لم يحافظ على كل الظاهرات . وكان لابد من البحث عن تفسير آخر ، خصوصاً فيما يتعلق بالكواكب الدنيا . وكان هيراكليديس البنطى ( النصف الأول من القرن الرابع قبل الميلاد ) مؤسس نظام مركزية الأرض والشمس ، وهو مخترع الدوائر الفوقية لتعليل الحركة الظاهرية لعطارد والزهرة ، ولكى يعلل الحركة الظاهرة للكواكب العليا ( المريخ والمشتري وزحل ) عمم أبولونيوس استخدام نظرية الدوائر الفوقية ، ثم أدخل أو ساعد على إدخال نوع ثالث من النظرية وهى نظرية « البعد عن المركز » . ويقول بطلميوس<sup>(٥٦)</sup> : إن أبولونيوس قد اخترع أو أكمل هاتين النظريتين ، وقد استخدمهما كل من هبارخوس وبتلميوس ورفضاً نظرية « الكرات المتحدة المركز » ، على أن هذه الأخيرة قد عادت إلى الظهور فى وقت متأخر ، وكان تاريخ علم الفلك فى القرون الوسطى إلى حد ما ، صراعاً بين نظريتي « البعد عن المركز » و « متحد المركز » ، أو بعبارة أخرى بين الفلك البتلميوسى والفلك الأرسطاليسى<sup>(٥٧)</sup> .

وإذا قارنا أريستارخوس الساموسى ، وكوبرنيكوس ، فإنه لايسعنا إلا أن نسمى أبولونيوس سلف تيخو براهه ، وإن كان من الممكن أن نعطي هذا اللقب لهيراكليديس .

وعلى أية حال فإن أبولونيوس يستحق مركزاً مرموقاً جداً فى تاريخ العلوم ، حتى ولو ضاع مؤلفه « القطوع المخروطية » . فقد مهد الطريق الرياضى لهبارخوس وبتلميوس وجعل تأليف « المحسبى » ممكناً . هذا ومن المتناقضات ألا تستغل إضافاته الرئيسية لعلم الفلك الرياضى والقطوع المخروطية . إلا بعد تأليفها بثمانية عشر قرناً بواسطة يوحنا كيبلر .

## التراث الأبولوني :

لقد قلنا ما فيه الكفاية فيما يتعلق بنظريات الدوائر الفوقية والاختلاف المركزي ، وذلك حينما أشرنا إلى استخدام هيبارخوس وبطلميوس لها . أما الباقي فهو متطابق مع التعاليم البطلميوسية نفسها .

ولهذا سنركز انتباهنا في الوقت الحاضر على القطوع المخروطية ، وقد كان من نتائج ما تتمتع به من قوة منطقية ووضوح وشمول ، الفضل في اعتبار كتاب القطوع المخروطية المعيار الذي يجب أن يقاس عليه في هذا الموضوع ( كما كانت الأصول لإقليدس معياراً آخر ) ، وقد درست بحماسة من Epigoni اليونانية ، وكما هو شأن تعاليم أرشميدس فإننا نجهل ما حدث في القرون الأولى ( قل من القرن الثاني قبل الميلاد إلى القرن الثالث الميلادي ، وهي فترة طويلة حقاً ) ، وقد كان پاپوس ( النصف الثاني من القرن الثالث ) أول المعنيين ، وإليه يرجع الفضل في الاحتفاظ بكثير من أعمال أبولونيوس الثانوية ، ثم ثيون السكندري ( النصف الثاني من القرن الرابع ) ، ثم ابنته المشهورة هيباتيا ( النصف الأول من القرن الخامس ) ، وأخيراً يوتوكيوس ( النصف الأول من القرن السادس )<sup>(٥٨)</sup> . وبعد ذلك تكررت قصة تعاليم أرشميدس .

ومن الجائز أن تكون الأصول الأولى للمخطوطات التي ما زالت موجودة<sup>(٥٩)</sup> ، قد نقلت في أثناء عصر النهضة البيزنطية تحت قيادة ليون الثيسالوني ( النصف الأول من القرن التاسع ) ، وقد ظهرت ثمارها عند نهاية القرن التاسع ، ليس في الدولة البيزنطية ، وإنما في البلاد الإسلامية ، فقد ترجم إلى العربية هلال بن الحمصي ( النصف الثاني من القرن التاسع ) الكتب من ١ - ٤ من القطوع المخروطية ، تحت اسم كتاب المخروطات ، كما ترجم ثابت بن قرة ( النصف الثاني من القرن التاسع ) الكتب من ٥ - ٧ ، ولهذا يبدو لنا أن الكتاب الثامن قد فقد أيضاً . فهل أتمه أبولونيوس ؟ . وفي القرن التالي أخذ علماء الرياضيات العرب أمثال إبراهيم بن سنان ( النصف الأول من القرن العاشر ) والكوهي

(النصف الثاني من القرن العاشر) في مناقشة مسائل أبولونيوس وفي التعليق عليها ، كما ظهرت لأبي الفتح محمود بن محمد الأصفهاني (النصف الثاني من القرن العاشر) ترجمة أفضل للقطوع المخروطية ، وتعليق على الكتب ١ - ٥ . ولا يعرف كثير من الكتب اليونانية إلا عن طريق الترجمات العربية ، بينما يكون الأصل قد فقد ، وهذه هي الحالة البارزة. ولا يوجد كتاب في أهميته يرجع إلى العرب في الاحتفاظ به على مر العصور غيره .

وكما سبق أن ذكرنا هناك كتاب آخر لأبولونيوس (القطع بنسبة) قد أبقى عليه بنفس الطريقة ، فقد نشر آدموند هالي ترجمة لاتينية عن العربية في أكسفورد سنة ١٧٠٦ شكل ٢٧ ، ولم يظهر العمل اللاتيني إلا في القرن الثاني

## APOLLONII PERGÆI

DE

### SECTIONE RATIONIS

LIBRI DUO

EX ARABICO MS. Latine Verbi-

ACCEDUNT

Ejusdem de SECTIONE SPATII

Libri Duo Restituti.

Opus Analysis Geometricæ studiosis apprime Utile.

PRÆMITTITUR

PAPPI ALEXANDRINI Præfatio

ad VII<sup>m</sup> Collectionis Mathematicæ,

nunc primum Græce edita:

Cum Lemmatibus ejusdem PAPPI ad hos  
*Apollonis* Libros.

Opera & studio EDMUNDI HALLEY

Apud OXONIENSES

Geometricæ Professoris Saviliani.

OXONII,

E THEATRO SHELDONIANO

Anno MDCCVL

شكل ٢٧ - هناك كتابان آخران  
لأبولونيوس نشرهما إدmond هالي ( ٢٠ سم ،  
٢٣٠ ص أكسفورد سنة ١٧٠٦ ) وقد أهني إلى  
هنرى الدريتش عميد كنيسة المسيح بأوكسفورد.  
( محفوظات مكتبة كلية هارفارد )

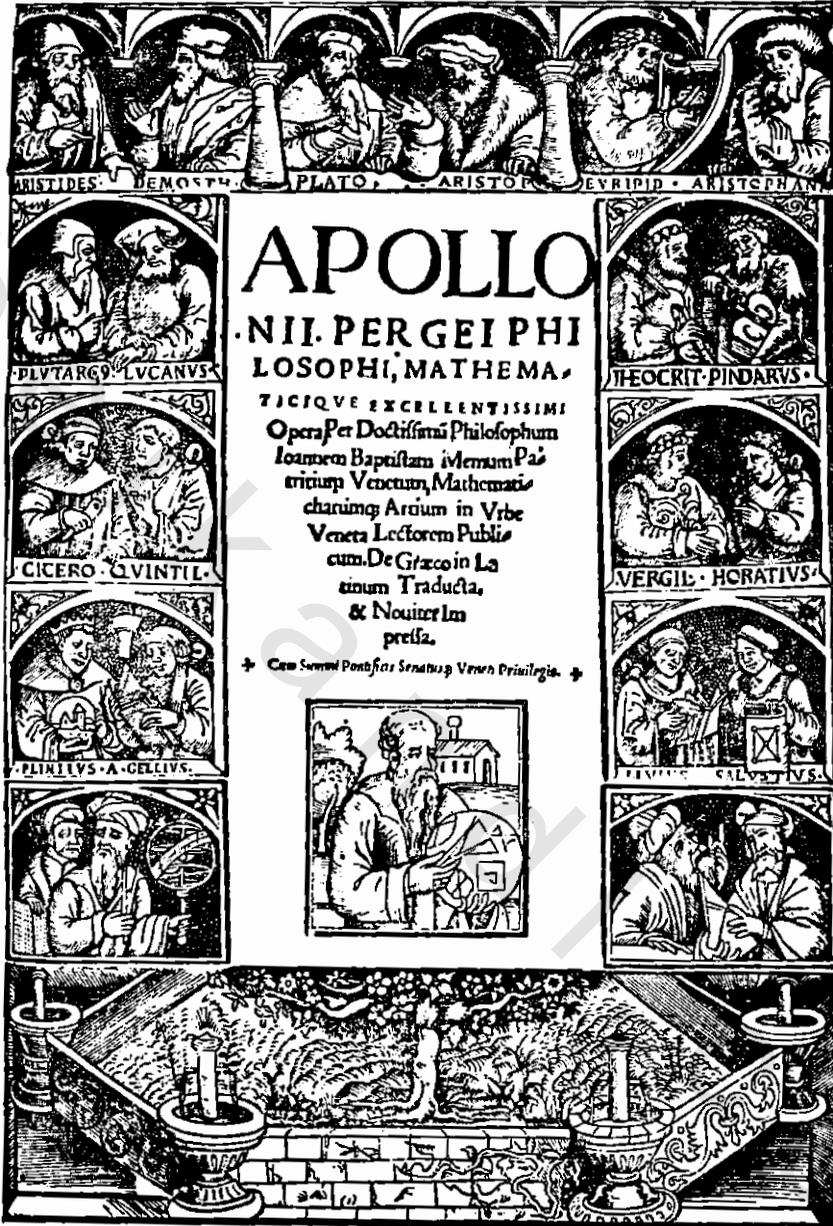
عشر ، مع ترجمة عن العربية ، ويعزى إلى جيرار الكريمرني (النصف الثاني من القرن الثاني عشر) ، أما العمل العبري فلم يظهر إلا في القرن الرابع عشر مع قالونيموس بن قالونيموس (النصف الأول من القرن الرابع عشر) : وقد ترجم مقتطفات من العربية إلى العبرية (وليس هذا مؤكداً) ، ويمكننا أن نغفل تفاصيل أخرى من أعمال العصور الوسطى في هذا الموضوع .

ويرجع ضعف هذا العمل ( كما هو الشأن عند أرشميدس ) إلى نقص المراجع الأصلية ، والنسخة المطبوعة الأولى ( شكل ٢٨ ) للقطع الخروطية ( وهي مقصورة على الكتب من ١ - ٤ ) هي الترجمة اللاتينية ، وقد نشرها جيوفاني باتستامينو ( البندقية سنة ١٥٣٧ ) ، ولكنها لم تلبث أن استبدلت بترجمة أفضل كثيراً بواسطة فلديكو كومندينو ( بولونيا سنة ١٥٦٦ ) وبها تمهيدات باپوس وتعليق يوتوكيوس فضلاً عن ملاحظات تفسيرية ( شكل ٢٩ ) .

ولما كانت الكتب من ٥ - ٧ لا توجد إلا بالعربية فإنها لم تنشر ( أو تراجعها اللاتينية ) إلا بعد ذلك بقرن من الزمان . وكانت مؤسسة على الأصول العربية كما راجعها أبو الفتح الأصفهاني سنة ٩٨٢ ، وكما أعدها اللباني الماروني أبراهام أشيلنيسيس - ( لإبراهيم الحاقلائي ) مع جياكومو ألفونسو بوريللي ( فلورنسا سنة ١٦٦١ ) .

وتدين بالأصول اليونانية لعبقرية إدموند هالي ( شكل ٣٠ ) وهي طبعة عظيمة تحتوي على الكتب اليونانية من ١ - ٤ ، مضافاً إليها الترجمة اللاتينية ( راجعها بنفسه من مخطوطات عربية جديدة ) للكتب من ٥ - ٧ ، ويوجد كذلك إحياء للكتاب الثامن ، وهو أقرب من التخمين من الواقع . وكذلك تعليقات باپوس ويوتوكيوس ( أكسفورد سنة ١٧١٠ ) .

وكذلك يستطيع علماء الرياضيات في العصور الوسطى أن يدرسوا نظرية القطوع الخروطية من طبعة ميمو سنة ١٥٣٧ ، أو بصورة أفضل من طبعة كومندينو سنة ١٥٦٦ ، ومن ١٥٦٦ فصاعداً كانت لديهم معلومات جيدة



شكل ٢٨ - أول طبعة لأبولونيوس ، وهي الترجمة اللاتينية للقطوع المخروطية الكتب من ١ - ٤ ( ٨٩ ورقة من القطع ٣٠ سم ) ( البندقية برنارد ينوس بندونوس سنة ١٥٣٧ ) عمل جيوفاني باتستاميو ، مواطن من البندقية . وقد طبعت هذه بعد موت ميموبواسطة ابنه الذي لم يكن لديه من المعلومات الرياضية ما يجعله يحسن عملها . وقد أهدى الكتاب إلى الكاردينال مارينو جرماني بطريق أكوليا .

( محفوظات مكتبة كلية هارفارد )

**APOLLONII PERGÆI  
CONICORUM  
LIBRI OCTO  
ET  
SERENI ANTISSENSIS  
DE SECTIONE  
CYLINDRI & CONI  
LIBRI DUO.**



OXONIÆ.

E THEATRO SHELTONIANO, AN DOM. MDCCLX.

شكل ٣٠ - قواعد أبولونيوس طبعها آدموند هالي (١٦٥٦-١٧٤٢) عن المخطوطات اليونانية (القطع الفاخر ٤٠ سم. اكسفورد، ١٧١٠) مقسمة إلى ثلاثة أقسام جلدت معا. الأول (٢٥٤ ص) ويحتوي على الكتب من ١-٤ باللغتين اليونانية واللاتينية ومعها تمهيدات بابوس وتعليقات يوتوكيوس، والثاني (١٨٠ ص) للكتب من ٥ - ٧ مترجم من العربية إلى اللاتينية مضافا إليه إحياء للكتاب الثامن. والثالث (٨٨ ص) كتب عن قطوع الأسطوانة والمخروط، عمل سيرينيوس باللغتين اليونانية واللاتينية، وأهدى كل جزء منها لشخص مختلف، ويلاحظ السطح النحاسي الجميل المكون للصفحة الأولى هو نفس المستخدم في كتاب إقليدس اللاتيني اليوناني (أكسفورد ١٧٠٣) والمبين في شكل ١٣. (مخطوطات مكتبة كلية هارفارد)

**A P O L L O N I I  
P E R G Æ I C O N I C O R Y M  
L I B R I Q V A T T V O R .  
V N A C V M P A P P I A L E X A N D R I N I  
L E M M A T I B V S E T C O M M E N T A R I I S  
E V T O C I E A S C A L O N I T A R .  
S E R E N I A N T I S S E N S I S  
P H I L O S O P H I L I B R I D V O  
M D C C . P R I M U M I N L Y C E Æ S O L I .  
Q V A E O M N I A N V P E R F E D E R I C V S  
C O M M O D I U S V r b i n a s r e n d i s q u a m p l u r i m i s e x p u r g a t a & G r e c o c o n u e r i t , & c o m m e n t a r i i s I t a l i c i s .**



CVM PRIVILEGIO PII IIII. PONT. MAX.  
IN ANNOS X.

B O N O N I A E ,  
E X O F F I C I N A A L E X A N D R I B E N A T I L  
M D L X V I .

شكل ٢٩ - الطبعة الثانية للنسخة اللاتينية للقطوع المخروطية لأبولونيوس للكتب من ١ - ٤ عمل فديريكو كومندينو ومعها تمهيدات بابوس (النصف الثاني من القرن الثالث) وتعليقات يوتوكيوس (النصف الأول من القرن السادس) و كتابا القطوع المخروطية لسيرينيوس (النصف الأول من القرن الرابع) (جزءان من القطع ٢٧٥ سم ، ٣ + ١١٤ ورقة، ١ + ٣٥ ورقة، بولونيا، الاسكندر بياتيوس، ١٥٦٦) ويحتوي الجزء الثاني على سيرينيوس، وقد أهدى كل جزء منها لشخص مختلف من عائلة جويدو أو بالدو، دوقات أوربنيو. (مخطوطات مكتبة كلية هارفارد)

عن الكتب من ١ - ٤ ، وعلاوة على ذلك فإنه يمكنهم استخدام الكتاب ،  
 ه (النهايات العظمى والصغرى) ، وذلك بعد أن أحياه فرانسكو موروليكو  
 المسيني على أساس كتابات پاپوس ، ويمكنهم كذلك استخدام Libellus  
 يوحنا ورز (نورنبرج سنة ١٥٢٢) وكان هذا أول كتاب عن القطوع المخروطية  
 يظهر في أوروبا ، ويلاحظ أنه كان مطبوعاً قبل أبولونيوس .

وقد استخدم يوحنا كيبلتر سنة ١٦٠٩ القطوع المخروطية في الميكانيكا السماوية .  
 وكما أثار أرشميدس ديكارت سنة ١٦٣٧ ، فكذلك أثار أبولونيوس جيرارد  
 يساراج (١٦٣٦) ، وبطريق غير مباشر باسكال (١٦٣٧) <sup>(٦٠)</sup> ، وقد بحث  
 كتاباته كثير من علماء الرياضيات في القرن التاسع عشر أمثال فرانس  
 فان شوتن ، وجيمس جريجورى ، وأدريانوس رومانوس ، والأميرة إليزابيث  
 (تلميذة ديكارت) . وستكون القائمة الكاملة طويلة جداً . وقد كان إنتاج  
 أرشميدس وأبولونيوس كخميرة قوية من القرن السادس عشر حتى القرن السابع  
 عشر . وكان فيليب دى لاهير أول من جمع المعلومات المتراكمة عن القطوع  
 المخروطية ، وكان أستاذاً في الكوليج دى فرانس ، وذلك في كتب ثلاثة (باريس  
 ١٦٧٣ ، ١٦٧٩ ، ١٦٨٥) <sup>(٦١)</sup> .

وبعد ذلك فقدت آثار أبولونيوس في الهندسة الحديثة كما يفقد نهر في المحيط .  
 الطبقات الأخيرة : قام ج . ل . هايبرج بطبع كل الكتب اليونانية بعضها مع  
 البعض الآخر ومعها التعليقات القديمة (مجلدان : ليبزج ١٨٩١ - ١٨٩٣) ،  
 وقام بالترجمة الإنجليزية ت . ل . هيث (٤٢٦ ص ، كامبردج سنة ١٨٩٦)  
 أما الترجمة الفرنسية فقد قام بها بول فيرايك (٧٠٨ ص ، ٤١٩ شكلا Bruges  
 سنة ١٩٢٤) .

أما طبعة هالى (أكسفورد سنة ١٧١٠) للكتب من ٥ - ٨ من القطوع  
 المخروطية فلم يظهر حتى الآن ما هو أحسن منها .  
 ويستمر تاريخ الرياضيات في الفصل الثامن عشر .

## تعليقات

- (١) لتعريف اليونان الكبرى ، انظر المجلد الأول ص ٤٤٢ . ( الطبعة العربية ) .
- (٢) ص ٢٢٧ - ٢٣٩ ج ١ . وانظر ص ٢٠٣ ج ١ إذ بها خريطة لمراكز الفينيقيين حول البحر المتوسط .
- (٣) على وجه التأكيد فإن غرب صقلية كان أول ممتلكات روما سنة ٢٢٧، وبقى شرق صقلية تحت سيطرة هيرون الذي كان صديقا وحليفا للرومان ، ولقد كانت كل شبه جزيرة هسبان فيما عدا الجزء الشمالي منها (شمال خط عرض ٤١ ، ٤٢ ) جزءا أساسيا من الإمبراطورية القرطاجية من سنة ٤٥٠ إلى سنة ٢٠١ ق . م .
- (٤) فيما يلي بعض البيانات لمن يريد من القراء معرفة تتابع التاريخ القرطاجي .  
لقد أتت الحرب البونية الثالثة (١٤٩-١٤٦) على قرطاجة تماما، وكان ذلك على يد سكيپو أميليانوس. ومع ذلك فإن الموقع جيد لدرجة لا يمكن معها هجره . ولهذا فقد استمره قيصر ثم أغسطس ، ولم تلبث أن أصبحت إحدى المدن الرئيسية للإمبراطورية الرومانية . وفي سنة ٤٣٩ استولى الوندال على قرطاجة ، وصارت عاصمة لهم حتى سنة ٥٣٣، وحين استعادها بلزاريوس للإمبراطورية البيزنطية أخذها العرب سنة ٦٤٨ . وبها مات القديس لويس سنة ١٢٧٠ في أثناء الحرب الصليبية الثامنة والأخيرة وكانت تحت قيادته .
- (٥) الخلفاء الرئيسية في تاريخ سيراكوز المتأخر : لقد صارت صقلية بأجمعها إقليما رومانيا بعد سنة ٢١٢ ، وكانت سيراكوز عاصمة النصف الشرقى . ولقد كان أوغسطس سنة ٢١ ق . م . يرسل إليها المستوطنين . وفي سنة ٢٨٠ م نهب الفرنجة سيراكوز ، كما غزاها بلزاريوس سنة ٥٣٥ ، والعرب سنة ٨٧٨ ، والنورمان سنة ١٠٨٧ .
- (٦) كريستوفر بولم (١٦٦١ - ١٧٥١) ارجع إلى « إيزيس » ٤٣ ، ٦٥ سنة ١٩٥٢
- (٧) أخذها بلوقارك من حياة ماركلوس الذى وصف بوضوح الدور الذى لعبه أرشميدس في الدفاع عن سيراكوز (تراجم بلوقارك من مكتبة لويب القديمة مجلد رقم ٥، ص ٤٦٩ - ٧٩) . لقد أعد أرشميدس للملك هيرون آلات عدوانية وآلات دفاعية متعددة الأنواع . ارجع إلى ص ٤٨٧ لقراءة القصص المتعلقة بوفاته . وكان ماركوس كليوديوس ماركلوس ( أول من تسمى بهذا الاسم) الضابط الرومانى الذى حاصر سيراكوز وقد مات عام ٢٠٨ .
- (٨) وهذا ممكن من الوجهة التاريخية لأن هيرون الثانى مات سنة ٢١٦ في سن ٩٢ أما جيلون الثانى الذى عينه أبوه ملكا فقد مات قبله . ومن الصعب أن نفهم صداقته، لأن هيرون كان حليفا للرومان في الحرب البونية الثانية وظل مخلصا لهم . وكما قال أحد الموسيكون لقد بنى

أرشميدس مركبا لهيرون ، ولقد احتفظ أثينايسوس النقرائيسى ( المجلد الخامس ٤٠ - ٤٤ ) بوصف كامل لهذا المركب عن موسخيون ، وهذا النص مشوق للغاية باعتباره وثيقة لتاريخ الصناعة اليونانية ( انظر الفصل السابع ) .

(٩) لقد أهدى أحد كتبه للملك جيلون ، وأهدى اثنين إلى اراتوستينس ، وليس أقل من أربعة لدوسيثيوس ، وفي هذه المؤلفات الأربعة أكثر من ٧٠ ٪ من مجموع كتاباته ، الموجودة ، ولذلك يمكن أن نقول إن دوسيثيوس البلوزيوني كان أقرب أصدقائه . وبلوزيون تقع على الساحل شرقي قناة السويس . وكانت المفتاح الشرقي لمصر . ومن المحتمل أن تكون هي سيناء ( أزيكيل ٣٠ : ١٥ ، ١٦ ) .

(١٠) طنبور أرشميدس هو قطعة خشب لفت بطريقة حلزونية على محور مائل ، ومحاطة بأسطوانة مجوفة مفتوحة ويوضع جزؤها الأسفل في الماء ، وتدار فيرتفع الماء إلى المستويات الأعلى ، ولم توصف لنا الطريقة في كتابات أرشميدس التي وصلت إلينا، ولكن لا يدل هذا على أنه لم يكن مخترع الطنبور ، ومثل هذه المخترعات يمكن إدراكها دون أن تشرح بطريقة أدبية .

(١١) أوجد أرشميدس النسبة بين أحجامها ومساحاتها ( ٣ : ٢ ) وقد أعطانا البرهان في كتابه عن الكرة والأسطوانة كما يوجد أيضاً في مؤلفه « الطريقة » .

(١٢) مؤلف *Tuscuianarum disputationum* المجلد الخامس ، ٢٣ وتوجد ترجمة إنجليزية للنص الخاص بهذا الموضوع في كتاب المؤلف « تقدير العلوم القديمة وعلوم العصور الوسطى في أثناء عصر النهضة ( ١٤٥٠ - ١٦٠٠ ) » ( فيلادلفيا جامعة بنسلفانيا سنة ١٩٥٥ ) ص ٢١٤ .

(١٣) بعبارة أدق لقد جعل المسألة عبارة عن معادلة تكعيبية ، ولم يحلها في كتابه . ويبدو أنه حل المعادلة عن طريق تقاطع القطع المكافئ والقطع الزائد القائم ، وذلك في جزء معروف للمعلق يوتوكيوس ( النصف الأول من القرن السادس ) .

(١٤) حدث هذا التعريف في بداية الكتاب ، انظر شكل ٢١ ، حيث يتولد الحلزون من النقطة أ ، فإذا كانت المسافة م أ ( = ر ) ، والزوايا ه تتزايد بمعدل ثابت ، كان حلزون أرشميدس هو أسهل عضوي أسرة المنحنيات  $r = a^h$  .

(١٥) بابويس « سينا جوج » ه نظرية ١٩ . الطبعة اليونانية: إعدام فريديش هولتس ( برلين سنة ١٨٧٦ ) ( المجلد الأول ص ٣٥١ - ٣٦١ ) الترجمة الفرنسية لبول فيرايك ( بروجز سنة ١٩٣٣ ص ٢٧٢ - ٢٧٧ ) .

(١٦) Schoy, G. : Graeco - Arabische Studien . إيزيس مجلد ٨ ص ٢١ - ٤٠ سنة



(٢٨) المجلد الأول ص ٢٧٧ ، ٤٤٤ .

(٢٩) يونانفتورا كافاليري (١٥٩٨ - ١٦٤٧) وهو تلميذ جاليليو ، وقد نشر كتابا في الهندسة شرح فيه « طريقة الأشياء غير القابلة للانقسام » ، وقد سبقت كشوف نيوتن لايبنتز وساعدتها ، وقد كانت طريقة الاستنفاد التي استخدمها يودوكوس وأرشميدس أحسن من طريقة كافاليري ، وقد قام أرشميدس بكشوفه على الطريقة الكافاليرية ، ولكنه لم يكتف بذلك حتى استطاع البرهنة عليها بطريقة الاستنفاد. وقد كان أرشميدس رياضيا أكثر عمقا من العالم الإيطالي الذي جاء بعده بثمانية عشر قرنا ونصف قرن .

(٣٠) Ptolemy, Almagest, III, 1. Claudii ptolemaei opera quae exstant omnia, vol. I, (٣٠) Syntaxis mathematica, ed J.L. Heiberg (Leipzig : Teubner, 1898 - 1903), pp. 194, 23 : Composition mathématique de Claude Ptolémée trans. N.B. Halma (Paris: Grand, 1813; facsimilé ed. Paris Hermann, 1927) p. 153.

(٣١) Codex Arcerianus محفوظة في مكتبة Wolfenbüttel براونشوايغ انظر Introduction المجلد الأول ص ٣٩٧ . وقد أعطى أرشميدس مجموع الأعداد المربعة في أشياء المخروط وأشباه الكرة (Lemma to Prop. 2.) وفي الحلزونات (نظرية ١٠) .

(٣٢) Marshall Clagett, "Archimedes in the Middle Ages" قياس الدائرة، أوزيريس ١٠ ، ٥٨٧ - ٦١٨ (١٩٥٢) . وظهرت دراسات أخرى للمؤلف عن التقليد الأرسيمي في العصور الوسطى في إيزيس وأوزيريس . ارجع إلى ملخصه في إيزيس ٤٤ ، ٩٢ - ٩٣ (١٩٥٣) وكذلك المنحنيات الأرسيمية. كذلك تعليق يرجع إلى القرون الوسطى وقام به يوحنا التيميوني عن الكرة والأسطوانة . أوزيريس ، ٢ ، ص ٢٩٤ - ٣٥٨ (١٩٥٤) ومن المحتمل أن يكون يوحنا التيميوني (؟) قد ظهر في القرن الثالث عشر ، وأن تكون تعليقاته قد ترجمت عن العربية لإيزيس ٤٦ ، ٢٨١ (١٩٥٥) . انظر أيضاً كلاجيت « العلم اليوناني في العصور القديمة » (نيويورك ابيلارد شومان ١٩٥٥) .

(٣٣) فيبرو (٤٢ ميلا شمال الشمال الغربي لروما) وكانت جزءاً من ميراث القديس بطرس والذي تركته الكونتيسة العظيمة ماتيلدا التوسكانية (ماتت ١١١٥) ، ولق ويليام المورييكي تشجيما من كليمنت الرابع (ابن فولك) وهو الذي أمر سنة ١٢٦٦ روجرباكون (النصف الأول من القرن الثالث عشر) بأن يرسل له نسخاً من كتاباته ، وقد مات كليمنت الرابع في فيبرو سنة ١٢٦٨ .

(٣٤) للحصول على تفاصيل أخرى عن التقليد الخاص بالبند الثامن ارجع إلى ملاحظة Alexander Pogo . إيزيس ٢٢ ، ٣٢٥ (١٩٣٤ - ٣٥) . أما عن التقليد الأرسيمي بصفة عامة فارجع إلى Horus : A guide to the history of science, Chronica Botanica

(١٩٥٢) ١٨ - ٢٢ إيزيس ٤٤ ، ٩١ ، ٩٣ سنة ١٩٥٣ ، أما المخطوط فقد عثر عليه سنة ١٨٩٩ بابادوبولوس كرمايوس في البطريركية اليونانية ، في القدس ، وكان هايبرج أول من أدرك أهميتها .

(٣٥) قد توجد هذه مثلا في مخطوطات مركبة ، قد تحلل بطريقة بعيدة عن الكمال بواسطة بعض العلماء العرب غير الرياضيين .

(٣٦) وجدت بجانب الهرم الثاني بسقارة ، وهي ورقة بردى كتبت في القرن الأول الميلادي وهي محفوظة في متحف اللوفر . وهي أغنية جماعية تغنى دون اشتراك الجنسين ، أى أغنية تغنيها الفتيات على الفلوت مع الرقص ، وكتب الأغنية الكمان لين ديوسكوروي كاستور وبوليديسيوز ( كاستور ، بولكس ) .

(٣٧) إن هيراكليديس هذا غير معروف . ولكن الاسم معروف إلى حد ما . وقد كان الأيونيون والهيراكليديين خلفاء هيراكليز ، الذين اتحدوا مع اللوريين وغزوا البلوبونيز بعد تخريب تروادة بثمانين عاما .

(٣٨) T.L. Heath (ed), The Works of Archimedes ( كامبردج . مطبعة الجامعة ١٨٩٧ ) . ص ١٥١ .

(٣٩) إنها المجموعة النجمية الصغيرة التي تسمى كوما برينيكيا ( شعر برينيس ) شمال العذراء وتقع بين العواء والليث ، والملكة برينيكيا هي ابنة ماجاس ، ملك بركة وقد قتلها ابنها بطلميوس الرابع فيلوباتر في ٢٢١ بعد توليه العرش مباشرة .

(٤٠) ليس لدينا إلا جزء من قصيدة كليما خوس ( شعر برينيكيا ) رقم ١١٠ في طبعة رود لفوس فيفر ( جزوان . أكسفورد . مطبعة كلارندن سنة ١٩٤٩ ) . الجزء الأول ص ١١٢ . وقد قلد هذه القصيدة باللغة اللاتينية الشاعر كاتولوس ( رقم ٦٦ ) .

(٤١) بامفيليا بلد صغير في وسط الساحل الجنوبي الشرقى لآسيا الصغرى وغرب قبرص . وقصة مامرها من تغيرات سياسية معقدة للغاية لدرجة تجعلنا غير قادرين على سردها هنا . وقد كانت أيام أبولونيوس جزءا من مملكة برجامة ، وهذا يساعدنا على فهم تاريخه .

(٤٢) لقد أدت الحماية الرومانية لبرجامة إلى سهولة ازدهارها ، وقد كان لهذه الحماية أثر بالغ لدرجة أنه في سنة ١٣٣ ق . م . ترك أتالوس الثالث ملكته لروما ! وقد ضعفت مصر اليونانية في القرنين الثاني والأول ، ولكن لم تمتصها روما حتى سنة ٣٠ ق . م . ، وقد عاشت الإسكندرية البطلمية قرنا من الزمان بعد منافستها الأسرة الأتالوسية في برجامة .

(٤٣) لدراسة تاريخ القنوط القديم ارجع إلى المجلد الأول ص ٨٢ - ٣ ( الترجمة العربية ) .

(٤٤) يوديموس هذا عالم رياضيات غير معروف . وقد مات قبل أن يكتب أبولونيوس مقدمة

المجلد الرابع من القطوع المخروطية . ويجب ألا يخلط بينه وبين آخرين يحملون ذات الاسم مثل يوديموس القبرصي تلميذ أفلاطون ، والرياضي يوديموس الرودي ( النصف الثاني من القرن الرابع قبل الميلاد ) ويوديمون السكندري ( النصف الأول من القرن الثالث قبل الميلاد ) ، وقد كان اسمه يوديموس ( أناس طيون ) اسماً شائعاً ، وقد عالج مؤلف بولي ديسوا عشرين اسماً ، ولم يكن يوديموس هذا من بينها ( المجلد الثاني ص ٨٩٤ - ٩٠٥ ) .

(٤٥) لت أعلم إذا كان أتالوس الذي أهداه أبولونيوس النصف الثاني من القطوع المخروطية هو الملك حقا . وأظن أنه كان كذلك ، وإلا احتاج الأمر إلى تعريف .

(٤٦) ونوقراطيس هذا غير معروف أيضاً .

(٤٧) الكلمة التي استخدمها Diorismos تعني في الجمع شروط إمكانية المسألة .

(٤٨) نيكوتليس البرقاي غير معروف ، وهو يختلف عن فيلسوف برقاي آخر ويحمل نفس الاسم ، وقد ظهر مع أخيه أنيكيريس تحت حكم بطلميوس الأول .

(٤٩) قد انتقلت هاتان المقدمتان من ترجمة هيث في كتابه History of Greek mathematics ، ( أكسفورد سنة ١٩٢١ ) المجلد الثاني ص ١٢٨ - ١٣١ .

(٥٠) توضح الهندسة التحليلية هذه الوحدة بطريقة أبسط ؛ إذ تمثل القطوع المخروطية بمعادلات من الدرجة الثانية في مجهولين .

(٥١) ومع ذلك فقد عرف إقليدس العلاقة بين البؤرة والدليل ، وكما قال بابوس ( الكتاب السابع لطلنن ص ٦٧٨ ، فبراك ص ٥٠٨ ) بين إقليدس أن المحل الهندسي للنقطة التي تكون النسبة بين بعدها عن نقطة معينة إلى بعدها عن مستقيم معين نسبة معينة هو قطع مخروطي ، ويكون ناقصاً أو مكافئاً أو زائداً على حسب ما تكون النسبة المعينة  $\geq$  أو  $=$  أو  $<$  ١ .

(٥٢) هل ياترى يهتم ملوك الحاضر اهتماماً كافياً بالرياضيات للدرجة تشجيعهم إهداء الكتب لهم ؟ حقا إن الملكة فيكتوريا قد فضلت تشارلز لودفيج دودجسن ، ولم يكن ذلك بسبب رياضياته ولكن بسبب « مغامرات أليس في أرض العجائب » ١٨٦٥ .

(٥٣) لقد قدم أبولونيوس ، فيلونيدس إلى يوديموس في أفسس ، وكما هي الحال بالنسبة لكل رجل يوناني صالح وقادر ، ومن المحتمل أن يكونوا قد حجوا إلى معبد أرتيميس .

(٥٤) متساوي كل أجزاءه .

(٥٥) لقد بين أوتوليكيوس أن نظرية « الكرات المتحدة المركز » لا تتسق مع الاختلاف الظاهري لأحجام الشمس والقمر ، ولا تتسق أيضاً مع اختلاف برقي الكواكب ( المجلد الأول صفحة ٥١٢ ) .

Almagest, XII, 1., Claudii Ptolemaei opera quae exstant omnia, vol. 2, (٥٦)

Opera astronomica minora, ed. J.L. Heiberg (Leipzig: Teubner 1907), pp. 450 f., Composition mathématique ou astronomie ancienne, trans. N.B. Halma (Paris: Eberhart, 1816; facsimilé ed. (Paris : Hermann, 1927), pp. 312 f. Full discussion by- Otto Neugebauer, "Apollonius, planetary theory", Communications on pure and applied math. 8, 641 - 648 (1955).

- (٥٧) للحصول على ملخص لهذا الصراع ارجع إلى "my Introduction" المجلد الثاني ص ١٦ - ١٩ ، والمجلد الثالث ص ١١٠ - ١٣٧ ، ١١٠٥ - ١١٢١ .
- (٥٨) تعليقات يوتوكيوس مفصلة تماماً . وتغطي هذه التعليقات ١٩٤ ص في نسخة هايزبرج اليونانية اللاتينية لأبولونيوس . المجلد الثاني ص ١٦٨ - ٣٦١ .
- (٥٩) يرجع تاريخ أفضل مخطوط للقطوع المخروطية إلى القرن الثاني عشر أو الثالث عشر ، ولكن المخطوط الخاص بتعليقات يوتوكيوس يرجع إلى القرن العاشر . والمخطوطات اليونانية للقطوع المخروطية مقصورة على الكتب ١ - ٤ . أما الكتب من ٥ - ٧ فيمكن الحصول عليها من المخطوطات العربية .
- (٦٠) إيزيس ١٠ ، ١٦ ، ٢٠ - (١٩٢٨) ، ٤٣ ، ٧٧ ، ٧٩ (١٩٥٢) .
- (٦١) كان كتابا دي لاهير سنة ١٦٧٣ وسنة ١٦٧٩ بالفرنسية ، أما الكتاب الثالث وهو أهمها فقد كان باللاتينية (باريس سنة ١٦٨٥) .