رياضيات المصريين القدماء

وأثرها في تقدم العلم والعمران

للدكتور لوبسن كاربنسكي

استاذ الرياضيات في جامعة مشيغن

نقلها الى العربية قدري حافظ طوقان

obeikandl.com

obeikandl.com

لقد سبق لي ان القيت عدة محاضرات في اميركا في تاريخ الرياضيات عند قدماء المصريين[1] وانهُ لما يزيد في سروري ان تتاح لي الفرصة للبحث في هذا الموضوع امام جمهور مثقف كهذا الجمهور الكريم في القاهرة — مركز الثقافة المصرية الحديثة . وأود في هذه المحاضرة ان أوجّه النظر الى شيئين جديرين بالاعتناء : اولهما ان جهود الانسان الفكرية وغير الفكرية تتجه كلها الى غاية واحدة هي المساهمة في خدمة المدنية ورفع مستواها . وثانيهما ان الاشتغال بالعلوم الرياضية والفضل في تقدمها كانا (ولا يزالان) مشاعاً لم ينحصرا في أمة من الامم أو شعب من الشعوب

يميل علماء التاريخ الى نفي وجود أية علاقة او اتصال بين جهود المصريين والبابليين في الرياضيات من جهة وبين نتاج اليونان العجيب في الهندسة وبحوث ارخميدس في الميكانيكا والاستاتيكا وبحوث ابولونيوس في المخروطات من جهة أخرى ، وها نحن أولاء نرى أثراً من هذا في مجلة (ايسيس) التي تبحث في تاريخ العلم. فلقد طلعت علينا بمقال يُفهم منهُ ان معرفة المصريين للهندسة بسيطة جداً لم ترتفع عن الهندسة التي يُنتجها الاطفال او المتوحشون وان هذه المعرفة لم يتصل بها علماء اليونان ولم تنتقل اليهم . والذي اراهُ انهُ لا يضير هؤلاء ولا ينقص من قدر مجهوداتهم الفكرية إذا أخذوا عن غيرهم او اعتمدوا على ما تركهُ المصريون والبابليون من المآثر في ميدان العلوم ، واننا نرى لهم اعترافات صريحة واضحة بالاخذ والاعتماد في كتاباتهم ومؤلفاتهم ، أضف الى ذلك أن هذا الاخذ وذاك الاعتماد هما عاملان طبيعيان ولازمان لسير العمران وتقدم المدنية ورفع مستوى التركيب البشري

لقد دلت التحريات الحديثة والمكتشفات الجديدة على ان أقدم الآثار الرياضية التي نعرفها قد وصلت الينا من بابل ومصر وانها انتقلت الى اليونان فأخذوها وزادوا عليها ، ومن هنا نشأ الاتصال بين جهود علماء بابل ومصر واليونان في الرياضيات . وأرجو ان لا يتبادر الى الذهن ان هذه الآثار وما ألقتهُ من ضوء جديد على معلوماتنا في هذه البحوث هي التي دفعتني الى القول بوجود اتصال او ارتباط بين رياضيات الأمم ، وبأن اليونان اعتمدوا في بحوثهم على مآثر من سبقهم . فلقد أثبت منذ عشرين سنة (أي في سنة ١٩١٥) ما دلت عليهِ هذه التحريات الحديثة التي سبق ذكرها فأشرت في ترجمتي لكتاب الخوارزمي في الجبر والمقابلة عن النسخة اللاتينية لروبرت شيستر الى ان المصريين عرفوا النظرية المعروفة باسم نظرية فيثاغورس والى انهم استعملوا هذه النظرية

---

(١) ألقى الاستاذ لويس كاربنسكي — استاذ الرياضيات في جامعة مشيغن — المحاضرة التالية في نادي العلم في الكلية الاميركية بالقاهرة في ٢٢ نوفمبر سنة ١٩٣٣ . ونقله الكاتب الرياضي المجيد تدري حافظ طوقان

في انشاء المثلثات القائمة الزاوية . وقد قال بهذا ايضاً كانتور (العالم الشهير في تاريخ الرياضيات)

لقد أشرت الى كل هذا بينما الاستاذ اريك بيت E. Bell يقول في كتابه عن مخطوطة (احمس) المنسوخة على ورق البردي ان ليس في هذه (المخطوطة) ما يدل على ان المصريين عرفوا نظرية فيثاغورس . وعلى كل حال فهناك شيئان يدلان على صحة ما ذهبنا اليه من معرفتهم لهذه النظرية : الاول وجود مثلثات قائمة الزاوية بالمعنى الهندسي الدقيق في اشكال الاهرامات ، الثاني وجود المسألة الآتية في مخطوطة قديمة (منسوخة على ورق البردي من كاهون Kahun)

اقسم مربعاً مساحتهُ ١٠٠ إلى مربعاً (وحدة قياس كان يستعملها المصريون القدماء) بحيث يكون ضلع احدهما يساوي $\frac{3}{4}$ ضلع الآخر

وقد كان الحل المتبع على هذه الكيفية : $٢٦ + ٢٨ = ٢١٠$

او العلاقة $٣^٢ + ٤^٢ = ٥^٢$

اي العلاقة التي تبين خواص المثلث القائم الزاوية الذي اضلاعه ٣ ، ٤ ، ٥ — وعلى هذا الاساس لا أعتقد ان أحداً من المؤرخين يستطيع ان ينكر او ينفي معرفة المصريين لنظرية فيثاغورس . وليس المهم هنا معرفتهم لها ، بل سبقهم اليونان في معرفتها بزمن طويل . ولدينا الآن من الآثار ما يدل على ان البابليين عرفوا هذه النظرية في زمن يرجع عهده الى ٢٠٠٠ سنة قبل الميلاد .

وهم لم يعرفوها فقط بل استعملوها في حساب اطوال الاوتار في الدائرة . وقد ثبت ايضاً انهم تطرّقوا الى المبادىء الأولية في علم المثلثات . ومن الغريب ان نجد في مقال مجلة ايسيس الذي نوّهنا به ان المصريين لم يعرفوا شيئاً عن المثلث المختلف الاضلاع . وهذا خلاف الواقع ، فقد دلت الحقائق التي لا سبيل الى دحضها على انهم عرفوا المثلثات واشباه المنحرف وانهُ كان لديهم معرفة بالاهرامات الناقصة وبقانون حجومها وبنصف الكرة وكيفية ايجاد مساحة سطحها [1] ومسائل أخرى دقيقة تتعلق بالمستطيلات وخواصها . وها هي ذي اهراماتهم وحيا كلهم ومسلاتهم وآثار علمائهم الرياضية — دلائل على صحة ما قلنا وذكرناه

انهُ لمن الاجحاف حقًّا ان يُنظر الى جهود المصريين في الرياضيات كجهود أمة ابتدائية غير متحضرة ليس فيها ما يدل على تقدم فكري او ارتقاء عقلي على حين تقوم امامنا شواهد كثيرة تنطق بفضلهم ونبوغهم . فهذه اهراماتهم ومبانيهم وما فيها من هندسة بالغة ، وهذه مهارتهم

---

(١) استعمل المصريون القاعدة التالية لايجاد مساحة الدائرة وقد وردت في مخطوطة (احمس) : لايجاد مساحة الدائرة اضرب سطح المركب المنشأ على نصف القطر في العدد $(\frac{١٦}{٩})^٢$ وهذه القاعدة تقرب من القاعدة التي نستعملها اليوم والفرق هو في قيمة ط ، فقد حسب (احمس) ط = ٣٫١٦٠٥ بينما هي ٣٫١٤١٦ (المترجم)

في صناعة الحلى وفي ابتكار الالعاب العقلية وبراعتهم في صناعة النحت وأثر ذلك في صناعة اليونان، وهذه أنظمتهم في النقد وفي الاوزان والقياسات — كل هذه تؤيد القول بأن المصريين قد ضربوا بسهم وافر في الحضارة وقطعوا شوطاً بعيداً في التقدم والرقي ؛ وهناك آثار اخرى غير هذه في مصر وبابل تدل على ارتقاء الفكر وسعة العلم عند سكان هذه البلاد . وان في هذا كله ما يدحض الرأي القائل بأن ليس في مآثرهم ما يدل على تقدم او ارتقاء فضلاً عن ان الاعتبارات النفسية التي تسري على الامم البدائية لا تسري على مصر القديمة من حيث التفكير وتقدم اسباب العمران . فقد وصل المصريون حوالي سنة ٣٠٠٠ قبل الميلاد الى درجة عالية في الرياضيات من الناحية التحليلية وكان الفضل في وصولهم الى هذه الدرجة يرجع الى كهنتهم الذين كانوا يجدون في دراسة الرياضيات والبحث في موضوعاتها لذة ومتعة . ويزعم البعض ان اهتمام المصريين بالرياضيات لم يقتصر الا على الناحية العملية وانهم لم يبلغوا مبلغاً عظيماً في النظري منها . وقد أشار هيرودوتس الى ذلك فقال: ان الحاجة هي التي دعت المصريين الى استنباط طرق لمعرفة مساحات الأرض [1] التي كان يغمرها النيل بفيضانه السنوي وان ذلك قادهم الى الاعتناء بالنواحي العملية التي تتعلق بالهندسة . ولكن من دراسة بعض الآثار المصرية التي وصلت الينا عن طريق المخطوطات الرياضية تبين خطأ هذا الزعم ، وهي توضح بجلاء ان الاهتمام لم يقتصر على الناحية العملية فحسب ، بل تعداه الى النظري منها. فلقد دلت هذه الآثار على ان المصريين استعملوا معادلات الدرجة الاولى ذات المجهول الواحد [2] وقد استعملوا في حلها طرقاً ذات خطوات متسلسلة صحيحة . ونجد في هذه الآثار مسائل هندسية تؤدي الى معادلات آنية من الدرجة الثانية كما نجد فيها انواعاً من الأعمال الرياضية تدل على انهم كانوا يعرفون المتواليات العددية والهندسية وكيفية ايجاد مجموع عدة حدود من كل منها وايجاد الوسط العددي بين كميتين معلومتين وفيها ايضاً قوانين لايجاد مساحات وحجوم بعض الاجسام الهندسية ، وعلى العموم فان هذه البحوث تدل على تقدم مثير للدهش والاعجاب بالرياضيات عند المصريين وعلى ارتقاء تفكيرهم الرياضي ومقدرتهم على التحليل . ومما لا شك فيه ان المصريين قطعوا شوطاً بعيداً في الرياضيات واستطاعوا بعد ان ارتقت وتقدمت ان يستعملوها في النواحي العملية فبلغوا في فن البناء والعمارة

---

(١) اشتهر المصريون في علم المساحة العملي فتمكنوا من مد الخطوط المستقيمة الى مسافات شاسعة وتمكنوا ايضاً من تعيين السطوح المستوية تعييناً فيه كل الدقة ويدل على مهارة بالغة الذروة ، وذلك لمعرفة الارتفاع والانحدار . ويقول سمث في كتابه تاريخ الرياضيات في ص ٤٣ من الجزء الاول ان مقدار الخطأ في تعيين جوانب الهرم الكبير نحو ٦٣ و ٠ من البوصة وان الخطأ في تعيين الزوايا لا يزيد على ١٢ ثانية و ٢٠٠٠/١ من الزاوية القائمة (٢) كان المصريون يرمزون الى المجهول في المعادلة برمز يدل على كلمة كوم Hoop المترجم

درجة لم يبلغها غيرهم . ونظرة إلى اهراماتهم وميانيهم وقبورهم ومسلاتهم تؤيد رأينا وتشهد على صدق ما قلناه . وقد استعملوا الحساب في حلول مسائل حيوية تتعلق بمعيشتهم الداخلية كإطعام الطيور وعمل الجعة والخبز وتكاليف صنع الحلي وامور اخرى تهمهم اقتصادياً ، وقد تحاشى علماء اليونان هذه الناحية — ناحية استعمال الرياضيات في الشؤون العملية الى هذه الدرجة — لأنهم كانوا يرون في الرياضيات قداسة تحول دون استعمالها في امور دنيوية مادية

واشتهر المصريون بطرقهم المشوقة في تقريب الرياضيات من اذهان الأطفال وذلك بربطها بأشياء محسوسة وبألعاب مختلفة من شأنها ان تحبب الأطفال اليها في (الرياضيات) وتزيد في شوقهم ورغبتهم وقد أثنى افلاطون على هذه الطرق وامتدح تلك الاساليب وأثرها في تسهيل تعليم العلوم العقلية للأطفال ، وأنا في هذا الوقت اوصي بها وباستعمالها وأهيب بالمعلمين ان يحذو حذو المصريين في هذه الناحية فيستعملوا هذه الطرق ويطبقوها في تدريس الحساب الابتدائي حتى يجعلوا منه درساً شيقاً فيه لذة

اسمحوا لي ان اقول شيئاً بخصوص الرياضيات وأثرها في تقدم العلم والحضارة . أن العلوم الرياضية هي نتاج أناس مفكرين وهي ثمرة من ثمار الاعمال الذهنية لا الاعمال الجسدية . وقد نشأت ونمت حينما حاول الانسان أن يتفهم العدد والشكل ، والزمان والمكان ، ويقف على العلاقات الموجودة بين هذه كلها . ولم يتقدم علم الرياضة العملي بل ولم يستطع الانسان ان يستفيد منه الا على اساس العلم النظري . لقد عرف الاقدمون (واعني اليونان) شيئاً عن قطوع المخروطات على انواعها من شكل اهليلجي الى قطع مكافىء الى قطع زائد ودرسوا بعض خواصها وبحثوا في خصائصها . ولم يكن الدافع لهذا الدرس والبحث سوى رغبتهم في معرفة منحنيات اخرى (غير الدائرة) التي تتكون من تقاطع المخروط الدائري بمستو . وكانت هذه القطوع او المنحنيات موضع اهتمام علماء اليونان امثال مينا كيموس Menaechmus واريستوس Aristæus واقليدس وأرخميدس وأبولونيوس . ولهذا الاخير فضل كبير في تقدمها واتمام بحوثها . ثم اتى كپلر Kepler واخذ فكرة الشكل الاهليلجي وخواصه واثبت ان مدار الارض اهليلجي الشكل وان الشمس في احد بؤرتي هذا الشكل . لقد اخذ كپلر فكرة الشكل الاهليلجي وتعرف عليه بوساطة علماء العرب الرياضيين الذين أخذوا ما تركه من سبقهم من الامم في العلوم والفنون وبعثوا مآثر اليونان . لقد أخذوا ما خلفته الهند من جبر وحساب ومثلثات وأضافوه الى ما خلفه علماء اليونان من هندسة وميكانيكيات وفلك . فالى العرب يرجع الفضل في إحياء مآثر اليونان وتعريف اوربا بها . وعلى كل حال فان المقصد من دراسة الرياضيات سواء أكان المشتغلون بها علماء مصر أو بابل أو اليونان أو الهند أو العرب أو أوربا — أقول ان المقصد نبيل وفيه سمو . اذ لم تكن فكرة المنافع والاستغلال المادي هي العامل الرئيسي الاول من دراستها والتعمق فيها

لقد دلت البحوث الاخيرة التي قام بها صديقي الدكتور أوتو نوجيبور Dr. Otto Neugebauer في تاريخ الرياضيات على ان هناك اكتشافات وموضوعات جديدة لم تكن منسوبة إلى البابليين ولم يعرف انها من نتاجهم ثم ثبت انها لهم وانها من مآثرهم . ان في هذه المكتشفات وتلك الموضوعات ما يجعلنا نشير بضرورة اعادة دراسة تاريخ تقدم الرياضيات عند اليونان. لقد عرف البابليون شيئاً من معادلات الدرجة الثانية وطرق حلها والذي اراه ان هذا قد يدل على ان هناك حقائق اخرى مهمة تتعلق بالحضارة البابلية من حيث مآثرها في العلوم الرياضية غفل عنها الباحثون وسها عنها المنقبون . ولعلّ أقدم أثر رياضي وصل الينا هو من بابل عن طريق لوحات خزفية[1] محفوظة في باريس يستدل منها على ان البابليين عرفوا المعادلة التكعيبية الآتية : $س^{٣} + س^{٢} = ٢٥٢$ ويقول الدكتور نوجيبور ان في هذه اللوحات ما يفهم منهُ ان قوانين ايجاد مجموع مربعات الاعداد ومكعباتها كانت معروفة لدى علماء بابل. الامر الذي نسب الى امم أتت من بعدهم . هذا عدا معرفتهم لنظرية فيثاغورس واستعمالها في علم المثلثات التي تتعلق بحساب اطوال الاوتار في الدائرة ، ونجد ان بطلميوس — احد مشاهير الجغرافيين والرياضيين القدماء — اشار الى تقدم الفلك عند البابليين. فأتى على ذكر عالمين من علمائهم اشتهرا ببحوثهما فيه . والآن ارغب في اعطاء فكرة عن بعض المسائل التي استعملها البابليون وقد أدت حلولها الى معادلات من الدرجة الثانية من هذه المسائل:

ما طول كل ضلع من اضلاع مستطيل اذا كان مجموع مساحته والفرق بين ضلعيه يساوي ١٨٣ ، ومجموع الضلعين يساوي ٢٧ ؟ ؟ والوضع الجبري لهذه المسألة هو :

$$س ص + س - ص = ١٨٣$$

$$س + ص = ٢٧$$

ومن هاتين المعادلتين ينتج ان : $٢٩ س - س^{٢} = ٢١٠$

او : $س^{٢} + ٢١٠ = ٢٩ س$

اي ان $س = ١٤ ، ١٥$

، $ص = ١٣ ، ١٢$ وقد ذكر علماء بابل هذه الحلول

ونجد ايضاً في تلك الالواح مسائل اخرى تتطلب ايجاد ابعاد المستطيل اذا عرفت بعض علاقات بين اضلاعه . ففي بعض هذه المسائل يطلب ايجاد اطوال اضلاع مستطيلات اذا علم مجموع $\frac{١}{٢}$ احد الاضلاع و $\frac{١}{٣}$ الآخر وعلم ايضاً اشياء اخرى تتعلق بهذه الاضلاع

(١) عثر على هذه الالواح في خرائب بابل وكانت تصنع من الخزف وتطبخ في النار . اما حجمها فقد لا يزيد عن حجم راحة اليد « المترجم »

ان هذه الاعمال الرياضية بالاضافة الى الاعمال التي وضعها قدماء المصريين فيما يتعلق بتقسيم مربع الى مربعين بحيث تكون النسبة بين ضلعيهما تساوي كمية معلومة ، ثم المسائل والاعمال التي في هندسة اقليدس — كل هذه تكون سلسلة متصلة الحلقات في تقدم الرياضيات

وعلى ذكر هندسة اقليدس نقول ان فيها اعمالاً تنص على انهُ يمكن ايجاد طول كل ضلع من اضلاع مستطيل اذا عرفت مساحته ومجموع ضلعيه وتوضع هذه المسألة جبريًّا على الصورة الآتية:

$$س ص = ب^{٢}$$

$$س + ص = حـ$$

وكذلك يمكنك معرفة اطوال اضلاع مستطيل اذا عرفت مساحته وفرق ضلعيه :

$$س ص = ب^{٢}$$

$$س - ص = هـ$$

وهنا قد يتبادر الى الذهن السؤال الآتي : لماذا لم يستعمل اقليدس الاعمال الرياضية التي استعملها البابليون ؟ والجواب على هذا ان علماء اليونان لم يستسيغوا جمع المساحات الى الاطوال على الرغم من مخالفة هيرو وذيوفنطس لهذه القاعدة . فقد استعملا طريقة جمع المساحات الى الاطوال ، فنجد ان هيرو قد جمع مساحة الدائرة الى محيطها ومن هنا يظهر الاتصال بين حضارة بابل وحضارة اليونان واضحاً جليًّا

وعلى كل حال فقد يكون من المفيد ان نشير الى ان بحوث الجبر نشأت عن اصل هندسي وهذا يتجلى لنا في الاعمال الرياضية التي وضعها العلماء في بابل ومصر واليونان ، وهذه كلها تمهد لنا الطرق التي تمكننا من عرض الموضوعات الرياضية والانتفاع من هذا العرض في مدارسنا الثانوية

ان الرياضيات الحديثة تبدأ بهندسة ديكارت التحليلية التي ظهرت عام ١٦٣٧ وقد تبعتها فروع الرياضيات بسرعة ، فنشأ علم التكامل والتفاضل وما فيهِ من تطبيقات على مئات من المسائل العملية التي كان لها أثر كبير في رفع مستوى المدنية . ويرجع الاساس في هذا كله الى المبادىء والاعمال الرياضية التي وضعها علماء اليونان والى الطرق المبتكرة التي اتبعها علماء الهند . وقد اخذ العرب هذه المبادىء وتلك الاعمال والطرق ودرسوها وأصلحوا بعضها ثم زادوا عليها زيادات هامة تدل على نضج في افكارهم وخصب في عقولهم . وبعد ذلك اصبح التراث العربي حافزاً لعلماء ايطاليا وفرنسا واسبانيا ثم لبقية بلاد اوربا الى دراسة الرياضيات والاهتمام بها . وأخيراً اتى فيتا Vieta ووضع مبدأ استعمال الرموز في الجبر ، وقد وجد فيهِ ديكارت ما ساعده على التقدم ببحوثه في الهندسة خطوات واسعة فاصلة ، مهدت السبيل الى تقدم العلوم الرياضية وارتقائها ، تقدماً وارتقاء نشأ عنهما علم الطبيعة الحديث وقامت عليهما مدنيتنا الحالية