

الفيزياء الحديثة *Modern Physics*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يتمكن من معرفة الفوتونات وأهميتها في الفيزياء الحديثة.
- أن يفسر كلاً من الظاهرة الكهروضوئية وظاهرة كومبتون بناءً على خصائص الكميات الفيزيائية للفوتونات كالطاقة والعزم الحظي.
- أن يفسر العلاقة بين قياس توزيع طاقة الفجوات المشعة وتكمم الطاقة.
- أن يعرف أهمية نظرية العالم يورج في الانتقال من الميكانيك الكلاسيكي إلى الميكانيك الكمي.
- أن يعرف بأن تكمم الطاقة قاد إلى معرفة تكمم العزم الزاوي للإلكترون في مداره.
- أن يفسر ارتباط تغير طاقة النرة بالعدد الكمي.

obeykandi.com

الفيزياء الحديثة

Modern Physics

15-1 المقدمة Introduction:

إن المعلومات الأكيدة التي درسناها عن الضوء لغاية الآن تشير إلى أنه عبارة عن موجات كهرومغناطيسية *electro-magnetic waves*، وهذا ما تؤكد التجارب العملية لمجموعة الظواهر المعروفة عنه. كالتداخل *interference*، والحيود *diffraction*، والانكسار *refraction*، والانعكاس *reflection*، ويمكننا أن نفسر جميع هذه الظواهر على أساس معادلات ماكسويل *Maxwell's equations* المعروفة. إذ أنّ هذه المعادلات مبنية على أساس الخاصية الموجية للضوء *wave property*

إلا أن هناك ظواهر أخرى تؤكد على أن الضوء هو عبارة عن سيل من الجسيمات *stream of particles* يمتلك كل منها طاقته *specified energy* وعزمه الخاص به *momentum*. إن هذه النظرة الثنائية للضوء *wave-particle duality*، إضافة إلى المفهوم المبني على نظرية النسبية الخاصة به *special relativity theory*، تشكل الأساس المتين للفيزياء الحديثة *modern physics*، وسنعطي أمثلة تجريبية على ذلك من خلال فقرات هذا الفصل، بعد أن نقدم لذلك بمشروع أو اقتراح أينشتين *Einstein proposal* الخاص بالضوء.

15-2 مشروع أينشتين *Einstein Proposal*:

نقد قدم الفيزيائي الشهير أينشتين مشروعه الرائد حول سلوك الضوء الذي يظهر كطاقة تمتلكها حزم متقطعة *discret bundels*، أطلق عليها كمّات الضوء *light quanta*، وذلك في العام 1905م، حيث أمكن إزالة العقبة التي كانت تعترض التفسير العلمي للظاهرة العملية - الكهروضوئية - وذلك باستخدامه فكرة عالم الفيزياء النظرية الألماني المعروف ماكس بلانك *Max Plank*، والتي عرضها قبل ذلك بخمس سنوات.

إن مشروع أينشتين حول تفسير الضوء الكمي هذا، دفعه إلى التقرير بأن كمّات الضوء أو ما نسميه الآن الفوتونات *photons* يمتلك الواحد منها طاقة تساوي:

$$E = hf \quad (15-1)$$

حيث إن:

(f): هو عبارة عن تردد الموجة الضوئية.

(h): هو ثابت بلانك المعروف، والذي يساوي إلى:

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s} \quad (15-2)$$

$$h = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$$

كما أن الفوتون الواحد لا يمتلك هذه الطاقة فحسب وإنما يمتلك عزمًا خطياً *linear momentum*، يمكن إيجاده باستخدام العلاقة المعروفة التي تربط وفق مفهوم النظرية النسبية *relativistic relationship* بين عزم الجسيم وطاقته الكلية كالإلكترون مثلاً، ولكن باستبدال كتلة الإلكترون بكتلة الفوتون المساوية للصفر، والعلاقة هي:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad (15-3)$$

حيث إن (c) هي سرعة الضوء، وهي السرعة التي يتحرك بها الفوتون، وبناء على ما تقدم فإن المعادلة (15-3) تؤول إلى الشكل الآتي:

$$E^2 = (pc)^2$$

$$E = pc$$

إلا أننا نعلم بأن سرعة الضوء ترتبط بكل من طوله الموجي وتردده بالعلاقة الشهيرة ($c = \lambda f$)، إذن من خلال هذا وباستخدام المعادلة (15-1) نجد أن:

$$hf = p \lambda f$$

أي أن:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (15-4)$$

وهذه المعادلة تعبر عن العزم الخطي للفوتون، حيث إن (λ) تمثل الطول الموجي، والجدير بالملاحظة هنا، وبعد أن نتأمل جيداً كلاً من المعادلتين (15-1) و(15-4) نجد أن طاقة الفوتون تتناسب مع تردده، وأن عزم الفوتون يتناسب مع طوله الموجي، وفي كلا الحالتين نجد أن ثابت التناسب هو ثابت بلانك *Plank's constant*.

إن هذا المشروع العظيم لأينشتين يمكننا الآن من التعبير عن الطيف الكهرومغناطيسي بجميع مكوناته بدلالة طاقة الفوتون أو عزمه إذا شئنا، في الوقت نفسه الذي نعبر فيه عن كل ذلك بدلالة الطول الموجي أو التردد أو بهذه الكميات الفيزيائية جميعها معاً. وبهدف إيضاح ذلك تأمل جيداً الجدول (15-1) حيث تجد أن عموده الرابع يعطيك مقادير الطاقة لأشهر مناطق الطيف الكهرومغناطيسي، كما يمكنك من ناحية أخرى إيجاد العزم باستخدام المعادلة (15-4).

وهكذا نتبين القيمة العلمية للإنجاز الذي حققه بلانك ثم أكمل مسيرته أينشتين.

مناطق الطيف الكهرومغناطيسي Region of the Electromagnetic	الطول الموجي Wavelength	التردد Frequency (Hz)	طاقة الفوتون Photon Energy
أشعة غاما	50 fm	6×10^{21}	25 MeV
أشعة X	50 pm	6×10^{18}	25 keV
فوق البنفسجية	100 nm	3×10^{15}	12 eV
المرئية	550 nm	5×10^{14}	2 eV
تحت الحمراء	10 μ m	3×10^{13}	120 meV
الميكروية	1 cm	3×10^{10}	120 μ eV
الراديوية	1 km	3×10^3	1.2 neV

الجدول (15-1)

يبين الأطوال الموجية والترددات

وكذلك طاقة فوتونات أشهر مناطق الطيف الكهرومغناطيسي *electromagnetic spectrum*

مثال (15-1): Example

إذا علمت أن المصدر الضوئي للصدوديوم *sodium vapor lamp* يصدر موجات ضوئية فعالة بطول يساوي ($\lambda = 589 \text{ nm}$).

أوجد حسابياً مقدار طاقة الفوتونات الموافقة للموجة الضوئية للصدوديوم مقاسة بالإلكترون فولت.

الحل Solution:

$$\begin{aligned}
 E &= hf = h \left(\frac{c}{\lambda} \right) \\
 &= (4.14 \times 10^{-15} \text{ eV s}) \frac{(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(589 \times 10^{-9} \text{ m})} \\
 &= 2.11 \text{ eV}
 \end{aligned}$$

مثال (15-2): Example

خلال عملية التحلل الإشعاعي *radioactive decay* لنواة عنصر مشع، تنبعث عنها أشعة غاما *Gamma ray* تحمل فوتوناتها طاقة مقدارها (1.35 MeV).

أوجد حسابياً مقدار كل من:

1- الطول الموجي الموافق لهذه الفوتونات؟

2- العزم *momentum* الذي تمتلكه هذه الفوتونات؟

الحل Solution:

-1

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{c}{f} = \frac{hc}{hf} = \frac{hc}{E} \\ &= \frac{(4.14 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1.35 \times 10^6 \text{ eV})} \\ &= 9.2 \times 10^{-13} \text{ m} = 920 \text{ fm}\end{aligned}$$

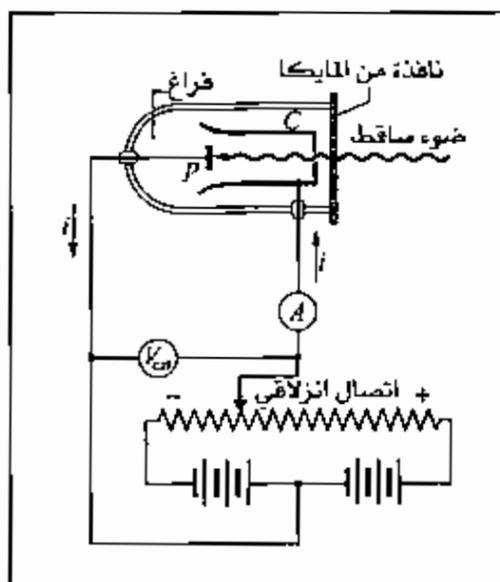
-2

$$\begin{aligned}p &= \frac{h}{\lambda} = \frac{hf}{\lambda f} = \frac{E}{c} \\ E &= (1.35 \text{ MeV}) = 1.35 \times 10^6 \text{ eV} \\ &= \frac{(1.35 \times 10^6 \text{ eV})}{(1 \text{ eV})} \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ J}) \\ &= 2.16 \times 10^{-13} \text{ J} \\ p &= \frac{(2.16 \times 10^{-13} \text{ J})}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 7.2 \times 10^{-22} \left(\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}} \right)\end{aligned}$$

3-15 التأثير (الظاهرة) الكهروضوئي The Photoelectric Effect

تعتبر هذه الظاهرة بتفسيرها العلمي الصحيح، هي خير مثال على ما قدمه أينشتاين بتقريره أن الضوء قوامه مجموعة هائلة من الفوتونات، ذلك أن هذا الأثر يستحيل استيعابه ما لم نستخدم تفسير أينشتاين لطبيعة الموجة الضوئية، في منطقتي كل من الأشعة المرئية *visible* والأشعة فوق البنفسجية *ultraviolet* باعتبارهما منطقتي حدوث هذه الظاهرة الهامة.

إن سقوط الأشعة الضوئية على سطح معدني نظيف وصقيل في شروط صحيحة تُسفر عن تحرير إلكترونات من سطح هذا المعدن، وهذا الذي يمكن إدراك أثره وتفسير معناه بناءً على ما قدمه أينشتاين. ولعل فتح عملية الأبواب الأوتوماتيكي أو إغلاقها، وعمل منبهات الدوائر السرية *security alarm systems* من الأمثلة الشائعة التي يمكن تفسيرها على أساس التأثير الكهروضوئي *photo electric effect*. ولا بد من التأكيد هنا بأن الظاهرة في خلاصتها هي عبارة عن تصادم بين الفوتونات الضوئية وإلكترونات المعدن المخصص لاستقبالها، انظر الشكل (15-1).



الشكل (15-1)

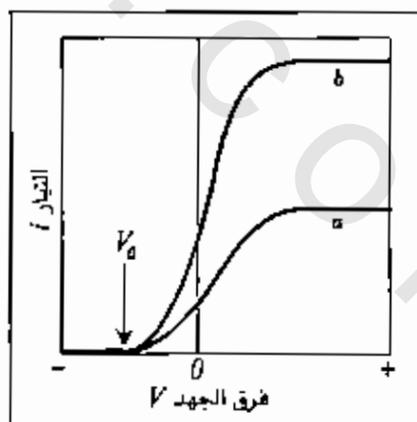
هذه الأجهزة تستخدم لدراسة الظاهرة الكهروضوئية، ويظهر فيها الشعاع الضوئي الساقط على اللوح (P)، ثم تأتي مرحلة لجمع الإلكترونات الضوئية على الكاس (C) ثم بعد ذلك على جهاز قياس التيار (A)

إن الشعاع الضوئي ذا التردد (f) يضيء القطعة المعدنية (P) متسبباً في انبعاث الإلكترونات المحفزة ضوئياً والتي تتجه إلى كاس مجمع الإلكترونات (C) حيث يوجد فرق جهد مناسب بينهما مقداره (V) يسحب هذه الإلكترونات *photoelectrons* ثم تمر عبر مقياس التيار (A)، إن فرق الجهد الكلي (V) نعبر عنه بالمعادلة:

$$V = V_{ext} + V_{cpd} \quad (15-5)$$

حيث إن (V_{ext}) تمثل قراءة الفولتمتر المبين في الشكل (15-1)، بينما يمثل (V_{cpd}) فرق جهد الاتصال بين اللوحة (P) ومجمع الإلكترونات (C) باعتبارهما مصنوعان من مادتين مختلفتين *contact potential difference*.

إن المعلومات الأساسية في دراسة هذه الظاهرة والتي نحصل عليها من خلال هذه التجربة، بينها الشكل (15-2).



الشكل (15-2)

يوضح المعلومات الأساسية المأخوذة من أجهزة القياس الموضحة في الشكل (1-15) ويظهر في الشكل (2-15) التيار الناتج عن الإلكترونات الضوئية (i) كتابع للجهد (V)، وذلك لشعاعين ضوئيين بشدتي إضاءة مختلفة ولكن بالطول الموجي نفسه.

إن الجهد المبين في هذا الشكل (V_0) هو عبارة عن جهد الإيقاف *stopping potential*، وهو عبارة عن فرق الجهد اللازم لإيقاف الإلكترونات الضوئية السريعة مما يجعل التيار الكهروضوئي

مساوياً للصفير عند هذه القيمة، ويمكننا إيجاد مقدار الطاقة الحركية للإلكترونات ذات الطاقة العالية وفق المعادلة:

$$K_m = eV_0 \quad (15-6)$$

وكما يلاحظ من الشكل (15-2) فإن الطاقة الحركية لا تعتمد على شدة إشعاع الشعاع الضوئي الساقط، بل تعتمد على جهد الإيقاف، وهناك دراسات كثيرة تبين علاقة جهد الإيقاف (V_0) بتردد الشعاع الساقط في مناطق مختلفة للطيف الكهروضوئي.

لقد وضع أينشتاين مبدأ حفظ الطاقة للظاهرة الكهروضوئية *principle of conservation of energy* على النحو الآتي:

$$hf = \phi + K_m \quad (15-7)$$

حيث أصبح واضحاً أن المقدار (hf) هو عبارة عن طاقة الفوتون، (ϕ) هو عبارة عن دالة الشغل *work function* للمعدن المستخدم لصناعة الصفيحة (P)، ومن الواضح أن:

$$K_m = hf - \phi \quad (15-8)$$

(K_m): عبارة عن الطاقة الحركية القصوى التي من الممكن للإلكترونات المنبعثة أن تمتلكها.

والسؤال الآن: ما هي علاقة جهد الإيقاف (V_0) بالطول الموجي أو بتردد الأشعة الضوئية الساقطة على اللوح المعدني؟

إن الإجابة عن هذا السؤال يمكن استنتاجها فيما إذا جمعنا بين مكونات المعادلتين (15-8) و(15-6) على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} K_m &= V_0 e \\ (hf - \phi) &= V_0 e \\ \left(\frac{h}{e}\right)f - \left(\frac{\phi}{e}\right) &= V_0 \end{aligned}$$

أي أن العلاقة بين (V_0) والتردد (f) هي من النوع الخطي *linear relationship* ويمكننا إيجاد ثابت التناسب (h) في كلا المعادلتين (15-1) و(15-2) على النحو الآتي:

$$h = \frac{\Delta V_0}{\Delta f} = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

ومن الواضح أن التغير في جهد الإيقاف (ΔV_0) يساوي دائماً التغير في تردد الموجه الضوئية الساقطة مضروباً في مقدار ثابت بلانك (h).

مثال (15-3): Example

لوح من معدن البوتاسيوم، يبعد مسافة ($r=3.5m$) عن مصدر ضوئي قدرته ($p=1.5W$) أوجد حسابياً مقدار الوقت الذي يحتاجه اللوح المعدني لكي يكتسب مقداراً من الطاقة يساوي ($1.8eV$)، وذلك كي تنبعث منه الإلكترونات الضوئية، بافتراض أن الإلكترون يحصل على طاقته أثناء عملية استقبال الأشعة الضوئية في مساحة دائرية من اللوح نصف قطرها ($5.3 \times 10^{-11}m$).

الحل Solution:

المساحة الدائرية من اللوح المعدني المستقبلة للإشعاع الضوئي هي:

$$A = 3.14 (5.3 \times 10^{-11} m)^2 = 8.8 \times 10^{-21} m^2$$

أما شدة الإشعاع الضوئي فهي:

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{1.5W}{4\pi (3.5m)^2} \\ = 9.7 \times 10^{-3} W / m^2$$

أما نسبة تقاطع الطاقة مع المساحة المحددة على سطح الصفیحة فهي:

$$R = IA = (9.7 \times 10^{-3} W / m^2) (8.8 \times 10^{-21} m^2) \\ = 8.5 \times 10^{-23} W$$

حيث (A) تساوي مساحة الدائرة من لوح معدن البوتاسيوم.

أما الوقت المطلوب فهو:

$$t = \left(\frac{1.8eV}{8.5 \times 10^{-23} Js} \right) \left(\frac{1.6 \times 10^{-19} J}{1eV} \right) \left(\frac{1min}{60s} \right) \\ = 56 min$$

مثال (15-4): Example

في المثال السابق (15-3) افرض أن الطول الموجي للمصدر الضوئي يساوي ($589nm$)، والمساحة المتأثرة بالإشعاع الضوئي تساوي ($1cm^2$).

أوجد حسابياً نسبة عدد الفوتونات التي تصطدم مع الصفیحة المعدنية.

الحل Solution:

من المثال السابق:

$$I = (9.7 \times 10^{-3} W / m^2) \left(\frac{1eV}{1.6 \times 10^{-19} J} \right) \\ = 6.1 \times 10^{16} eV / m^2 s$$

إن طاقة الفوتون الواحد في هذه الحالة تساوي إلى:

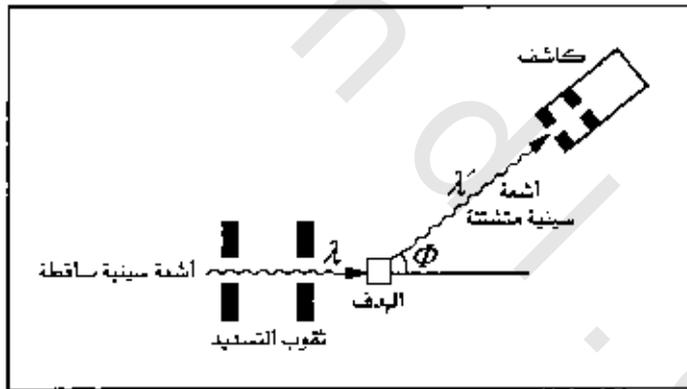
$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = 2.11 \text{ eV}$$

وبناءً على ذلك نجد أن نسبة الفوتونات التي تصطدم بالصفحة المعدنية تساوي:

$$R = (6.1 \times 10^{16} \text{ eV/m}^2 \text{ s}) \left(\frac{1 \text{ photon}}{2.11 \text{ eV}} \right) (10^{-4} \text{ m}^2) \\ = 2.9 \times 10^{12} \text{ photons/s}$$

15-4 تأثير (ظاهرة) كومبتون *The Compton Effect*:

هذه هي الظاهرة الأخرى تمثل نموذجاً ومثالاً عمليين على نجاح النظرية الكمية للضوء التي وضعها أينشتاين *the quantum theory of light*، إن أهمية هذه التجربة الفريدة تكمن في أنها قدمت دليلاً عملياً على حقيقة وجود الفوتونات التي تعبر عن الضوء، وذلك من خلال تقديم البرهان الأكيد على وجود كل من طاقة *energy* وعزم *momentum* الفوتون، كما أنه يشمل منطقة الأشعة السينية *x-ray* إضافة إلى منطقتي الظاهرة الكهروضوئية، المنطقة المرئية، والمنطقة فوق البنفسجية ولمعرفة المزيد حول هذه الظاهرة الهامة، انظر الشكل (15-3).



الشكل (15-3)

الترتيب الذي استخدمه كومبتون، حيث قام بقياس كل من شدة وطول الأشعة المتشتتة عن الهدف (T)

إن الشكل (15-3) يوضح الترتيب الذي وضعه كومبتون في العام 1923م *Arther Compton*، أشعة سينية (x) بطول موجي يساوي (λ) تسقط على الهدف (T)، لقد قام كومبتون بقياس شدة الأشعة المتشتتة *scattered x-ray* بعد اصطدام الأشعة السينية بالهدف، وذلك كتابع للطول الموجي في اتجاهات مختارة ومتعددة، وعلى الرغم من أن الأشعة الساقطة على الهدف تملك طولاً موجياً واحداً، إلا أن الأشعة المتشتتة تملك طولين موجيين، أحدهما يتوافق مع الأشعة الساقطة (λ) والآخر مع الطول (λ') بحيث يكون أكبر من الطول الموجي (λ) بمقدار ($\Delta\lambda$)، والتي تسمى

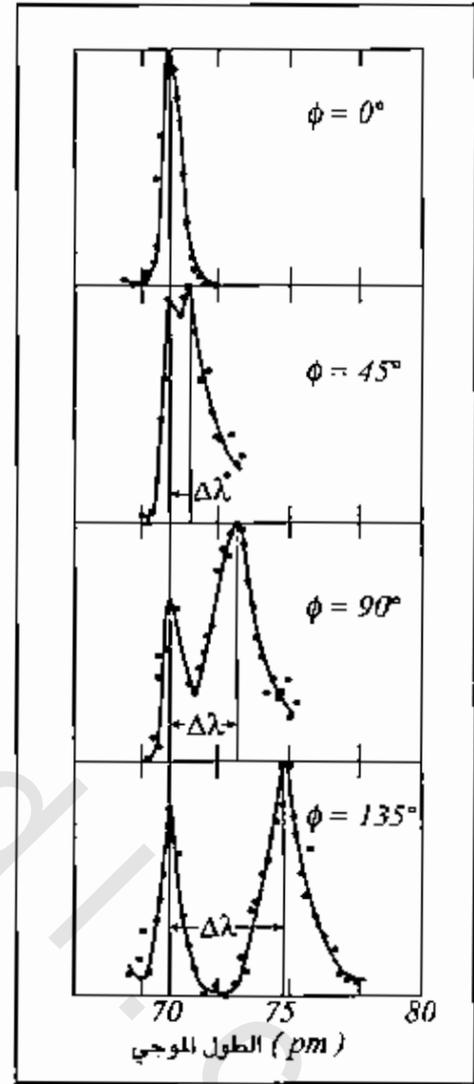
تحول كومبتون *Compton shift* وهذا التحول يتغير بتغير زاوية سقوط الأشعة (x) على الهدف (T)، انظر الشكل (15-4).

إن قمة موجة التشتت (2) المبيّنة في الشكل (15-4) لا يمكن تفسير معناها إذا اعتبرنا أن موجة الأشعة السينية الساقطة على الهدف هي مجرد موجة وفق النموذج السائد *wave model* قبل أن يقدم أينشتين فرضيته حول الموجة الضوئية الكمومية، حيث يقتضي هذا الفهم أن الإلكترونات التي تهتز في الهدف (T) سوف تكتسب تردد الموجة الساقطة (f) نفسها، إن هذه الاهتزازات *oscillations* المتباعدة تشبه تماماً ما تحدثه الشحنات الكهربائية المهتزة حول محور الإرسال في مولد الموجات الكهرومغناطيسية حيث تتبع متباعدة عنه بنفس تردد هذه الشحنات المهتزة حول محوره.

وعلى هذا الأساس فإن الحزمة المتشتتة يجب أن يكون لها ذات التردد (f) وذات الطول الموجي (λ)، تماماً كالحزمة الضوئية الساقطة.

ولكن هذا ما لا يحدث في ظاهرة كومبتون، حيث أثبت كومبتون أن الأشعة الساقطة بفوتوناتها ذات الطاقة ($E=hf$) وعزمها ($p=h/\lambda$) تصطدم بالإلكترونات الحرة للهدف فيحصل كما يحصل تماماً في لعبة البلياردو *billiard ball-like collisions*، حيث إن الفوتون الذي يخضع للتصادم يتشتت بطاقة (E') مقدارها أقل من مقدار طاقته قبل التصادم، وعلى هذا يكون مقدار تردده أيضاً (f') أقل مما هو عليه قبل التصادم، ولكن مقدار طول الموجة الجديد (λ') أكبر من مقدار طول الموجة قبل التصادم بينما يحصل الإلكترون المشارك في عملية التصادم على جزء من طاقة الفوتون.

ولعرفة المزيد عن طاقة الإلكترون بعد التصادم لا بد من تطبيق مبدأ حفظ الطاقة عليه، وهذا



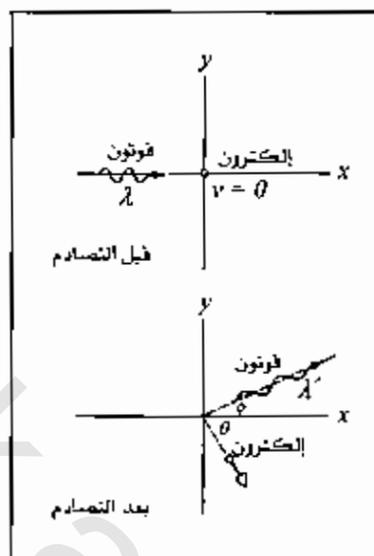
الشكل (15-4)

يبين اختلاف تحول كومبتون ($\Delta \lambda$) بتغير زاوية قياس التشتت (ϕ) scattering angle لأربع زوايا مختلفة (0°, 45°, 90°, 135°) ويلاحظ أن المقدار ($\Delta \lambda$) يزداد بازدياد زاوية التشتت (ϕ)

ولكن مقدار طول الموجة الجديد (λ') أكبر من مقدار طول الموجة قبل التصادم بينما يحصل الإلكترون المشارك في عملية التصادم على جزء من طاقة الفوتون.

ولعرفة المزيد عن طاقة الإلكترون بعد التصادم لا بد من تطبيق مبدأ حفظ الطاقة عليه، وهذا

ما لا يمكن بطبيعة الحال في هذا المقام ما لم نضع حقيقة ما حدث في هذه التصادمات النظرية النسبية، ذلك أن الإلكترون المتشتت يمتلك سرعة مساوية لسرعة الضوء، ولتوضيح ذلك انظر الشكل (5-15).



الشكل (5-15) تشتت كومبتون

إن تطبيق مبدأ حفظ الطاقة على ظاهرة كومبتون بالنسبة للإلكترون المشارك في عملية التصادم تفسر استناداً على مفهوم النظرية النسبية على النحو الآتي:

$$E = M c^2 + K^2 \quad \text{الطاقة الكلية:}$$

$$E = h f \quad \text{طاقة الفوتون:}$$

$$E' = h f' \quad \text{طاقة الفوتون المتشتت:}$$

$$K^2 = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - m c^2 \quad \text{طاقة الإلكترون الحركية بعد التصادم:}$$

إذن الطاقة الكلية بعد التشتت هي عبارة عن مجموع طاقة الفوتون المتشتت زائد الطاقة الحركية للإلكترون بعد التصادم *recoiling electron*.

$$h f = h f' + m c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

وبما أن:

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad , \quad f' = \frac{c}{\lambda'}$$

إذن:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + mc \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) \quad (15-9)$$

إنَّ المعادلة (15-9) هي معادلة حفظ الطاقة في ظاهرة كومبتون، والسؤال المطروح الآن ماذا بشأن مبدأ حفظ العزم قبل وبعد التصادم *conservation of momentum*؟
إن عزم الفوتون الخطي قبل التصادم يساوي إلى $(p = h/\lambda)$ ، أما عزم الإلكترون بعد التصادم وفقاً للنظرية النسبية فيساوي إلى:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (15-10)$$

نحن نعلم أن العزم هي كميات متجهة، ولهذا فإننا نستطيع إيجاد محصلة متجهات العزم من خلال الشكل (15-5) بعد التصادم، لنحصل على ما يلي:

المركبات السينية *x componets*

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \phi + p \cos \theta \quad (15-11)$$

المركبات الصادية *y-compnent*

$$0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \phi - p \sin \theta \quad (15-12)$$

ومن الواضح أن كلاً من الزاويتين (ϕ, θ) يمكن قياسهما تجريبياً بعد ذلك من التسهيل إيجاد انحراف كومبتون (λ') وذلك على النحو الآتي:

1- بضرب المعادلتين (15-11) و(15-12) بالثابت (c) وهو عبارة عن سرعة الضوء، ثم نعيد كتابتهما مرتبةً على النحو الآتي:

$$pc \cos \theta = hf - hf' \cos \phi$$

$$pc \sin \theta = hf' \sin \phi$$

2- ثم نربع طرفي هاتين المعادلتين ونجمعهما على النحو الآتي:

$$p^2 c^2 = (hf)^2 - 2(hf)(hf') \cos \theta + (hf')^2 \quad (15-13)$$

ومن المعلوم لدينا أن:

$$E = mc^2 + K$$

$$E = \sqrt{mc^2 + p^2 c^2}$$

نجد أن:

$$(K + mc^2)^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$$

$$p^2 c^2 = K^2 + 2mc^2 K$$

$$K = hf - hf'$$

إذن:

$$p^2 c^2 = (hf)^2 - 2(hf)(hf')(1 - \cos \phi) \quad (15-14)$$

نعوض الآن المعادلة (15-14) في المعادلة (15-13) لنحصل على:

$$2mc^2(hf - hf') = 2(hf)(hf')(1 - \cos \phi)$$

وباستخدام الطول الموجي بدلاً من التردد، ذلك أن $\lambda = c/f$ و $\lambda' = c/f'$ نجد أن:

$$\frac{mc}{h} \left(\frac{f}{c} - \frac{f'}{c} \right) = \frac{f}{c} - \frac{f'}{c} (1 - \cos \phi) \quad (15-15)$$

$$\frac{mc}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{(1 - \cos \phi)}{\lambda \lambda'}$$

$$\frac{mc}{h} \left(\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda \lambda'} \right) = \frac{(1 - \cos \phi)}{\lambda \lambda'}$$

وأخيراً:

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi) \quad (15-16)$$

وهي المعادلة التي تعبر عن انحراف كومبتون ($\Delta \lambda$) بدلالة المقدار $(\cos \phi)$ جيب تمام زاوية تشتت الفوتون وكل من (h, m, c) هي عبارة عن ثوابت، سرعة الضوء، كتلة الإلكترون، ثابت بلانك، أي أن معرفة الزاوية (ϕ) تكفي لمعرفة تأثير كومبتون.

ويمكننا الاستغناء عنها في حالة الإلكترون بالمقدار:

$$\frac{h}{mc} = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m} = 2.43 \text{ pm}$$

إنَّ للقدار (2.43 pm) يسمى الطول الموجي لكومبتون *Compton wave length* ومن هنا يتبين لنا أهمية هذه الظاهرة العلمية، حيث قدمت تفسيراً صحيحاً لقرضية العالم أينشتين حول الموجة الضوئية، إضافة إلى أنها مسؤولة عن ظاهرة ما يسمى بالنبضات الكهرومغناطيسية الناتجة عن الانفجارات الحرارية النووية في طبقات الغلاف الجوي العليا، وذلك بسبب أشعة غاما γ -ray وأشعة إكس x -ray المتولدة عن هذه التفاعلات.

إنَّ النبضات الكهرومغناطيسية آنفة الذكر تؤدي إلى إتلاف الدوائر الكهربائية في حال وصولها إلى سطح الأرض، لذا يتم التحسب مسبقاً لمثل هذه الإشعاعات.

مثان (15-5) Example:

تنشأت أشعة إكس x -ray من عنصر الكربون بطول مقداره ($\lambda = 22 \text{ pm}$)، حيث تبلغ طاقة الفوتون (56KeV)، وذلك بزاوية قدرها ($\phi = 85^\circ$) بالنسبة للشعاع الساقط.

أوجد حسابياً مقدار كل:

1- انحراف كومبتون ($\Delta \lambda$).

2- مقدار الطاقة الذي ستفقد الفوتونات؟

الحل Solution:

1- من المعلوم لدينا أن انحراف كومبتون يساوي إلى:

$$\begin{aligned} \Delta \lambda &= \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi) \\ &= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J s})(1 - \cos 85^\circ)}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 2.21 \times 10^{-12} \text{ m} = 2.21 \text{ pm} \end{aligned}$$

ويمكن استخدام الطول الموجي لكومبتون والبالغ ($2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$) لإيجاد انحراف

كومبتون في هذه المسألة وذلك على النحو الآتي:

$$\Delta \lambda = (2.43 \times 10^{-12} \text{ m})(1 - 0.037) = 2.21 \text{ pm}$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها في الخطوة الأولى.

2- الجزء المفقود من الطاقة هو عبارة عن:

$$\begin{aligned} \text{frac} &= \frac{E - E'}{E} = \frac{hf - hf'}{hf} = \frac{(c/\lambda) - (c/\lambda')}{(c/\lambda)} \\ &= \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{frac} &= \frac{2.21 \text{ Pm}}{22 \text{ Pm} + 2.21 \text{ Pm}} \\ &= 0.091 = 9.1\% \end{aligned}$$

ملاحظة: $(\lambda' - \lambda = \Delta\lambda \Rightarrow \lambda' = \lambda + \Delta\lambda)$

15-5 ثابت بلانك *Plank's Constant*:

إن النظرية الكلاسيكية التي فسرت الدالة الرياضية للتوزيع الإشعاعي المعروفة $S(\lambda)$ للأشعة الحرارية الصادرة عن الفجوات المشعة *cavity radiation* والمعروفة بالصيغة الرياضية المسماة بالقانون الكلاسيكي للإشعاع والتي نعبر عنها بالمعادلة الآتية:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4} \quad (15-17)$$

لم تتفق مع القياسات العملية التي كانت متحققة بهذا الخصوص، إلى أن تمكن العالم بلانك *Plank* في العام 1900م من وضع القانون الخاص بهذه العملية، والذي كان متفقاً تماماً مع جميع القياسات العملية، وعند جميع الأطول الموجية والمعروفة بالمعادلة الرياضية الآتية:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (15-18)$$

إن العالم بلانك توصل إلى تحديد مقدار الثابت (h) ، وذلك من خلال استخدام المعادلة (15-18)، والتي يطلق عليها قانون بلانك للإشعاع. إن الثابت (h) يحمل اسم العالم بلانك منذ ذلك الحين والذي سبق وأن قدمنا مقداره العددي في هذا الفصل، في المعادلة (15-2).

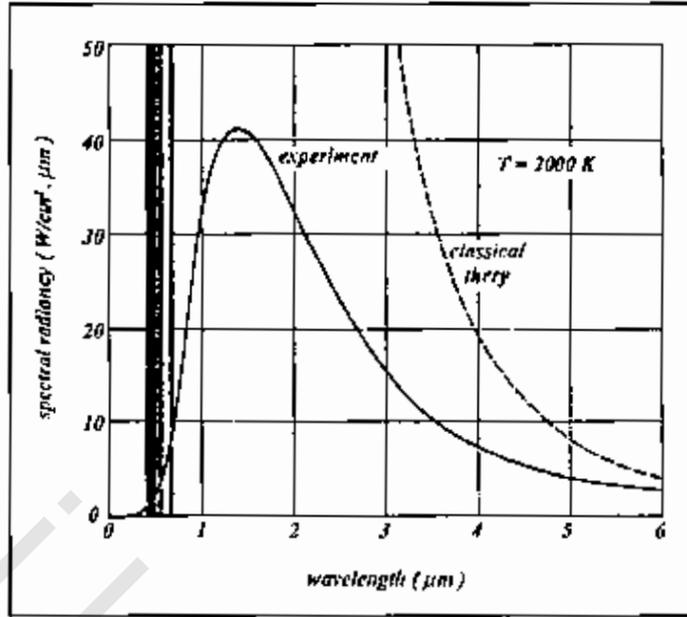
إن الكمية الفيزيائية $S(\lambda)$ تمثل الإشعاع الطيفي عند مقادير معينة للطول الموجي وتقاس بوحدات $(\text{Watt} / \text{cm}^2 \cdot \mu\text{m})$ ، أما (c) فهي سرعة الضوء، و (k) هو ثابت بولتزمان المعروف *Boltzman constant*.

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$k = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

(15-19)

ولبيان الفروق الجوهرية بين ما قدمه بلانك، والنظرية الكلاسيكية لتوزيع شدة الإشعاع كتابع للطول الموجي تأمل الشكل (15-6).



الشكل (15-6)

الخط المتصل يبين النتائج التي تطابق ما قدمه بلانك المعادلة (15-18)، أما الخط المتقطع فهو يوافق النظرية الكلاسيكية في هذا الخصوص المعادلة (15-17).

15-6 مبدأ التوافق *The Correspondance Principle*

إن المعادلات الرياضية المستخدمة في الميكانيكا النسبية *relativistic mechanics* وكذلك المعادلات الرياضية في فيزياء الكم *quantum physics*، تعود مرة أخرى إلى الحالة الكلاسيكية *familiar classical laws* عندما تكون الشروط التجريبية مهيأة لذلك، كما أن انخفاض مقدار سرعة الجسيمات المتحركة مقارنةً بسرعة الضوء هو الآخر من الشروط المطلوب توافرها كي نتاح الفرصة لاستخدام الميكانيك الكلاسيكي، وكمثال على ذلك سوف نناقش الشرط الذي يجيب تحقيقه كي تعود المعادلة (15-18) التي تمثل قانون الإشعاع لبلانك *Plank's radiation law* إلى قانون الإشعاع الكلاسيكي الموضح في المعادلة (15-17).

من المعروف أن المعادلة (15-17) ممكنة الاستخدام عند الأطوال الموجية الكبيرة جداً، لنعوض الآن عن هذه الكمية بالمقدار $(\lambda = \alpha)$ في المعادلة (15-18)، ولتبسيط مناقشة المسألة افترض أن:

$$x = \left(\frac{hc}{\lambda kT} \right)$$

وعليه تصبح المعادلة (15-18) على النحو الآتي:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^x - 1}$$

إن الحالة ($x \rightarrow 0$) توافق الحالة ($\lambda \rightarrow \infty$)، وعليه نجد أن:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$$

$$= 1 + x$$

وهكذا يصبح مقام الجزء الثاني على الطرف الأيمن:

$$ex - 1 = 1 + x - 1 = x$$

وبالتعويض في المعادلة (15-18) نحصل على الآتي:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^3 h}{\lambda^5} \left(\frac{1}{x} \right)$$

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^3 h}{\lambda^5} \frac{\lambda kT}{hc}$$

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c kT}{\lambda^4}$$

والتي بطبيعة الحال هي ذات المعادلة (15-17).

وهكذا نجد أن مبدأ التوافق ساري المفعول إذا ما تحقق الشرط المطلوب في هذا المثال وهو أن يكون الطول الموجي كبيراً جداً.

15-7 نظرية بور Bohr's Theory:

في العام 1913م، أي بعد أن قدّم الفيزيائي البريطاني رذرفورد Ernest Rutherford الفكرة الرائدة بأن هناك نواة *nucleus* في وسط الذرة، قدم العالم الكبير بور Niels Bohr نموذجاً لذرة الهيدروجين باعتبارها أبسط أنواع الذرات وذلك لاحتوائها على بروتون واحد *proton* وإلكترون واحد *electron* وأكد بنسبة عالية من الدقة بأن ذرة الهيدروجين تمتلك خطوطاً خاصة لطيفها *spectral lines*، كما تمكن من إيجاد أطوال موجات هذا الطيف بدقة وصلت إلى (0.02%). وتعتبر نظرية بور حول الذرة هي الخطوة الأساس حول المفهوم العام للنظرية الكمية *quantum theory*. وقد استهل العالم بور التصريح بذلك عندما أكد بأن الفيزياء الكلاسيكية قد اقتربت من نهايتها، كما وضع بور فرضيتين مهمتين هما:

1- وجود ذرة الهيدروجين *hydrogen atom* في أي من مجموعة مستويات الطاقة المتدرجة لثابتة *discrete set of stationary states* العائدة لها دون أن يصدر عنها أي إشعاع، وهذا هو بداب الخروج على النظرية الكلاسيكية.

2- فرضية التردد *the frequency postulate* وفيها افترض بور بأن ذرة الهيدروجين تستطيع أن تصدر أو تمتص إشعاعاً فقط عندما تنتقل الذرة من مدار ثابت إلى آخر، والطاقة الصادرة أو الممتصة عن طريق الفوتون تساوي إلى الفرق في الطاقة بين هذين المستويين الثابتين، وفيد فرضيته بهذا الشرط.

$$h f \nu = E_i - E_f \quad (15-19)$$

وهذه المعادلة هي ما يعرف بشرط بور للتردد *Bohr frequency condition* والسؤال الآن هو: أين تكمن أهمية نظرية بور؟ إن أهمية هذه النظرية تكمن في أنها فسرت التركيب الذري للعناصر، ولبيان ذلك، سوف نتفحص الحركة الموجية للإلكترون في مداره حول نواة ذرة الهيدروجين.

إن طول موجة ديبرولي *De Broglie wave length* للإلكترون في ذرة الهيدروجين يساوي:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v}$$

إن لكل من مجموعة مستويات متقطعة فإن ذرة الهيدروجين من الممكن أن توجد في أي من المستويات المتقطعة للطاقة دون أن يصدر عنها أية إشعاع.

حيث تمثل (v) سرعة الإلكترون في مداره، والتي يمكن إيجادها ببساطة شديدة من خلال معرفة القوة الطاردة المركزية *centripetal force*.

$$F_c = \frac{m v^2}{r}$$

والقوة الإلكتروستاتيكية *electro static force* بين كل من البروتون والإلكترون في ذرة الهيدروجين تساوي إلى:

$$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

وهما قوتان متساويتان عند مدار الإلكترون، ذي نصف القطر (r)، إذن:

$$\frac{m v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

أي أن طول موجة ديبرولي تساوي:

$$\lambda = \frac{h}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 m r}{m}} \quad (15-20)$$

وبالتعويض عن نصف مدار الإلكترون بالمقدار $(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})$ نجد أن طول موجة الإلكترون هي:

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} \left(\frac{4\pi \times 8.85 \times 10^{-12} (\text{F/m}) \times 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}}{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 33 \times 10^{-11} \text{ m}$$

والمقدار $(33 \times 10^{-11} \text{ m})$ مساوٍ تماماً لمحيط مدار الإلكترون، وعلى هذا فإن محيط مدار الإلكترون في ذرة الهيدروجين يمثل موجة كاملة منغلقة على نفسها.

إن شرط الحصول على مدار مستقر هو:

$$n\lambda = 2\pi r_n, n = 1, 2, 3, \dots \quad (15-21)$$

حيث إن (r_n) تمثل نصف قطر المدار الذي يحوي على عدد (n) من الموجات، ويدعى العدد (n) بالعدد الكمي *quantum number* للمدار، ومن المعادلتين (15-20) و(15-21) نجد أن:

$$\frac{nh}{e} = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r_n}{m}} = 2\pi r_n$$

ومن خلال هذه المعادلة نستطيع أن نعرف مقادير أنصاف أقطار المدارات المستقرة للإلكترون، وذلك كالاتي:

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2 \epsilon_0^2}{\pi m e^2}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (15-22)$$

أما أدنى مدار فيدعى بنصف قطر بور *Bohr radius* لذرة الهيدروجين ويرمز له بالرمز (a_0) حيث إن:

$$a_0 = r_1 = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

أما أنصاف الأقطار والأخرى فتتغير بتغير العدد (n) :

$$r_n = n^2 a_0$$

لقد وجد بور أن طاقات المستويات الثابتة لذرة الهيدروجين يمكننا أن نعبر عنها بالعلاقة لرياضية:

$$E = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (15-23)$$

إن أدنى مستوى للطاقة يسمى بالمستوى الأرضي أو الحالة الأرضية *ground state* للذرة، ونرمز

له (E_1) ، تليها المستويات العليا (E_2, E_3, \dots) ، ويساوي مقداره:

$$E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

وذلك بعد التعويض عن (n) بالعدد واحد ويمكن على أساس هذا المقدار لطاقة الحالة الأرضية

للذرة تعميم المعادلة (15-22) وتبسيطها إلى الشكل:

$$E = \frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15-24)$$

أما شرط بور للتردد فيمكن إعادة التعبير عنه رياضياً، بعد أن توصلنا إلى معرفة طاقة المستوى الذي توجد فيه الذرة على النحو الآتي:

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{u^2} \right) \quad (15-25)$$

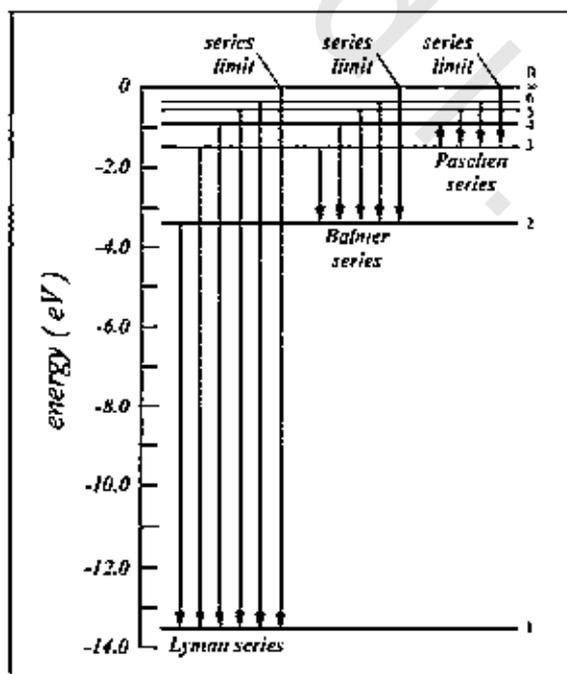
حيث إن (u) هي العدد الكمي لمستوى الطاقة الأعلى *upper state* و (l) هي العدد الكمي لمستوى الطاقة الأسفل *lower state* والشكل (15-7) يبين بعض مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين والانتقال من مستوى إلى آخر.

أما طول موجة الانتقال *transition wave length* (λ) فيعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{u^2} \right) \quad (15-26)$$

حيث إن (R) هو ثابت العالم ريدبيرج *Rydberg constant* ويساوي مقداره:

$$R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$



الشكل (15-7)

بعض من مستويات الطاقة ومستويات طاقة الانتقال في نموذج بور لذرة الهيدروجين

مثال (15-6): Example

انظر الشكل (15-6)، ثم أوجد حسابياً مقدار أقل مستوى لطاقة الفوتون في سلسلة بالمر

Balmer sense.

الحل Solution:

إن أقل انتقال بين مستوى وآخر في سلسلة بالمر يحدث بين العددين الكميين ($l=2$)، ($n=3$)، إذن:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ &= 0.01097 \text{ nm}^{-1} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \\ &= 1.524 \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1} \\ \lambda &= 656.3 \text{ nm} \\ E = hf &= \frac{hc}{\lambda} = \frac{4.14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{656.3 \times 10^{-9} \text{ m}} \\ E &= 1.89 \text{ eV}\end{aligned}$$

مثال (15-7): Example

أوجد حسابياً مقدار الطول الموجي عند نهاية سلسلة بالمر.

الحل Solution:

$$\begin{aligned}l &= 2 \\ n &\rightarrow \infty \\ \frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ &= (0.01097 \text{ nm}^{-1}) \left(\frac{1}{2^2} \right) \\ &= 2.743 \times 10^{-4} \text{ nm}^{-1} \\ \lambda &= 364.6 \text{ nm}\end{aligned}$$

مسائل عامة محلولة

solved problems

15-1 يبغ الطول الموجي لفوتونات أشعة إكس الساقطة على إلكترون بزاوية $(\Phi=180^\circ)$ ، $(\lambda=0.01nm)$

أوجد حسابياً مقدار كل من:

- 1- التغير الحاصل في الطول الموجي للفوتون (λ) .
- 2- التغير الحاصل في طاقة الفوتون.
- 3- الطاقة الحركية المكتسبة للإلكترون.

الحل:

الطول الموجي لأشعة (x) يساوي: $(\lambda=0.01nm)$

زاوية سقوط الأشعة: $(\Phi=180^\circ)$

1- التغير الحاصل في الطول الموجي: $\Delta\lambda=?$

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \left(\frac{h}{mc} \right) (1 - \cos \Phi) \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{(9.1 \times 10^{-31}) (3 \times 10^8 \text{ m/s})} (1 - (-1)) \\ &= 4.85 \times 10^{-12} \text{ m} \\ &= 4.85 \text{ pm} = 4.85 \times 10^{-3} \text{ nm}\end{aligned}$$

-2

$$\begin{aligned}\Delta E &= hc \left[\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda} \right] \\ &= hc [\lambda' - \lambda]^{-1} \\ &= (1240 \text{ eV.s}) [(0.01 \text{ nm} + 4.85 \times 10^{-3} \text{ nm})^{-1} - (0.01 \text{ nm})^{-1}] \\ &= -40 \times 10^3 \text{ eV} = -41 \text{ KeV}\end{aligned}$$

3- مقدار الطاقة الحركية التي اكتسبها الإلكترون هو:

$$\begin{aligned}\Delta K &= -E = -(-40 \times 10^3 \text{ KeV}) \\ &= +40 \times 10^3 \text{ KeV}\end{aligned}$$

15-2 أوجد حسابياً أقصى مقدار لانحراف الطول الموجي الناتج عن تأثير كومبتون *Compton collision* عند حدوث التصادم بين الفوتون والبروتون الحر.

الحل:

المطلوب تحديد مقدار (λ_{max}) بعد حدوث التصادم بين الفوتون والبروتون الحر. باستخدام المعادلة الرياضية لتأثير كومبتون:

$$\Delta\lambda_{max} = \frac{h}{m_p c} (1 - \cos \Phi)$$

نلاحظ هنا أننا استبدلنا كتلة الإلكترون بكتلة البروتون (m_p) وهكذا فإن أقصى طول انحراف في الطول الموجي يحصل عندما يكون مقدار الزاوية ($\Phi=180^\circ$).

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_{max} &= \frac{h}{cm_p c} (2) \\ &= \frac{2h}{m_p c} \\ &= \frac{2(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})}{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 2.647 \times 10^{-15} \text{ m} \\ &= 2.647 \text{ fm} \end{aligned}$$

15-3 تعتبر عين الإنسان أكثر إحساساً للون الأصفر المخضر yellowgreen بطوله الموجي ($\lambda=550\text{nm}$). أوجد حسابياً مقدار درجة حرارة الفجوة المشعة cavity radiation التي يصدر عنها هذا الإشعاع الضوئي.

الحل:

إنّ الطول الموجي للون الأصفر يساوي إلى ($\lambda=550\text{nm}$) وتساوي ($550 \times 10^{-3} \mu\text{m}$)، ودرجة الحرارة الفجوة المشعة مجهولة. إن العلاقة الرياضية التي تربط بين درجة الحرارة والطول الموجي عندما يكون في حدوده القصوى، وهي:

$$\begin{aligned} \lambda_{max} T &= 2898 \mu\text{m.K} \\ T &= \frac{2898 \mu\text{m.K}}{550 \times 10^{-3} \mu\text{m}} \\ &= 5270 \text{ K} \end{aligned}$$

وهكذا يمكننا معرفة درجات الحرارة لباقي الألوان، من خلال معرفتنا لأقصى طول موجي (λ_{max}).

15-4 إذا كانت الذرة تمتص فوتون بتردد ($6.2 \times 10^{14} \text{ Hz}$).

أوجد حسابياً مقدار الزيادة في طاقة الذرة بسبب امتصاصها لهذا الفوتون.

الحل:

إن مقدار تردد الفوتون يساوي إلى $(\Delta f = 6.2 \times 10^{14} \text{ Hz})$ وهو يمثل مقدار التغير في التردد، والمطلوب هو إيجاد مقدار الزيادة في طاقة الذرة.

نحن نعلم أن العلاقة الرياضية التي تعبر عن مقدار الزيادة في الطاقة، هي:

$$\begin{aligned} \Delta E &= h \Delta f \\ &= (4.14 \times 10^{-15} \text{ eV})(6.2 \times 10^{14} \text{ Hz}) \\ &= 2.57 \text{ eV} \end{aligned}$$

15-5 إذا كانت الذرة التي تمتص فوتوناً بطول موجي $(\lambda_1 = 375 \text{ nm})$ ، وتشتع في الوقت ذاته فوتوناً

آخر بطول موجي مقداره $(\lambda_2 = 580 \text{ nm})$.

أوجد حسابياً مقدار صافي الطاقة الذي امتصته الذرة.

الحل:

الطول الموجي للفوتون الذي يتم امتصاصه: $(\lambda_1 = 375 \text{ nm})$

الطول الموجي للفوتون الذي تشعه الذرة: $(\lambda_2 = 580 \text{ nm})$

يمكننا حساب مقدار صافي الطاقة الذي امتصته الذرة من العلاقة الرياضية المعروفة:

$$\begin{aligned} \Delta E &= hc \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \\ &= 1240 \text{ eV} \left(\frac{1}{375 \text{ nm}} - \frac{1}{580 \text{ nm}} \right) \\ &= 1.169 \text{ eV} \end{aligned}$$

15-6 تنتقل ذرة الهيدروجين من المستوى $(n=3)$ إلى المستوى $(n=1)$.

أوجد حسابياً مقدار كل من:

1- طاقة الفوتون الناتج من هذا الانتقال.

2- العزم، والطول الموجي لهذا الفوتون.

الحل:

تنتقل الذرة من: $(n=3)$ إلى $(n=1)$.

1- طاقة الفوتون الناتج عن هذا:

$$\begin{aligned} E &= E_i - E_f = \frac{(-13.6 \text{ eV})}{(3)^2} - \frac{(-13.6 \text{ eV})}{(1)^2} \\ &= 12.1 \text{ eV} \end{aligned}$$

ذلك أننا نعلم بأن طاقة الإلكترون في ذرة الهيدروجين وفقاً لحسابات العالم بير هي:

$$E = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

2- عزم الإلكترون هو:

$$\begin{aligned} p &= \frac{E}{c} \\ &= \frac{(12.1 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ eV/J})}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} \\ &= 6.45 \times 10^{-29} \text{ kg.m/s} \end{aligned}$$

أما الطول الموجي لهذا الفوتون فهو:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1240 (\text{eV.nm})}{12.1 (\text{eV})} \\ &= 102 \text{ nm} \end{aligned}$$

15-6 يبلغ الطول الموجي لأحد خطوط طيف أشعة إكس الصادرة عن الذهب ($\lambda = 18.5 \text{ pm}$)، وتبلغ

طاقة الفوتونات الصادرة عن عملية انتقال ذرة الذهب بين مستويين ثابتين للطاقة، مقدار طاقة

المستوى العلوي يساوي (-13.7 eV) .

أوجد حسابياً مقدار طاقة المستوى السفلي في عملية الانتقال.

الحل:

الطول الموجي: ($\lambda = 18.5 \text{ pm}$) ويساوي إلى $(18.5 \times 10^{-3} \text{ nm})$.

طاقة الفوتونات: $E_i = -13.7 \text{ eV}$

المطلوب إيجاد: E_f

نحن نعلم بأن فرق الطاقة في عملية الانتقال (ΔE) هو عبارة عن:

$$\Delta E = E_i - E_f = h f$$

$$E_f = E_i - h f$$

$$= (-13.7 \text{ eV})$$

$$= (-13.7 \text{ eV}) - \frac{1240 (\text{eV.nm})}{18.5 \times 10^{-3} (\text{nm})}$$

$$= (-13.7 \text{ eV}) - (6.7 \times 10^4 \text{ eV})$$

$$= -80.7 \times 10^3 \text{ eV} = -80.7 \times 10^3 \text{ keV}$$

مسائل وتمارين الفصل الخامس عشر

Chapter Fifteen Exercises & Problems

15-1 تعتبر المعادلة ($E = hf$) هي معادلة طاقة الفوتون *energy of photon*، بين أن طاقة الفوتون مقاسة بالإلكترون فولت (eV) بالنسبة للطول الموجي (λ) مقاساً بالنانومتر (nm) يمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية:

$$E = \frac{1240}{\lambda}$$

15-2 إذا كان الضوء ذو اللون البرتقالي *orange color* الصادر من مصادر إنارة الطرقات السريعة، يصدر بطول موجي ($\lambda=589nm$)،

أوجد طاقة الفوتون الواحد الصادر من هذا المصدر.

15-3 إذا كان الطول الموجي لأشعة إكس *x-ray* ($\lambda=35Pm$)

أوجد:

أ) طاقة الفوتونات (E).

ب) تردد الأشعة (f).

ج) عزم الأشعة (P).

15-4 في الظروف النموذجية تستطيع عين الإنسان أن ترى الأحداث التي حولها بطول موجي ($\lambda=550nm$)، إذا كانت الفوتونات الساقطة على العين بنسبة (100) فوتون لكل ثانية، أوجد القدرة الموافقة لذلك.

15-5 تصدر الفوتونات الكهروضوئية من مادة معينة بدالة شغل *work-function* مقداره ($3.2 eV$)، وبتردد قدره ($3 \times 10^{15} Hz$).

أوجد أقصى قيمة للطاقة الحركية لهذه الفوتونات.

15-6 أوجد السرعة القصوى للفوتونات الإلكترونية *photoelectrons* التي تشع من مادة التنغستين *tungsticn*، عندما يسقط عليه إشعاع ضوئي تبلغ طاقة فوتوناته ($5.8 eV$)، إذا علمت أن دالة الشغل للتنغستين تساوي ($4.5 eV$).

15-7 إذا كانت دالة الشغل لمعدن هي ($1.8 eV$).

أوجد جهد الإيقاف *stopping potential* لضوء يبلغ طوله الموجي ($\lambda=400nm$)، ثم أوجد أقصى سرعة للفوتونات الإلكترونية الصادرة في هذه الحالة.

- 15-8 تبلغ قيمة جهد الإيقاف للفوتونات الإلكترونية $photoelectrons$ الصادرة من سطح معدني مضاء بضوء طوله الموجي $(\lambda=491nm)$ ، $(0.71V)$ ، عندما تتغير الموجة الساقطة إلى طول موجي جديد (λ) يصبح جهد الإيقاف $(1.43V)$.
- (أ) أوجد قيمة الطول الموجي الجديد (λ) .
- (ب) أوجد دالة الشغل للسطح المعدني.
- 15-9 يبلغ الطول الموجي لفوتونات أشعة إكس الساقطة على إلكترون بزاوية $(\phi=180^\circ)$.
- أوجد:
- (أ) التغير الحاصل في الطول الموجي للفوتون $(\Delta\lambda)$.
- (ب) التغير الحاصل في طاقة الفوتون.
- (ت) الطاقة الحركية المضافة للإلكترون.
- 15-10 أوجد أقصى قيمة لانحراف الطول الموجي الناتج عن تأثير كومبتون $Compton collision$ بين الفوتون والبروتون الحر.
- 15-11 تعتبر عين الإنسان أكثر إحساساً للون الأصفر المخضر $yellowgreen$ بطوله الموجي $(\lambda=520nm)$.
- أوجد مقدار درجة حرارة الفجوة المشعة $cavity radiation$ كي تصدر هذا الإشعاع الصوتي.
- 15-12 إذا كانت الذرة تمتص فوتون بتردد $(6.2 \times 10^{14} Hz)$.
- أوجد مقدار الزيادة في طاقة الذرة.
- 15-13 إذا كانت الذرة التي تمتص فوتوناً بطول موجي $(\lambda_1=375nm)$ ، وفي ذات الوقت تشع فوتوناً آخر بطول موجي $(\lambda_2=580nm)$.
- أوجد حاصل الطاقة الصافي الذي امتصته الذرة.
- 15-14 تنتقل ذرة الهيدروجين من المستوى $(n-3)$ إلى المستوى $(n=1)$.
- أوجد:
- (أ) طاقة الفوتون المرافق لهذا الانتقال.
- (ب) العزم، والطول الموجي لهذا الفوتون.
- 15-15 يبلغ الطول الموجي لأحد خطوط الطيف لأشعة إكس الصادرة من الذهب $(\lambda=18.5pm)$ ، وتبلغ طاقة الفوتونات المرافقة لعملية انتقال ذرة الذهب بين مستويين ثابتين للطاقة العلوي يساوي $(13.7KeV)$. أوجد طاقة المستوى السفلي في عملية الانتقال.

الخلاصة

Summary

- إن أينشتاين توصل في العام 1905م إلى أن الضوء مكون من حزم مركزة من الطاقة، والتي نطلق عليها اليوم اسم الفوتونات، ولكل فوتون طاقة (E) وعزم حتمي (P) نعبّر عنهما رياضياً على النحو الآتي:

$$E = hf \quad , \quad P = h/\lambda$$

- إن ظاهرة الكهروضوئية تحدث عندما تتحرر الإلكترونات من سطح المعدن بعد امتصاصها للطاقة من الشعاع الضوئي الساقط عليه، ونعبّر عنه رياضياً على النحو الآتي:

$$hf = \Phi + K_m$$

- إن ظاهرة كومبتون تحدث عندما تشتت الأشعة السينية من المكرون حر، وتخضع هذه الأشعة لزيادة في الطول الموجي مقداره يساوي إلى:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

ونصل إلى هذه المعادلة باستخدامنا لمبدأ حفظ كمية الطاقة والعزم الحتمي.

- إن قياس توزيع الطاقة باستخدام الطول الموجي، وذلك للإشعاعات الصادرة عن التجاويف المارة قادت إلى فكرة تكمم الطاقة، وتقديم الإنجاز العلمي في استخدام ثابت العالم بلانك إلى حيز التطبيق.
- إن نظرية العالم بور قدمت الخطوة الصحيحة الأولى لفتح الباب أمام ميكانيكا الكم، كما أسهمت دراسته الخاصة حول ذرة الهيدروجين إلى تقديم المعادلات الرياضية، وذلك على النحو الآتي:

$$hf_y = E_i - E_f \quad (\text{شرط التردد لبور})$$

$$L = n \frac{h}{2\pi} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

وهذه المعادلة تؤكد على حقيقة تكمم العزم الزاوي أيضاً للإلكترون في مداره.

$$E = -\left(\frac{me^4}{8c_0^2 h^2}\right) \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

حيث إن (n) هي العدد الكمي.

$$\frac{l}{\lambda} = R \left(\frac{l}{\ell^2} - \frac{l}{u^2} \right)$$

حيث إن u العدد الكمي لمستوى الطاقة الأعلى، و ℓ العدد الكمي لمستوى الطاقة الأدنى،
 R هو ثابت ريديرج.