الفصل السابع

المئينيات

PERCENTILES

يمكن إبراز معنى درجة تلميذ ـ بمعرفة النسبة المئوية للتلاميذ الذين حصلوا على درجة أقل منها . فمثلا تعتبر الدرجة ٦٠ متوسطة إذا كان ٥٠ ٪ من التلاميذ قد حصلوا على درجة أقل منها : ولكنها تكون منخفضة إذا حصل ١٠ ٪ فقط من التلاميذ على درجة أقل منها .

وينبغي معرفة مستوى قدرة أو إنجاز المجموعة قبل الحكم على القيمة المطلقة للدرجة . فالدرجة ٦٠ تعتبر منخفضة بالنسبة إلى المجموعة التي أدت الامتحان إذا حصل ١٠ ٪ من تلاميذها على درجة أقل منها ، ولكنها مع هذا يمكن أن تمثل مستوى عال من الإنجاز إذا كانت المجموعة التي أدت الامتحان مرتفعة الذكاء ، فلا يمكن تثبيت المعايير إلا إذا اختبرت مجموعة العمر كلها .

المئينيات Percentiles :

يعرف المئيني بأنه الدرجة التي تقل عنها نسبة معينة من الدرجات ، فمثلا المئيني الثمانون هو الدرجة التي يقل عنها ٨٠ ٪ من الدرجات. ويرمز له بالرمز (م٨٠) ، ويرمز للمئيني ن بالرمز (مﻥ)

حساب المئيني من قائمة درجات

كانت درجات عشرين تلميذاً كما يلي :

٣٦	٥٠	٦٢	٩٠
٣٢	٥٠	٦٠	٨٥
٣٠	٤٨	٦٠	٨٠
٣٠	٤٥	٦٠	٧٨
٢٥	٤٠	٥٤	٧٥

الوسيط Median :

الدرجة التى تقل عنها درجات ٥٠ ٪ من التلاميذ ، فى المثال السابق تقع بين ٥٠ ، ٥٤ ، وتؤخذ على أنها فى منتصف المسافة بينهما أى ٥٢ . وبهذا يكون المئينى الخمسين هو ٥٢ أى م٥٠ = ٥٢ .

ويطلق على المئينى الخمسين (م٥٠) اسم « الوسيط » ، وتقع نصف الدرجات فى التوزيع أعلى من الوسيط . ويقع النصف الآخر أدنى منه ، ويفضل استخدام الوسيط على المتوسط الحسابى فى بعض الأحيان إذا كان التوزيع ملتوياً .

الربيعيات (الارباعيات) Quartiles :

تسمى الدرجة التى تقل عنها درجات ٢٥ ٪ من التلاميذ (م٢٥) بالربيع الأول أو الربيع الأدنى ، ويرمز له بالرمز ر١ ، وفى مثالنا - توجد خمس حالات أسفل م٢٥ (أو ر١) ، وبهذا فإن الربيع الأول يقع بين الدرجتين ٤٠ ، ٣٦ ، وبذلك يكون م٢٥ (ر١) = ٣٨ .

وبالمثل فإن المئينى الخامس والسبعين ، أو الربيع الأعلى ، أو الربيع الثالث (ر٣) . توجد أسفله ١٥ حالة ، وهو بهذا يقع بين الدرجتين ٦٢ ، ٧٥ ، وبهذا فإن م٧٥ = ٦٨.٥ ،

ويطلق على الفرق بين ر٣ ، ر١ اسم « المدى الربيعى interpercentile range .

$$ر_3 - ر_1 = ٦٨.٥ - ٣٨$$
$$= ٣٠.٥$$

ويستخدم المدى الربيعى أحياناً كمقياس لتشتت الدرجات ، ويفضل على المدى المطلق حيث إنه يأخذ فى الاعتبار كل الدرجات وليس الدرجتين المتطرفتين فقط .

ويطلق على نصف المدى الربيعى اسم « الانحراف الربيعى quartile deviation ،

$$ر = \frac{ر_1 - ر_3}{2}$$

العشيريات (الاعشاريات) Deciles :

تسمى المئينيات م١٠ ، م٢٠ ، م٣٠ ... م١٠٠ عشيريات.

وفى مثالنا ، توجد درجتان أسفل م١٠ ، وبهذا يكون م١٠ = ٣٠ .

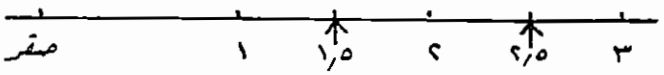
وتقع أربع درجات أسفل م٢٠ ، وبهذا يكون م٢٠ = ٣٤ .

وتقع ستة درجات أسفل م٣٠ وبهذا يكون م٣٠ = ٤٢.٥ .

النهايتان العليا والدنيا :

هناك اختلاف بين الإدراك الإحصائى للدرجة ما ، وبين الدرجة التى تمنح فى الفصل ، فقد يكون متوسط درجة فصل ٥٣,٥ : ولا توجد بالطبع مثل هذه الدرجة (إذا كانت كسور الدرجة لا تستخدم فى التصحيح) ، فأجزاء الدرجة مفهوم إحصائى مبنى على افتراض أن الدرجات مستمرة continuous ، وتقع على مقياس يتراوح بين صفر والدرجة العظمى .

الرسم ؟

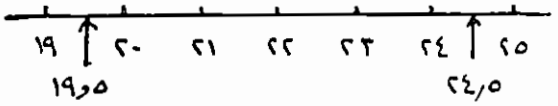


ويجب التفكير فى الدرجة ٢ ، على أنها كمية س بحيث إن :

$$١,٥ \leqq س \leqq ٢,٥$$

وبهذا يكون الحد الأدنى ١,٥ والحد الأعلى ٢,٥ ، وهكذا مع الفئات .

الرسم ب



ينظر إلى الفئة ٢٠ — ٢٤ على أن نهايتها الكبرى ٢٤,٥ ، ونهايتها الصغرى ١٩,٥ بحيث إن

$$١٩,٥ \leqq س \leqq ٢٤,٥ .$$

تمرين :

٨٦	٥٠	٢٧	١٧
٨٤	٤٥	٢٦	١٢
٧٣	٣٧	٢٤	٩
٦٢	٣١	٢٠	٥
٥٨	٢٩	١٨	٣

أوجد من هذه المجموعة من الدرجات ، المئينات التالية :

$$م_{١٠} \quad م_{١٥} \quad م_{٢٠} \quad م_{٢٥} \quad م_{٤٠} \quad م_{٥٠} \quad م_{٦٠} \quad م_{٧٥} \quad م_{٨٠} \quad م_{٩٥}$$

حساب المئينيات من توزيع تكرارى لدرجات مفردة

لإيجاد مئينى من التوزيع تكرارى لدرجات مفرده ، يوجد أولا التكرار المتجمع التصاعدى cumulative frequency ، الذى يعطى عدد الحالات حتى كل درجة ، ولكن دون أن يشمل هذا الدرجة نفسها .

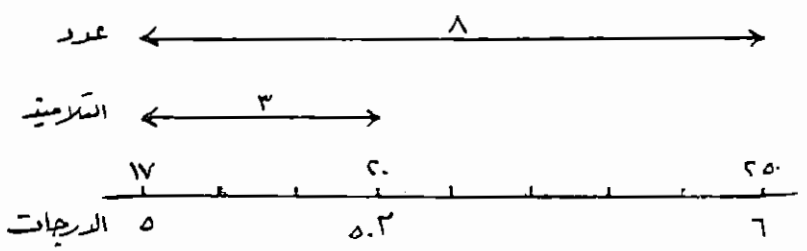
الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى	
س	ت	ت ج	
١٠	١	٤٠	
٩	٢	٣٩	
٨	٣	٣٧	
٧	٤	٣٤	
			أ ٧٥ ←
٦	٥	٣٠	
٥	٨	٢٥	
٤	٧	١٧	
			أ ٢٥ ←
٣	٣	١٠	
٢	٣	٧	
١	٣	٤	
صفر	١	١	
المجموع	٤٠		

ويحسب التكرار المتجمع فى العمود الثالث بإضافة كل تكرار إلى مجموع التكرارات التى توجد أدناه ، فهناك تلميذ واحد حصل على درجة أقل من ١ ؛ كما حصل أربع تلاميذ على درجة أقل من ٢ ، وحصل سبعة تلاميذ على درجة أقل من ٣ ؛ وهكذا .

ويكون م ٢٥ ؛ المئينى الخامس والعشرون ؛ درجة تقع أسفلها ٢٥ ٪ من الدرجات ؛ أو درجات عشر تلاميذ . وهذه الدرجة كما يتضح من التوزيع التجمعى التصاعدى هى ٤ ، وحدها الأسفل

٣,٥ ، وبالمثل فإن م٧٥ هى الدرجة التى تقع أسفلها ٧٥ ٪ من الدرجات أو درجات ٣٠ من التلاميذ ومرة أخرى يتضح من العمود (٣) ، أنها الدرجة ٧ ، حيث أن ثلاثين تلميذاً تقل درجاتهم عن ٧ ، وبهذا تكون م٧٥ هى ٦,٥ .

الرسم ح



يوجد عشرون تلميذاً تقل درجاتهم عن م٥٠ ، سبعة عشر منهم درجاتهم أقل من ٥ ، وخمسة وعشرون تلميذاً درجاتهم أقل من ٦ ، وبهذا فإن م٥٠ تقع بين الدرجتين ٥ ، ٦ .

وقد حصل ثلاثة تلاميذ (٢٠ — ١٧) على درجات بين ٥ ، م٥٠ وحيث أن ثمانية تلاميذ (٢٥ — ١٧) حصلوا على درجات بين ٥ ، ٦ .

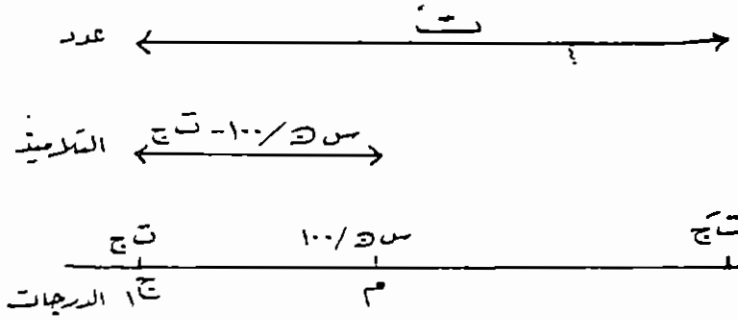
بهذا فإن م٥٠ تقع على بعد $\frac{٣}{٨}$ المسافة بين الدرجة ٥ ، والدرجة ٦ وتحسب هذه المسافة من الحد الأصغر للدرجة ٥ .

$$م_{٥٠} = ٤,٥ + \frac{٣}{٨} \times ١$$
$$= ٤,٥ + ٠,٣٧٥$$
$$= ٤,٨٧٥$$

وبالمثل فإن م٨٠ هى الدرجة التى تقع أسفلها ٨٠ ٪ من الدرجات أو درجات ٣٢ تلميذاً، وستكون هذه الدرجة فى مكان ما بين الدرجتين ٧ ، ٨ حيث يوجد أربعة تلاميذ، وتوجد أسفل الدرجة ٧ ثلاثون حالة ، وهكذا فإن م٨٠ سوف تقع على بعد $\frac{٢}{٤}$ الطريق بين الدرجتين ٧ ، ٨ .

$$م_{٨٠} = ٦.٥ + \frac{٢}{٤} \times ١$$
$$= ٦.٥ + ٠,٥$$
$$= ٧$$

الرسم ك



وعلى وجه العموم :

$$م\ س = ج_{1} + \frac{س ن / ١٠٠ - ت ج}{ت' ج - ت ج}$$

حيث ن هو العدد الكلى للدرجات

، س هو النسبة المئوية (أو رقم المئين)

$ح_{1}$ هو الحد الأدنى للدرجة التى تقل مباشرة عن م س ، أى تلك التى توجد أسفلها س ٪ من الدرجات :

ت ج هو التكرار المتجمع الذى يصغر مباشرة $ح_{1}$

ت' ج هو التكرار المتجمع الذى يعلو $ح_{1}$ مباشرة .

تمرين :

الدرجة	التكرار
١٠	٣
٩	٤
٨	٧
٧	٩
٦	٣
٥	٦
٤	٤
٣	٢
٢	١
١	١

احسب من هذا التوزيع التكرارى للدرجات : المئينات :

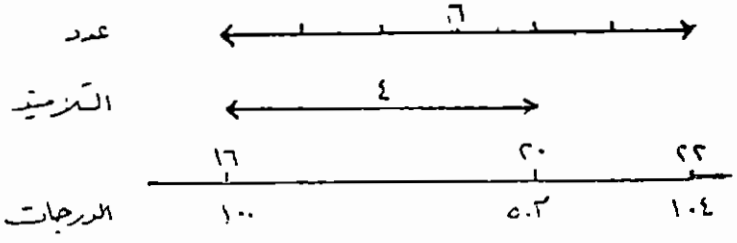
$ف_{٥}$ $ف_{١٠}$ $ف_{٣٠}$ $ف_{٤٠}$ $ف_{٥٠}$ $ف_{٧٥}$

حساب المئينى من التوزيع التكرارى
للبيانات المجمعة

تتضح عملية حساب المئينى من التوزيع التكرارى التالى :

ف	ت	ت ج	
١٣٠ – ١٣٤	٢	٤٠	
١٢٥ – ١٢٩	صفر	٣٨	
١٢٠ – ١٢٤	١	٣٨	
١١٥ – ١١٩	٣	٣٧	
١١٠ – ١١٤	٥	٣٤	
			← م٧٥
١٠٥ – ١٠٩	٧	٢٩	
١٠٠ – ١٠٤	٦	٢٢	
			← م٥٠
٩٥ – ٩٩	٢	١٦	
٩٠ – ٩٤	٧	١٤	
٨٥ – ٨٩	٥	٧	
٨٠ – ٨٤	٢	٢	
المجموع	٤٠		

الرسم هـ



حصل ١٦ تلميذاً على درجات أقل من ١٠٠ . وبهذا فإن أربعة من الستة تلاميذ فى الفئة ١٠٠ – ١٠٤ يقعون أسفل م٥٠ . وبهذا فإن م٥٠ تشغل $\frac{٤}{٦}$ من الفئة التى تعلو الحد الأدنى للدرجة ١٠٠ .

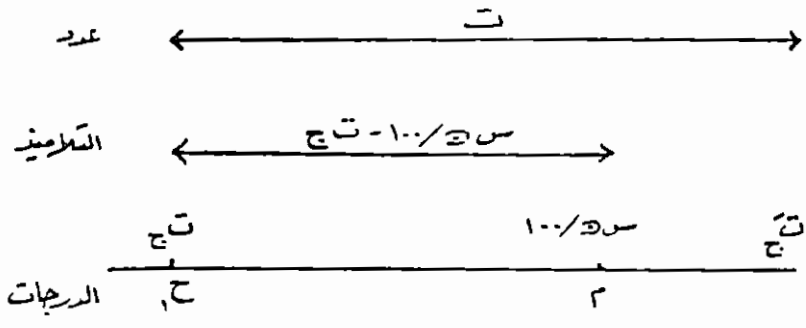
وهكذا فإن :

$$م_{٥٠} = ٩٩,٥ + \frac{٤}{٦} \times ٥$$
$$= ٩٩,٥ + ٣,٣٣$$
$$= ١٠٢,٨٣$$

والمئيني $م_{٧٥}$ هو الدرجة التى تقل عنها ٣٠ درجة ، وسيقع فى الفئة ١١٠ — ١١٤ ، وسيكون $\left(\frac{٣٠ - ٢٩}{٥}\right)$ من الفئة التى تعلو الحد الأدنى للدرجة ١١٠ .

$$\therefore م_{٧٥} = ١٠٩,٥ + \frac{١}{٥} \times ٥$$
$$= ١٠٩,٥ + ١$$
$$= ١١٠,٥$$

الرسم و



وعلى وجه العموم فإن :

$$م_س = ح_١ + \frac{س ك / ١٠٠ - ت ج}{ت َج - ت ج}$$

حيث :

$ح_١$	الحد الأدنى للفئة التى يقع فيها $م_س$
ك	التكرار الكلى
س	رقم المئيني
ت ج	التكرار المتجمع أسفل $ح_١$ مباشرة
ت َج	التكرار المتجمع أعلى $ح_١$ مباشرة

تمارين :

(١) احسب العشيريات ، والمدى الربيعى للتوزيع التالى :

معامل الذكاء	التكرار
١٣٠ — ١٣٤	٢
١٢٥ — ١٢٩	٣
١٢٠ — ١٢٤	٣
١١٥ — ١١٩	٨
١١٠ — ١١٤	٨
١٠٥ — ١٠٩	١٦
١٠٠ — ١٠٤	٢٠
٩٥ — ٩٩	١٤
٩٠ — ٩٤	١٠
٨٥ — ٨٩	٦
٨٠ — ٨٤	٥
٧٥ — ٧٩	٤
٧٠ — ٧٤	١
	١٠٠

(٢) احسب م١٥ م٢٥ م٥٠ م٧٥ م٨٥ للتوزيع التالى :

معامل الذكاء	التكرار
١٠٠ — ١٠٤	٢٠
٩٥ — ٩٩	٦٢
٩٠ — ٩٤	١٢٦
٨٥ — ٨٩	٢٢٣
٨٠ — ٨٤	٢٤٤
٧٥ — ٧٩	١٧٥
٧٠ — ٧٤	٤٢
٦٥ — ٦٩	١٨
٦٠ — ٦٤	١
٥٥ — ٥٩	١

الطريقة البيانية لحساب المئيني

(ا) التوزيع التكرارى للدرجات المفردة :-

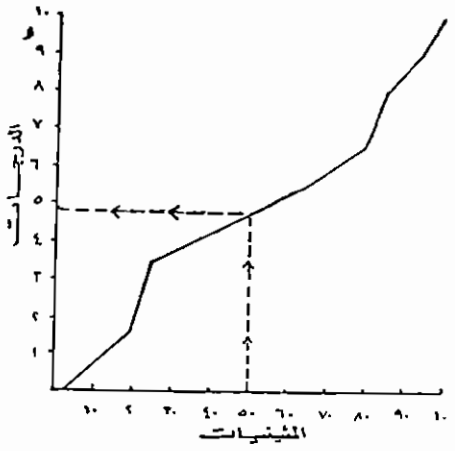
يعطى التوزيع التكرارى عدد التلاميذ الذين لاتزيد درجاتهم عن كل درجة من الدرجات . ويمكن التعبير عن التكرار كنسبة مئوية من الدرجات الكلية ، كما تعطى فى العمود ٣ ؛ فى الجدول ٤ .

جدول ٤

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع	التكرار المئوى
١٠	١	٤٠	١٠٠
٩	٢	٣٩	٩٧,٥
٨	٣	٣٧	٩٢,٥
٧	٤	٣٥	٨٢.٥
٦	٥	٣٠	٧٥,٠
٥	٨	٢٥	٦٢,٥
٤	٧	١٧	٤٢,٥
٣	٣	١٠	٢٥,٠
٢	٣	٧	١٧,٥
١	٣	٤	١٠,٠
صفر	١	١	٢,٥

وإذا رسمت العلاقة بين النسب المئوية والدرجات بيانياً كما فى شكل١٢ ؛ يمكن قراءة أى مئينى من الرسم البيانى . فمثلا يحصل على م٥٠ بتحديد النقطة على الخط البيانى التى يتقابل معها الخط الرأسى القائم من النسبة ٥٠٪ (على المحور الأفقى) . ثم يرسم خط أفقى من هذه النقطة حتى يصل إلى محور الدرجات فيقطعه عند النقطة ٤,٨ ، وبهذا فإن م٥٠ = ٤,٨

ويناظر هذا طريقة الحساب الموضحة فى ص ٦٩ ، والتى أعطت القيمة ؛ ٤,٨٧٥ .



شكل (١٢)

تمرين :-

أوجد بالطريقة البيانية العشيريات والانحراف الربيعى للتوزيع التالى :

الدرجة	التكرار
١٢	٢
١١	٦
١٠	٥
٩	٣
٨	٣
٧	٥
٦	٤
٥	٢
٤	٢
٣	٢
٢	صفر
١	١
	٣٥

تأكد من صحة الأجوبة بالحساب

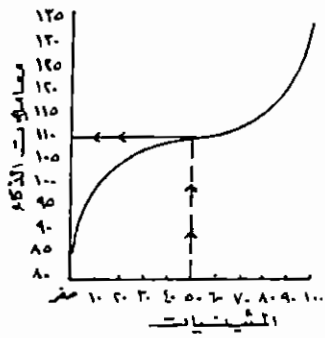
(ب) التوزيع التكرارى للبيانات المجمعة :

تشبه الطريقة البيانية لحساب المئينى من التوزيع التكرارى للبيانات المجمعة طريقة إيجاده بالنسبة للدرجات المفردة ، ونوضحها بالمثال التالى .

جدول ٥

ف	ت	ت ج	٪ ت ج
١٣٠ — ١٣٤	١	٤٠	١٠٠
١٢٥ — ١٢٩	٢	٣٩	٩٧,٥
١٢٠ — ١٢٤	٣	٣٧	٩٢,٥
١١٥ — ١١٩	٤	٣٤	٨٥,٠٠
١١٠ — ١١٤	١١	٣٠	٧٥,٠٠
١٠٥ — ١٠٩	٨	١٩	٤٧,٥
١٠٠ — ١٠٤	٤	١١	٢٧,٥
٩٥ — ٩٩	٣	٧	١٧,٥
٩٠ — ٩٤	٢	٤	١٠,٠٠
٨٥ — ٨٩	١	٢	٥,٠٠
٨٠ — ٨٤	١	١	٢,٥

يحسب تكرار النسب المئوية المتجمع ، ويرسم رسم بيانى يربط بين هذا التكرار واحد الأعلى لكل فئة شكل (١٣) .



شكل (١٣)

وتقرأ المئينيات بالطريقة المعتادة ، فمثلا م٥٠ يكون ١١٠ ، ولو كان قد عين بالحساب لكان ١٠٩,٩٤ .

تمرين :

اقرأ العشيريات من شكل (١٣)، وراجع صحة نتائجك بالحساب .

الطريقة البيانية لتدريج الدرجات
باستخدام منحنيات المئينيات

أوضحنا أنه يمكن النظر إلى الدرجات على أنها متكافئة ، إذا كانت انحرافاتها المعيارية عن متوسطاتها متساوية ، وهكذا فإن الدرجة ٦٠ فى توزيع متوسطه ٥٠ ، وانحرافه المعيارى ١٠ ، تساوى الدرجة ٨٠ فى توزيع متوسطه ٦٥ ، وانحرافه المعيارى ١٥ .

وهناك طريقة أخرى للحكم على تكافؤ الدرجات ، فالدرجات تعتبر متكافئة إذا كانت لها نفس الرتبة المئينية . فإذا كان م٥٠ يساوى ٥٠ فى توزيع ما ، بينما كان يساوى ٦٠ فى توزيع آخر ؛ فإن الدرجتين ٥٠ ، ٦٠ فى التوزيعين تعتبران متكافئتان .

انظر إلى التوزيعين فى العمود (١) والعمود (٤) من الجدول (٦) .

جدول ٦

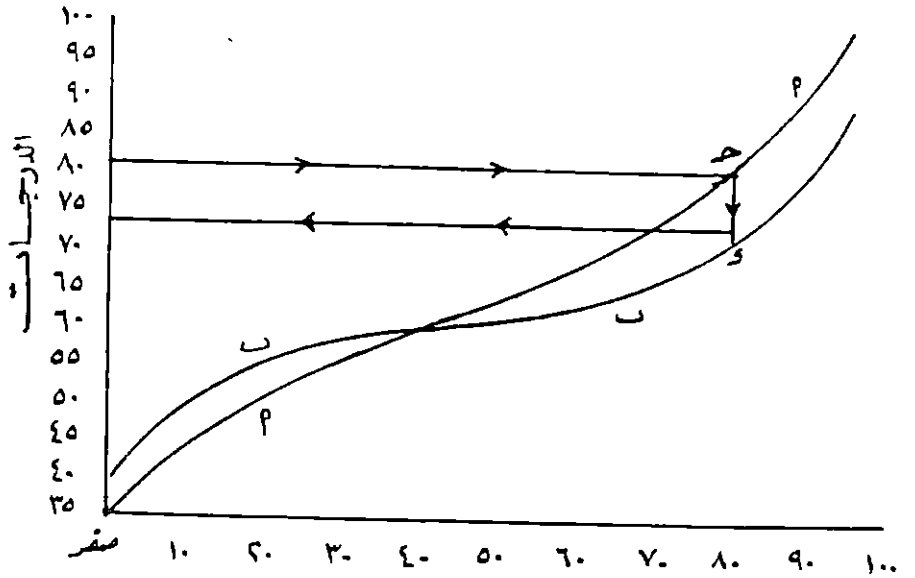
الفئة	ت(ا)	ت ج(ا)	٪ ت ج(ا)	ت(ب)	ت ج(ب)	٪ ت ج(ب)
٩٥ — ٩٩	١	٥٠	١٠٠	—	—	—
٩٠ — ٩٤	٢	٤٩	٩٨	—	—	—
٨٥ — ٨٩	٤	٤٧	٩٤	١	٥٠	١٠٠
٨٠ — ٨٤	٣	٤٣	٨٦	٥	٤٩	٩٨
٧٥ — ٧٩	٤	٤٠	٨٠	٣	٤٤	٨٨
٧٠ — ٧٤	٦	٣٦	٧٢	٥	٤١	٨٢
٦٥ — ٦٩	٤	٣٠	٦٠	٥	٣٦	٧٢
٦٠ — ٦٤	٦	٢٦	٥٢	١٢	٣١	٦٢
٥٥ — ٥٩	٥	٢٠	٤٠	٨	١٩	٣٨
٥٠ — ٥٤	٥	١٥	٣٠	٥	١١	٢٢
٤٥ — ٤٩	٣	١٠	٢٠	٤	٦	١٢
٤٠ — ٤٤	٤	٧	١٤	١	٢	٤
٣٥ — ٣٩	٢	٣	٦	١	١	٢
٣٠ — ٣٤	١	١	٢	—	—	—

يرسم التكراران المتجمعان للنسب المئوية فى العمودين٣، ٦ بيانياً ، ويرسم منحنياهما على نفس الرسم البيانى (شكل ١٤) .

ويمثل الخطان البيانيان ا ـ ب التكراران التجمعيان للنسب المئوية للتوزيعين ا ، ب على التوالى .

ولتحويل الدرجة ٨١ على المقياس ا ، لنظيرتها على المقياس ب ، ارسم خطًا أفقيا من النقطة الممثلة للدرجة ٨١ على المحور الرأسى لتقابل الخط البيانى ا عند حـ ، ومن حـ ارسم خطاً رأسياً ليقابل الخط

البيانى ب عند ك ، عندئذ يكون للنقطة ك نفس المئينى على الخط البيانى ب ، كما للنقطة حـ على الخط ا ، ثم ارسم من النقطة ك خطاً أفقياً ليقابل محور الدرجات ، ومنه نجد أن الدرجة ٧٤ هى الدرجة المحولة (أى التى تقابل الدرجة ٨١ على المقياس ا) .



شكل (١٤)

ولتدريج الدرجات ب على المقياس ا ، تبع طريقة مشابهة ابتداءً من رسم خط أفقى من محور الدرجات حتى يقابل أولا الخط البيانى ب .

ويعطى الجدول ٧ عدداً من الدرجات حولت من المقياس ا إلى المقياس ب ، وأخرى حولت من من المقياس ب إلى المقياس ا .

جدول ٧

الدرجة الخام (ا)	مقابلها على المقياس ب	الدرجة الخام (ب)	مقابلها على المقياس ا
٨١	٧٤	٧٦	٨٢
٧٣	٦٨	٨٤	٩٣
٦١	٦١	٦٩	٧٤
٥٥	٥٧	٥٥	٥١
٤٩	٥٣	٤٢	٣٥

تمارين :-

(١)

ف	ت
٩٠ – ٩٤	١
٨٥ – ٨٩	٤
٨٠ – ٨٤	٧
٧٥ – ٧٩	٦
٧٠ – ٧٤	٣
٦٥ – ٦٩	٥
٦٠ – ٦٤	٥
٥٥ – ٥٩	٤
٥٠ – ٥٤	٢
٤٥ – ٤٩	٢
٤٠ – ٤٤	١

احسب من التوزيع التكرارى السابق ، المئينيات التالية ، وراجع صحة النتائج بطريقة بيانية : م١٠ م٢٠ م٣٠ م٤٠ م٥٠ م٦٠ م٧٠ م٨٠ م٩٠

(٢)

ف	ت
٧٠ – ٧٩	١٩
٦٠ – ٦٩	٢٧٦
٥٠ – ٥٩	٤٧٤
٤٠ – ٤٩	٥٠٤
٣٠ – ٣٩	٣٨٥
٢٠ – ٢٩	٣١٥
١٠ – ١٩	٢٧٨
صفر – ٩	١٤٥

احسب من التوزيع التكرارى السابق المئينيات : م٢٥ م٥٠ م٧٥
وراجع صحة النتائج بطريقة بيانية .