

التيار المتناوب *Alternating Current*

بعد أن يكمل القارئ هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً على:

- أن يميّز الفروق الأساسية بين دوائر التيار المتناوب ودوائر التيار المستمر.
- أن يكون قادراً على وصف كل من التيار وفرق الجهد عبر أجزاء دائرة التيار المتناوب.
- أن يحسب القيمة الضعيفة لكل من: التيار، فرق الجهد، القوة الدافعة الكهربائية في دائرة التيار المتناوب.
- أن يحسب كلاً من القيمة العظمى والقيمة اللحظية لفرق الجهد، عبر أي جزء من أجزاء الدائرة، كما يتمكن من حساب زاوية الطور يسبق بها التيار أو يتخلف عن فرق الجهد.
- أن يحسب تردد الرنين في دائرة التيار المتناوب.
- أن يستخدم متجهات الطور للتيار والجهد لوصف دائرة التيار المتناوب.
- أن يحسب كلاً من ممانعة المكثف، ممانعة الملف، وكذلك ممانعة الدائرة بشكل عام.

obeykandi.com

التيار المتناوب

Alternating Current

8-1 المقدمة Introduction

بات من المعروف للجميع بأن منازلنا ومكاتبنا ومعاملنا يتم تغذيتها بالتيار المتناوب *alternating current*، والذي يكتفى بالإشارة إليه بالحرفين الإنكليزيين (*a c*)، وذلك لتشغيل جميع الأجهزة الكهربائية علاوة على تأمين الإنارة اللازمة لهذه الأماكن، والمعروف كذلك بأن التيار المتناوب ذا التردد (60 Hz) يتغير اتجاهه في الثانية الواحدة 120 مرة بين القيمتين السالبة والموجبة على شكل تابع جيبي *sinusoidal fashion*.

إن الأجهزة التي تصنعها الشركات لتوليد القوة الكهربائية الدافعة من النوع المتردد *alternating emf* تنتشر *propagate* على طول السلك الناقل بسرعة تقترب من سرعة الضوء، وهذا ما يؤكد على أن كافة الإلكترونات بغض النظر عن مكان تواجدها في الناقل تغير اتجاهها في الوقت ذاته. إن الحكمة الأساسية وراء الاعتماد على التيار المتناوب تتمثل في أن التيار المتناوب يتردد كما يتودد المجال المغناطيسي المحيط بالناقل الكهربائي وهذا ما يتيح الفرصة كاملة لاستخدام قانون فاراداي في الحث الكهرومغناطيسي *Faraday's law of induction*، بمعنى أننا نستطيع التحكم بمقدار الجهد الكهربائي زيادة أو نقصاناً وذلك باستخدام المحولة الكهربائية *transformer device*، إضافة إلى أن التيار المتناوب يعتبر ملائماً جداً للمكائن الدوارة كالمولدات والحركات كما سنوضح ذلك في الفقرة القادمة.

8-2 القوة الدافعة الكهربائية والتيار المتناوب *Electromotive force and alternating current*

current (a. c)

إن القوة الدافعة الكهربائية تنشأ عند دوران ملف في مجال مغناطيسي خارجي (B)، انظر الشكل (8-1) وهي من النوع المتناوب *alternating*، وذلك بسبب مرور التيار الكهربائي في الملف. إن هذا الترتيب المبسط يمكننا من الحصول على فرق في الجهد المتناوب *alternating potential difference* بمقدار وقطبية ثابتين.

إن القوة الدافعة الكهربائية المتناوبة يُعبر عنها بالصيغة الرياضية الآتية:

$$\xi = \xi_m \sin \omega t \quad (8-1)$$

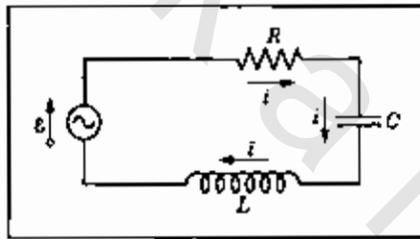
والتي تتعج التيار المتناوب (a. c) الذي تمثله الصيغة الرياضية الآتية:

$$i = I_m \sin \omega t \quad (8-2)$$

حيث إن (I_m, ξ_m) تمثلان القيم العظمى *Amplitude* للقوة الدافعة الكهربائية والتيار المتناوبين، بينما تمثل (i, ξ) القيمة الآتية *Instantaneous* لكل منهما. وبصفة عامة يمكننا توضيح العلاقة بين كل من القوة الدافعة الكهربائية (ξ) المتناوبة، والتيار الكهربائي (i) المتناوب، عندما تُستخدم لتزويد دائرة كهربائية مكونة من مقاومة (R) ومكثف (C) وملف (L)، انظر الشكل (8-1).

إن القوة الدافعة الكهربائية التي تعبر عنها المعادلة (8-1) تؤدي إلى مرور تيار متناوب (a. c). نعبّر عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$i = I_m \sin (\omega t + \phi) \quad (8-3)$$



الشكل (8-1)

يبين الدائرة التي يظهر فيها مولد التيار المتناوب والقوة الدافعة الكهربائية (ξ)، كما يظهر فيها مكوناتها الثلاثة (R)، (C)، (L)

وفيهما يمتلك التيار اللحظي (i) القيمة نفسها في أي لحظة زمنية وذلك في جميع أجزاء دائرة التيار المتناوب، كما أن التردد الزاوي (ω) *angular frequency* للمولد يساوي التردد الزاوي نفسه للتيار المتناوب.

إن القيم الأساسية للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة هي سعتها العظمى (ξ_m) وتردد الزاوي (ω) ، أما القيم الأساسية للتيار المتردد في الدائرة المبينة في الشكل (8-1) والمكونة من المقاومة (R) والمكثف (C) والملف (L) فهي سعته (I) وثابت متجه الطور (ϕ) *phase constant*. ونستطيع أن نلخص القيم المعلومة والقيم التي نهدف إلى تحديدها في الجدول (8-1).

المطلوب تحديده	المعطيات (معلومة)
I, ϕ	المولد $\omega, \xi_m, generator$
I, ϕ	الدائرة L, C, R

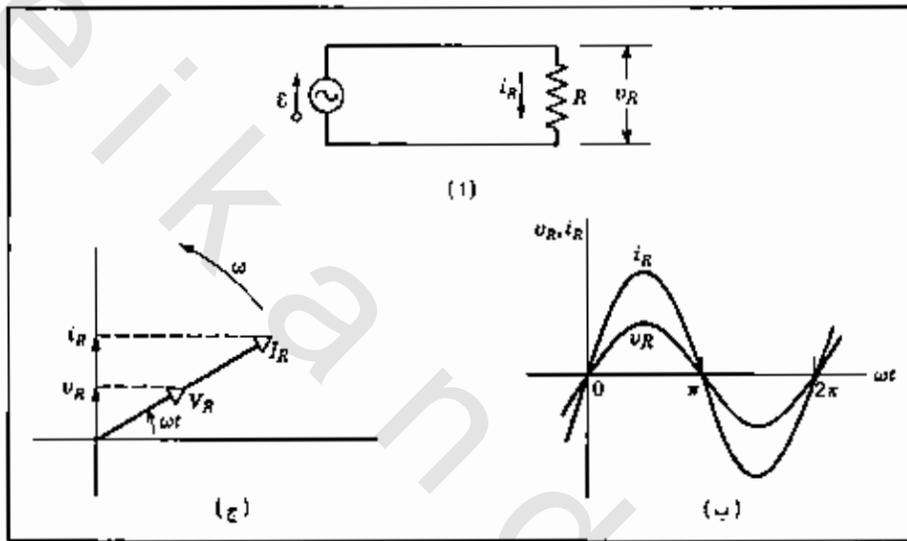
الجدول (8-1)

8-3 ثلاث دوائر بسيطة Three simple Circuits :

إن الهدف من هذه الفقرة هو تبسيط المفاهيم الأساسية لدائرة الميمنة بالشكل (8-1)، وذلك باعتماد ثلاث دوائر للتيار المتناوب يحتوي كل منها على جزء واحد من مكوناتها وتشتمل كذلك على مولد للقوة الدافعة الكهربائية لضمان مرور التيار المتناوب فيها.

8-3-1 دائرة مقاومة A resistive Circuit :

يهدف دراسة المقاومة في دائرة التيار المتناوب، دعنا نتأمل الشكل (8-2).



الشكل (8-2)

(أ) دائرة بسيطة تحتوي على مقاومة (R) موصولة مع مولد التيار المتناوب.

(ب) كل من التيار والجهد عبر المقاومة ولهما متجه الطور نفسه (ϕ) .

(ج) توضيح ما حصل في الجزء (ب) بواسطة متجه الطور.

من خلال الشكل (8-2 أ) نجد أن الدائرة الكهربائية تحتوي مولداً للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة (ξ) تم وصل مقاومة مقدارها (R) معها على التوالي، يمر بها تيار كهربائي متناوب لحظي (i_R) ، ويتطبيق قانون الدائرة الكهربائية في أي لحظة زمنية (قانون كيرشوف الثاني) نجد:

$$\xi - v_R = 0$$

ومن المعادلة (8-1) نجد أن فرق الجهد اللحظي بالنسبة للمقاومة هو:

$$v_R = \xi_m \sin \omega t$$

وبما أن السعة العظمى لفرق الجهد المتناوب أو الجهد المارة خلال المقاومة (v_R) مساوية للسعة العظمى للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة (ξ_m)، إذن نستطيع أن نعبر عن فرق الجهد 'تتطلب عبر المقاومة بالمعادلة الآتية:

$$v_R = V_R \sin \omega t \quad (8-4)$$

ومن تعريفنا للمقاومة وفق قانون أوم نستطيع أن نعبر عن التيار المار خلالها (i_R) على النحو الآتي:

$$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{V_R}{R} \sin \omega t$$

$$i_R = I_R \sin \omega t \quad (8-5)$$

وبمقارنة المعادلتين (8-2) و(8-5)، وبملاحظة أن متجه الطور في هذه الحالة يساوي لي الصفر ($\phi = 0$)، نستطيع أن نستنتج أن القيمة العظمى لكل من الجهد والتيار المتناوبين عبر المقاومة يرتبطان بالمعادلة الآتية:

$$V_R = I_R R (\text{resistor}) \quad (8-6)$$

وتستخدم المعادلة (8-6) عندما تحتوي دائرة التيار المتناوب على مقاومة فقط، مهما كانت الدائرة معقدة.

إن مقارنة المعادلتين (8-3) و(8-4) تؤكد أن القيم اللحظية لكل من الجهد (v_R) والتيار (i_R) لهما متجه الطور نفسه *in phase*، وهذا ما يؤكد أيضاً أن قيمهما العظمى تحصلان عد الزمن نفسه، انظر الشكل (8-3 ب) حيث يبين رسماً بيانياً لكل من $v_R(t)$ و $i_R(t)$.

يمكننا بطريقة أخرى أن نوضح كيف أن كلا من (v_R) و (i_R) لهما متجه الطور نفسه، وذلك باستخدام طريقة المتجه الدوار *phasors* يعكس عقارب الساعة، انظر الشكل (8-2 ج)، وذلك عند أية لحظة زمنية حيث تكون فيها زاوية الطور *phase angle* مساوية إلى (ωt). مرة أخرى. ومن خلال الشكل نفسه وبأخذ مسقط كل من المتجه الدوار للجهد (v_R) والمتجه الدوار للتيار (i_R) على المحور العمودي (y) نحصل على المقادير الآتية لهاتين الكميتين المتناوبتين (v_R) و (i_R)، واللتين لهما الطور نفسه *in phase*، أي أنهما متطابقتي الطور، وهذا ما يؤكد دائماً بأن ضابط الطور لكل منهما يقع على الآخر وعلى طول الخط المستقيم نفسه.

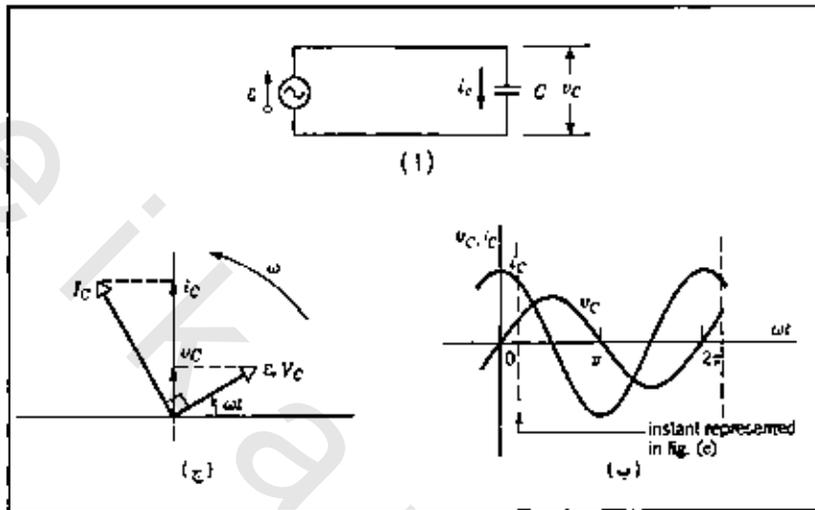
8-3-2 المكثف في دائرة التيار المتناوب: A capacitive Circuit

يهدف دراسة المكثف في دائرة التيار المتناوب، دعنا نتأمل الشكل (8-3).

من خلال الشكل (8-3 أ) نجد أن الدائرة الكهربائية تحتوي مولداً للقوة الدافعة الكهربائية

المتناوبة تساوي إلى (٤) تم وصل مكثف سعته (C) معها على التوالي، يمر بها تيار كهربائي متناوب لحظي (i_c)، وينطبق قانون الدائرة الكهربائية عليها في أي لحظة زمنية، نجد أن فرق الجهد اللحظي عبر المكثف عبارة عن:

$$v_c = V_c \sin \omega t \quad (8-7)$$



الشكل (8-3)

- 1) دائرة بسيطة تحتوي على مكثف (C) ومولد للتيار المتناوب.
- 2) كل من فرق الجهد والتيار عبر المكثف، وفيه يظهر كيف أن الجهد يتأخر بمقدار (90°) عن التيار.
- 3) متجه الطور يوضح ما يحصل في الجزء (ب) من هذا الشكل.

حيث تمثل (V_c) السعة العظمى للقولتية المارة عبر المكثف، وباستخدام تعريف سعة المكثف

capacitance نستطيع إعادة صياغة المعادلة (8-7) على النحو الآتي:

$$q_c = C v_c = C V_c \sin \omega t \quad (8-8)$$

وبما أننا نسعى إلى معرفة التيار اللحظي المار خلال المكثف وليس الشحنة الكهربائية، فلا بد

من اشتقاق طريق المعادلة (8-8) بالنسبة للزمن لهذا الغرض، وهكذا نجد أن:

$$i_c = \frac{dq_c}{dt} = \omega C V_c \cos \omega t$$

$$i_c = \omega C V_c \cos \omega t \quad (8-9)$$

نستطيع الآن إعادة صياغة المعادلة (8-9) للمكثف، وذلك لغرض مقارنتها مع المعادلة الرياضية

(8-6) للمقاومة، ولهذا الغرض سوف نعرّف الكمية (X_c) والتي يُطلق عليها اسم ممانعة المكثف

Capacitive reactance والتي نعبر عنها رياضياً على الشكل الآتي:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \text{ممانعة المكثف} \quad (8-10)$$

ويتضح من خلال المعادلة الرياضية (8-10) أن مقدار ممانعة المكثف يعتمد على كل من مقدار سعة المكثف (C) وكذلك التردد الزاوي ω angular frequency الذي يعمل عنده المكثف.

ومن خلال تعريف ثابت الزمن للمكثف $\tau = RC$ Capacitive time constant، نستطيع معرفة وحدة قياس ممانعة المكثف (X_C) في النظام الدولي للقياس وهي كما يتضح ببساطة وحدة قياس المقاومة نفسها، أي الأوم Ω ، ذلك أن وحدة قياس السعة (C) في النظام الدولي للقياس يمكننا التعبير عنها بالوحدة الثانية لكل أوم ووحدة قياس التردد الزاوي هو راديان لكل ثانية، وبتعويض ذلك في المعادلة (8-10) نجد أن وحدة قياس ممانعة المكثف هي الأوم.

وبالرجوع مرة أخرى إلى المعادلة (8-9) وبعد استبدال الدالة $(\cos \omega t)$ بما يساويها بدلالة الدالة $(\sin \omega t)$ ، ذلك أن:

$$\cos \omega t = \sin (\omega t + 90^\circ)$$

يمكننا إعادة صياغة المعادلة (8-9) على النحو الآتي:

$$i_C = \left(\frac{V_C}{X_C} \right) \sin (\omega t + 90^\circ)$$

$$i_C = I_C \sin (\omega t + 90^\circ) \quad (8-11)$$

وبمقارنة المعادلتين (8-3) و(8-11) نجد أن ثابت الطور $(\phi = -90^\circ)$ ، وذلك إذا كانت النائرة الكهربائية تحتوي على مكثف فقط، كما أننا نستطيع أن نعبر رياضياً عن السعة العظمى للفولتية المارة خلال المكثف بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$V_C = I_C X_C \quad (\text{مكثف}) \quad (8-12)$$

ومن المناسب ذكره هنا أن المعادلة (8-12) تُستخدم في حال وجود مكثف مفرد في أي دائرة يمر بها تيار متناوب (a. c.) مهما كانت الدائرة معقدة.

ومن خلال الشكل (8-3 ب) وكذلك من خلال مقارنة المعادلتين (8-7) و(8-11) نجد أن الكميات اللحظية لكل من الجهد والتيار (V_C) و (i_C) تفصلهما عن بعضهما زاوية مقدارها (90°) أو ربع دائرة أي أنهما متفاوتتي الطور $out\ of\ phase$ ، وهذا ما يؤكد بأن التيار المتناوب في مكثف (i_C) يصل إلى قيمته العظمى قبل أن تصل الجهد (V_C) إلى قيمتها العظمى بمقدار ربع دائرة أو (90°) . وهذا ما يمكن توضيحه تماماً بواسطة رسم المتجه الدوار $pharos\ diagram$ ، انظر الشكل (8-3 ج) لتجد أنه متفق تماماً مع المعادلتين (8-7) و(8-11).

مثال (8-1) Example:

في الشكل (8-3 أ) إذا كانت قيمة سعة المكثف تساوي ($C = 15.0 \mu F$)، و يبلغ مقدار تردد التيار المتناوب ($f = 60 \text{ Hz}$)، بينما تبلغ السعة العظمى للجهد ($E_m = V_c = 36 \text{ V}$) .

أوجد حسابياً:

1- مقدار معانعة المكثف (X_c) *capacitive reactance* للمكثف.

2- مقدار السعة العظمى للتيار (I_c) .

الحل Solution:

1- من المعادلة (8-10) نجد أن:

$$\begin{aligned} X_c &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \\ &= \frac{1}{(2\pi)(60 \text{ Hz})(15.0 \times 10^{-6} \text{ F})} \\ &= 177 \Omega \end{aligned}$$

ومن المناسب هنا أن يتذكر القارئ بأن وحدة قياس معانعة المكثف هي الأوم، ولكنها ليست مقاومة، بل معانعة المكثف.

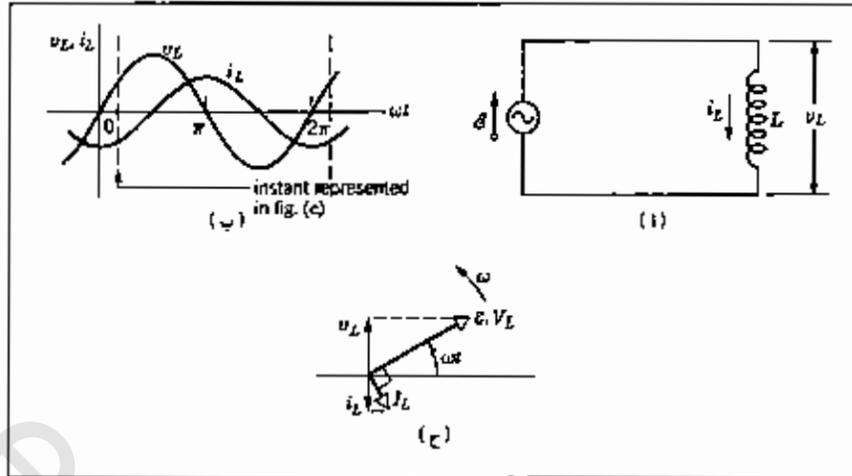
2- ومن المعادلة (8-12) نجد أن:

$$I_c = \frac{V_c}{X_c} = \frac{36 \text{ V}}{177 \Omega} = 0.203 \text{ A}$$

ومن المناسب أن نؤكد مرة أخرى هنا أن معانعة المكثف تقوم بدور المقاومة نفسه في دائرة التيار المتناوب، كما أننا ننوه بأن العلاقة بينها وبين التردد هي علاقة عكسية، أي أنه كلما زاد التردد قلت معانعة المكثف.

8-3-3 الملف في دائرة التيار المتناوب *An inductive Circuit*

بهدف دراسة الملف في دائرة التيار المتناوب، دعنا نتأمل الشكل (8-4).



الشكل (8-4)

- (أ) دائرة بسيطة تحتوي على مكثف (L) ومولد للتيار المتناوب.
 (ب) يوضح العلاقة بين فرق الجهد والتيار عبر الملف، كما يتبين كيف أن فرق الجهد يتقدم التيار بمقدار (90°) .
 (ج) متجه الطور يوضح ما يحصل في الجزء (ب) من هذا الشكل.

من خلال الشكل (8-4 أ) نجد أن الدائرة الكهربائية تحتوي مولداً للقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة (ϵ) تم وصله مع ملف (L) على التوالي، يمر به تيار كهربائي متناوب لحظي (i_L)، وتطبيق قانون الدائرة الكهربائية عليها في أي لحظة زمنية، نجد أن فرق الجهد اللحظي عبر الملف عبارة عن:

$$v_L = V_L \sin \omega t \quad (8-13)$$

حيث (V_L) هي السعة العظمى للفولتية المارة عبر الملف، وباستخدام تعريف معانعة الملف *inductance* نستطيع إعادة صياغة المعادلة (8-13) على النحو الآتي:

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (8-14)$$

وبدمج المعادلتين (8-13) و(8-14) نجد أن:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_L}{L} \sin \omega t \quad (8-15)$$

وبما أننا نسعى إلى معرفة التيار اللحظي المار خلال الملف وليس على مشتقته الأولى النسبة للزمن فلا بد إذن من إجراء عملية التكامل *integration* على طرفي المعادلة (8-15)، وهكذا نجد أن:

$$i_L = \int di_L = \frac{V_L}{\omega L} \int \sin \omega t dt (\omega)$$

$$i_L = -\left(\frac{V_L}{\omega L}\right) \cos \omega t \quad (8-16)$$

ونستطيع الآن إعادة صياغة المعادلة (8-16) نفرض مقارنتها مع المعادلة الرياضية (8-6) والمعادلة (8-12)، ولتحقيق هذا الفرض سوف نعرف الكمية (X_L) التي يطلق عليها ممانعة الملف *inductive reactance* والتي نعرف على النحو الآتي:

$$X_L = \omega L \text{ (ممانعة الملف)} \quad (8-17)$$

ويتضح من خلال المعادلة الرياضية (8-17) أن مقدار ممانعة الملف تعتمد على كل من ممانعة الملف (L) وكذلك التردد الزاوي (ω) الذي يعمل عنده الملف. ومن خلال وحدات قياس كل من (ω) و (L) في النظام الدولي نستطيع التأكد بأن وحدة قياس (X_L) هي الأوم تماماً مثلها مثل: (X_C) . وبالرجوع مرة أخرى إلى المعادلة (8-16) وبعد استبدال $(-\cos \omega t)$ بما يساويها بدلالة $(\sin \omega t)$ ، ذلك أن:

$$-\cos \omega t = \sin(\omega t - 90^\circ)$$

إذاً نستطيع إعادة صياغة المعادلة (8-16) على النحو الآتي:

$$i_L = \left(\frac{V_L}{X_L}\right) \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$i_L = I_L \sin(\omega t - 90^\circ) \quad (8-18)$$

وبمقارنة المعادلتين (8-13) و(8-18) نجد أن متجه الطور يساوي $(\phi = +90^\circ)$ ، وذلك إذا كان الحمل في الدائرة الكهربائية عبارة عن ملف فقط، كما أننا نستطيع أن نعبر رياضياً عن السعة العظمى لجهد المارة خلال الملف بالعلاقة الآتية:

$$V_L = I_L X_L \text{ (ملف)} \quad (8-19)$$

ونستخدم المعادلة (8-19) في حال وجود ملف مفرد في أي دائرة يمر بها تيار متناوب (a. c.) مهما كانت الدائرة معقدة.

إن مقارنة المعادلتين (8-18) و(8-13) وكذلك ملاحظة الشكل (8-4) ب) يؤكد أن الكميتين (i_L) و (V_L) يفصلهما عن بعضهما فرق في الطور مقداره (90°) ، كما نلاحظ أن (i_L) متخلف عن (V_L) بهذا المقدار، وبمعنى آخر فإن التيار اللحظي في الملف (i_L) يصل إلى قيمته العظمى

بعدما تصل الجهد اللحظية في الملف (v_L) قيمتها العظمى بربع دورة *one-quarter cycle*. زمرة أخرى نجد أن المتجه الدائر يؤكد كذلك أن (i_L) يتخلف أو يتأخر بزاوية (90°) عن الجهد (v_L)، انظر الشكل (8-4 ج).

العلاقات الرياضية لمتجه الطور وسعة كل من التيار والجهد المتناوبة العظمى

علاقة السعة	مقدار متجه الطور	طورا لتيار	الممانعة	الرمز	عنصر النائرة
$V_R = IR$	0°	In phase with v_R	R	R	مقاومة
$V_C = IX_C$	-90°	Leads by $v_C 90^\circ$	X_C	C	مكثف
$V_L = IX_L$	$+90^\circ$	Lags by $v_L 90^\circ$	X_L	L	محث

الجدول (8-2)

Many student remember these phase relations with mnemonic "ELI the ICE man"

يبين طور كل من التيار وفرق الجهد عبر المكونات الثلاثة لدائرة (*RLC*) على التوالي كما يبين مقايير زوايا الطور بينهما يوضح الجدول أيضاً العلاقات الرياضية التي يمكن استخدامها لحساب السعة العظمى للفولتية في مكونات الدائرة الأساسية

ولاهمية العلاقة بين كل من التيار اللحظي (*i*) والجهد في كل من المكونات الثلاثة للمقاومة والمكثف والملف (*L*) و(*C*) و(*R*) في دائرة التيار المتناوب (*a. c.*)، نرى من الضرورة بمكان أن يتأمل القارئ الجدول (8-2) الذي تم ترتيبه لمساعدته على سرعة تذكر هذه العلاقة المهمة.

مثال (8-2): Example

في الشكل (8-4 أ) يبلغ مقدار ممانعة الملف ($L = 230 \text{ mH}$)، ويبلغ مقدار تردد التيار المتناوب المار خلاله ($f = 60 \text{ Hz}$)، إذا علمت أن مقدار السعة العظمى للفولتية ($V_L = 36.0 \text{ V}$).

- 1- أوجد حسابياً مقدار ممانعة الملف Inductive reactance (X_L).
- 2- أوجد حسابياً مقدار السعة العظمى للتيار (I_L) المار في الدائرة.

الحل Solution:

1- باستخدام المعادلة الرياضية (8-17)، نجد أن:

$$\begin{aligned} X_L &= \omega L = 2\pi fL \\ &= (2\pi)(60 \text{ Hz})(230 \times 10^{-3} \text{ H}) \\ &= 86.7 \Omega \end{aligned}$$

2- وتطبيق العلاقة الرياضية (8-19)، نجد أن:

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{36 \text{ V}}{86.7 \Omega} = 0.415 \text{ A}$$

من المناسب أن يتنبه الطالب هنا إلى أن العلاقة بين ممانعة الملف والتردد هي علاقة طردية. أي أن الترددات العالية ترافقها ممانعات ملفات عالية.

8-4 دائرة RLC على التوالي *The Series RLC Circuit* :

بعد أن أتممنا دراسة الدوائر البسيطة لعناصر الدائرة الكهربائية التي يمر بها تيار متناوب، وذلك لكلٍ من المقاومة (R) والملف (L) والمكثف (C) على انفراد، أصبح من المناسب دراسة الدائرة التي تشتمل على المكونات الثلاثة في آن معاً.

تأمل الشكل (8-1)، تجد أن العناصر الثلاثة (R) و(L) و(C) تم وصلها على التوالي بمصدر للقوة الدافعة الكهربائية في الدائرة والتي عبرنا عنها بالعلاقة الرياضية:

$$\xi = \xi_m \sin \omega t \quad (8-20)$$

أما التيار المتناوب ($a.c.$) المار خلال الدائرة فتمثله العلاقة الرياضية:

$$i = I \sin (\omega t - \phi) \quad (8-21)$$

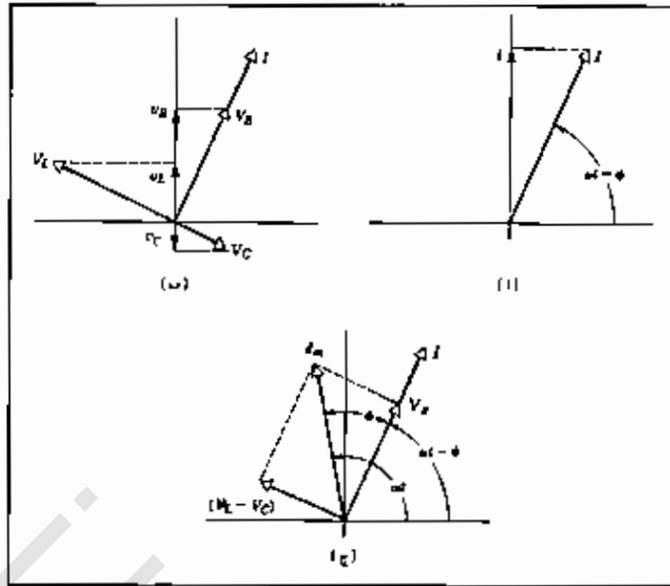
إن هدفنا الآن هو تحديد العلاقات الرياضية المعبرة عن كلٍ من السعة العظمى للتيار (I) وكذلك ثابت الطور (ϕ).

وسوف نبدأ الآن باستخدام قانون المسار المغلق *loop rule* على الدائرة المبينة في الشكل (8-1)، والذي سيفي يؤدي إلى:

$$\xi = v_R + v_L + v_C \quad (8-22)$$

إن هذه المعادلة ذات الحدود الأربعة المتغيرة تبقى صحيحة في أي لحظة من عمل الدائرة. ولإكمال دراسة كلٍ من (I) و(ϕ) انظر الشكل (8-5) حيث يمثل مواقع متجهات الطور *phasor diagram*.

تأمل الشكل (8-5) وستلاحظ أن القيمة العظمى للتيار هي (I) وطوره هو ($\omega t - \phi$)، أما القيمة الآتية للتيار فهي (i) وتلاحظ أيضاً أنها مشتركة لجميع عناصر الدائرة.



الشكل (8-5)

- (أ) متجه الطور لكل من القيمة العظمى للتيار (I) والقيمة الآتية له (i).
 (ب) متجهات الطور لفرق الجهد عبر المقاومة، المكثف والملف، ويلاحظ فروق الطور بالنسبة للتيار.
 (ج) محصلة الجهد عبر كل من المكثف والملف، وموقع فولتية المقاومة، مع بيان موقع القوة الدافعة كهربية (emf).

إنّ المعلومات التي أوردناها في الجدول (8-2) تمكّننا من تحديد متجهات الطور $pharos$ والتي تمثل الجهد عبر كل من (R)، (L)، (C)، انظر الشكل (8-5) (ب) وذلك عند اللحظة التي يكون فيها الطور مساوياً إلى ($\omega t - \phi$). تأمل الشكل (8-5) (ب) ثم ابدأ باستخدام العمليات الجبرية على الكميات المتجهة لتجد أنّ ذلك يقودنا إلى الشكل (8-5) (ج)، حيث يمكننا تحديد القيمة العظمى للتيار (I) على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} \xi_m^2 &= V_T^2 + (V_L - V_C)^2 \\ \xi_m^2 &= (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2 = I^2 [R^2 + (X_L - X_C)^2] \\ I &= \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \end{aligned} \quad (8-23)$$

إنّ المقام في هذه المعادلة (8-23) يسمى ممانعة الدائرة المكونة من المقاومة والمكثف والملف $Impedance$ ويشار إليها بالحرف الإنكليزي (Z)، أي أنّ:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (8-24)$$

وبناءً على ذلك يمكننا أن نعيد التعبير عن القيمة العظمى للتيار على النحو الآتي:

$$I = \frac{\xi_m}{Z} \quad (8-25)$$

كما يمكننا أن نعبر عنه مرة أخرى، وذلك بتعويض المقادير (X_L) و (X_C) من المعادلتين (8-17) و (8-10) لنحصل على:

$$I = \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad \text{السعة العظمى للتيار} \quad (8-26)$$

إنَّ المعادلة (8-26) تسمى معادلة الرنين للدائرة *resonance*، وذلك لأن قيمة التيار (I) كما أسلفنا هي القيمة العظمى وهي القيمة التي يحدث عندها الرنين، ولكي نحصل على قيمة التيار العظمى، ومن خلال المعادلة (8-26) نجد أن، الشرط اللازم لذلك هو:

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L$$

$$\omega^2 CL = 1$$

أي أن مقدار التردد الزاوي (ω) عند حدوث الرنين *resonance* يساوي إلى:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

كما أن المعادلة (8-26) تبين أن القيمة العظمى للتيار في حالة الرنين تزداد إذا نقصت قيمة المقاومة.

8-4-1 ثابت الطور لدائرة (RLC) *The phase constant*:

بعد أن تمكنا من إيجاد الصيغة الرياضية المعبرة عن القيمة العظمى للتيار، لا بد لنا من أن نحدد الصيغة الرياضية لحساب ثابت الطور (ϕ) ، إنَّ الرجوع مرة أخرى إلى الشكل (8-5) والجدول (8-1) يمكننا من التعبير عن ثابت الطور (ϕ) باستخدام النسبة المثلثية المعروفة لكل هذه الزاوية وذلك على النحو الآتي:

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR}$$

والتي تؤدي إلى:

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad \text{ثابت الطور} \quad (8-27)$$

إنَّ ملاحظة المعادلة (8-27)، وبعد استخدام تعريف كلٍ من (X_L) و (X_C) يقودنا إلى الاستنتاج بأننا تمكنا من التعبير عن ثابت الطور (ϕ) بدلالة كلٍ من (L) و (C) و (R) و (ω) دون أن يكون هناك أثر للمقدار (ξ_m) الذي يمثل القيمة العظمى للقوة الدافعة الكهربائية. إنَّ هذه المعادلة تقودنا إلى إيجاد

ثابت الطور للتيار بالنسبة للقوة الدافعة الكهربائية (emf) المستخدمة في الدائرة. وربما حان الوقت لتساءل لماذا افترضنا خلال دراستنا لهذه الدائرة ($R L C$) بأن ممانعة الملف (X_L) تكون أكبر من ممانعة المكثف (X_C)، إن ملاحظة بسيطة لمعادلة التيار (8-23) تفيدنا بأن المقدار $(X_L - X_C)$ سوف لن تتغير قيمته باعتباره مرفوعاً للقوة الموجبة ($+$ 2)، أي المقدار $(X_L - X_C)$ للتربيع يبقى موجباً.

8-4-2 حالتان محدودتان لدائرة (RLC)

1- إذا كان المقدار ($R = X_L = 0$) في المعادلتين (8-23) و(8-27)، فإن التعبير الرياضي عن التيار يزول إلى المعادلة:

$$I = \frac{\xi_m}{X_C}$$

أما ثابت الطور فيزول إلى المعادلة:

$$\tan \phi = -\infty$$

إذاً:

$$\phi = -90^\circ$$

وهذا ما يؤكد أن الدائرة في هذه الحالة هي عبارة عن دائرة ممانعة مكثف *capacitive circuit* فقط.

2- إذا كان المقدار ($R = X_C = 0$) في ذات المعادلتين المذكورتين في الحالة الأولى، فإن التعبير الرياضي عن التيار يزول إلى المعادلة:

$$I = \frac{\xi_m}{X_L}$$

أما ثابت الطور فيزول إلى المعادلة:

$$\tan \phi = +\infty$$

$$\phi = +90^\circ$$

وهذا ما يؤكد أن الدائرة في هذه الحالة هي عبارة عن دائرة ممانعة ملف *inductive circuit* فقط.

من الجدير بنا أن نؤكد بأن التيار الذي تمّ تحديده في المعادلات (8-21) و(8-23) و(8-26) هو تيار ثابت *steady-state* وهو ما يحصل عادة بعض مضي وقت قصير من استخدام القوة الدافعة الكهربائية (emf) في الدائرة، ولكن لا بد من التأكيد مرة أخرى بأن هناك تياراً مؤقتاً *transient current* لا يستهان به، فهو قد يؤدي إلى تلف المحرك إذا لم نحتط لتأثيره خلال عملية تصميم الدائرة الكهربائية الخاصة

بالمحرك الكهربائي، ويمكن استئصاله بواسطة ثوابت الزمن الفعال للدائرة والذي نعبّر عنه بالمعادلة $(\tau_L = L/R)$ للملف، وكما نعبّر عنه بالمعادلة وتساوي $(\tau_C = RC)$ للمكثف.

مثال (8-3): Example

في الشكل (8-1) اخترنا القيم التالية لعناصر الدائرة:

$$\xi_m = 36V, \quad F = 60\text{ HZ}, \quad L = 230\text{ mH}, \quad C = 15\ \mu\text{F}, \quad R = 160\ \Omega$$

- 1- أوجد حسابياً مقدار ممانعة الدائرة (Z) impedance.
- 2- أوجد حسابياً مقدار السعة العظمى للتيار (I) amplitude.
- 3- أوجد حسابياً مقدار ثابت الطور (ϕ) phase constant.

الحل Solution:

1- باستخدام المعادلة الرياضية (8-24)، نجد أن:

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ X_L &= \omega L = 2\pi fL \\ &= 2\pi(60\text{ HZ})(230 \times 10^{-3}\text{ H}) = 86.7\ \Omega \\ X_C &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} \\ &= \frac{1}{2\pi(60\text{ HZ})(15 \times 10^{-6}\text{ F})} = 177\ \Omega \\ Z &= \sqrt{(160\ \Omega)^2 + (86.7\ \Omega - 177\ \Omega)^2} = 184\ \Omega \end{aligned}$$

2- وباستخدام المعادلة الرياضية (8-25)، نجد أن:

$$I = \frac{\xi_m}{Z} = \frac{36V}{184\ \Omega} = 0.196\text{ A}$$

3- وباستخدام المعادلة (8-27)، نجد أن:

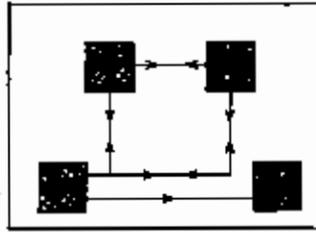
$$\begin{aligned} \tan(\phi) &= \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{86.7\ \Omega - 177\ \Omega}{160\ \Omega} = -0.564 \\ \phi &= \tan^{-1}(-0.564) = -29.4^\circ \end{aligned}$$

وبلاحظ في هذا المثال أن: $X_C > X_L$

8-5 القدرة الكهربائية في دوائر التيار المتناوب Power in Alternating Current Circuits

إن مصدر الطاقة الذي يغذي الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل (8-1) هو عبارة عن مولد للتيار المتناوب ($a. c.$) generator، جزء من هذه الطاقة يتم تخزينه $stored$ في المجال الكهربائي بين

لوحى المكثف (C)، وجزء آخر يتم تخزينه في المجال المغناطيسي للملف (L)، وجزء آخر يتبدد *dissipated* على شكل طاقة حرارية *thermal energy* في المقاومة. وفي حالة العملية المستقرة التي افترضناها في الدائرة المشار إليها *steady state operation* فإن معدل الطاقة المخزنة في كل من المكثف والملف يبقى ثابتاً، ويبقى صافي الطاقة المنتقلة في الدائرة هي عبارة عن الطاقة الواصلة من المولد إلى المقاومة، والتي تتحول بدورها من طاقة كهرومغناطيسية *electromagnetic* إلى طاقة حرارية، انظر الشكل (8-6) حيث يوضح هذه العملية في الدائرة الكهربائية المذكورة.



الشكل (8-6)

يبين سريان الطاقة في دائرة (RLC) المبينة في الشكل (8-1)

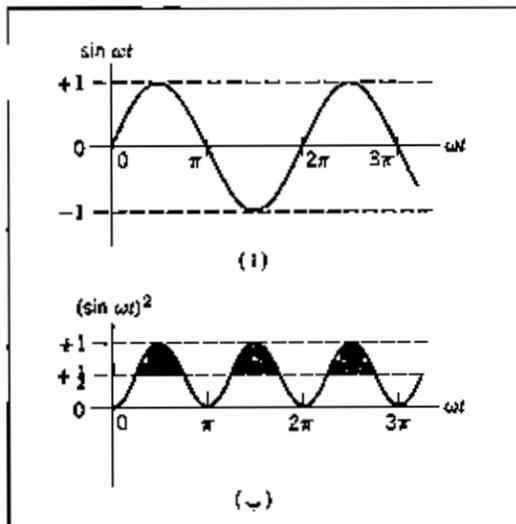
إن متوسط انتقال القدرة المتحولة في المقاومة *transformed power*، وهي بطبيعة الحال قدرة متبددة *dissipated power* يساوي إلى:

$$P = I^2 R = [I \sin(\omega t - \phi)]^2 R$$

$$P = I^2 R \sin^2(\omega t - \phi) \quad (8-28)$$

وهذه المعادلة تمثل متوسط انتقال القدرة الكهربائية للمقاومة مع الزمن *average rate over time*، والتي تعد هدفاً أساسياً في هذه الفقرة.

إن متوسط القيمة $(\sin^2 \theta)$ خلال دورة واحدة $(0 - 2\pi)$ هو فقط $(1/2)$ ، انظر الشكل (8-7).



الشكل (8-7)

يبين كيفية تغير $\sin \theta$ مع الزاوية (θ) ، وكذلك تغير $(\sin^2 \theta)$ مع (θ) وأن متوسطه خلال دورة واحدة يساوي $(1/2)$

إذن نستطيع الآن إعادة كتابة المعادلة (8-28) على النحو الآتي:

$$P_{av} = \frac{1}{2} I^2 R = \left(\frac{I}{\sqrt{2}} \right)^2 R \quad (8-29)$$

إن المقدار $\left(\frac{I}{\sqrt{2}} \right)$ هو عبارة عن الجذر التربيعي لمتوسط التيار *root-mean-square (i)* ، والذي نشير إليه بالشكل (I_{rms}^2) ، وهكذا وباستبدال هذا المقدار في المعادلة (8-29) فإنها تأخذ الشكل الآتي:

$$P_{av} = I_{rms}^2 R \quad \text{متوسط القدرة} \quad (8-30)$$

إن استخدام الجذر التربيعي لمتوسط المقادير (I, V, ξ) في دوائر التيار المتناوب تؤكد بأن متوسط القدرة المتبددة في دوائر التيار المتناوب هي القدرة المتبددة نفسها في دوائر التيار المستمر وهذا ما تشير إليه المعادلتان $(P = i^2 R)$ و $P_{av} = I_{rms}^2 R$ اللتان تؤكدان أيضاً بأن القوة الدافعة الكهربائية في دائرة التيار المتناوب تبقى ثابتة.

إن أجهزة القياس من مقاييس الجهد *voltmeter* ومقاييس التيار *ammeters* المستخدمة في دوائر التيار المتناوب يتم معايرتها *calibrated* لتقرأ $(I_{rms}, V_{rms}, \xi_{rms})$ فعلى سبيل المثال عندما نقرأ على مقياس الجهد المتوصل مع دائرة المنزل الكهربائية $(120 V)$ فهذا يعني من الناحية العملية أن أعلى مقدار لفرق الجهد في هذه الحالة هو:

$$\sqrt{2} \times (120) = 170V$$

ويرجع السبب في استخدامنا لهذه المقادير العبرة عن متوسط الجذر التربيعي في دوائر التيار المتناوب، إلى إبقاء إمكانية استخدام معادلة القدرة المألوفة $(P = i^2 R)$ قائمة وممكنة. وتعلمه من المناسب هنا توضيح العلاقة بين أعلى قيمة للمقادير المذكورة ومتوسط الجذر التربيعي لها، والتي تأخذ الصيغة الرياضية الآتية:

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}}, \quad V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad \xi_{rms} = \frac{\xi}{\sqrt{2}} \quad (8-31)$$

وعلى هذا الأساس وبملاحظة أن معامل التناسب $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$ في المعادلة (8-31)، فإننا نستطيع

إعادة صياغة المعادلتين (8-25) و (8-23) على النحو الآتي:

$$I_{rms} = \frac{\xi_{rms}}{Z} = \frac{\xi_{rms}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (8-32)$$

إن الصيغة الرياضية المبينة في العلاقة (8-32) هي الصيغة التي تستخدم غالباً في تطبيقات العملية وبطريقة مماثلة نستطيع إعادة صياغة المعادلة (8-30) من جديد على النحو الآتي:

$$P_{av} = \frac{\xi_{rms}}{Z} I_{rms} R = \xi_{rms} I_{rms} \frac{R}{Z} \quad (8-33)$$

ومن خلال ملاحظة كلٍ من الجدول (8-1) والشكل (8-4) نجد أن المقدار:

$$\frac{R}{Z} = \frac{V_R}{\xi_m} = \frac{IR}{IZ} = \cos \phi$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z}$$

أي أن النسبة بين المقاومة وممانعة الدائرة هو عبارة عن جيب تمام زاوية الطور.

وعليه تصبح المعادلة (8-33) على النحو الآتي:

$$P_{av} = \xi_{rms} I_{rms} \cos \phi \quad (8-34)$$

ومن المناسب ذكره هنا أن المقدار $(\cos \phi)$ هو معامل القدرة *power factor*، ولا يؤثر على المعادلة

(8-34) سواء كان سالباً أو موجباً ذلك أن:

$$\cos \phi = \cos (-\phi)$$

وعلى وجه العموم فإن الجدول (8-3) يبين متوسط انتقال القدرة الكهربائية من مولد للتيار

المتناوب في ثلاث حالات خاصة ومهمة.

متوسط القدرة	معامل القدرة	ثابت الطور	الممانعة	عنصر الدائرة
$\xi_{rms} I_{rms}$	1	Zero	R	R
Zero	Zero	-90°	X_C	C
Zero	Zero	$+90^\circ$	X_L	L

الجدول (8-3)

يبين متوسط انتقال القدرة من مولد للتيار المتناوب في ثلاث حالات خاصة

مثال (8-4): Example

سوف نعيد المعلومات الواردة في المثال (8-3):

$$(R = 160 \Omega), (C = 15 \mu F), (L = 230 \text{ HZ}), (f = 60 \text{ HZ}), (\xi_m = 36 \text{ V})$$

وذلك لإيجاد كلٍ من:

1- متوسط الجذر التربيعي للقوة الدافعة الكهربائية.

2- متوسط الجذر التربيعي للتيار I_{rms} .

3- معامل القدرة $\cos \phi$.

4- متوسط القدرة المتبددة في الدائرة P_{av} .

الحل *Solution*:

1- باستخدام العلاقة الرياضية (8-31)، نجد أن:

$$\xi_{rms} = \frac{\xi_m}{\sqrt{2}} = \frac{36 V}{\sqrt{2}} = 25.45 V$$

2- كما نجد باستخدام نفس العلاقة الرياضية (8-31)، أن:

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{0.192 A}{\sqrt{2}} = 0.139 A$$

3- كما قد أوجدنا ثابت الطور في المثال (8-3): $(\phi = -29.4^\circ)$ ، إذن معامل القدرة: $\cos(\phi) = 0.871$

4- باستخدام العلاقة الرياضية (8-30)، نجد أن:

$$\begin{aligned} P_{av} &= I_{rms}^2 R = (0.139 A)^2 \\ &= 3.07 \text{ Watt} \end{aligned}$$

من ناحية أخرى وباستخدام المعادلة (8-34) نجد أن:

$$\begin{aligned} P_{av} &= \xi_{rms} I_{rms} \cos \phi \\ &= (25.45 V)(0.139 A)(0.871) \\ &= 3.07 \text{ Watt} \end{aligned}$$

8-6 المعولة الكهربائية *The Transformer*

8-6-1 متطلبات نقل القدرة الكهربائية *Energy transmission requirements*

إن معدل القدرة المتبددة في حمل المقاومة في دوائر التيار المتناوب لقراءات الأجهزة التي تقيس

متوسط الجذر التربيعي لكل من الجهد والتيار هو:

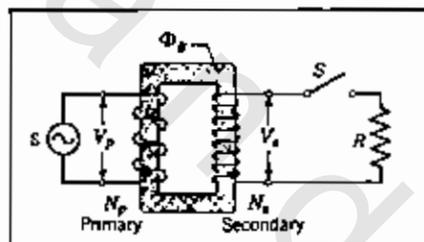
$$P_{av} = IV \quad (8-35)$$

والتي تشير إلى أن هناك مجالاً واسعاً من الاختيارات لكل من المتغيرين، الجهد (V) والتيار (I) بدءاً من مقادير كبيرة نسبياً للتيار وأخرى نسبياً صغيرة للجهد، أو بالعكس، إلا أن الأمر المرغوب في دوائر توزيع القدرة الكهربائية، ويهدف تأمين السلامة العامة وكذلك فعالية الأجهزة المراد

تشغيلها، يُعمد إلى جعل فرق الجهد منخفضاً بين نهاية شبكة التوصيل ونهاية نقطة الاستقبال في المنازل والمكاتب، ولكننا من الناحية العملية نرغب في تخفيض مقدار التيار المار وزيادة فرق الجهد وذلك لتقليل المقدار المعروف بالطاقة المتبددة ($I^2 R$) خلال خطوط نقل القدرة الكهربائية.

8-6-2 المحولة النموذجية *The ideal transformer*:

إن الحقائق التي ذكرناها في الفقرة السابقة تؤدي إلى تناقض أساسي بين الرغبة في فولتية عالية وفعالة في خطوط نقل القدرة الكهربائية من جهة ووجود مولدات تحقق شروط السلامة بوجود فولتيات منخفضة لفرض الاستهلاك. ولهذا فإننا نحتاج إلى جهاز نتمكن بواسطته من زيادة الجهد لفرض نقلها، وتخفيضها لفرض الاستخدام، بحيث يبقى (حاصل ضرب التيار في الجهد يساوي رقماً ثابتاً). إن هذا الجهاز هو عبارة عن المحولة *transformer*، انظر الشكل (8-8) وكما تلاحظ من الشكل فإنها لا تملك أجزاء متحركة، كما أنها تعمل من الناحية الفعلية وفقاً لقانون فراداي للحث الكهرومغناطيسي *Faraday's law of induction*، وليس هناك أية مركبات بسيطة للتيار بشكل مباشر.



الشكل (8-8)

يبين شكل المحولة النموذجية، وفيها يظهر ملفان موجودان على قلب حديدي

من الواضح تماماً أن المحولة النموذجية تتكون من ملفين ذات أعداد مختلفة من اللفات حول قلب حديدي، وهما معزولان عن القلب الحديدي، عدد لفات الملف الأول *primary coil* عبارة عن (N_p) وهو موصول مع مولد للتيار المتناوب قوته الدافعة الكهربائية (*emf*) هي عبارة عن:

$$\xi = \xi_m \sin \omega t \quad (8-36)$$

أما الملف الثانوي *secondary coil* فعدد لفاته (N_s) موصول مع حمل (R)، وتعتبر الدائرة في هذه الحالة مفتوحة طالما بقي المفتاح (S) مفتوحاً، حيث لا يحدث مرور أي تيار في الملف الثانوي، ويبقى أن نشير إلى أن مقاومتي كل من الملفين الأولي والثانوي مهملتان وذلك في المحولة النموذجية فقط، كما أن فقدان الطاقة في المحولات ذات السعات العالية يكون صغيراً ويحدود (1%).

إن التيار الكهربائي في الملف الابتدائي أو الأولي صغير للغاية ويدعى تيار لفتطة *magnetization current* (I_{max}) وهو متخلف عن فرق الجهد الابتدائي (V_p) بطور مقداره (90°)،

أما معامل القدرة ($\cos \phi = 1$) في هذه الحالة، وهذا ما يؤكد أن القدرة الكهربائية المنتقلة من المولد إلى المحولة تساوي الصفر. وعلى أية حال فإن التيار الصغير المتناوب في الملف الأولي ينشأ عنه فيض مغناطيسي في القلب الحديدي مقداره (Φ_p)، وبما أن القلب الحديدي وكما تلاحظ من الشكل (8-8) مشتركاً بين الملقين، وبحسب قانون فراداي في الحث الكهرومغناطيسي فإن القوة الدافعة الكهربائية في أي لفة من لفات الملف الأولي تساوي القوة الدافعة الكهربائية في أي لفة من لفات الملف الثانوي، وكذلك فإن الجهد في دائرة كل ملف تساوي القوة الدافعة الحثية في الدائرة، وهكذا نستطيع أن نعبر عن كل ذلك رياضياً على النحو الآتي:

$$E_{\text{ind}} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s}$$

وهكذا نجد أن:

$$V_s = V_p \left(\frac{N_s}{N_p} \right) \quad \text{تحويل الجهد} \quad (8-37)$$

وإذا كان عدد اللفات ($N_s > N_p$) فإن المحولة تسمى في هذه الحالة محولة رفع أو زيادة التجهد *step-up transformer* لأنها ترفع الجهد من (V_p) إلى (V_s)، وهذا معناه عملياً أن ($V_s > V_p$). أما إذا كان عدد اللفات ($N_s < N_p$) فإن المحولة تسمى في هذه الحالة محولة خفض الجهد *step-down transformer* لأنها تخفض الجهد من (V_p) إلى (V_s)، وهذا معناه عملياً أن ($V_s < V_p$).

والسؤال الذي يبحث عن إجابة هو: ما الذي يحدث عند إغلاق الدائرة؟

إن أول ما يمكن ملاحظته هو وجود الحمل (R) بالدائرة، وفي الحالة العامة يمكن أن تشتمل الدائرة كذلك على مكثف وملف، ولكن في هذه المرحلة سنكتفي بوجود المقاومة فقط، إذاً ما الذي يحدث عند إغلاق الدائرة بوجود المقاومة كحمل وحيد؟

1- ظهور تيار متناوب (I_s) في الملف الثانوي، كما يظهر نتيجة لذلك طاقة متبددة مقدارها ($I_s^2 R$) أو (V_s^2 / R) في الحمل المقاوم.

2- إن هذا التيار سوف يؤدي إلى وجود الفيض المغناطيسي المتناوب في القلب الحديدي، وفي اتجاه معاكس للقوة الدافعة الكهربائية في الملف الابتدائي وذلك وفق قانوني فراداي ولورنتز *Faraday's law and Lorentz's law*.

3- إن مقدار الجهد (V_p) في الملف الابتدائي سوف لن يتغير القوة الدافعة الكهربائية المعاكسة، أي أن (V_p) يجب أن تبقى دائماً ثابتةً ومساويةً للقوة الدافعة الكهربائية القادمة من المولد.

4- وللحفاظ على الجهد (V_p) فإن المولد يدفع تياراً (I_p) في الملف الابتدائي بطول ومقدار *magnitude and phase* ثابتين وذلك لإلغاء تأثير القوة الكهريائية الدافعة الحثية في الملف الثانوي، بتأثير التيار الحثي (I_s).

وبتطبيق مبدأ حفظ الطاقة في هذه الحالة، فإننا نستطيع أن نؤكد على أن المحولة المثالية *ideal transformer* ذات المقاومة (الحمل الوحيد) ومعامل القدرة ($\cos\phi=1$)، إضافة إلى التعويض عن مقدار القوة الدافعة (\mathcal{E}) بالجهد (V_p)، ($\mathcal{E} = V_p$) في المعادلة الرياضية (8-34) فإننا نستنتج أن الطاقة التي تصل إلى الملف الابتدائي من مولد التيار المتناوب هي عبارة عن ($I_p V_p$)، وبطريقة مشابهة فإن الطاقة التي تصل إلى الملف الثانوي من الملف الأولي هي ($I_s V_s$)، وهكذا نجد أن تطبيق مبدأ حفظ الطاقة يؤدي إلى:

$$I_p V_p = I_s V_s$$

وبما أن المعادلة (8-37) تبقى صحيحة بغض النظر فيما إذا كانت دائرة المقاومة في الملف الثانوي مغلقة أم مفتوحة، إذاً:

$$I_s = I_p \left(\frac{N_p}{N_s} \right) \quad \text{تحويل التيار} \quad (8-38)$$

وبما أن التيار في الملف الثانوي يساوي إلى ($I_s = V_s / R$) وباستخدام المعادلتين (8-37) و(8-38) نجد أن التيار في الملف الابتدائي يساوي إلى:

$$I_p = \frac{V_p}{(N_p / N_s)^2 R}$$

ومن الواضح من خلال هذه المعادلة الرياضية أن المقاومة المكافئة للحمل هي ليست (R) ولكن هي:

$$R_{eq} = \left(\frac{N_p}{N_s} \right)^2 R \quad \text{تحويل المقاومات} \quad (8-39)$$

8-6-3 مطابقة الممانعة *Impedance matching*:

أصبح واضحاً لدينا أن تأمين نقل أعلى قدر من طاقة مولد القوة الدافعة الكهريائية (emf) إلى حمل مقاوم *resistive load* في الدائرة فإن ذلك يقتضي توفر الشرط الآتي:

يجب أن تكون مقاومة مولد القوة الدافعة الكهريائية (emf) مساوية إلى مقاومة ذلك الحمل، وهي المعادلة التي تنطبق على مولدات التيار المتناوب من خلال مساواة مقاومة المولد مع مقاومة الحمل

الموصول به، وهذا ما تسميه بمطابقة الممانعة *impedance matching*. إن هذا الشرط لا بد من تحقيقه وبصفة مستمرة، ولعل المحولات وبعدها مدروس ومحدد عملياً للنسبة بين عدد اللفات (N_p / N_s) هي أفضل وسيلة لذلك، ومن الأمثلة المباشرة مطابقة الممانعة بين كل من مكبر الصوت *amplifier* ولاقط الصوت *speaker* عن طريق ربطهما بمحولة مناسبة هو خير مثال على مطابقة الممانعة.

مثال (8-5): Example

تستخدم محولة تغذية منطقة سكنية تعمل على جهد ($V_p = 8.5 \text{ KV}$) للملف الابتدائي بحيث يصل الجهد إلى البيوت السكنية بمقدار ($V_s = 120 \text{ V}$)، كلا الجهدين يمثلان جذراً متوسط القيمة (*rms*)، بفرض أن المحولة نموذجية *ideal transformer* وأن معامل القدرة $\phi = 1$.

1- ما هي نسبة اللفات (N_p / N_s) لهذه المحولة الخافضة *step-down*؟
2- إذا كان معدل استهلاك الطاقة يساوي (78 KW)، أوجد حسابياً مقدار (I_{rms}) في الملف الابتدائي والتانوي.

3- أوجد حسابياً مقدار الحمل المكافئ في دائرة الملف التانوي.

4- أوجد حسابياً مقدار الحمل المكافئ في دائرة الملف الابتدائي.

الحل Solution:

1- باستخدام العلاقة الرياضية (8-35)، نجد أن:

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{8.5 \times 10^3 \text{ V}}{120 \text{ V}} \approx 71$$

2- وباستخدام العلاقة الرياضية (8-35) للمحولة النموذجية، نجد أن:

$$P_{av} = I_p V_p$$

$$I_p = \frac{P_{av}}{V_p} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{8.5 \times 10^3 \text{ V}} = 9.176 \text{ A}$$

$$I_s = \frac{P_{av}}{V_s} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 650 \text{ A}$$

3-

$$R_s = \frac{V_s}{I_s} = \frac{120 \text{ V}}{650} = 0.1846 \Omega$$

4-

$$R_p = \frac{V_p}{I_p} = \frac{8.5 \times 10^3 \text{ V}}{9.176 \text{ A}} = 926 \Omega$$

والتي يمكن إيجادها باستخدام المعادلة (8-39) على النحو الآتي:

$$R_p = \left(\frac{N_p}{N_s} \right)^2 R_s = (70.83)^2 (0.1846 \Omega) \\ = 926 \Omega$$

وهي ذات النتيجة في الطريق الأول.

مسائل عامة محلولة

solved problems

8-1 مكيف هواء موصول على خط جهد متردد مقدار جذر متوسطه التربيعي يساوي (120 V)، يكافئ دائرة تحتوي على مقاومة مقدارها (12 Ω) وملف ممانعته مقدارها (1.3 Ω) مريوطتين على التوالي.

1- لوجد حسابياً مقدار ممانعة مكيف الهواء.

2- أوجد حسابياً مقدار متوسط القدرة التي يحتاجها هذا المكيف.

الحل Solution:

1- نحن نعلم أن ممانعة الدائرة نعبر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

وبالتعويض في المقادير المعطاة في المسألة، وبملاحظة أن ($X_C = 0$) نجد أن:

$$Z = \sqrt{(12)^2 + (1.3 - 0)^2} = 12.1 \Omega$$

2- باستخدام العلاقة الرياضية:

$$P_{av} = \frac{E_{rms}^2}{Z} \cos \phi$$

نستطيع حساب متوسط القدرة، ولكننا نحتاج أولاً لحساب معامل القدرة:

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{12}{12.1} = 0.992$$

$$P_{av} = \frac{(120)^2}{12.1} (0.992) = 1.18 \times 10^3 \text{ W}$$

8-2 موند للتيار المتناوب، مقدار القيمة العظمى لقوته الدافعة الكهربائية (220 V)، يعمل عند تردد مقداره (400 Hz)، يؤدي إلى حدوث ذبذبات في دائرة (RLC) موصولة على التوالي، فإذا كان مقدار المقاومة (220 Ω) ومعاثة الملف (150 mH)، وسعة المكثف (24 μF).

أوجد حسابياً:

1- مقدار ممانعة المكثف.

2- مقدار ممانعة الدائرة.

3- القيمة العظمى للتيار الكهربائي.

الحل Solution:

1- ممانعة المكثف :

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$= \frac{1}{2\pi(400)(24 \times 10^{-6})} = 16.6 \Omega$$

2- ممانعة الدائرة:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{(220)^2 + [2\pi(400)(150 \times 10^{-3}) - 16.6]^2}$$

$$= 422 \Omega$$

3- القيمة العظمى للتيار:

$$I = \frac{\xi_m}{Z}$$

$$= \frac{220}{422} = 0.521 A$$

مسائل وتمارين الفصل الثامن

Chapter Eight Exercises & Problems

8-1 إذا كانت المعادلة الرياضية $\xi = \xi_m \sin \omega t$ تعبر عن القوة الدافعة الكهربائية الفعالة لمقيس outlet اعتيادي وبتردد مقداره (60 Hz).

1- لوجد حسابياً مقدار التردد الزاوي (ω) الموافق لذلك؟

2- كيف تستطيع شركة الكهرباء تثبيت هذه القيمة؟ وضّح ذلك.

8-2 مكثف مقدار سعته ($C = 15 \mu F$) تم وصله على التوالي مع مولد للتيار المتناوب (a. c.) يعمل بقوة دافعة كهربائية سعتها العظمى ($\xi_m = 30 V$).

أوجد حسابياً مقدار السعة العظمى للتيار المتناوب إذا كان تردد القوة الدافعة الكهربائية (emf) يساوي إلى:

1- 1 KHZ.

2- 8 KHZ.

8-3 ملف مقدار محاثته ($L = 50 mH$) تم وصله على التوالي مع مولد للتيار المتناوب (a. c.) يعمل بقوة دافعة كهربائية ($\xi_m = 30 V$).

أوجد السعة العظمى للتيار المتناوب إذا كان تردد القوة الدافعة الكهربائية (emf) يساوي إلى:

1- 1 KHZ.

2- 8 KHZ.

3- استبدل الملف بمقاومة مقدارها ($R = 50 \Omega$) في هذه المسألة ثم كرر الحسابات، وذلك بإيجاد مقدار السعة العظمى للتيار المتناوب.

4- قارن بين النتائج التي حصلت عليها في كل من المكثف، الملف والمقاومة.

8-4 إذا كانت ممانعة المكثف تساوي إلى ($X_C = 12 \Omega$) حيث تبلغ سعته الكهربائية ($C = 1.5 \mu F$).

1- أوجد حسابياً مقدار التردد الذي يعمل عنده هذا المكثف.

2- أوجد مقدار ممانعة المكثف (X_C) إذا كان مقدار التردد يساوي ضعف مقدار التردد الذي أوجدته في الطلب الأول من هذه المسألة.

8-5 إذا كانت القوة الكهربائية الدافعة الناتجة *output* عن مولد التيار المتناوب (ω, ϵ) تعبر عنها المعادلة الرياضية:

$$\xi = \xi_m \sin \omega t$$

حيث إن ($\epsilon_m = 25 V$) ، ($\omega = 377 \text{ rad / s}$) ، تم وصله بملف معانيته ($12. H$).

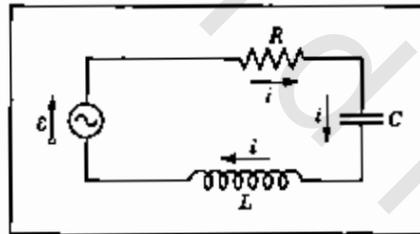
(أ) أوجد حسابياً مقدار أعلى قيمة للتيار الناتج عن هذا المولد.

(ب) عند أعلى قيمة للتيار، أوجد القوة الدافعة الكهربائية (*emf*) لهذا المولد.

(ج) عندما تزداد القوة الدافعة الكهربائية للمولد إلى ($-12.5 V$)، أوجد مقدار التيار الناتج عن المولد.

(د) في الظروف المبينة في الطلب (ج) من هذه المسألة، قرر فيما إذا كان المولد يعطي أم يأخذ طاقة من باقي أجزاء الدائرة، ثم وضَّح كيف اتخذت قرارك.

8-6 إذا كانت لديك الدائرة الآتية، والمبينة في الشكل (8-9).



الشكل (8-9)، المسألة (8-6)

حيث إن المقاومة ($R = 160 \Omega$)، سعة المكثف ($C = 0.8 \mu F$)، ($L = 230 \text{ mH}$) ، ($f = 60 \text{ Hz}$) ، ($\xi_m = 36 V$).

أوجد حسابياً كلاً من:

(أ) مقدار ممانعة الدائرة (Z).

(ب) مقدار السعة العظمى للتيار (I).

(ج) مقدار ثابت الطور (ϕ).

8-7 دائرة (RCL) موصولة على التوالي بمولد للتيار المتناوب ($a.c.$) تردده ($f = 930 \text{ Hz}$)، إذا كانت المقاومة مجهولة ومحاثة الملف تساوي إلى ($L = 88 \text{ mH}$)، أما سعة المكثف فتساوي ($C = 0.94 \mu\text{F}$)، بينما يساوي ثابت انطور بين الجهد والتيار ($\phi = 75^\circ$).

أوجد حسابياً مقدار المقاومة في الدائرة.

8-8 في دائرة مكونة من مقاومة ومكثف وملف (RLC) موصولة على التوالي بمولد للتيار المتناوب ($a.c.$)، على التوالي، تبلغ أعلى قيمة للقوة الدافعة الكهريائية (emf) للمولد (125 V)، وأعلى قيمة للتيار (3.2 A)، إذا كان التيار يسبق القوة الدافعة للمولد بمقدار (0.982 rad).

أوجد حسابياً كلاً من:

(أ) مقدار المعانعة في الدائرة المذكورة (Z) impedance.

(ب) مقدار مقاومة الدائرة.

(ج) ما هي النصفة الغالبة على هذه الدائرة؟ هل معانعة المكثف أكبر أم معانعة الملف؟

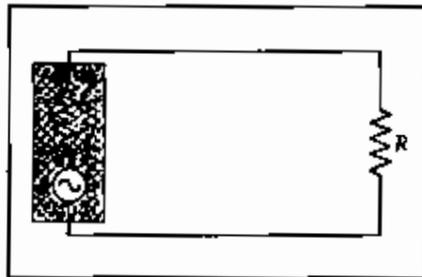
8-9 أثبت أن معدل القدرة التي تغذي الدائرة المبينة في الشكل (8-1) يمكن التعبير عنها رياضياً بالصيغة الآتية:

$$P_{av} = \frac{E_{rms}^2 R}{Z^2}$$

8-10 محرك كهريائي موصول بفرولتية قدرها (120 V) وتردد مقداره (60 Hz)، إذا كان التيار المتناوب لهذا المحرك ينتج عملاً ميكانيكياً بمعدل (1 hp).

أوجد حسابياً مقدار المقاومة الفعالة بدلالة القدرة المنقولة، إذا كان المحرك يسحب تياراً مقداره $I_{rms} = 0.65 \text{ A}$.

8-11 تأمل الشكل التالي، الشكل (8).



الشكل (8-10)، المسألة (8-11)

ثم أثبت أن معدل القدرة المتبددة في المقاومة (R) يبلغ قيمته العظمى عندما تتحقق العلاقة ($R = r$)، حيث (r) هي المقاومة انداخلية لمولد التيار المستمر.

8-12 مولد للتيار المتناوب يغذي الملف الابتدائي لحولة كهريائية بفولتية مقدارها $(120 V)$. يبلغ عدد لفاته $(N_p = 50 \text{ turns})$ ، إذا كان عدد لفات الملف الثانوي يساوي إلى $(N_s = 500 \text{ turns})$.

أوجد حسابياً مقدار الجهد في الملف الثانوي.

8-13 يبلغ عدد لفات الملف الابتدائي لحولة كهريائية $(N_p = 500 \text{ turns})$ وعدد لفات الملف الثانوي $(N_s = 10 \text{ turns})$.

(أ) إذا كان مقدار الجهد في الملف الابتدائي يساوي إلى $(V_p = 120 V_{rms})$ ، أوجد حسابياً مقدار الجهد في الملف الثانوي (V_s) بافتراض أن الدائرة مفتوحة.
 (ب) تم ربط مقاومة مقدارها (15Ω) مع الملف الثانوي، أوجد حسابياً مقدار التيار في كل من الملفين الابتدائي والثانوي.

الخلاصة

Summary

سنركز في هذا الموضوع على أهم الكميات الفيزيائية التي تسهل على القارئ الاستيعاب الصحيح لموضوع التيار المتناوب.

سعة التيار وزاوية الطور: هما الكميتان الأساسيتان اللتان نريد أن نعبر عنهما بشكل صحيح في التيار المتناوب، إذ أن العلاقة الرياضية:

$$I = I \sin(\omega t - \Phi)$$

هي التي تربطهما ببعضهما حيث تشير (I) إلى سعة التيار و(Φ) إلى زاوية الطور وذلك عندما نسلط قوة دافعة كهربائية ($\xi = \xi_m \sin \omega t$) خلال دائرة، مثل دائرة تحوي مقاومة وممانعة ومكثف.

• ثابت الطور: هو الزاوية التي يسبق بها التيار القوة الدافعة الكهربائية، أو يتأخر عنها، ونرمز له بحرف اللاتيني (Φ).

• دائرة المكون الواحد: ويمكن أن تكون على أحد الحالات الآتية:

1- دائرة المقاومة: فرق الجهد يساوي إلى ($V_R = IR$)، ويكون لكل من فرق الجهد والتيار الطور نفسه.

2- دائرة المكثف: فرق الجهد يساوي إلى ($V_C = IX_C$)، حيث ($X_C = 1/\omega C$)، ويسبق التيار فرق الجهد بطور مقداره (90°).

3- دائرة ممانعة: فرق الجهد يساوي إلى ($V_L = IX_L$)، حيث ($X_L = \omega L$) ويتأخر التيار عن فرق الجهد بطور مقداره (90°).

دائرة (RLC) على التوالي: إن سعة التيار في دائرة مقاومة وممانعة ومكثف مربوطة على التوالي تساوي إلى:

$$I = \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

بينما نعبر عن زاوية الطور بالعلاقة:

$$\tan \Phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (\text{ثابت الطور})$$

كما نعبّر عن ممانعة الدائرة بالعلاقة:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (\text{الممانعة})$$

وهكذا نجد أن سعة التيار يمكننا أن نعبّر عنها مجدداً على الشكل:

$$I = \frac{\xi_m}{Z}$$

• إن شرط الرنين في دائرة (RLC) هو:

$$X_C = X_L$$

وهذا يجعل سعة التيار تساوي إلى: (ξ_m / R) .

• إن متوسط القدرة في دائرة (RLC) يساوي إلى:

$$P_{av} = I_{rms}^2 R = \xi_{rms} I_{rms} \cos \Phi$$

• إن العلاقة الرياضية المستخدمة في محولات الجهد هي:

$$V_s = V_p (N_s / N_p)$$

أما التيار:

$$I_s = I_p (N_p / N_s)$$

وأخيراً فإن معادلة تحويل المقاومة هي:

$$R_{eq} = (N_p / N_s)^2 R$$

حيث (R) هي مقاومة الدائرة الثانوية.