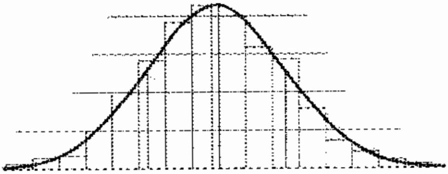

الفصل

7

فيشر المنتصر

تقوم الجمعية الملكية الإنجليزية للإحصاء The Royal Statistical Society of England سنوياً بنشر مواضيع في مجلاتها الثلاث، وبرعاية الاجتماعات، داعية المتحدثين لتقديم آخر أعمالهم. من الصعب نشر مقالة ما في إحدى مجلاتهم، إذ ينبغي أن يراجعها حكمان على الأقل للتأكد من صحتها؛ كما يجب على مساعد المحرر والمحرر نفسه الموافقة أنها تمثل إضافة ملحوظة للعلوم الطبيعية. أما الدعوة للتحدث في الاجتماع فإنها من أشق الصعوبات، فهو شرف خاص لا يحظى به إلا جهابذة ذلك المجال.

من عادة المجتمع أن يُتيح الفرصة للمستمعين بإبداء الرأي بعد كل محاضرة. يتم اختيار بعض الأعضاء وتُقدم لهم نسخ عن الموضوع الذي ستتم مناقشته، فتكون مشاركتهم مفصلة وفعالة. تقوم بعدها مجلة المجتمع الملكي الإحصائي

بنشر الموضوع نفسه وتعليقات المناقشين.

نُلاحظ جدية المجلة بطابعها البريطاني. يقوم رئيس الاجتماع (أو من ينوب عنه) باقتراح شكر المتحدث، يتبعها بتعليقاته. ثم يثني عضو آخر مرموق على اقتراح الشكر، ويتبع ذلك تعليقاته. ثم يقوم آخرون، واحداً تلو الآخر، بإبداء تعليقاتهم. يكون المدعوون غالباً من الولايات المتحدة ودول الكومنويلث وجنسيات أخرى، فيضيفون تعليقاتهم. ثم يرد المتحدث على هذه التعليقات. ويسمح للطرفين المناقش والمتحدث بمراجعة أقوالهما قبل ظهورها في المجلة.

رونالد آيلمر فيشر، 1890 - 1962

في الثامن عشر من ديسمبر سنة 1934، أُعطي الشرف الوحيد

لتقديم مثل هذا البحث للبروفيسور ر.آ. فيشر، (دكتوراه علوم وعضو في الجمعية الملكية .Sc.D., F.R.S). فتم أخيراً تقدير عبقرية فيشر بعد انقطاع وهمي في العشرينات. كانت أعلى درجاته الأكاديمية عندما التقينا به (في الفصول السابقة)، هي درجة الماجستير M.S وكانت «جامعته» هي محطة التجارب الزراعية النائية خارج لندن. حصل على درجة إضافية سنة 1934 وهي دكتوراه في العلوم، وتم اختياره كعضو في المجتمع الملكي المرموق (أعطي لهذا السبب لقب .F.R.S). وأخيراً قام المجتمع الملكي للإحصاء بمنحه مكاناً بين رواد هذا المجال. ولهذا الشرف، قدم فيشر بحثاً بعنوان «منطق الاستدلال المؤثر The Logic of Inductive Inference». كان البروفيسور م. غرينوود M. Greenwood، F.R.S.، رئيساً للمجلس. كان البحث من ست عشرة صفحة تقدم ملخصاً دقيقاً وواضحاً لأعمال فيشر الحديثة. افتتح المناقشة البروفيسور أ.ل. بولي A.L. Bowley الذي قام مقدماً اقتراح الشكر. واستمر في تعليقه:

> إنني سعيد لمنحي الفرصة لشكر البروفيسور فيشر، لا لبحثه الذي قرأه على مسامعنا، ولكن على إنجازاته بصفة عامة في مادة الإحصاء. وهذه فرصة مناسبة لأن أقول بأنني، وجميع الإحصائيين الذين أتعامل معهم، نقدر جهوده العظيمة المليئة بالحماسة تجاه دراسة الإحصاء، وقوة أدواته الرياضية، وتأثيره الواسع هنا وفي الولايات وفي أماكن أخرى، والحوافز التي قدمها بإيمانه بالتطبيق الصحيح لمادة الرياضيات.

لم يكن كارل بيرسون من بين المناقشين. لقد تقاعد منذ ثلاث سنوات من منصبه في جامعة لندن. نما مختبر غالتون البيومتري تحت قيادته إلى مركز رسمي للبيولوجيا الإحصائية في الجامعة. وحين استقالته انقسم المركز إلى قسمين. عُيِّن رونالد آيلمر فيشر رئيس قسم الأجنة الجديد، بينما أصبح إيغون بيرسون، ابن كارل بيرسون، رئيس القسم البيومتري المصغر، ومسؤولاً عن مختبر غالتون البيومتري، ومحرراً لمجلة البيومتريكا. لم تكن علاقة فيشر ببيرسون الشاب جيدة على المستوى الشخصي، ويقع اللوم في ذلك على فيشر. كان يعامل بيرسون الشاب بعدوانية واضحة. لقد عانى هذا الرجل من عدم انسجام فيشر مع والده، وكذلك جيرزي نيمان Jerzy Neyman، الذي سيظهر تعاونه مع إيغون بيرسون في الفصل العاشر. بيد أن هذا لم يمنع بيرسون الشاب من احترام فيشر وتقدير أعماله. كتب بيرسون بعد سنوات أنه احتاج وقتاً طويلاً ليعتاد عدم ذكر فيشر لاسمه في مطبوعاته. ورغم هذا الجو المشحون وبعض المنازعات القضائية، ظل فيشر وإيغون بيرسون يرسلان طلبتهما إلى محاضرة الآخر مبتعدين عن المناقشات العامة.

عُرف كارل بيرسون آنذاك بـ «الرجل العجوز»، وكان له مساعد من الخريجين كما سُمح له بالاحتفاظ بمكتب، ولكن مكتبه كان بعيداً عن المركزين وعن المختبر البيومتري. رغب تشرتشل آيزنهارت Churchill Eisenhart، الذي قدم من أمريكا ليدرس سنة مع فيشر وإيغون بيرسون، برؤية كارل بيرسون،

ولكن لم يشجعه زملاؤه والهيئة التدريسية على ذلك. سألوه، لماذا يودّ أحد ما رؤية كارل بيرسون؟ ماذا باستطاعته أن يضيف إلى الأفكار والنظريات الجديدة المشوقة التي كانت تنبع من ذهن ر.آ. فيشر الخصب؟ ندم آيزنهارت إذ لم يقم أبداً بزيارة كارل بيرسون خلال إقامته في لندن، وتوفي الأخير في العام ذاته.

النظرة الإحصائية الفيشرية إزاء البيرسونية

فَصَلَ الخلاف الفلسفي طريقة التوزيع لدى كارل بيرسون عن طريقة فيشر. لقد رأى كارل بيرسون في التوزيع الإحصائي أنه وصف لمجموعة البيانات الحقيقية التي سيقوم بتحليلها. أما فيشر فكان يرى أن نظرية التوزيع الحقيقي هو معادلة رياضية بحتة، ولا يمكن استعمال البيانات المستوفاة إلا لحساب المتغيرات في التوزيع الحقيقي. وبما أن الحسابات لا تخلو من الخطأ، قدم فيشر وسائل للتحليل تقلل من درجة الخطأ، أو تعطي إجابات أقرب إلى الحقيقة أكثر من أي وسيلة أخرى. بدا في سنة 1930 وكأن فيشر قد فاز بالنقاش، ولكن الرؤيا البيرسونية أحرزت تقدماً في سنة 1970. ما زال المجتمع الإحصائي منقسماً على نفسه ليومنا حول هذا السؤال، رغم أن بيرسون كان لا يقدّر وجهات نظر ورثته من المفكرين. لقد محا ذهن فيشر الرياضي النقي كثيراً من حطام الفوضى الذي منع بيرسون من رؤية طبيعة أفكاره، وكان على بيرسون فيما بعد التعامل مع أعمال فيشر النظرية. سعيت جاهداً في عدة أماكن

في هذا الكتاب إلى متابعة هذه الأسئلة الفلسفية، لأن هناك مشاكل حقيقية في تطبيق النماذج الرياضية على الواقع. وهذا مثال على ذلك.

لقد رأى بيرسون توزيع القياسات أمراً حقيقياً. كان يؤمن بوجود مجموعة كبيرة ولكن محدودة من القياسات لحالة ما، فإن العالم عليه، وبصورة مُثلى، أن يجمع كل هذه القياسات ثم يحدد متغيرات التوزيع الخاصة بها. وإذا تعذر عليه جمعها كلها، يقوم بجمع بيانات كثيرة تمثل نموذجاً للكل، فتكون المتغيرات المحسوبة من المجموعة النموذجية الكبيرة هي ذات المتغيرات للمجموعة بأكملها. كما يمكن استخدام النظريات الرياضية المستعملة لحساب متغيرات الكل، لحساب متغيرات المجموعة النموذجية من غير أخطاء جسيمة.

أما فيشر فإنه كان يرى القياسات على أنها نماذج عشوائية لمجموعة من القياسات الممكنة. وعليه فإن أي حساب لمتغير مبني على مجموعة عشوائية يصبح هو عشوائياً بحد ذاته ولديه توزيع احتمالي. أطلق فيشر على ذلك مصطلح «إحصائية» ليفرق بين هذه الفكرة وفكرة المتغير الضمني، بينما يُعرف حسب المصطلحات الحديثة بالـ «المُقَدّر». لو افترضنا وجود أسلوبين لاشتقاق طريقة إحصائية لتقدير متغير ما. يعطي مثلاً الأستاذ الذي يريد أن يحدد مقدار معرفة الطالب (المتغير) مجموعة من الاختبارات (القياسات) ومن ثم يأخذ المعدل (الإحصاء). هل «من الأفضل» أخذ المتوسط كالنتيجة الإحصائية أو «من

الأفضل» أخذ معدل الدرجات العليا والدرجات المنخفضة لمجموعة الاختبارات، أو أنه «يُفضّل» ترك الدرجات العليا والدرجات المنخفضة وأخذ معدل الاختبارات المتبقية؟

وبما أن علم الإحصاء عشوائي، فإنه من غير المجدي التحدث عن دقة كل قيمة بحد ذاتها. وهذا هو السبب نفسه الذي يجعل من غير المفيد، التحدث عن كل قياس وعن مدى دقته. إن كل ما نحتاج إليه هو أداة تعتمد على الاحتمال التوزيعي الإحصائي، تماماً كما تقدم به بيرسون أن القياسات في المجموعة، يجب أن تُقيّم حسب توزيعها الاحتمالي وليس تبعاً لقيمها الخاصة. قدم فيشر عدة أدوات للإحصائية الجيدة:

الانسجام: كلما ازدادت البيانات، كلما كانت الاحتمالات الإحصائية أقرب إلى القيمة الحقيقية للمتغير.

عدم الانحيازية: إذا قمت باتباع طريقة إحصائية ما عدة مرات لمجموعات بيانات متغيرة، فإن معدل قيم الإحصائية سيكون أقرب إلى القيمة الحقيقية للمتغير.

الفعالية: لن تساوي القيم الإحصائية القيم الحقيقية للمتغير، ولكن مجموعة الأرقام الكبيرة في الإحصائية التي تقوم بتقدير المتغير لن تكون بعيدة جداً عن القيم الحقيقية.

في هذه المواصفات قليل من الغموض. لقد حاولت ترجمة المعادلات الرياضية البحتة إلى اللغة الإنجليزية، وجدت عند التطبيق، أنه يمكن تقييم رؤى فيشر بالاستعمال المناسب للرياضيات.

اقترح الإحصائيون بعد فيشر رؤىً أخرى، حتى إن فيشر نفسه اقترح مقاييس ثانوية في أعمال لاحقة. وتجنباً لهذه الفوضى والمداخلات، من المهم اعتبار أن الإحصاء عشوائي بحد ذاته، وأن أساليبه الجيدة لها خواص احتمالية جيدة. لن نتمكن أبداً من معرفة ما إذا كانت القيم الإحصائية لمجموعة ما من البيانات صحيحة. يمكننا القول بأننا استخدمنا إجراءات تقدم إحصائية تطابق هذه المقاييس.

من المقاييس الثلاثة الأساسية التي قدمها فيشر، فإن الذي لفت الأنظار هو مقياس عدم الانحيازية. قد يكون هذا بسبب كلمة انحياز، وما لمضمونها من رفض أكيد. لا أحد يقبل بالإحصائية المنحازة. تحث الإرشادات الرسمية من منظمة الغذاء والعقاقير الأمريكية U.S. Food and Drug Administration، على استخدام الأساليب التي «تتجنب الانحياز». هناك أسلوب غريب للتحليل (والذي سنناقشه بالتفصيل في الفصل السابع والعشرين)، يدعى بـ «النية في العلاج،» وقد بدأ يسيطر على عدة محاولات طبية لأنه يضمن عدم انحياز النتائج، رغم إهماله لمقياس الفعالية.

غالباً ما يُستخدم الإحصاء المتحيز في واقع الأمر بكثير من الفعالية. تجد إذا دققنا في بعض أعمال فيشر أن الأسلوب المعتمد لتحديد تركيز مادة الكلورين اللازمة لتنقية مخزون المياه المحلية، يعتمد على أساليب إحصائية منحازة (ولكنها منسجمة وفعالة). يعتبر هذا كله درساً في علم اجتماع العلوم، فإن كيفية

نشوء الكلمات لتبيّن مفهوم ما، تحمل في طيّاتها حمل العلوم العاطفي وتؤثر على أفعال الناس.

أساليب فيشر ذات الاحتمالات القصوى

لاحظ فيشر أثناء مراقبته لأساليب الرياضيات، أن الأساليب التي استخدمها كارل بيرسون لحساب متغيرات التوزيع، أنتجت إحصائيات لا تنسجم بالضرورة، بل وغالباً ما تكون منحازة، مع توفر أساليب أكثر فعالية. قام فيشر بتقديم ما أسماه «مُعامل التقدير الأمثل» ذا الأرجحية القصوى MLE، وذلك من أجل إحصائيات منسجمة وفعالة (ليست بالضرورة غير منحازة).

أثبت فيشر بعدها أن الـ MLE منسجم دائماً وأنه الأكثر فعالية من بين كل الأساليب الإحصائية (إذا سمحنا بإدخال بعض الفرضيات المعروفة بـ«الحالات النظامية»). كما برهن أنه حتى لو انحاز الـ MLE فانه يمكن حساب هذا الانحياز ومن ثم طرحه من الـ MLE، مشكلاً نموذجاً إحصائياً منسجماً فعالاً وغير منحاز[1].

(1) قام في سنة 1950 س.ر راو C.R. Rao من الهند وديفيد بلاكويل David Blackwell اللذان يدرّسان في جامعة هاورد Howard University، بتوضيح أنه إذا كانت الحالات القياسية لدى فيشر غير واقعية، فما زال بالإمكان الحصول على أفضل الإحصائيات الفعالة عن طريق الـ M L E. عمل الرجلان باستقلالية تامة وأنتجا نظرية مماثلة، مع فارق واحد لقانون ستغلر في تزييف الأسماء. كانت نظرية الراو-بلاكويل Rao-Blackwell theorem تكريماً لمكتشفيها.

اكتسحت طريقة فيشر للاحتمال الأقوى جموع الإحصائيين الرياضيين لتصبح الأسلوب الأساسي لحساب المتغيرات. ولكن بقيت معضلة واحدة في تقدير الاحتمال الأقوى، إذ كانت هناك مسائل رياضية مروعة تنتظر الحل بال MLEs. كانت أبحاث فيشر مليئة بمادة الجبر المعقدة موضحة اشتقاقات ال MLE للتوزيعات المختلفة. وكانت تحليلاته الحسابية للتفاوت وللتفاوت المساعد إنجازاً رياضياً رائعاً، استطاع فيه أن يستعمل بعض البدائل الذكية والتحويلات في الفراغ متعدد الأبعاد لإنشاء معادلات أعطت المستخدم جميع احتمالات ال MLEs التي يحتاج إليها.

احتاجت معظم الحالات المطروحة ورغم عبقرية فيشر، قدرات رياضية غير عادية في الرياضيات لمستخدم ال MLE. إن علم الإحصاء في النصف الأخير من القرن العشرين يحتوي على الكثير من المقالات الذكية، التي تستفيد من تبسيط العمليات الرياضية للحصول في حالات معينة على تقريب جيد لل MLE. وفي بحثي للدكتوراه (سنة 1966 تقريباً)، كان علي قبول حل لمسألتي التي لا يمكن حلها إلا بوجود كمية كبيرة من البيانات. تمكنت بافتراض وجود كمية كبيرة من البيانات من تبسيط العملية الاحتمالية لدرجة استطعت بواسطتها حساب القيمة التقريبية لل M LE.

جاء الكمبيوتر بعد ذلك، الذي لا يعد منافساً للعقل البشري، بل هو مجرد ساحق صابر للأرقام. فهو لا يمل ولا يكل ولا يشعر بالنعاس ولا يرتكب الأخطاء. يقوم بعمليات حساب الضرائب مراراً وتكراراً ولملايين «المرات» ويمكنه إيجاد

قِيَم الـ MLEs باستخدام أساليب تعرف بالـ «الأسلوب التكراري (الخوارزمية) Iterative Algorithms».

الأسلوب التكراري

هو من أوائل الأساليب الرياضية التكرارية التي ظهرت في عصر النهضة الأوروبية (رغم ادعاء ديفيد سمث David Smith في كتابه تاريخ الرياضيات History of Mathematics سنة 1923 أنه وجد نماذج لهذا الأسلوب في ملفات المصريين القدامى والصينيين). كانت توجد مشكلة أساسية لدى البنوك أو مكاتب المحاسبة في شمال إيطاليا إبّان البزوغ الأول للرأسمالية، إذ كان لكل دولة أو بلد عملتها الخاصة بها، وكان يتأتى على مكاتب المحاسبة القدرة على معرفة كيفية تحويل، فلنقل مثلاً حمولة من الخشب تم شراؤها بمبلغ 127 دوكية فينيقية Venetian ducat (وهي عملة أوروبية ذهب) إلى ما تساويه بالدراخما اليونانية، إذا كانت كل 14 دراخما تساوي دوكية واحدة. لدينا الآن الرموز الجبرية للحصول على الناتج. هل تتذكر علم جبر الثانوية ؟ إذا كانت س تساوي القيمة بالدراخما، إذن...

لم تكن سهولة الحساب معروفة لمعظم الناس في ذلك الوقت، بالرغم من أن علماء الرياضيات قد بدأوا بتطوير علم الجبر آنذاك. استخدم المصرفيون أسلوباً في الحساب يدعى «قاعدة التنظيم المزيف»، ولكل مكتب محاسبة مفهومه الخاص لتلك القاعدة، يعلّمها لموظفيه تحت غطاء من السرية لأن كل

مكتب يعتقد أن مفهومه هو «الأفضل». كان الإنجليزي روبرت ريكورد Robert Recorde عالم القرن السادس عشر الرياضي مشهوراً في تبسيط الرموز الجبرية الجديدة وجعلها في متناول مدارك الناس. يقدم مفهومه لقاعدة التنظيم المزيف مظهراً قوة الجبر مقارنة بتلك القاعدة، في كتابه بستان الفنون Grovnd of Artes، الذي كتبه سنة 1542:

تعلّق بهذا العمل فإن نهايته سعيدة.
ستصل بقليل من الحظ إلى الحقيقة.
إعمل أولاً بالمسألة ذاتها،
علماً أنك لا تجد الحقيقة هناك.
فهذه مغالطات لها أصول،
وبها ستصل سريعاً للحقيقة.
من قليل إلى كثير،
إجمع القليل ثم القليل.
أو الكثير إلى القليل،
وأضف قليلاً لتجمع الكثير.
وضاعف الأضداد في المنعطفات،
فإن الحقيقة تكمن بين المغالطات.

يقول روبرت ريكورد بإنجليزية القرن السادس عشر، إنه يجب تخمين الإجابة ابتداء، ومن ثم تطبيقها على المسألة. سيكون هناك تعارض بين نتيجة استخدام التخمين وبين النتيجة التي تريدها. تستخدم عندئذ هذا التعارض من أجل تخمين

أفضل. ومن ثم تطبق هذا التخمين الجديد لتستخرج منه تعارضاً جديداً ومن ثم تخميناً آخراً. ستوصلك في النهاية سلسلة التخمينات تلك إلى الإجابة الصحيحة، إذا كنت ذكياً في طريقة حسابك للتعارض. أما قاعدة التنظيم المزيف فإنها تأخذ إعادة واحدة، ويكون التخمين الثاني صحيحاً دائماً. أما أسلوب فيشر للاحتمال الأقصى، فإنه قد يحتاج لمئات بل ملايين الإعادات قبل الحصول على الإجابة الصحيحة.

لكن ماذا تعني ملايين الإعادات للكمبيوتر؟ فهي لا تتعدى ومضة عين في عالمنا اليوم. كانت أجهزة الحاسب الآلي منذ فترة قصيرة بطيئة ولم تكن بنفس قوتها الحالية. كان لدي آلة حاسبة قابلة للبرمجة في نهاية الستينيات، وهي تعتبر الآن آلة إلكترونية قديمة تقوم بعمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة ولديها أيضاً ذاكرة صغيرة، تتسع لبرنامج يستخدم لحل بعض المسائل الحسابية ليس إلا. إحدى هذه العمليات تغيير سلسلة كتابة البرنامج، فأصبح ممكناً إجراء حسابات مكررة بواسطتها، بيد أن ذلك يستغرق وقتاً طويلاً. قمت ببرمجة الآلة في إحدى فترات الظهيرة، وتفحصت الخطوات الأولى للتأكد من عدم ارتكابي أخطاء، ثم أطفأت أنوار المكتب وعدت إلى منزلي، كانت الحاسبة تقوم في هذه الأثناء بعمليات الجمع و الطرح والضرب والقسمة بهدوء، في داخل أحشائها، وكنت قد برمجتها لتطبع النتائج بين فترة وأخرى. كانت الطابعة جهازاً مزعجاً تصدر أصواتاً عالية مثل «برررراااك».

جاء طاقم التنظيف إلى المبنى وأخذ أحد رجاله المكنسة والمجراف إلى مكتبي. سمع صوت همهمة في الظلام، ورأى وميضاً أزرق من إحدى أعين الحاسب تضيء وتطفئ وهي تجمع وتطرح مرات كثيرة. وفجأة بدأت الآلة بالعمل لتصدر صوت «برراك»، وبعدها أيضاً «برراك، برراك، برراك، بررراااك!» لقد أخبرني رجل التنظيفات لاحقاً أنها كانت تجربة مخيفة له، وطلب مني أن أضع ملحوظة في المرات المقبلة أعلمه بواسطتها أن الحاسب الآلي يعمل.

تعمل أجهزة الحاسب الآلي اليوم بشكل أسرع، محللة الاحتمالات الأكثر تعقيداً. لقد اكتشف البروفيسوران نان ليرد Nan Laird وجيمس وير James Ware من جامعة هارفرد نظاماً قوياً للتكرار، تميزه مرونته عرف ب أسلوب EM. «إن كل عدد جديد من مجلاتي الإحصائية يصف كيف استطاع أحدهم إخضاع أسلوب الـ E M لما كان يعدّ سابقاً مسائل مستحيلة». ثم ظهرت أساليب أخرى تحت أسماء جذابة مثل الحماية الزائفة simulated annealing وكريغنغ kriging. كما يوجد الأسلوب المتروبوليس Metropolis algorithm وأسلوب الماركاردت Marquardt algorithm، وغيرها تم تسميتها تبعاً لمكتشفيها. وهناك البرامج المعقدة ذات مئات وآلاف السطور من رموز البرمجة التي جعلت من هذه الحسابات المتكررة «سهلة الاستخدام».

لقد كانت طريقة فيشر في التقدير الإحصائي انتصاراً كبيراً. أسلوب الاحتمالية الأقوى حكم العالم، وبقيت أساليب بيرسون

مهجورة في التاريخ المهمل. ولكن ظهر في ذلك الوقت وفي الثلاثينات تحديداً» عندما بدأ فيشر يعرف أخيراً بإنجازاته في نظرية الإحصاء الرياضي، ولما كان في الأربعين من عمره وفي كامل نضجه وقوته، في ذلك الوقت بالذات ظهر عالم رياضيات بولندي اسمه جيرزي نيمان Jerzy Neyman، الذي بدأ بطرح مسائل أهملها فيشر.