

المجال المغناطيسي The Magnetic Field

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يصف المجال المغناطيسي، على أنه الحيز أو المنطقة التي تتميز بوجود قوة مغناطيسية يمكن اختبارها بواسطة القطب الشمالي لمغناطيس.
- أن يحسب القوة المغناطيسية الناشئة عن تأثير مجال مغناطيسي على شحنة متحركة.
- أن يحسب القوة المغناطيسية الناتجة عن تأثير مجال مغناطيسي في ناقل مستقيم يمر به تيار كهربائي.
- أن يستخدم قانون بيوسافار بشكل صحيح لحساب المجال المغناطيسي الناشئ عن تيار مستمر يسري في ناقل كهربائي.
- أن يستخدم قانون أمبير في عدد من التطبيقات على مرور التيار الكهربائي خلال موصل ناقل متناظرة هندسياً، لحساب المجال المغناطيسي.
- أن يعبر عن مفهوم النفاذية المغناطيسية، وعلاقتها بشدة المجال المغناطيسي.

obeykandi.com

المجال المغناطيسي

The Magnetic Field

9-1 المقدمة Introduction

إنَّ التجارب العلمية تؤكد على أن المجال المغناطيسي (\vec{B}) ينشأ بسبب حركة الشحنات الكهربائية، بمعنى أن الشحنات الكهربائية الساكنة لا ينشأ عنها مجال مغناطيسي، إذاً كيف نفسّر تفرد بعض المواد الطبيعية بامتلاكها مجالاً مغناطيسياً، ذلك الذي تعودنا على تسميته مغناطيساً طبيعياً أو دائماً *permanent magnet*؟

إنَّ المجال المغناطيسي لهذا النوع من المغناط يُعزى إلى التيارات الكهربائية التي تسري في مسارات مغلقة دائرية الشكل ناشئة عن حركة الإلكترونات في مدارات ذراتها، أما في المغناطيس الكهربائي *electromagnet* فإنَّ الإلكترونات المتحركة خلال السلك أو الملف المصمم لهذا الغرض والمعبرة عن التيار الكهربائي هي المسؤولة عن نشوء المجال المغناطيسي. وهكذا نجد أن التفكير الصحيح في هذا الموضوع يكون على النحو الآتي:

$$\text{moving charge (شحنة متحركة)} \leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow \text{moving charge (شحنة متحركة)}$$

واعتقادنا بأنَّ التيار الكهربائي هو نتيجة لحركة عدد هائل من الإلكترونات، يؤدي إلى:

$$\text{moving charge (تيار كهربائي)} \leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow \text{moving charge (تيار كهربائي)}$$

إنَّ العالم الفيزيائي أورستد *Hans Christian Orested* هو أول من أشار إلى هذه الحقيقة، وذلك في عام 1820م حيث أثبت أن إبرة البوصلة تنحرف عندما نقرها من سلك يمر به تيار كهربائي، وكانت تجربته هذه بداية لتطور هذا الموضوع تطوراً كبيراً.

إنَّ أهمية هذه التجربة تتجسد في وجود العلاقة بين المغناطيسية والكهرباء، وهذا ما سوف يتضح من خلال هذا الفصل.

9-2 المجال المغناطيسي (B) The Magnetic Field :

في الوحدة السادسة من هذا الكتاب كنا قد عرفنا المجال الكهربائي (\vec{E}) لشحنة كهربائية (q) في وضع الاستقرار بواسطة شحنة اختباريه كهربائية (q_0)، وقمنا بعد ذلك بقياس القوة الكهروستاتيكية (\vec{F}) المؤثرة عليها وعرفنا (\vec{F}) على النحو الآتي:

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (9-1)$$

وبهدف تعريف المجال المغناطيسي (\vec{B}) وبطريقة مماثلة، نستخدم القوة التي يؤثر بها هذا المجال على شحنة كهربائية تتحرك فيه بسرعة معلومة.

ولكننا، لا نستطيع أن نعرف القوة المغناطيسية بالطريقة التي استخدمنا لتعريف القوة الكهروستاتيكية، لأن المغناطيس أحادي القطب كما هو معلوم لا يزال محض افتراض. إذاً لا بد من تعريف القوة المغناطيسية بدلالة الشحنة الكهربائية المتحركة. ولتحقيق هذا الفرض نلجأ إلى إطلاق شحنات كهربائية بسرعة معروفة في منطقة تأثير المجال المغناطيسي (\vec{B})، وعلى افتراض أن الشحنة الموجهة إلى المجال المغناطيسي (\vec{B}) هي (q)، سرعتها (\vec{v})، لقد وجد عملياً أن القوة (\vec{F}_B) وهي القوة التي يؤثر بها المجال المغناطيسي على الشحنة الكهربائية المتحركة (q). تساوي:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (9-2)$$

وهكذا نلاحظ أن القوة (\vec{F}_B) هي حاصل الضرب الاتجاهي *cross product*، للمتجهين (\vec{B}) و (\vec{v})، حيث (q) هي عبارة عن الشحنة الكهربائية، وقد تكون موجبة أو سالبة، والآن، ما الذي نستنتجه من المعادلة (9-2)؟

1- إن القوة المغناطيسية (\vec{F}_B) دائماً تكون عمودية على المستوي المكون من متجه السرعة (\vec{v}) ومتجه المجال المغناطيسي (\vec{B})، وهذا ما يشير إلى أن القوة تستطيع فقط أن تغير اتجاه سرعة الشحنة المعرضة لتأثير المجال المغناطيسي المنتظم (\vec{B})، تأمل الشكل (9-1، ب، ج)، يمكننا أن نستخدم قاعدة اليد اليمنى لتحديد اتجاه القوة (\vec{F}_B)، وذلك على النحو الآتي:

نسط اليد اليمنى* على النحو المبين في الشكل (9-1، ب، ج)، ومن الواضح أن أصبع الإبهام يشير باتجاه سرعة الشحنات الموجبة المتحركة (\vec{v})، بينما تشير باقي أصابع اليد اليمنى باتجاه المجال المغناطيسي (\vec{B})، وتكون القوة المغناطيسية (\vec{F}_B) في هذه الحالة عمودية على راحة اليد، واتجاهه مبتعداً عنها، تأمل الشكل (9-1، ب)، أما إذا كانت الشحنات المتحركة سالبة، فإن تمثيل القوة يكون وفقاً للشكل (9-1، ج)، أي أن اتجاه القوة في هذه الحالة يكون معاكساً لاتجاهها في الحالة الأولى، عندما كانت الشحنات موجبة.

2- إن المجال المغناطيسي لا يؤثر بأية قوة على الشحنات الموازية له، أو المتحركة بجهة سناكسة لحركته *parallel or antiparallel*، ومرة أخرى ومن خلال ملاحظة الشكل (9-1، ج) نجد أن:

$$\vec{F}_\gamma = qv B \sin \theta \quad (9-3)$$

* يعيل البعض إلى استخدام اليد اليمنى مع الشحنات الموجبة واليسرى مع الشحنات السالبة، بحيث تكون راحة اليد إلى الأفل.

حيث θ هي الزاوية بين متجه السرعة ومتجه المجال المغناطيسي.

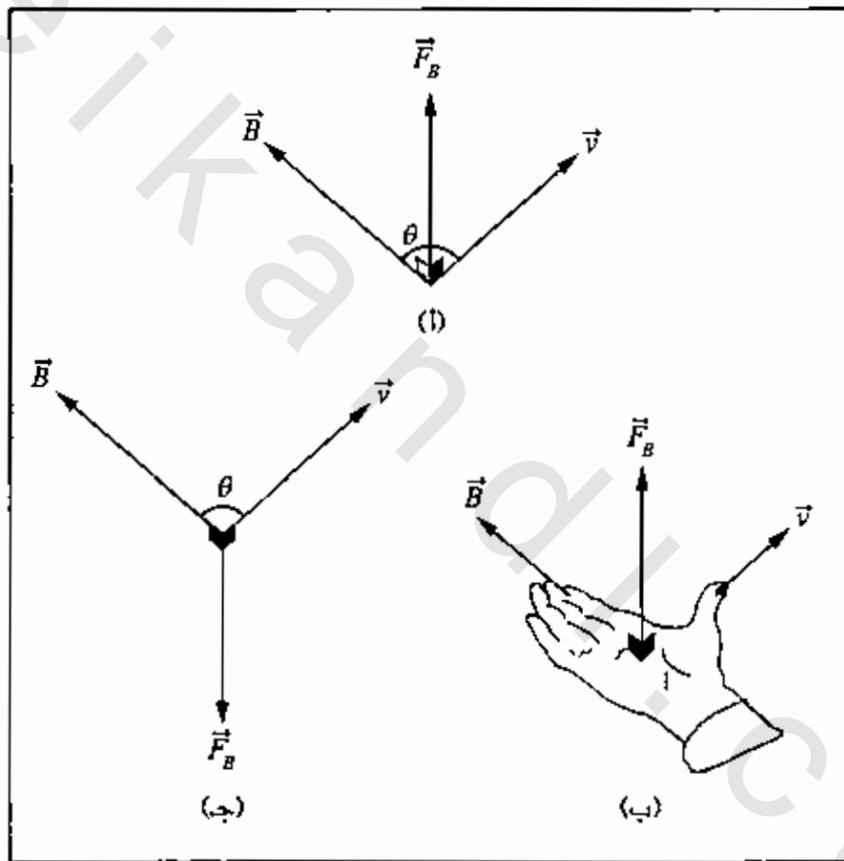
3- إن أعلى قيمة للقوة المغناطيسية *deflecting force* هي:

$$\vec{F}_{B \max} = qvB \quad (9-4)$$

وذلك عندما تكون الزاوية $(\theta=90^\circ)$.

4- إن القوة المغناطيسية (\vec{F}_B) تتناسب تناسباً مباشراً مع كل من (q) و (v) .

5- إن اتجاه (\vec{F}_B) يعتمد على إشارة الشحنة الكهربائية، انظر الشكل (9-1) ب، ج.



الشكل (9-1) أ، ب، ج

أ) شحنة كهربائية موجبة (q) تتحرك بسرعة (v) في خلال مجال مغناطيسي (\vec{B}) ، تؤثر عليها قوة مغناطيسية (\vec{F}_B) .

ب) وتظهر فيه قاعدة اليد اليمنى وتوضح كيف أن (v) تحتاح (B) .

ج) وذلك عندما تكون الشحنة سالبة $(-q)$ فإن اتجاه (\vec{F}_B) يكون بالاتجاه المعاكس لها بالشكل (أ).

إن وحدة قياس المجال المغناطيسي (\vec{B}) في النظام الدولي للقياس (SI) هي التيسلا *tesla*، والتي

يمكن تعريفها بالرجوع إلى المعادلة (9-6) على النحو الآتي:

$$B = \frac{F_B}{qv}$$

(تعريف المجال المغناطيسي)

$$\begin{aligned} 1 \text{ tesla} = 1T &= \frac{\text{Newton}}{(\text{Coulomb})(\text{meter} / \text{second})} \\ &= 1 \frac{\text{Newton}}{(\text{Coulomb} / \text{second})(\text{meter})} \\ 1T &= 1 \frac{N}{A.m} \end{aligned}$$

ذلك أن:

$$\text{Ampere} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{second}}$$

وتعرف التسلا بأنها مقدار المجال المغناطيسي الذي يؤثر بقوة مقدارها واحد نيوتن في شحنة كهربائية مقدارها واحد كولوم، تتحرك بسرعة مقدارها واحد متر لكل واحد ثانية في اتجاه عمودي على المجال المغناطيسي.

وهناك وحدة أخرى شائعة لقياس شدة المجال المغناطيسي وهي الكاوس *Gauss*، ويسمى الجهاز الذي يستخدم لقياس شدة المجال المغناطيسي باسمها *Gauss meter*.

$$1T = 10^4 \text{ gauss}$$

ولكن الكاوس لا ينتمي إلى النظام الدولي للقياس (SI). وتختلف شدة المجال المغناطيسي من مكان لآخر، ولنغرض التعرف على ذلك انظر الجدول (9-1).

نأمل بعد اطلاعك عزيزي الطالب على هذا الجدول أن تكون قد ميّزت بعض الأمثلة على وجود المجال المغناطيسي، كما نأمل أن تكون قد ربطت بين طبيعة الشحنة الكهربائية المتحركة ومقدار المجال المغناطيسي الناشئ عنها.

at the surface of a neutron star (calculated)	شدة المجال على سطح النيوترون	$T 10^8$
an electromagnet	شدة المجال لمغناطيس كهربائي	$T 5.1$
near a small bar magnet	شدة المجال بالقرب من مغناطيس صغير	$T^2 10$
at the surface of the earth	شدة المجال عند سطح الأرض	$T^4 10$
in interstellar space	شدة المجال في الفضاء بين النجوم	$T^{10} 10$
smallest value in magnetically shielded room	أقل مقدار للمجال في غرفة معزولة مغناطيسياً	$T^{14} 10$

الجدول (9-1) المجال المغناطيسي لجموعة من الحالات المختلفة

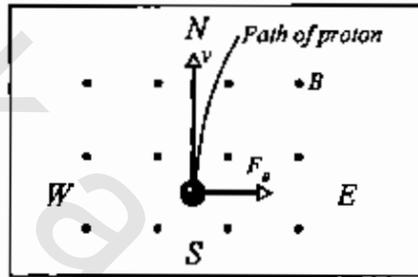
مثال (9-1): Example

في حيز مختبري يبلغ مقدار المجال المغناطيسي ($B = 1.2 \text{ mT}$)، واتجاهه عمودياً نحو الأعلى، انظر الشكل (9-2)، يتحرك بروتون خلاله بطاقة حركية قدرها (5.3 MeV) وبشكل أفقي من الجنوب إلى الشمال، أوجد حسابياً مقدار قوة الانحراف التي تؤثر على البروتون، كتلة البروتون تساوي ($m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$).

الحل Solution:

إن قوة الانحراف (F_B) تعتمد على سرعة البروتون ذلك أن:

$$F_B = qvB \sin \theta$$



الشكل (9-2) يبين بروتوناً متحركاً خلال مجال مغناطيسي، منحرفاً نحو الشرق، نلاحظ اتجاه المجال عمودياً وإلى الأعلى

يمكننا إيجاد سرعة البروتون من خلال طاقته الحركية، على النحو الآتي:

$$K = \frac{1}{2} m_p v^2$$

$$(5.3 \times 10^6 \text{ eV}) = \frac{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})v^2}{2}$$

إلا أن:

$$v^2 = \left[\frac{(2)(5.3 \times 10^6)(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})} \right]$$

$$v = 3.2 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$F_B = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(3.2 \times 10^7 \text{ m/s})(1.2 \times 10^{-3} \text{ T})(\sin 90)$$

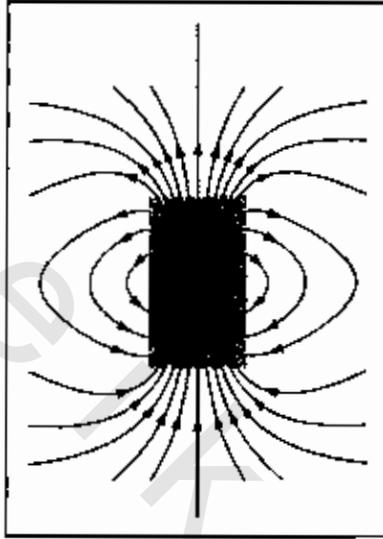
$$= 6.1 \times 10^{-15} \text{ N}$$

9-2-1 خطوط المجال المغناطيسي Magnetic Field Lines:

نقوم عادة بوصف المجال المغناطيسي بدلالة خطوط وهمية، نطلق عليها خطوط المجال المغناطيسي، وللتعرف على هذه الخطوط تأمل الشكل (9-3)، إن هذه الخطوط تأخذ مسارات مغلقة بدايةً من القطب الشمالي (N) north pole وتنتهي عند القطب الجنوبي (S) south pole.

إن تمثيل المجال المغناطيسي بهذه الطريقة تعبر عن الدلالات العلمية الآتية:

1- إن ازدياد عدد هذه الخطوط يعبر عن ازدياد مقدار المجال المغناطيسي (\vec{B}).



الشكل (9-3)

يبين خطوط المجال المغناطيسي لقضيب
مغناطيسي، وهي على شكل حلقات مغلقة تبدأ
عند القطب المغناطيسي الشمالي (N) وتنتهي
عند القطب الجنوبي (S)

2- إن هذه الخطوط تكمل مساراً مغلقاً باستثناء الخط المستقيم الذي يمر وسط المغناطيس، إلا أنه هو الآخر يكمل مساراً مغلقاً عند اللانهاية، وهذا هو السبب الذي يجعلنا نصف المجال المغناطيسي للأرض بأنه مواز لسطحها عند خط الاستواء، وعمودياً عليها عند القطبين فقط، أما في ما عدا ذلك فإنه يصنع زاوية (θ)، تمثل زاوية الميل للمجال (\vec{B}).

3- إن الميل عند أي نقطة وعلى أي من تلك الخطوط يمثل مقدار المجال المغناطيسي عندها.

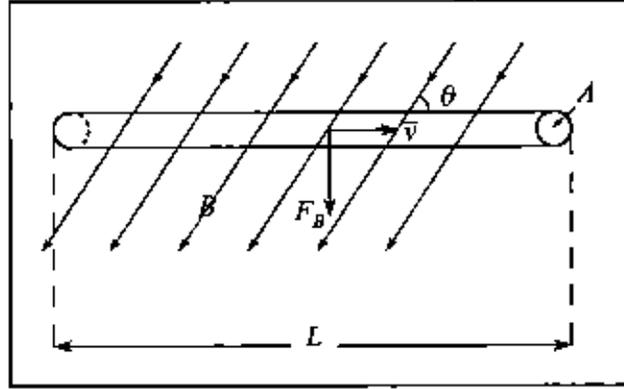
4- إن الكرة الأرضية تعتبر مغناطيساً كبيراً قطبه الجنوبي عند القطب الشمالي الجغرافي، وقطبه الشمالي عند القطب الجنوبي الجغرافي، وهذا هو السبب الذي يجعل المغناطيس المعلق بخيط، أو الإبرة المغناطيسية تبوصلت تتجه شمال وجنوب على وجه التقريب.

9-3 القوة المغناطيسية المؤثرة في سلك يمر به تيار كهربائي

: Current-carrying Wire

لدراسة القوة المغناطيسية المؤثرة في سلك ناقل مستقيم يمر به تيار كهربائي، تأمل الشكل (9-4).

بعد أن نتأمل الشكل (9-4) جيداً، نجد أن السلك الذي يسري فيه التيار الكهربائي (I)، طوله (L)، مساحة مقطعه (A)، موجود في مجال مغناطيسي منتظم مقداره (B)، وهدفنا الآن هو تحديد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المؤثرة على هذا السلك.



الشكل (9-4) القوة المغناطيسية المؤثرة على سلك يمر به تيار كهربائي

كنا قد توصلنا في الفقرة (9-2) إلى أن القوة المغناطيسية (\vec{F}_B) المؤثرة على شحنة كهربائية

(q) تسير بسرعة (\vec{v}) ، إلى العلاقة الرياضية (9-6) ، والتي تنص على أن:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

ومن نواضح أن الشحنة الكهربائية في حالة السلك هذه تساوي:

$$q = en(LA)$$

حيث إن حجم السلك هو عبارة عن حجم أسطوانة مساحة قاعدتها (A) وطولها (L) ، يساوي

(LA) ، وعدد الشحنات لوحدة الحجم هو (n) ، بينما (e) هي شحنة الإلكترون المتعارف عليها ، إذاً ،

القوة المغناطيسية المؤثرة في السلك تساوي:

$$F_B = en(LA)v B \sin \theta \quad (9-5)$$

ولكن المقدار ($v = L/t$) وكذلك ($I = enLA/t$) ، وبتعويض هذه المقادير في المعادلة (9-5)

نجد أن:

$$F_B = ILB \sin \theta$$

وبصفة عامة نكتبها على النحو الآتي:

$$\boxed{\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}} \quad (9-6)$$

وهي المعادلة الرياضية التي تعبر عن القوة المطلوبة ، أما اتجاهها فيتم تحديده بواسطة قاعدة

اليد اليمنى ، ونذكر بأن اتجاه (\vec{L}) هو اتجاه سريان التيار الكهربائي.

وإذا لم يكن السلك الناقل مستقيماً فيمكننا تقسيمه إلى أجزاء مستقيمة صغيرة ، ونعاملها

وفقاً للصفة الرياضية (9-6) ، بعد ملاحظة أن محصلة القوة المؤثرة على السلك في هذه الحالة هي

المجموع الاتجاهي للقوى المؤثرة على مجموع القطع المستقيمة ، ويمكننا في هذه الحالة التعبير عن

القوة (F_B) وفقاً للمعادلة الرياضية الآتية:

$$d\vec{F}_B = I d\vec{L} \times \vec{B}$$

حيث إن كلاً من $(d\vec{F}_B)$ و $(d\vec{L})$ أجزاء تفاضلية من القوة الكلية (\vec{F}_B) والطول الكلي (\vec{L}) .

مثال (9-2) Example

قطعة من سلك ناقل مستقيم طولها (0.5 m) يمر بها تيار مقداره (12 A) يصنع زاوية مقدارها (30°) ، يؤثر فيها مجال مغناطيسي مقداره $(2 \times 10^{-2} \text{ T})$.

أوجد حسابياً مقدار القوة المغناطيسية المؤثرة على هذه القطعة.

الحل Solution

باستخدام العلاقة الرياضية (9-5):

$$F_B = ILB \sin \theta$$

نجد أن:

$$I = 12 \text{ A}$$

$$L = 0.5 \text{ m}$$

$$B = 2 \times 10^{-2} \text{ T}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$F_B = (12 \text{ A})(0.5 \text{ m})(2 \times 10^{-2} \text{ T}) \sin 30^\circ \\ = 0.06 \text{ N}$$

مثال (9-3) Example

سلك نحاسي مستقيم موضوع بشكل أفقي في مجال مغناطيسي (\vec{B}) ، يمر به تيار مقداره (28 A) . أوجد حسابياً مقدار واتجاه المجال المغناطيسي (\vec{B}) بحيث يبقى السلك عائماً، وتوازن القوة (F_B) وزن السلك (mg) ، تأمل الشكل (9-5)، إذا علمت أن الكثافة الطولية* لمادة السلك تساوي (46.6 g/m) .

الحل Solution

بالنظر إلى الشكل (9-5)، نجد أن وزن السلك (mg) تعادله قوة مغناطيسية (F_B) يمكن حسابها من المعادلة (9-6)، أي أن:

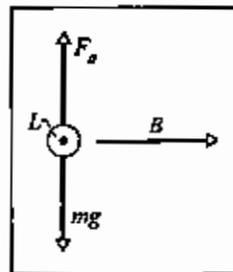
* الكثافة الطولية لمادة هي كتلة وحدة الأطوال، ووحدة قياسها في النظام الدولي (SI) هي (kg/m) .

$$F_B = mg = LI B$$

$$B = \frac{mg}{LI} = \frac{(46.6 \times 10^{-3} \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{(1 \text{ m})(28 \text{ A})}$$

$$= 1.6 \times 10^{-2} \text{ T}$$

نلاحظ أننا عوضنا عن كتلة السلك بالمقدار $(46.6 \times 10^{-3} \text{ kg})$ ، مستفيدين من الكثافة الطولية التي أعطيت في نص السؤال، وبمعانيه الشكل نجد أن هذا المجال المغناطيسي يتجه نحو الأعلى أي خارجاً من الورقة.

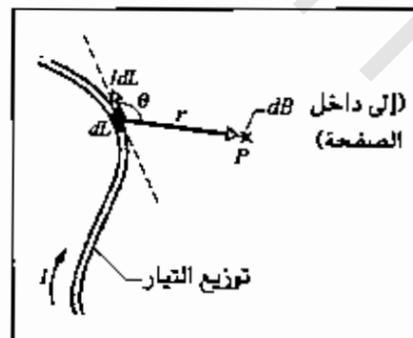


الشكل (9-5)، المثال (9-3)

9-4 المجال المغناطيسي الناشئ عن تيار كهربائي (قانون بيو-سافار) *Biot-Savart law*,

Magnetic Field Du to Current

بهدف استيعاب القانون المنسوب إلى العالمين (بيو - سافار) *Biot-Savart* المستخدم لحساب المجال المقاطيسي للتيار الكهربائي المار في سلك ناقل، بدايةً، تأمل الشكل (9-6).



الشكل (9-6)

بعد ملاحظة الشكل (9-6) نجد أن مقداراً من طول السلك (dL) يمر خلاله تيار كهربائي ثابت مقداره (I) ، ينشأ عنه مجال مغناطيسي مقداره (dB) عند النقطة (p) التي تبعد مسافة (r) عن قطعة السلك الناقل. لقد أكد هذان العالمان أن مقدار المجال المغناطيسي التفاضلي (dB) يكون عمودياً على مقدار طول السلك التفاضلي (dL) وهو في اتجاه التيار الكهربائي عند النقطة (p) ، كما أنهما توصلا إلى النتائج الآتية:

$$dB \propto \frac{I}{r^2}$$

$$db \propto I$$

$$dB \propto \sin \theta$$

$$dB \propto dL$$

حيث إن (θ) هي الزاوية بين (dL) واتجاه الخط الواصل بين (dL) والنقطة (p) :

$$dB \propto \frac{IdL \sin \theta}{r^2}$$

وبعد تحويل التناسب إلى مساواة وإدخال ثابت التناسب، نجد أن:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \sin \theta}{r^2} \quad \text{قانون بيوسافار} \quad (9-7)$$

حيث (μ_0) مقدار ثابت يسمى ثابت النفاذية *permeability constant*، أما مقداره لعددي

هيساوي إلى:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}$$

$$\approx 1.26 \times 10^{-6} \text{ T.m/A}$$

ويلاحظ من خلال الشكل (9-6) أن اتجاه المقدار (dB) إلى داخل الصفحة، كما نلاحظ أيضاً

أن مقدار الضرب الاتجاهي $(dL \times r)$ حيث إن (r) في هذه الحالة هو المتجه الممتد من عنصر التيار

إلى النقطة (p) ، وهكذا يمكننا إعادة كتابة المعادلة (9-7) بالصيغة الاتجاهية الرياضية الآتية:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} d\vec{L} \times \vec{r} \quad (9-8)$$

إن العلاقة الرياضية (9-7) تمثل الصيغة العامة لقانون بيوسافار، ويمكننا استخدامها

لحساب شدة المجال المغناطيسي في حالات مختلفة، وسنستعرضها فيما يلي على شكل أمثلة محلولة.

مثال (9-4): Example

استخدم الصيغة الرياضية العامة لقانون بيوسافار للتعبير عن شدة المجال المغناطيسي الناشئ

عن سلك طويل جداً، عند نقطة (p) تبعد عنه مسافة (r) ويمر خلاله تيار كهربائي ثابت مقداره (I) .

والآن لتأمل الشكل (9-7).

الحل Solution:

بهدف التعبير رياضياً عن شدة المجال المغناطيسي

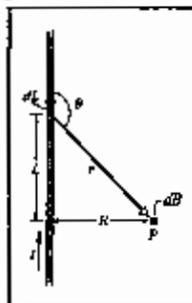
الناشئ بسبب مرور تيار كهربائي مقداره (I) في سلك

طويل، وعلى مسافة منه مقدارها (r) ، يمكننا استخدام

قانون العالمين بيوسافار، ولكي نتوصل إلى النتيجة

المناسبة انظر الشكل (9-7).

المجال المغناطيسي
لتيار كهربائي
يمر في سلك
طويل جداً



الشكل (9-7)

إن النقطة (p) هي النقطة التي نبحث عن شدة المجال المغناطيسي عندها بسبب مرور جزء من التيار في النصف العلوي من السلك، وذلك بحساب التكامل من $(0 - \infty)$ في المعادلة (9-8)، وذلك بعد ملائمتها مع المثال (9-4):

$$d\vec{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{Id\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$

حيث إن المتجه (\vec{r}) يبدأ من العنصر التفاضلي للتيار وينتهي عند النقطة (p)، كما أن حاصل الضرب الاتجاهي ($d\vec{L} \times \vec{r}$) يبين اتجاه المجال المغناطيسي ($d\vec{B}$)، والآن:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \sin \theta}{r^2}$$

ذلك أن:

$$dL \times r = dL r \sin \theta$$

وبملاحظة أن السلك يتأثر بالمقدار نفسه من المجال المغناطيسي في نصفية العلوي والسفلي، لذا نلجأ إلى ضرب المعادلة بالعدد اثنين، إذاً:

$$\vec{B} = \int dB = \frac{\mu_0}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \theta dL}{r^2}$$

وبالرجوع إلى الشكل (9-7) نجد أن:

$$\sin(\theta) = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{L^2 + R^2}}$$

$$r = (L^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \frac{R}{L(s^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} ds$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \left[\frac{L}{(L^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}} \right]_0^\infty$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

والآن، ومرةً أخرى، وبسبب التناظر الكبير لتوزيع التيار الكهربائي فإننا نستطيع استخدام قانون أمبير، لحلقة مغلقة تسمى حلقة أمبير، ففي الحالة التي بين أيدينا، -حالة السلك الطويل- نستطيع استخدام قانون أمبير لإيجاد النتيجة نفسها باستخدام قانون بيوسافار، وذلك حسب الآتي:

$$\oint \vec{B} \cdot ds = \mu_0 I \quad (9-9)$$

هذه هي الصيغة الرياضية لقانون أمبير ومن الواضح أن، الحلقة المغلقة هي دائرة نصف قطرها (R) ، أي أن:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = 2\pi R B$$

$$2\pi R B = \mu_0 I$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

وهي ذات النتيجة الأولى التي حصلنا عليها باستخدام الصيغة العامة لقانون بيو - ستيفن. كما يمكننا معالجة هذه المسألة دون اعتماد النصف العلوي $(0 - \infty)$ أو النصف السفلي $(\infty - 0)$ ، وذلك بإجراء التكامل مرة واحدة من بداية السلك إلى نهايته $(\infty, \infty+)$ وذلك على النحو الآتي:

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dL \sin \theta}{r^2}$$

$$\tan \theta = \frac{R}{L}, L = R \tan \theta$$

$$\sin \theta = \frac{R}{r}, r = \frac{R}{\sin \theta}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{R d\theta}{\sin^2 \theta} \frac{\sin \theta}{\left(\frac{R^2}{\sin^2 \theta}\right)} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{-R \sin^3 \theta d\theta}{\sin^2 \theta R^2}$$

$$= \frac{-\mu_0 I}{4\pi} \int_{\pi}^0 \sin^2 \theta d\theta = \frac{-\mu_0 I}{4\pi} [-\cos \theta]_{\pi}^0$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

ملاحظة: عندما تتغير (dL) من $(\infty - \infty)$ فإن الزاوية تتغير من $(0 - \pi)$.

إن العلاقة الرياضية (9-9)، هي ما نسميه قانون أمبير، ويمكننا استخدامه لحساب المجال المغناطيسي عندما نتأكد أن التناظر الإحصائي الهندسي لتوزيع التيار الكهربائي متحقق، وسنكتفي ببيان نتيجة المثال التالي.

مثال (9-5): Example

استخدم قانون أمبير للتعبير عن شدة المجال المغناطيسي الناشئ عن مرور تيار كهربي ثابت (I) في عروة دائرية نصف قطرها (r) .

الحل Solution:

إن الصيغة العامة لقانون أمبير هي:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I$$

حيث يشير الطرف الأيمن إلى إيجاد التكامل حول مسار مغلق، وهو في هذه الحالة عبارة عن عروة أو حلقة دائرية، نصف قطرها (r)، إذن:

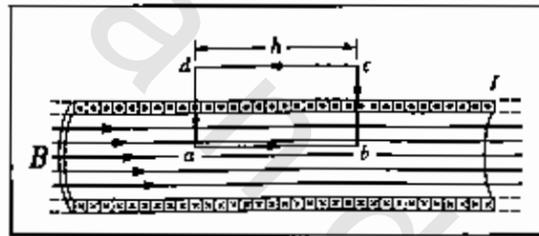
$$\oint dL = 2\pi r$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}} \quad \text{المجال } B \text{ لعروة دائرية} \quad (9-10)$$

9-5 المجال المغناطيسي لملف حلزوني *The Magnetic Field of Solenoid*

تأمل الشكل (9-8) حيث تلاحظ أن الملف الحلزوني هو عبارة عن ملف اسطواني طويل يحتوي على عدد (n) من اللفات لوحدة الطول، يمر خلاله تيار ثابت مقداره (I)، ونلاحظ في هذه الحالة أن الموصل تطبق عليه شرط التماثل الهندسي لاستخدام قانون أمبير.



الشكل (9-8)

وبهدف حساب المجال المغناطيسي (\vec{B}) نأخذ مقطعاً طويلاً للملف حلزوني نموذجي حيث تكون لفاته محكمة وملتصقة ببعضها البعض، إن حلقة أمبير المنقطة في هذه الحالة هي عبارة عن المستطيل ($a b c d$) ويمثل التيار (I_0) المقدار الذي يمر خلال حلقة أمبير. والآن يمكننا استخدام قانون أمبير على الأجزاء الأربعة من هذه الحلقة.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{L} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{L} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{L} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{L}$$

حيث إن (\vec{B}) عمودي على كل من ($b c$) و ($d a$)، وهكذا نجد أن الزاوية بينهما (90°) ومعلوم أن ($\cos 90^\circ$) يساوي الصفر، وهكذا لا وجود للمجال المغناطيسي على هاتين القطعتين ($B = 0$)، أما القطعتين (ab) و (cd) فإن الزاوية بينهما وبين المجال (\vec{B}) تساوي الصفر، وهذا يؤدي إلى أن:

$$\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{L} = \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{L} = \vec{B} h$$

حيث إن (h) هو طول كل من المسار (a, b) و (c, d) ، وكنا قد بينا أن عدد اللفات لوحدة الطول في الملف هو (n) ، نستطيع الآن أن نعبر عن التيار الكلي خلال حلقة أمبير بالشكل الآتي:

$$I_o = I(nh)$$

$$\oint \vec{B} \cdot dL = \vec{B}h = \mu_o I n h$$

$$\vec{B} = \mu_o I n \quad (9-11)$$

إن العلاقة الرياضية (9-11) تعبر عن شدة المجال المغناطيسي للملف حلزوني *ideal solenoid* نموذجي. أما المجال المغناطيسي للملف حلقي *toriod* يحمل تياراً مقداره (I) وعدد لقاته الكلية (N) فإن المجال المغناطيسي الناشئ داخله هو:

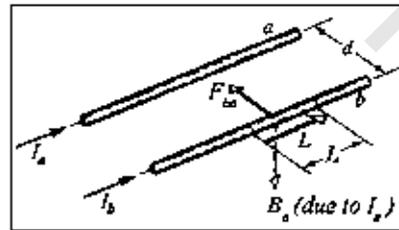
$$\vec{B}(2\pi r) = \mu_o I N$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_o I N}{2\pi r}} \quad \text{شدة المجال } B \text{ للملف حلزوني} \quad (9-12)$$

إن العلاقة الرياضية (9-12) تعبر عن شدة المجال المغناطيسي للملف دائري، نصف قطره (r) ، وهو نصف قطر حلقة أمبير.

9-6 القوة المتبادلة بين سلكين طويلين جداً *Interacting force—two parallel currents*:

إن الغاية من دراسة هذه الفقرة هي تحديد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المتبادلة بين سلكين طويلين جداً، متوازيين، تفصلهما عن بعضهما مسافة (d) ، يسري خلالهما تياران (I_a) و (I_b) ، ولهذه الغاية تأمل الشكل (9-9).



الشكل (9-9)

إن تحقيق هذه الغاية يتم من خلال إيجاد المجال المغناطيسي الذي يؤثر به السلك الثاني على السلك الأول، ثم تحديد القوة الناتجة عن ذلك.

وستبدأ بالبحث عن القوة الناشئة عن السلك (b) بسبب المجال المغناطيسي (B_o) ، إن المجال المغناطيسي (B_o) المؤثر على كل نقطة من السلك (b) هو:

$$B_o = \frac{\mu_o I_a}{2\pi d} \quad (9-13)$$

ويمكننا تحديد اتجاهه باستخدام قاعدة اليد اليمنى، انظر الشكل (9-9)، والآن يمكننا إيجاد القوة المغناطيسية (F_{ba}) المؤثرة على السلك (b)، وذلك باستخدام العلاقة الرياضية (9-5)، حيث:

$$F_{ba} = I_b L \times B_a \quad (9-14)$$

ونلاحظ من الشكل (9-9) أن كلاً من (L) و (B_a) متعامدان، والآن من العلاقتين الرياضيتين (9-13) و (9-14) نجد أن:

$$F_{ba} = I_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 L I_a I_b}{2\pi d}$$

$$F_{ba} = \frac{\mu_0 I_a I_b L}{2\pi d} \quad \text{القوة المتبادلة بين سلكين} \quad (9-15)$$

أما اتجاه القوة (F_{ba}) فيمكننا معرفته بمعرفة حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين ($L \times B_a$) وباستخدام قاعدة اليد اليمنى نجد أن (F_{ba}) تتجه مباشرة إلى السلك (a).

أما القوة التي تؤثر على السلك (a) فيمكننا إيجادها بالطريقة الأولى نفسها، وسنجد أن اتجاهها نحو السلك (b)، وهكذا، فإن السلكين المتوازيين يجذبان بعضهما البعض، أما إذا كان التياران باتجاهين مختلفين فإن السلكين المتوازيين سوف يتنافران، وعليه يمكننا أن نستنتج ما يلي:

التياران المتوازيان (على الاتجاه نفسه) يجذبان بعضهما البعض، أما التياران غير المتوازيين (باتجاهين مختلفين) فإنهما يتنافران.

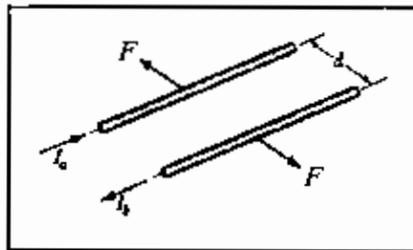
مثال (9-6): Example

في الشكل (9-10) تلاحظ سلكين طويلين متوازيين تفصلهما عن بعضهما مسافة ثابتة (d) يحملان تيارين كهربائيين على التوالي (I_a, I_b) باتجاهين متعاكسين، حيث إن:

$$d = 5.3 \text{ cm}, I_b = 32 \text{ A}, I_a = 15 \text{ A}$$

أوجد حسابياً مقدار القوة المغناطيسية بين السلكين، وحدد اتجاهها، وذلك على امتداد جزء من طولها يساوي (40 m).

الحل Solution:



الشكل (9-10) يوضح قوة التناظر بين سلكين طويلين جداً

تأمل الشكل (9-10).

باستخدام العلاقة الرياضية (9-15)، نجد أن:

$$I_a = 15 A, \quad I_b = 32 A$$

$$d = 5.3 \text{ cm}, \quad L = 40 \text{ m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m}$$

$$F_{ob} = \frac{\mu_0 I_a I_b L}{2\pi d}$$

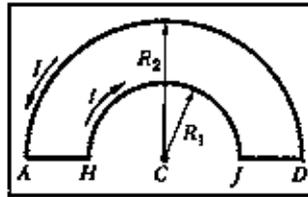
$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(15)(32)(40)}{2\pi(5.3 \times 10^{-2})}$$

$$= 7.24 \times 10^{-2} \text{ N}$$

أما اتجاهها فهو عمودي على اتجاه السلكين، مشيراً نحو الخارج، ذلك أنها قوة تنافر.

مسائل عامة محلولة Solved problems

9-1 استخدم قانون بيو-سافار *Biot-Savart*، وذلك لحساب شدة المجال المغناطيسي (B) عند مركز الشكل (9-11) المبين بالنقطة (c)، وكما تلاحظ فإن الشكل عبارة عن نصفي دائرتين، نصف قطر الأولى (R_1)، ونصف قطر الثانية (R_2) وتلاحظ أيضاً أن المجال المغناطيسي ناشئ عن الشكل ($ADJHA$)، إذا كان مقدار التيار المار خلاله (I).



الشكل (9-11)

الحل:

إن لصيغة الرياضية لقانون بيو - سافار هي:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{L} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

1- نلاحظ أولاً أن القطعتين المستقيمتين (AH) و (JD) يمر بكل منهما تيارين مختلفين في الاتجاه ومتساويين في المقدار، وهذا ما يؤكد لنا أن المجالين المغناطيسيين الناشئين عن كل قطعة، متساويان في المقدار ومتعاكسان في الاتجاه أيضاً، وبالخلاصة أن كلاً من القطعتين لا تسهمان في المجال المغناطيسي عند النقطة (c).

2- إن المجال الناشئ عن نصف الدائرة الأولى، عند النقطة (c) هو:

$$\begin{aligned} B_{c1} &= \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \int \frac{I d\vec{L}_1 \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{R_1 d\vec{L}}{R_1^3} \\ d\vec{L} \times \vec{r} &= r ds \sin(90) = r dL \\ \int \frac{R_1 dL}{R_1^3} &= \frac{1}{R_1^2} \int dL = \frac{\pi R_1}{R_1^2} = \frac{\pi}{R_1} \\ B_{c1} &= \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi} \right) \left(\frac{\pi}{R_1} \right) = \frac{-\mu_0 I}{4R_1} \end{aligned}$$

وهكذا نجد أن المجال الناشئ عن النصف الثاني ذي نصف القطر (R_2)

$$B_{c2} = \frac{\mu_0 I}{4R_2}$$

$$B_c = B_{c1} + B_{c2} = \frac{\mu_0 I(R_2 - R_1)}{4R_1 R_2}$$

مع ملاحظة أن اتجاه شدة المجال إلى داخل الصفحة.

9-2 في ذرة الهيدروجين، إذا افترضنا أن الإلكترون يتحرك على مسار دائري نصف قطره $(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})$ ويسير بسرعة خطية منتظمة $(m/s \times 10^6 \times v = 1.3)$.

أوجد حسابياً شدة المجال المغناطيسي الناتج عن حركة الإلكترون، وذلك عند مركز الذرة.

ملاحظة: كتلة الإلكترون $(m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})$ ، وشحنته $(q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$.

الحل:

إن اتجاه المجال المغناطيسي يكون عمودياً على السرعة الخطية للإلكترون، ويمكن حساب القوة المغناطيسية في هذه الحالة من العلاقة الرياضية:

$$F_B = q \vec{v} \times \vec{B} = q v B \sin(90) = q v B$$

كما يمكننا إيجاد تسارع الإلكترون من العلاقة الرياضية لقانون نيوتن الثاني:

$$F_B = m_e a$$

$$a = \frac{F_B}{m_e}$$

وبما أن مسار الإلكترون دائري، يمكننا إيجاد تسارعه بدلالة كل من السرعة الخطية ونصف قطر المسار، إذن:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$B = \frac{F_B}{qv} = \frac{m_e v^2}{e r v} = \frac{m_e v}{e r}$$

$$= \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.3 \times 10^6 \text{ m/s})}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})} = 1.39 \times 10^4 \text{ T}$$

مسائل وتمارين الفصل التاسع

Chapter Nine Exercises & Problems

- 9-1 بروتون يتحرك بزاوية قدرها (23°) بالنسبة لمجال مغناطيسي شدته (2.6 mT) ويعاني من تأثير قوة مغناطيسية قدرها $(6.5 \times 10^{-17} \text{ N})$.
- 1- أوجد حسابياً سرعة البروتون.
 - 2- أوجد حسابياً الطاقة الحركية للبروتون مقدرة بوحدات (eV) .
- 9-2 سلك موصل يمر خلاله تيار كهربائي تبلغ شدته (4.4 A) ، يتعرض لتأثير مجال مغناطيسي منتظم وعمودي عليه، مقدار شدته (1.5 T)
- أوجد حسابياً القوة المغناطيسية لكل وحدة طول من هذا السلك.
- 9-3 ملف حلزوني *solenoid* طوله (95 cm) ونصف قطره (2 cm) ، وعدد لفاته (1200) لفة يحمل تياراً قدره (3.6 A) .
- أوجد مقدار المجال المغناطيسي لهذا الملف.
- 9-4 ملف حلزوني عدد لفاته (200) لفة، وطوله (25 cm) وقطره (10 cm) ، ويحمل تياراً قدره (0.3 A) .
- أوجد مقدار المجال المغناطيسي قرب مركزه.
- 9-5 ملف حلزوني طوله (13 cm) وقطره (2.6 cm) يحمل تياراً قدره (18 A) . مقدار المجال المغناطيسي بداخله يساوي (23 mT) .
- أوجد طول السلك الذي صنع منه الملف. $T \text{ m/A} = 4\pi \times 10^7 \mu_0$
- 9-6 ملف حلقي دائري *toriod* مساحة مقطعه الدائرية داخل مربع طول ضلعه (5 cm) ، ونصف قطر الملف الداخلي تساوي (1.5 cm) ، أما عدد لفاته فيساوي (500) لفة ويحمل تياراً قدره (0.8 A) .
- 1- ارسم شكلاً مبسطاً لمقطع هذا الملف.
 - 2- أوجد مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف عند قطره الداخلي.
 - 3- المجال المغناطيسي داخل الملف عند قطره الخارجي.
 - 4- قارن بين مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف عند قطره الخارجي وعند قطره الداخلي. ما الذي استنتجته نتيجة المقارنة؟ وضع ذلك.
- 9-7 سلكين مصنوعين من مادة موصلة، طويلين متوازيين تفصلهما عن بعضهما مسافة $(12 \times 10^{-2} \text{ m})$ ، ويسري في كل منهما وفي ذات الاتجاه تيار كهربائي مقداره (40 A) .
- أوجد حسابياً القوة المغناطيسية المتبادلة بينهما، ثم حدد اتجاهها.

مسائل اختيارية

Optional Problems

9-1 إلكترون يمتلك متجه السرعة الممثل كالاتي:

$$\vec{v} = (2 \times 10^6 \text{ m/s})\hat{i} + (3 \times 10^6 \text{ m/s})\hat{j}$$

يتحرك خلال مجال مغناطيسي يمثل المتجه

$$\vec{B} = (0.03 \text{ T})\hat{x} - (0.15 \text{ T})\hat{z}$$

1- أوجد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المؤثرة على الإلكترون.

2- أعد المطلوب (1) نفسه على بروتون يمتلك السرعة نفسها.

9-2 إلكترون يتحرك في مجال مغناطيسي منتظم بسرعة اتجاهية:

$$\vec{v} = (40 \text{ km/s})\hat{i} + (35 \text{ km/s})\hat{j}$$

ويعاني من تأثير قوة اتجاهية:

$$\vec{F} = -(4.2 \times 10^{-15} \text{ N})\hat{i} + (4.8 \times 10^{-15} \text{ N})\hat{j}$$

الخلاصة

Summary

- المجال المغناطيسي *magnetic field*: ينشأ بفعل الشحنات الكهربائية المتحركة، وهو الحيز أو المنطقة التي تظهر فيها القوة المغناطيسية التي يمكننا اختبارها بواسطة القطب الشمالي لمغناطيس، وتقاس شدة المجال المغناطيسي بوحدة التسلا، وهي وحدة القياس المعتمدة في النظام الدولي للقياس (SI)، وعندما تكون الزاوية بين المجال وسرعة انجراف الشحنات الكهربائية (90°) فإن المجال:

$$B = \frac{F_B}{qv}$$

$$1T = \frac{1N}{1C \left(\frac{1m}{1s} \right)} = \frac{1N}{1A \cdot 1m}$$

- القوة المغناطيسية المؤثرة على سلك طوله (L) يمر به تيار كهربائي ثابت (I) ويخضع لتأثير مجال مغناطيسي مقداره (B) تساوي:

$$F_B = I \vec{L} \times \vec{B}$$

قانون بيو-سافار *Biot's-Savart law*:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$

- يستخدم هذا القانون لإيجاد المجال المغناطيسي الناشئ عن مرور تيار كهربائي في ناقل مستقيم، عند نقطة معلومة، وهو يتناسب طردياً مع شدة التيار الكهربائي (I) وعكسياً مع المسافة بين النقطة المعلومة والناقل.

قانون أمبير *Ampere's law*:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I$$

- ويستخدم في حالة التناظر الهندسي للتيار الكهربائي، وذلك باختبار حلقة مغلقة لمرور التيار تسمى حلقة أمبير *Amperian Loop*، ومن الاستنتاجات المباشرة لهذا القانون:

1- المجال المغناطيسي الناشئ عن عروة دائرية نصف قطرها (r):

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2- المجال المغناطيسي لللف حلزوني:

$$B = \mu_0 I n$$

حيث إن (n) عدد اللفات لوحدة الطول.

3- المجال المغناطيسي لللف حلقي:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$

حيث إن (N) العدد الكلي لللفات، (r) نصف قطر اللفة الواحدة.

• القوة المغناطيسية المتبادلة بين سلكين طويلين جداً:

$$F_{ba} = \frac{\mu_0 I_a I_b L}{2\pi d}$$

حيث إن (L) طول السلك، (I_a) التيار المار خلال السلك الأول، (I_b) التيار المار خلال السلك الثاني، (d) المسافة الفاصلة بين السلكين.