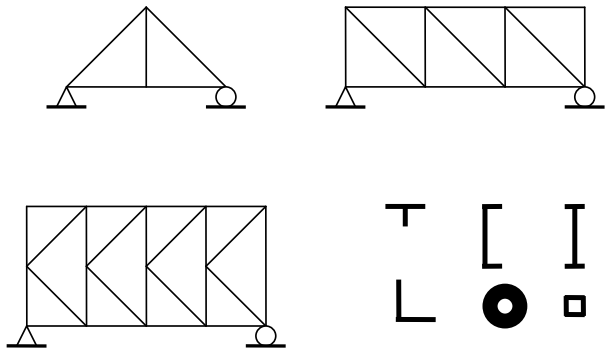
الباب الرابع

تحليل الهياكل المفصلية

تشتهر الهياكل المفصلية أو الجمالونات بمرونة تنفيذها وانتشار وتعدد استعمالاتها. ونظرا لخفة وتعدد أعضائها وكذلك خواصها فإنها توفر إمكانية تغطية مساحات كبيرة دون الحاجة إلى أعمدة تعيق الحركة، كما في الصالات الكبيرة بالمصانع والمطارات وورش الصيانة الضخمة، أو تعيق الرؤية كما في الميادين الرياضية والمسارح. ويستخدم هذا النوع من المنشآت بتوسع في كباري وجسور الطرق والسكك الحديدية. وتأخذ الهياكل المفصلية أشكالاً عدة وتأخذ أحيانا اسمها من شكل الحروف التي تشابهها شكل (4-1).



شكل (4-1)

تنشأ الهياكل المفصلية من عناصر أو أعضاء توصف بالهيفاء نظرا لكبر النسبة بين طولها ومساحة المقطع لها. تربط هذه الأعضاء عند نهاياتها ببعضها بمفاصل ملساء لا تبدى أي مقاومة احتكاك. وتصنع عادة من المقاطع المعدنية الشائعة مثل المواسير والزوايا والقنوات والسكة وغيرها. والأعضاء في هذه المنشآت لها المقدرة على تحمل قوة محورية فقط ولا يمكنها تحمل قوى القص أو العزوم ولذلك تحمّل الهياكل المفصلية عند المفاصل فقط. ويمكن تحديد القوة المحورية في العضو بعدة طرق نتناول منها طريقتين عمليّتين في هذا الباب.

4-1- التحليل بطريقة المفاصل:

تستخدم طريقة المفاصل هذه لتحديد القوى المحورية في جميع أعضاء المنشأ حيث يتم هذا لتحديد واختيار نوع ومقاسات الأعضاء.

* تحدّد قيم ردود الفعل عند نقاط التثبيت حسب نوع هذه النقاط أو الركائز.
* يبدأ بالمفصل الذي لا يزيد عدد المجاهيل فيه عن اثنين، نظرا لتوفر معادلتين اثنتين للاتزان عند كل مفصل يعبران عن المجموع الجبري لمجموع القوى في الاتجاه الأفقي يساوى صفراً والمجموع الجبري لمجموع القوى في الاتجاه الرأسي يساوى صفراً.
* تؤخذ المفاصل واحد بعد الآخر لحساب القوى المحورية في الأعضاء المتلاقية عنده بتطبيق المعادلتين (4-1) & (4-2) التاليتين:

$$\sum F_x = 0 \quad \text{.....(1-4)}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \text{.....(2-4)}$$

* عند الوصول إلى آخر مفصل يكون جميع الأعضاء قد حسبت القوى المحورية فيها، ولذا يستخدم

هذا المفصل لتأكيد أن خطوات الحل لا تحتوى على أي خطأ.

* يجب مراعاة تمييز نوع القوة المحورية بجانب قيمتها وتحديد نوعها إن كانت شدا أم ضغطا.

عندما يكون المنشأ يحتوى على عدد كبير من الأعضاء وحتى لا يحدث تراكم للأخطاء وتكتشف متأخرة يجب التأكد من صحة الحلول التي تتم بين الفينة والأخرى. وتتم المراجعة بطرق عدة منها مراجعة النتائج بعد كل حين ومنها حساب القوى المحورية لعضو أو اثنين فقط. ويتم هذا باستعمال طريقة المقاطع، والتي تسمى أحيانا طريقة القص التي يتبع تفصيلها.

أمثلة

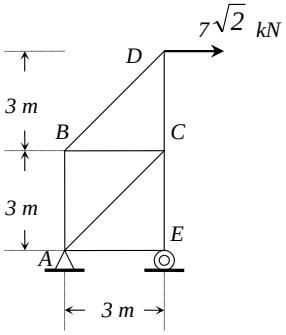
مثال 4-1:

للمنشأ المفصلي المرافق شكل (4-2)

أوجد:

1- ردود الفعل عند الركائز.

2- القوى في الأعضاء المختلفة.



شكل (4-2)

الحل:

1- ردود ألأفعال:

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad A_x = 7\sqrt{2}\,kN \leftarrow$$

$$\circlearrowleft \sum M @ A = 0 \quad \Rightarrow$$

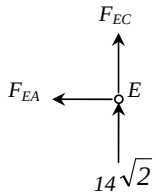
$$7\sqrt{2}\,(6) - E_y(3) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$E_y = 14\sqrt{2}\ kN \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad A_y = 14\sqrt{2}\ kN \downarrow$$

2- القوى في الأعضاء:

مفصل E شكل (4-3):



شكل (4-3)

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{EA} = 0$$

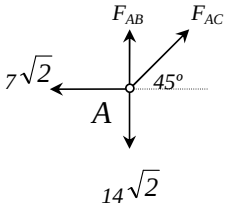
$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{EC} + 14\sqrt{2} = 0$$

$$\therefore \quad F_{EC} = -14\sqrt{2}$$

أي أنّ

$$F_{EC} = 14\sqrt{2}\ kN \ (\text{ضغط})$$

مفصل A شكل (4-4):



شكل (4-4)

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow$$

$$-7\sqrt{2} + F_{AC}\,Cos\,45^o = 0$$

$$\therefore \quad F_{AC} = 14\ kN \ (\text{شد})$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow$$

$$F_{AB} + 14\,Sin\,45^o - 14\sqrt{2} = 0$$

$$\therefore \quad F_{AB} = 14\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$$

$$= 7\sqrt{2}\,kN \ (\text{شد})$$

مفصل B شكل (4-5):

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow$$

$$F_{BD} \sin 45^o - 7\sqrt{2} = 0$$

$$\therefore \quad F_{BD} = 14\ kN \text{ (شد)}$$

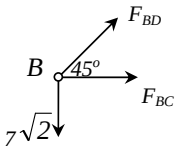
$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow$$

$$14 \cos 45^o + F_{BC} = 0$$

$$\therefore \quad F_{BC} = -7\sqrt{2}$$

أي أنّ

$$F_{BC} = 7\sqrt{2}\ kN \text{ (ضغط)}$$



شكل (4-5)

مفصل D شكل (4-6):

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow$$

$$7\sqrt{2} - 14 \cos 45^o = 0$$

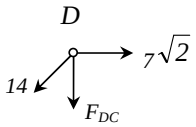
$$\therefore \quad 7\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 0 \qquad \text{تحقيق}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow$$

$$-14 \sin 45^o - F_{DC} = 0$$

$$\therefore \quad F_{DC} = -7\sqrt{2}$$

$$F_{DC} = 7\sqrt{2}\ kN \text{ (ضغط)}$$



شكل (4-6)

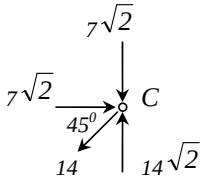
أي أنّ القوى في جميع الأعضاء تم تحديدها دون الحاجة إلى استعمال المفصل C ويمكن استعمال هذا المفصل للتحقق من النتائج المتحصل عليها.

مفصل C شكل (4-7):

$$\sum F_x = 14 \cos 45^o - 7\sqrt{2} = 0 \quad \text{صح}$$

$$\sum F_y = 14\sqrt{2} - 7\sqrt{2} - 14 \sin 45^o$$

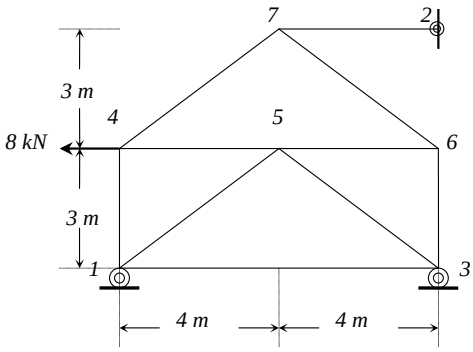
$$= 0 \quad \text{صح}$$



شكل (4-7)

مثال 4-2:

حلل الهيكل المفصلي الموضح شكل (4-8).



شكل (4-8)

الحل:

فعل الأمر حلل في مثل هذا المثال يقصد به حساب ردود الأفعال والقوى في الأعضاء المختلفة. ويسمّى هذا النوع من الهياكل المفصلية بإسم الحرف المشابه له K. يسمّى العضو 2-7 بالوصلة حيث يكون رد الفعل عند طرفه 2 معلوم الاتجاه وهو امتداد الوصلة وبذلك يكون هناك مجهول واحد حتى عندما يكون العضو مائلا.

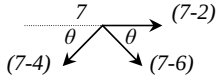
$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad X_2 = 8\ kN \quad \rightarrow \quad \therefore \quad F_{2\text{-}7} = 8\ kN$ (شد)

& $\quad X_1 = X_3 = 0$

$\circlearrowleft \sum M @ 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad Y_1 (8) + 8(3) = 0 \quad \Rightarrow \quad Y_1 = 3\ kN \quad \downarrow$

$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad Y_3 = 3\ kN \quad \uparrow$

مفصل 7 شكل (4-9):



شكل (4-9)

$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow$

$(7\text{-}4)\ Sin\ \theta + (7\text{-}6)\ Sin\ \theta = 0$

$\therefore \quad (7\text{-}4) = -\ (7\text{-}6) \quad \ldots\ldots(1)$

$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow$

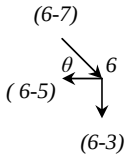
$8 - (7\text{-}4)\ Cos\ \theta - (7\text{-}4)\ Cos\ \theta = 0$

$8 - (2)(7\text{-}4)(4/5) = 0$

$\therefore \quad (7\text{-}4) = 5\ kN$ (شد)

& $\quad (7\text{-}6) = 5\ kN$ (ضغط)

مفصل 6 شكل (4-10):



شكل (4-10)

$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow$

$5 \cos\theta - (6\text{-}5) = 0$

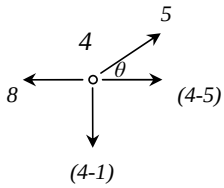
$\therefore \quad (6\text{-}5) = 4\ kN$ (شد)

$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow$

$5 \sin\theta + (6\text{-}3) = 0$

$\therefore \quad (6\text{-}3) = 3\ kN$ (ضغط)

مفصل 4 شكل (4-11):



شكل (4-11)

$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow$

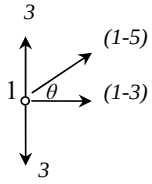
$5 \cos\theta + (4\text{-}5) - 8 = 0$

$\therefore \quad (4\text{-}5) = 8 - 4 = 4\ kN$ (شد)

$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad 5 \sin\theta - (4\text{-}1) = 0$

$\therefore \quad (4\text{-}1) = 3\ kN$ (شد)

مفصل 1 شكل (4-12):



شكل (4-12)

$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow$

$(1\text{-}5) \sin\theta + 3 - 3 = 0$

$\therefore \quad (1\text{-}5) = 0$

$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad (1\text{-}3) = 0$

يتضّح أنّ الاتزان للمفصلين 3 & 5 محقق في الاتجاهين الأفقي والرأسي.

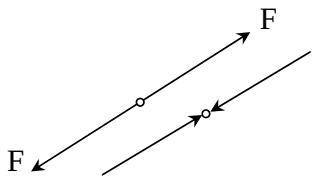
4-2- التحليل بطريقة المقاطع (القص)

تستخدم طريقة القص أو المقاطع أساسا لتحديد القوة المحورية في ضلع أو عدة أضلاع لهيكل مفصلي. وتتم هذه العملية كما يلي:

* تحسب ردود الأفعال عند نقاط التثبيت أو الركائز بالطريقة المعتادة باستخدام معادلات الاتزان الثلاثة.
* يمرّر مقطعا بحيث يمر بأقل عدد ممكن من الأعضاء على أن يكون من بينها العضو المطلوب معرفة قوّته المحورية ويقسم المنشأ إلى قسمين.
* يتم اختيار أحد هذين القسمين، ويدرس حالة اتزانه تحت تأثير ما عليه من أحمال وردود فعل، إن وجدت، والقوى الداخلية للأعضاء المقطوعة والتي يفضل أن تفرض أنها في حالة شد، فان كان الجواب سالبا فذلك يعنى أنها في حالة ضغط.
* يتم تطبيق معادلات الاتزان على هذا الجزء الذي يحتوى على القوى في الأعضاء المقطوعة كمجاهيل.
* معادلات الاتزان ثلاثة وعليه يجب ألا يزيد عدد الأعضاء المقطوعة عن ثلاثة إلا إذا كان بعض هذه الأعضاء المقطوعة على استقامة واحدة.
* تصحح النتائج السالبة ويوضح مقدار ونوع القوة المحورية المطلوبة للأعضاء.

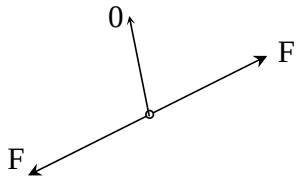
4-2-1- ملاحظات مهمة

1- عندما يلتقي عضوا منشأ في مفصل ويكونان على استقامة واحدة فان القوة في أحدهما مساوية للقوة في الآخر ومن نفس النوع شكل (4-21).



شكل (4-21)

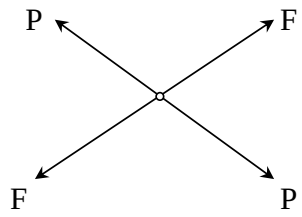
2- عندما يلتقي ثلاثة أعضاء عند مفصل بحيث يكون اثنان منها على استقامة واحدة والثالث يميل عليهما بأي زاوية شكل (4-22)، فان القوة المحورية في العضو المائل تكون صفرا في حين تكون القوة في الضلعين الآخرين



شكل (4-22)

متساوية كمّا ونوعا.

3- عندما يلتقي أربعة أعضاء عند مفصل بحيث يكون كل ضلعين على نفس الاستقامة شكل (4-23) فالقوة المحورية في العضوين الذين على استقامة واحدة متساوية كمّا ونوعا.

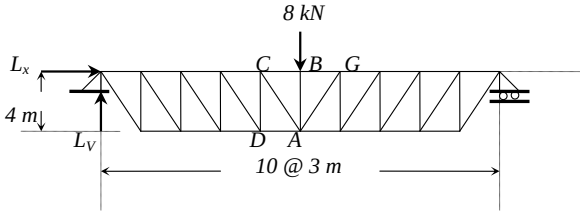


شكل (4-23)

أمثلة

مثال 4-3:

أوجد القوى في الأعضاء AB, AC, AD & BC للمنشأ المجاور شكل (4-24).



شكل (4-24)

الحل:

بتمرير المقطع (1-1) شكل (4-25) واعتبار اتزان الجزء الأيسر تحت تأثير ما عليه من أحمال إن وجدت وردود أفعال وقوى الأعضاء المقطوعة الداخلية نجد أن:

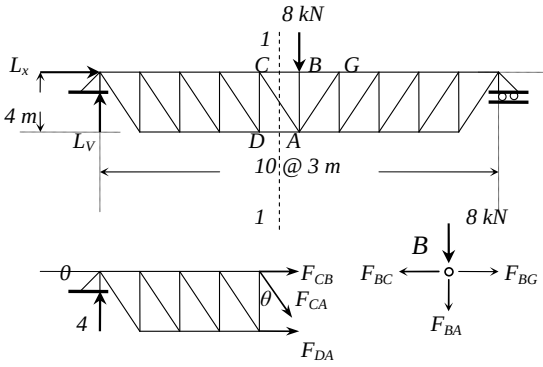
ردود الأفعال عند نقاط التثبيت لكامل المنشأ هي:

$$\sum F_x = 0 \qquad \Rightarrow \qquad L_x = 0$$

من التماثل يمكن القول أن رد الفعل الرأسي عند كل من نقطتي التثبيت يساوي نصف الأحمال على المنشأ.

$$\therefore \quad L_V = R_V = 4\ kN$$

القوى في الأعضاء المطلوبة هي:



$$\circlearrowleft \sum M @\ C = 0 \quad \Rightarrow$$

$$4(3)(4) - F_{DA}(4) = 0$$

$$\therefore \quad F_{DA} = 12\ kN \text{ (شد)}$$

$$\circlearrowleft \sum M @\ A = 0 \quad \Rightarrow$$

$$4(3)(5) + F_{CB}(4) = 0$$

شكل (4-25)

الجزء المفصص للمقطع (1-1) $\therefore \quad F_{CB} = -15$ أي أن

$F_{CB} = 15\ kN$ (ضغط)

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad 4 - F_{CA} \cos\theta = 0$$

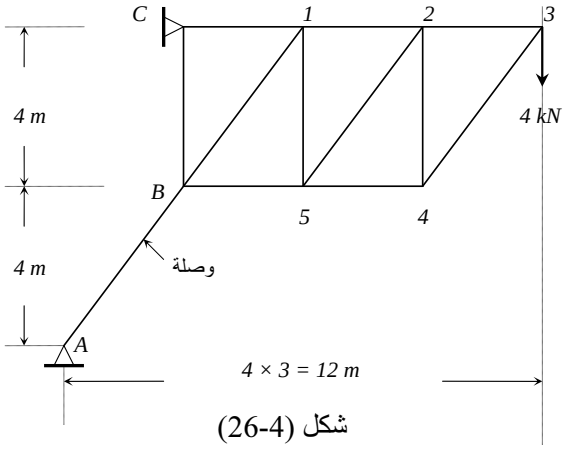
$$\therefore \quad F_{CA} = 4(5/4) = 5kN \text{ (شد)}$$

من الاتزان في الاتجاه الرأسي للمفصل نجد أنّ:

$$F_{AB} = 8\ kN \quad \text{(ضغط)}$$

مثال 4-4:

للهيكل المفصلي المرافق أوجد ردود الفعل والقوى في الأعضاء(1-2) & (1-5) شكل (4-26).



شكل (4-26)

الحل:

يسمّى العضو AB بالعضو المفصلي أو الوصلة. ورد الفعل عند نقطة تثبيته A يكون على امتداد هذا العضو وبالتالي فهناك مجهول واحد فقط هو مقدار القوة في الوصلة.

$$\circlearrowleft \sum M @ B = 0 \quad \Rightarrow \quad 4(3)(3) - C_x(4) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_x = 9\ kN \leftarrow$$

$$\circlearrowleft \sum M @ 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4(3)(2) - C_y(3) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_y = 8\ kN \downarrow$$

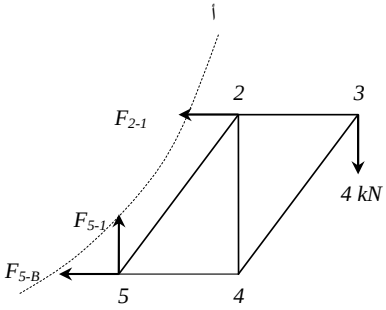
$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad A_x - 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad A_x = 9\ kN \quad \rightarrow$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad A_y - 8 - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad A_y = 12\ kN \quad \uparrow$$

$$\therefore \quad R_A = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15\ kN \nearrow$$

من الجزء يمين المقطع (أ - أ)

شكل (4-27) نحصل على:



شكل (4-27)

$\sum M @ 5 = 0 \quad \Rightarrow$

$4(2)(3) = F_{2-1}(4)$

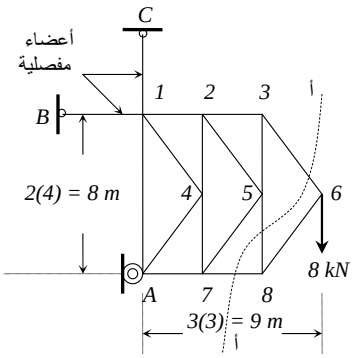
$\therefore \quad F_{2-1} = 6\ kN$ (شد)

$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow$

$F_{5-1} = 4\ kN$ (شد)

مثال 4-5:

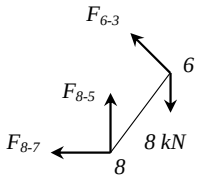
أوجد القوى المحورية في الأعضاء (4-7) & (4-5) للهيكل المفصلي الموضح شكل (4-28).



شكل (4-28)

الحل:

في هذا المثال لم يكن هناك حاجة لمعرفة ردود الأفعال عند نقاط التثبيت لمعرفة القوى في الأعضاء المطلوبة حيث يمكن الوصول إلى المطلوب باستخدام الجزء يمين المقطع (أ – أ) شكل (4-29).



شكل (4-29)

$\sum M @ 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 8(3) + F_{8-7}(8) = 0$

$\therefore \quad F_{8-7} = 3\ kN$ (ضغط)

$\sum M @ 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{8-5}(3) - 3(4) = 0$

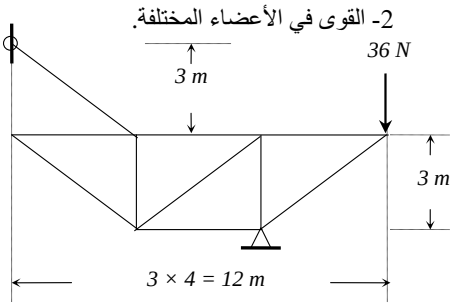
$\therefore \quad F_{8-5} = 4\ kN$ (شد)

تمارين

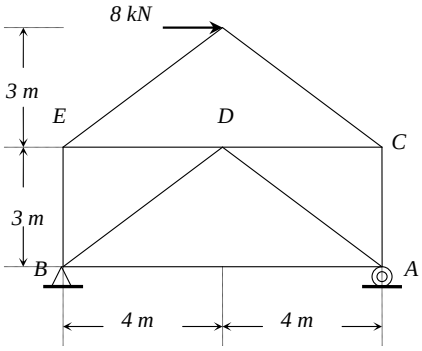
للهياكل المفصلية التالية أحسب:

1- ردود الفعل عند نقاط التثبيت.

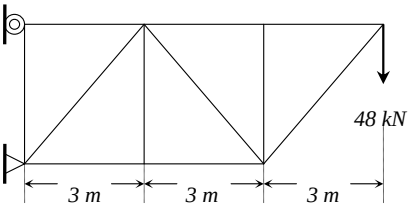
2- القوى في الأعضاء المختلفة.



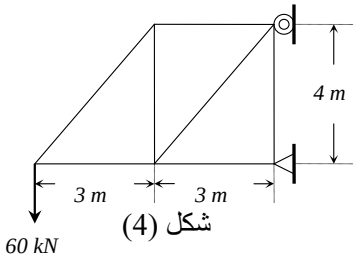
شكل (1)



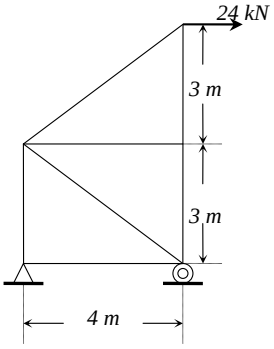
شكل (2)



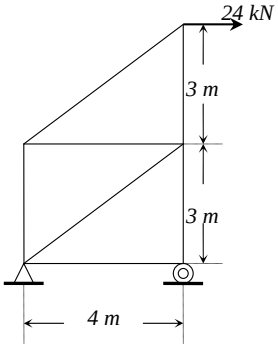
شكل (3)



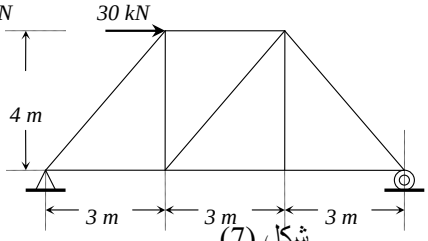
شكل (4)



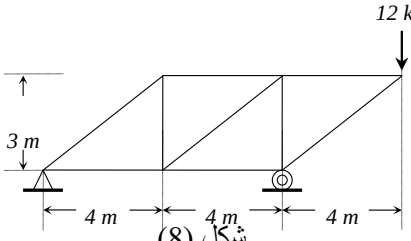
شكل (5)



شكل (6)



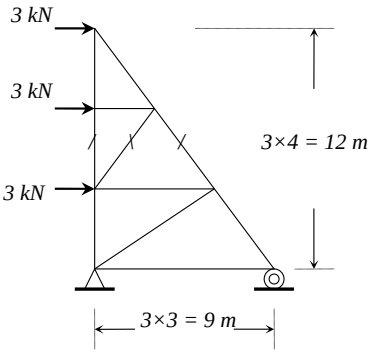
شكل (7)



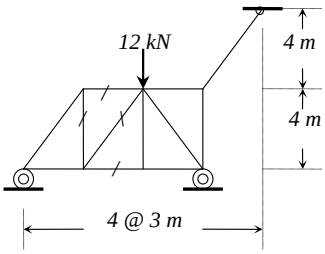
شكل (8)

تمارين:

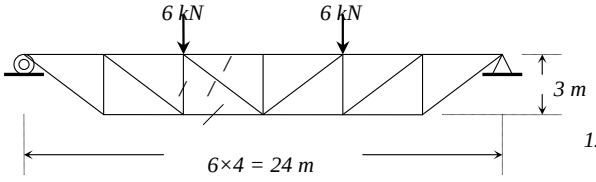
أوجد القوى المحورية للأعضاء المؤشر عليها باستخدام طريقة المقاطع لتحليل الهياكل المفصلية التالية:



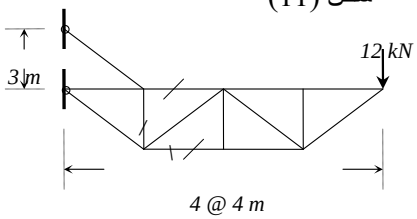
شكل (10)



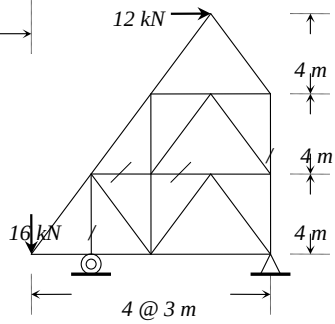
شكل (9)



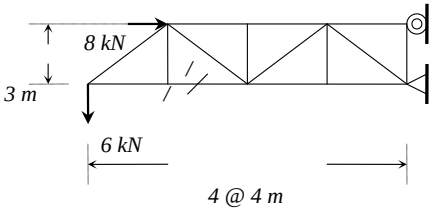
شكل (11)



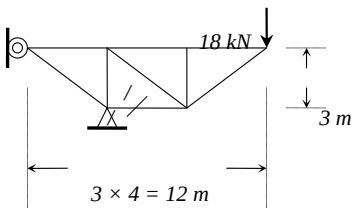
شكل (13)



شكل (12)



شكل (15)



شكل (14)