الفصل التاسع

الارتباط

CORRELATION

قد يهمنا أحياناً معرفة كيفية ارتباط مجموعة من الدرجات بمجموعة أخرى. فإذا ظهر أن درجات التلاميذ فى الحساب لاعلاقة لها بمعاملات ذكائهم ، أو توجد بينهما علاقة بسيطة ، فقد يشك فى فاعلية طريقة التدريس المستخدمة. أو قد يستنتج أن معاملات الذكاء ليست دوال جيدة للحصيل فى الحساب • أو ربما كان اختبار الحساب اختباراً غير جيد ، وقد يستلزم الأمر مزيداً من البحث لمعرفة أى هذه الاحتمالات أقرب إلى الواقع . ويبرز هذا أهمية وجود مقياس ما للعلاقة :

ودراسة العلاقة بين الدرجات التى يحصل عليها تلميذ فى مرحلة تعليمية ما ، وتلك التى يحصل عليها فى مرحلة أخرى ، لها أهميتها . فدرجات التلميذ فى المدرسة الإعدادية تستخدم للتنبؤ بنجاحه فى المدرسة الثانوية . فإذا أثبت البحث أنه لا توجد علاقة بينهما ، فلن يكون هناك داع لأخذ هذه الدرجات فى الاعتبار عند القبول بالمدرسة الثانوية .

وبالمثل ، فالعلاقة بين الدرجات التى يحصل عليها فى المدرسة الثانوية ، والنجاح فى الدراسة الجامعية ، مهمة . ذلك أن التنسيق للقبول بالجامعة يتم على أساس الدرجات التى يحصل عليها التلميذ فى المدرسة الثانوية .

معامل الارتباط

Coefficient of Correlation

يعرف مقياس العلاقة بين الدرجات بمعامل الارتباط ، ويرمز له بالرمز « ر » (انظر ص ١٠٠) • ويرمز أحياناً بالرمز « ر م » (انظر ص ٩٨)

إذا أعطى عشر تلاميذ اختبار استدلال لفظى ، واختبار إنجليزى ، وكان ترتيب التلاميذ وفقاً لمعاملات الذكاء هو نفس ترتيبهم بالنسبة لدرجات الإنجليزى ، فإن العلاقة تكون كاملة مثالية : فترتيب أى تلميذ بالنسبة لأحد الاختبارين ، هو نفس ترتيبه بالنسبة للاختبار الآخر ، فالعلاقة هنا علاقة ١ : ١ بين مجموعتى النتائج ، ويكون معامل الارتباط فى مثل هذه الحالة مساوياً الواحد . وعندئذ تكون القيمة التنبؤية لإحدى مجموعتى الدرجات فيما يختص بالتنبؤ بالمجموعة الأخرى ١٠٠ ٪ ، فالتلميذ العاشر فى اختبار الاستدلال اللفظى سيكون العاشر فى اختبار الإنجليزى :

افرض أن درجات التلاميذ فى الإنجليزى قد قورنت بأطوالهم : وحيث إنه لا توجد علاقة بينهما ، فإن قيمة معامل الارتباط ستكون صفراً، واستخدام إحداهما للتنبؤ بالأخرى لن يكون أكثر من مجرد تخمين .

وتوجد بين هاتين النهايتين القصويين لمقياس العلاقة (صفر ، ١) علاقات مختلفة القيمة ، يعبر عنها بمعاملات مثل ٣٠, ، ٦٠, ، ٧٠, أى كسر عشرى بين صفر ، ١.

فالعلاقة مثلا بين الارتفاع والوزن ليست كاملة ، ولكنها ليست صفراً ،فهناك رجال ثقيلوا الوزن قصار القامة ، وآخرون خفيفوا الوزن طوال القامة . وتتوقف الدرجة التى يمكن بها التنبؤ بدقة بمجموعة من القيم ، من مجموعة أخرى من القيم ، على حجم معامل الارتباط ، فلا يتجاوز معامل الارتباط بين معاملات الذكاء والدرجات المدرسيه ٧٥٠, عدة . إذ تتدخل عوامل كثيره فى التحصيل الدراسى مثل الظروف المنزلية ، والمثابرة . والاهتمام .

وإذا حدث أن كان ترتيب مجموعة من الدرجات مضاداً تماماً لترتيب مجموعة أخرى ، فإن معامل الارتباط بينهما يكون — ١ ، وهنا أيضاً تكون القيمة التنبؤية ١٠٠ ٪ :

وهكذا تتراوح معاملات الارتباط بين — ١ ، + ١ ،يمكن النظر إلى معامل الارتباط كما لو كان موزعاً على مقياس يمتد من — ١ إلى + ١ . ويجب الحذر فى تفسير معامل الارتباط : والقيام بمزيد من البحث قبل التوصل إلى قرار بشأن مدى الارتباط ، إذ توجد الكثير من مصادر الخطأ فى القياسات التربوية نتيجة الاختلافات التى توجد بين البشر ، ولأن أدوات القياس فى ميدان التربية ما زال ينقصها الكثير من الدقة .

ويعطى الدليل الثانى فكرة تقريبية عن درجة العلاقة بين مجموعتين من القيم .

صفر — ٢٠,	علاقة تافهة
٢٠, — ٤٠,	علاقة منخفضة
٤٠, — ٦٠,	علاقة متوسطة
٦٠, — ٨٠,	علاقة كبيرة
٨٠. — ١,	علاقة وثيقة

الرتب Ranks

يعطى الجدول ١٠ قائمة لمعاملات ذكاء مجموعة من التلاميذ ، كما يعطى الدرجات التى حصلوا عليها فى امتحان الإنجليزى .

جدول ١٠

التلميذ	معامل الذكاء	درجة الإنجليزى
(١)	١٤٢	٨٠
(٢)	١٣٣	٦٧
(٣)	١٣٠	٨٣
(٤)	١٣٠	٧٦
(٥)	١٢٨	٧٦
(٦)	١٢٨	٧٨
(٧)	١٢٨	٦٥
(٨)	١٢٨	٧٣
(٩)	١٢٥	٥٣
(١٠)	١٢٢	٥٩
(١١)	١٢١	٤٩
(١٢)	١١٩	٥٠
(١٣)	١١٨	٥٤
(١٤)	١١٧	٤٩
(١٥)	١١٥	٥٩
(١٦)	١١٣	٦٢
(١٧)	١٠٩	٥٩
(١٨)	١٠٦	٥٧
(١٩)	١٠٦	٤٠
(٢٠)	٩٢	٢٨

ولإيجاد العلاقة بين معاملات الذكاء ودرجات الإنجليزى ، يجب المقارنة بين ترتيب التلاميذ فى كل من القائمتين ؛ فيعطى كل تلميذ رتبة تدل على مركزه عندما ترتب المجموعة تنازليًّا .

فبالنسبة لمعاملات الذكاء ، يعطى التلميذان (١) ، (٢) الرتبتين ١ ، ٢ على التوالى . أما التلميذان (٣) ، (٤) فبما متساويان فى الرتبة ، فيعطى كل منهما متوسط الرتبتين اللتين كانا سيحتلانها لو أجبرا على احتلال رتبتين متتاليتين فى المجموعة (عن طريق الترتيب الهجائى مثلا) : فالتلميذ (٣)

كان سيحتل الرتبة الثالثة ، والتلميذ (٤) كان سيحتل الرتبة الرابعة ، وبهذا يعطى كل منهما $\frac{1}{2}$ (٣ + ٤) أى ٣,٥ ، والتلاميذ (٥)، (٦)، (٧)، (٨) كانوا سيحتلون الرتب الخامسة والسادسة والسابعة والثامنة . وبذلك يعطى كل منهم الرتبة $\frac{1}{4}$ (٥ + ٦ + ٧ + ٨) أى ٦,٥ ، وبهذا تصبح رتب التلاميذ بالنسبة لمعامل الذكاء هى على الترتيب :

١	٢	٣,٥	٣,٥	٦,٥	٦,٥	٦,٥	٦,٥	٩	١٠
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨,٥	١٨,٥	٢٠

وقد يكون ترتيب قائمة من الدرجات متعبا ، ولكن الطريقة التالية تيسر العملية :

(ا) اكتب الفئات التى تضم أعلى الدرجات وأدناها :

٨٩ — ٨٠

٧٩ — ٧٠

٦٩ — ٦٠

٥٩ — ٥٠

٤٩ — ٤٠

٣٩ — ٣٠

٢٩ — ٢٠

(ب) ابدأ بالتلميذ الأول ، واكتب كل درجة أمام الفئة المناسبة :

٨٩ — ٨٠	٨٠		٨٣						
٧٩ — ٧٠			٧٣		٧٦	٧٦			٧٨
٦٩ — ٦٠	٦٢	٦٥		٦٧					
٥٩ — ٥٠	٥٠	٥٣	٥٤		٥٧	٥٩	٥٩	٥٩	
٤٩ — ٤٠	٤٠						٤٩	٤٩	
٣٩ — ٣٠									
٢٩ — ٢٠			٢٨						

(حـ) وبهذا يمكن كتابة الدرجات بسهولة مرتبة كما يلى :

٨٣	٨٠	٧٨	٧٦	٧٦	٧٣	٦٧	٦٥	٦٢	٥٩
٥٩	٥٩	٥٧	٥٤	٥٣	٥٠	٤٩	٤٩	٤٠	٢٨

(د) وتكون الرتب كما يلى :

١	٢	٣	٤,٥	٤,٥	٦	٧	٨	٩	١١
١١	١١	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧,٥	١٧,٥	١٩	٢٠

معامل ارتباط الرتب

Rank Correlation Coefficient

يوضح المثال التالى طريقة حساب معامل ارتباط الرتب .

رتبة معامل الذكاء	رتبة درجة الإنجليزى	الفرق ف	ف٢
١	٢	١ —	١
٢	٧	٥ —	٢٥
٣,٥	١	٢,٥+	٦,٢٥
٣,٥	٤,٥	١ —	١
٦,٥	٤,٥	٢+	٤
٦,٥	٣	٣,٥+	١٢,٢٥
٦,٥	٨	١,٥ —	٢,٢٥
٦,٥	٦	,٥ +	,٢٥
٩	١٥	٦ —	٣٦
١٠	١١	١ —	١
١١	١٧,٥	٦,٥ —	٤٢,٢٥
١٢	١٦	٤ —	١٦
١٣	١٤	١ —	١
١٤	١٧,٥	٣,٥ —	١٢,٢٥
١٥	١١	٤+	١٦
١٦	٩	٧+	٤٩
١٧	١١	٦+	٣٦
١٨,٥	١٣	٥,٥+	٣٠,٢٥
١٨,٥	١٩	,٥ —	,٢٥
٢٠	٢٠	صفر	صفر
		مجموع	٢٩٢,٠٠

خطوات فى حساب معامل ارتباط الرتب « ر $_{\rho}$ » .

الخطوة ١ : رتب القياسات بترتيب حجمها .

الخطوة ٢ : اطرح رتبة كل قياس فى المجموعة الثانية ؛ من الرتبة المناظرة فى المجموعة الأولى ، ويرمز للفروق بالرمز ف (— ١ ، — ٥ ؛ ٢.٥ ٠٠٠) .

الخطوة ٣ : أوجد مربع كل من هذه الفروق للحصول على ف^{٢} (١ ؛ ٢٥ ، ٦,٢٥ ٠٠٠) .

الخطوة ٤ : أوجد مجموع مربعات الفروق مج ف^{٢} = ٢.٩٢ .

الخطوة ٥ : استخدم المعادلة التالية للحصول على ر .

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مج ف}^{٢}}{ن (ن^{٢} - ١)}$$

حيث ن هى عدد التلاميذ (٢٠)

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٢٩٢}{٢٠ (٤٠٠ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{١٧٥٢}{٧٩٨٠}$$

$$= ١ - ,٢٢$$

$$= ,٧٨$$

ويمكن من هذا استنتاج وجود علاقة وثيقة بين معاملات الذكاء والدرجات فى الإنجليزى : ويبين العمود المعنون « ف » الفروق فى الترتيب ؛ وكان أكبر فرق هو بالنسبة للتلميذ (١٦) حيث إن معامل ذكائه ١١٣ ، ودرجته فى الإنجليزى ٦٢ ، ويحتاج الأمر إلى مزيد من البحث لمعرفة السبب فى هذا الفرق .

وينبغى ملاحظة ما يلى :

(ا) ليس لإشارة ف أهمية فى العملية الحسابية حيث إن ف^{٢} موجبة دائماً .

(ب) توجد طريقة بسيطة لحساب مربع عدد مثل ٦,٥ . يضرب العدد الصحيح الأعلى منه مباشرة (٧) × الرقم الصحيح الموجود أمام العلامة العشرية (٦) ، ثم يضاف ٢٥, (٦ × ٧ + ,٢٥) = ٤٢,٢٥ .

وبالمثل (٣.٥)^{٢} = ٣ × ٤ + ,٢٥ = ١٢,٢٥ .

(ح) $ن^{٢} - ١ = (ن + ١)(ن - ١)$ ؛ وبهذا فإن المقام $ن(ن^{٢} - ١)$ يكتب كحاصل ضرب عدة عوامل، فمثلا إذا كانت $ن = ٢٧$ ، فإن مقام المعادلة يكون $٢٧ \times ٢٨ \times ٢٦$.

وتناسب طريقة معامل ارتباط الرتب الأعداد الصغيرة فى حدود ٣٠ .

تمارين :-

١ ــ أوجد معامل الارتباط (ر) بين تقديرات المدرس لعشرين تلميذاً فى الإنجليزى والدرجات التى حصلوا عليها فى اختبار فى هذه المادة .

التلميذ	التقدير	الدرجة	التلميذ	التقدير	الدرجة
(١)	٨٨	٨٩	(١١)	٩٢	٩٤
(٢)	٩٥	٩٦	(١٢)	٨٤	٨٢
(٣)	٩٧	٩٢	(١٣)	٧٧	٧٤
(٤)	٨٢	٨٣	(١٤)	٥٤	٥٥
(٥)	٩٣	٨٤	(١٥)	٧٥	٧١
(٦)	٨٦	٨٢	(١٦)	٦٠	٥٦
(٧)	٨٧	٨٤	(١٧)	٤٥	٤٧
(٨)	٩٤	٩٢	(١٨)	٤٨	٥١
(٩)	٨٣	٨٣	(١٩)	٤٠	٣٩
(١٠)	٨١	٧٣	(٢٠)	٦٩	٦٨

٢ ــ أوجد معامل الارتباط بين درجات الإنجليزى والحساب للعشرين تلميذاً التاليين :

التلميذ	درجة الإنجليزى	درجة الحساب	التلميذ	درجة الإنجليزى	درجة الحساب
(١)	٧٣	٧٤	(١١)	٨٠	٧٩
(٢)	٧٨	٨٠	(١٢)	٨٧	٧٦
(٣)	٩٦	٧٨	(١٣)	٧٧	٨٤
(٤)	٧٩	٧٩	(١٤)	٦٩	٦٧
(٥)	٩٠	٩٠	(١٥)	٦٩	٧٣
(٦)	٧٩	٨٧	(١٦)	٦٥	٧٥
(٧)	٨١	٧١	(١٧)	٦٣	٤٠
(٨)	٨٧	٩٩	(١٨)	٦٠	٦٣
(٩)	٨٨	٩٠	(١٩)	٥٩	٤٦
(١٠)	٨٢	٨٦	(٢٠)	٥٣	٦٠

ما هى درجة العلاقة بين المجموعتين من الدرجات ؟

أى ثلاثة تلاميذ ، يختلف ترتيبهم فى المادتين أكبر اختلاف .

معامل الارتباط بطريقة العزوم
معامل ارتباط بيرسون

Product Moment Coefficient of Correlation

المعادلة العامة لإيجاد معامل الارتباط بطريقة العزوم هى :

$$ر = \frac{\text{مجـ ع س ع ص}}{\sqrt{(\text{مجـ ع}^{٢}\text{ س}) \times (\text{مجـ ع}^{٢}\text{ ص})}}$$

حيث ع س انحرافات الدرجات س عن متوسطها

، ع ص انحرافات الدرجات ص عن متوسطها .

وكما توجد طرق مختلفة لحساب الانحراف المعيارى ، كذلك توجد طرق مختلفة لحساب معامل الارتباط ، وتساعد أساليب تغيير أصل القياس ، وتغيير سعة الفئة فى التقليل من صعوبات العمليات الحسابية .

معامل الارتباط لقائمة من الدرجات :

الطريقة الأولى :

حيث :

$$ر = \frac{\text{مجـ ع س ع ص}}{\sqrt{\text{مجـ ع}^{٢}\text{ س} \times \text{مجـ ع}^{٢}\text{ ص}}}$$

ويوضح المثال التالى ، طريقة حساب معامل الارتباط بهذه المعادلة ، حيث تقارن فيه درجات اثنى عشر تلميذاً فى اختبارين س ، ص :

التلميذ	الاختبار س	الاختبار ص	ع س	ع ص	ع س ع ص	ع٢ س	ع٢ ص
(١)	٧٣	٤٠	+١١	+١٠	+١١٠	١٢١	١٠٠
(٢)	٧١	٣٥	+٩	+٥	+٤٥	٨١	٢٥
(٣)	٧٠	٣٣	+٨	+٣	+٢٤	٦٤	٩
(٤)	٦٧	٢٧	+٥	−٣	−١٥	٢٥	٩
(٥)	٦٤	٢٩	+٢	−١	−٢	٤	١
(٦)	٦١	٣١	−١	+١	−١	١	١
(٧)	٦١	٣٠	−١	صفر	صفر	١	صفر
(٨)	٦٠	٢٦	−٢	−٤	+٨	٤	١٦
(٩)	٥٨	٢٨	−٤	−٢	+٨	١٦	٤
(١٠)	٥٦	٣٤	−٦	+٤	−٢٤	٣٦	١٦
(١١)	٥٣	٢٥	−٩	−٥	+٤٥	٨١	٢٥
(١٢)	٥٠	٢٢	−١٢	−٨	+٩٦	١٤٤	٦٤
					+٣٣٦		
					−٤٢		
المجموع	٧٤٤	٣٦٠			٢٩٤	٥٧٨	٢٧٠

م س = ٦٢ م ص = ٣٠ مجـ ع س ع ص = ٢٩٤

مجـ ع٢ س = ٥٧٨ مجـ ع٢ ص = ٢٧٠

خطوات فى الحساب :

الخطوة ١ : احسب الدرجة المتوسطة فى كل مجموعة درجات

م س = ٦٢ م ص = ٣٠

الخطوة ٢ : احسب انحراف كل درجة عن متوسطها ، وهذه الانحرافات موضحة فى العمودين المعنونين ع س ، ع ص ، حيث :

ع س = س − م س ، ع ص = ص − م ص

الخطوة ٣ : اضرب ع س × ع ص وأوجد مجـ ع س ع ص ، مع مراعاة الإشارات :

مجـ ع س ع ص = ٣٣٦ − ٤٢ = ٢٩٤

الخطوة ٤ : أوجد مربع كل من الانحرافات ، وأوجد مجموعها

$مج ع^{٢}$ س = ٥٧٨ $\qquad$ $مج ع^{٢}$ ص = ٢٧٠

الخطوة ٥ : طبق المعادلة .

$$ر = \frac{مج ع_{س} ع_{ص}}{\sqrt{مج ع^{٢} س} \times \sqrt{مج ع^{٢} ص}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{\sqrt{٥٧٨} \times \sqrt{٢٧٠}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{\sqrt{١٥٦٠٦٠}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{٣٩٥}$$

$$= ٠,٧٤$$

ويمكن أن نستنتج من هذا أن العلاقة قوية بين الاختبار س ، والاختبار ص .

الطريقة الثانية :

حساب معامل الارتباط من متوسط حسابي فرضي (عندما يحوي المتوسط الحقيقي كسوراً) :

يعطى المثال السابق متوسط كل مجموعة من الدرجات كعدد صحيح ، ولو كان المتوسط عدداً كسرياً مثل ٦٢,٣٥ ، لكان الحساب أكثر تعقيداً ، ولكن يمكن تجنب التعقيد فى هذه الحالة ، باختيار متوسط فرضى . مع عمل التصحيحات الضرورية .

افترض فى المثال السابق أن المتوسطين لفرضيين كانا ٦١ ، ٣١ فإن الحساب يكون كما يلى :

التلميذ	الاختبار س	الاختبار ص	ع س	ع ص	ع س ع ص	ع٢ س	ع٢ ص
(١)	٧٣	٤٠	+١٢	+٩	+١٠٨	١٤٤	٨١
(٢)	٧١	٣٥	+١٠	+٤	+٤٠	١٠٠	١٦
(٣)	٧٠	٣٣	+٩	+٢	−١٨	٨١	٤
(٤)	٦٧	٢٧	+٦	−٤	−٢٤	٣٦	١٦
(٥)	٦٤	٢٩	+٣	−٢	−٦	٩	٤
(٦)	٦١	٣١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
(٧)	٦١	٣٠	صفر	−١	صفر	صفر	١
(٨)	٦٠	٢٦	−١	−٥	+٥	١	٢٥
(٩)	٥٨	٢٨	−٣	−٣	+٩	٩	٩
(١٠)	٥٦	٣٤	−٥	+٣	−١٥	٢٥	٩
(١١)	٥٣	٢٥	−٨	−٦	+٤٨	٦٤	٣٦
(١٢)	٥٠	٢٢	−١١	−٩	+٩٩	١٢١	٨١
			٤٠	١٨	٣٢٧		
			−٢٨	−٣٠	−٤٥		
المجموع			+١٢	−١٢	٢٨٢	٥٩٠	٢٨٢

ن = ١٢ مجـ ع س = ١٢ مجـ ع ص = ١٢ مجـ ع س ع ص = ٢٨٢

مجـ ع٢ س = ٥٩٠ مجـ ع٢ ص = ٢٨٢

خطوات فى الحساب :

الخطوة ١ : اختر متوسطاً فرضياً لكل مجموعة من الدرجات .

م س = ٦١ م ص = ٣١

الخطوة ٢ : أوجد انحراف كل درجة عن متوسط مجموعتها الفرضى .

ع س = س − م س ع ص = ص − م ص

الخطوة ٣ : أوجد مجموع الانحرافات بالنسبة لكل مجموعة مع مراعاة الانحرافات .

مجـ ع س = ١٢ مجـ ع ص = − ١٢

الخطوة ٤ : احسب انحراف درجة كل تلميذ عن المتوسط فى الاختبار س × انحراف درجة عن المتوسط فى الاختبار ص ؛ وذلك لإيجاد ع س ع ص.

الخطوة ٥ : أوجد مجع س ع ص = ٢٨٢

الخطوة ٦ : أوجد مربع كل من الانحرافات (ع^{٢} س ، ع^{٢} ص) ، وأوجد مجموع كل منها

مجع^{٢} س ، مجع^{٢} ص

مجع^{٢} س = ٥٩٠ ، مجع^{٢} ص = ٢٨٢

الخطوة ٧ : احسب ر من المعادلة :

$$ر = \frac{\text{مجع س ع ص} - \frac{\text{مجع س} \times \text{مجع ص}}{ن}}{\sqrt{\left[\text{مجع}^{٢}\text{س} - \frac{(\text{مجع س})^{٢}}{ن}\right]\left[\text{مجع}^{٢}\text{ص} - \frac{(\text{مجع ص})^{٢}}{ن}\right]}}$$

$$ر = \frac{٢٨٢ - \frac{١٢ \times ١٢-}{١٢}}{\sqrt{\left[٥٩٠ - \frac{١٤٤}{١٢}\right]\left[٢٨٢ - \frac{١٤٤}{١٢}\right]}}$$

$$ر = \frac{٢٨٢ + ١٢}{\sqrt{(٥٩٠ - ١٢)(٢٨٢ - ١٢)}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{\sqrt{٥٧٨ \times ٢٧٠}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{\sqrt{١٥٦٠٦٠}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{٣٩٥}$$

$$= ٠,٧٤$$

الطريقة ٣ :

حساب معامل الارتباط من القيم الخام

هناك طريقة أخرى لحساب معامل الارتباط بطريقة العزوم ، إذا توفرت آلة حاسبة، وتستخدم فيها المعادلة :

$$ر = \frac{ن \text{ مج س ص} - \text{مج س} \times \text{مج ص}}{\sqrt{[ن \text{ مج س}^2 - (\text{مج س})^2][ن \text{ مج ص}^2 - (\text{مج ص})^2]}}$$

حيث مج س مجموع درجات الاختبار س

مج ص مجموع درجات الاختبار ص

مج س^2 مجموع مربعات درجات الاختبار س

مج ص^2 مجموع مربعات درجات الاختبار ص

ن عدد التلاميذ

وتوضح طريقة الحساب فى الجدول التالى باستخدام نفس المثال الذى استخدم لتوضيح الطريقتين الأولى والثانية :

التلميذ	الاختبار س	الاختبار ص	س ص	س^2	ص^2
(١)	٧٣	٤٠	٢٩٢٠	٥٣٢٩	١٦٠٠
(٢)	٧١	٣٥	٢٤٨٥	٥٠٤١	١٢٢٥
(٣)	٧٠	٣٣	٢٣١٠	٤٩٠٠	١٠٨٩
(٤)	٦٧	٢٧	١٨٠٩	٤٤٨٩	٧٢٩
(٥)	٦٤	٢٩	١٨٥٦	٤٠٩٦	٨٤١
(٦)	٦١	٣١	١٨٩١	٣٧٢١	٩٦١
(٧)	٦١	٣٠	١٨٣٠	٣٧٢١	٩٠٠
(٨)	٦٠	٢٦	١٥٦٠	٣٦٠٠	٦٧٦
(٩)	٥٨	٢٨	١٦٢٤	٣٣٦٤	٧٨٤
(١٠)	٥٦	٣٤	١٩٠٤	٣١٣٦	١١٥٦
(١١)	٥٣	٢٥	١٣٢٥	٢٨٠٩	٦٢٥
(١٢)	٥٠	٢٢	١١٠٠	٢٥٠٠	٤٨٤
المجموع	٧٤٤	٣٦٠	٢٢٦١٤	٤٦٧٠٦	١١٠٧٠

خطوات فى الحساب :

الخطوة ١ : أوجد مجموع الدرجات المفردة فى كل من الاختبارين

مجـ س = ٧٤٤ ، مجـ ص = ٣٦٠

الخطوة ٢ : اضرب درجة كل تلميذ فى الاختبار س×درجته فى الاختبار ص للحصول على س ص.

الخطوة ٣ : أوجد مجـ س ص

مجـ س ص = ٢٢٦١٤

الخطوة ٤ : أوجد مربع درجة كل تلميذ فى الاختبار س للحصول على $س^{٢}$ ، وأوجد مجـ $س^{٢}$

مجـ $س^{٢}$ = ٤٦٧٠٦

الخطوة ٥ : أوجد مربع درجة كل تلميذ فى الاختبار ص للحصول على $ص^{٢}$ ، أوجد مجـ $ص^{٢}$

مجـ $ص^{٢}$ = ١١٠٧٠

الخطوة ٦ : أوجد معامل الارتباط من المعادلة .

$$ر = \frac{ن \text{ مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\sqrt{[ن \text{ مجـ } س^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}][ن \text{ مجـ } ص^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}]}}$$

$$= \frac{١٢ \times ٢٢٦١٤ - ٧٤٤ \times ٣٦٠}{\sqrt{[١٢ \times ٤٦٧٠٦ - (٧٤٤)^{٢}][١٢ \times ١١٠٧٠ - (٣٦٠)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٢٧١٣٦٨ - ٢٦٧٨٤٠}{\sqrt{(٥٦٠٤٧٢ - ٥٥٣٥٣٦)(١٣٢٨٤٠ - ١٢٩٦٠٠)}}$$

$$= \frac{٢٧١٣٦٨ - ٢٦٧٨٤٠}{\sqrt{٦٩٣٦ \times ٣٢٤٠}}$$

$$= \frac{٣٥٢٨}{٥٦,٩ \times ٨٣,٣}$$

$$= \frac{٣٥٢٨}{٧٤٣١}$$

$$= ,٧٤$$

وهكذا نرى أن معامل الارتباط لا تتغير قيمته بتغير طريقة حسابه .

تمارين :

١ ــ أوجد معامل الارتباط بين درجات اختبار إنجليزى (س) ، درجات اختبار حساب (ص) لعشرين تلميذاً .

التلميذ	س	ص	التلميذ	س	ص
(١)	٨٩	٧٠	(١١)	٩٤	٨٥
(٢)	٩٦	٨٧	(١٢)	٨٢	٦٩
(٣)	٩٢	٨٧	(١٣)	٧٤	٧٩
(٤)	٨٣	٧٧	(١٤)	٥٥	٥٤
(٥)	٨٤	٨٠	(١٥)	٧١	٧٣
(٦)	٨٢	٨٤	(١٦)	٥٦	٥٦
(٧)	٨٤	٧١	(١٧)	٤٧	٤٦
(٨)	٩٢	٨٧	(١٨)	٥١	٦٨
(٩)	٨٣	٧١	(١٩)	٣٩	٣٨
(١٠)	٧٣	٨٥	(٢٠)	٦٨	٦٤

(٢) أوجد معامل الارتباط من الدرجات التالية :

التلميذ	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)	(٨)	(٩)	(١٠)	(١١)	(١٢)
الاختبار س	٧٣	٧١	٧٠	٦٧	٦٤	٦١	٦١	٦٠	٥٨	٥٦	٥٣	٥٠
الاختبار ص	٤٠	٧٥	٣٣	٢٧	٢٩	٣١	٣٠	٢٦	٢٨	٣٤	٢٥	٢٢

معامل الارتباط للبيانات المجمعة

طريقة عمل رسم التشتت Scatter Diagram **أو شبكة الارتباط** Correlation Grid

تتضح هذه الطريقة من المثال التالى :

التلميذ	معامل الذكاء	درجة الإنجليزى	التلميذ	معامل الذكاء	درجة الإنجليزى
(١)	١١٢	٧٣	(٢١)	١٠٦	٥٨
(٢)	٨٨	٥٥	(٢٢)	٩٨	٦٩
(٣)	١١٥	٧٨	(٢٣)	١٠٩	٧٩
(٤)	١٣١	٨٨	(٢٤)	٩٤	٥٨
(٥)	١٠٥	٦٨	(٢٥)	١٠٨	٧٤
(٦)	٩١	٥٠	(٢٦)	٨٩	٦٢
(٧)	٨٥	٤٤	(٢٧)	١٠٥	٦٨
(٨)	١٠٦	٦٢	(٢٨)	١١٨	٨١
(٩)	٨٣	٥٥	(٢٩)	١٠٣	٦٧
(١٠)	١٠٢	٧١	(٣٠)	٨٩	٥٣
(١١)	١٠١	٧٧	(٣١)	١١١	٦٨
(١٢)	٨٧	٤٧	(٣٢)	٨٣	٤٧
(١٣)	٩٨	٥٥	(٣٣)	١٢٣	٨٦
(١٤)	١٠٣	٦٩	(٣٤)	١٠٨	٨٢
(١٥)	٩٠	٥٠	(٣٥)	٩٢	٥٦
(١٦)	١١٥	٨١	(٣٦)	١٣٤	٨٤
(١٧)	١١٣	٩٤	(٣٧)	٩٠	٥١
(١٨)	٩٣	٥٣	(٣٨)	١١٠	٧٨
(١٩)	٨٣	٥٣	(٣٩)	١٠٠	٥٥
(٢٠)	١٠٣	٧٦	(٤٠)	١١٣	٧٨

ورسم التشتت عبارة عن « شبكة » يمثل أحد جانبيها توزيع معاملات الذكاء بينما يمثل جانبها الآخر توزيع درجات الإنجليزى . فإذا مثلت الجوانب الرأسية من أسفل إلى أعلى معاملات الذكاء ، فإنها

ستوضح المدى ابتداءً من الدرجة ٨٠ إلى الدرجة ١٣٤ ، مقسما إلى إحدى عشرة فئة، بينما يمثل الجانب الأفقى من اليمين إلى اليسار درجات الإنجليزى التى تتراوح من ٤٠ إلى ٩٤، مقسمة إلى نفس العدد من الفئات ابتداءً من فئة ٤٠ — ٤٤ .

معامل الذكاء	درجات الانجليزى											المجموع
	٤٠-٤٤	٤٥-٤٩	٥٠-٥٤	٥٥-٥٩	٦٠-٦٤	٦٥-٦٩	٧٠-٧٤	٧٥-٧٩	٨٠-٨٤	٨٥-٨٩	٩٠-٩٤	
١٣٠ - ١٣٤										١		
١٢٥ - ١٢٩												
١٢٠ - ١٢٤												
١١٥ - ١١٩								١				
١١٠ - ١١٤							①					
١٠٥ - ١٠٩						١						
١٠٠ - ١٠٤												
٩٥ - ٩٩					١							
٩٠ - ٩٤												
٨٥ - ٨٩			١									
٨٠ - ٨٤												
المجموع												

شكل(٢٤) . شبكه الارتباط بين معاملات الذكاء ودرجات الإنجليزى

معامل ذكاء التلميذ (١) هو١١٢ .بينما درجته فى الإنجليزى ٧٣ .وبهذا يمكن تمثيل درجته بعلامة تكرارية، أوضحناها فى الرسم بتحويطها بدائرة فى الخانة المكونة من الصف ١١٠—١١٤ ، والعمود ٧٠ — ٧٤ . وبالمثل يمكن تسجيل معامل ذكاء كل تلميذ، ودرجته فى الإنجليزى فى الخانة المناسبة .

وقد بين تسجيل الخمس تلاميذ الأول فى شكل ٢٤ ؛ وعندما يتم تسجيل كل الدرجات ، تجمع العلامات التكرارية ويسجل العدد فى كل خانة ؛ وتسمى الشبكة الكاملة المبينةفى شكل ٢٥ أحياناً « رسم التشتت » .

معامل الذكاء	درجات الإنجليزى												المجموع
	٤٠-٤٤	٤٥-٤٩	٥٠-٥٤	٥٥-٥٩	٦٠-٦٤	٦٥-٦٩	٧٠-٧٤	٧٥-٧٩	٨٠-٨٤	٨٥-٨٩	٩٠-٩٤		
١٣٠ - ١٣٤									١ / ١	١ / ١			٢
١٢٥ - ١٢٩													صفر
١٢٠ - ١٢٤										١ / ١			١
١١٥ - ١١٩								١ / ١	١١ / ٢				٣
١١٠ - ١١٤						١ / ١	١ / ١	١١ / ٢			١ / ١		٥
١٠٥ - ١٠٩				١ / ١	١ / ١	١١ / ٢	١ / ١	١ / ١	١ / ١				٧
١٠٠ - ١٠٤				١ / ١		١١ / ٢	١ / ١	١١ / ٢					٦
٩٥ - ٩٩				١ / ١		١ / ١							٢
٩٠ - ٩٤			١١١١ / ٤	١١١ / ٣									٧
٨٥ - ٨٩	١ / ١	١ / ١	١ / ١	١ / ١	١ / ١								٥
٨٠ - ٨٤		١ / ١	١ / ١										٢
المجموع	١	٢	٦	٧	٢	٦	٣	٦	٤	٢	١		٤٠

شكل (٢٥) رسم التشتت لمعاملات الذكاء ودرجات الإنجليزى

وتعطى مجاميع تكرارات خانات الصفوف الأفقية ، التوزيع التكرارى لمعاملات الذكاء ، بينما تعطى مجاميع تكرارات الأعمدة ، التوزيع التكرارى للدرجات الإنجليزى .

ويتطلب الأمر أيضاً معرفة تكرارات الخانات المائلة (من عالٍ — عالٍ إلى منخفض—منخفض). كما هو موضح فى شكل ٢٦ .

طريقة الحساب :-

توجد فى ص ١١٣ صحيفة بيانات أو لوحة ارتباط . ويمكن إجراء كل الحسابات اللازمة على مثل هذه الصحيفة المجهزة ، ويمكن بسهولة إيجاد المتوسط والانحراف المعيارى لمعاملات الذكاء ودرجات الإنجليزى ، منها فمثلا : .

$$\text{متوسط معاملات الذكاء} = ١٠٧ + \left(٥ \times \frac{-٣٧}{٤٠} \right)$$

$$= ١٠٧ - ٤,٦٣ = ١٠٢,٣٧$$

$$\text{الانحراف المعيارى} = ٥ \times \sqrt{\left[\left(\frac{٣٣}{٤٠} \right)^{٢} - \frac{٢٨٣}{٤٠} \right]}$$

$$= ٥ \times \sqrt{.٨٦ - ٧.٠٨}$$

$$= ٥ \times \sqrt{٦,٢٢} = ٥ \times ٢.٤٩ = ١٢,٤٥$$

وقد رمز لتكرارات الصفوف (معاملات الذكاء) بالرمز « ت س » ، بينما رمز لتكرارات الأعمدة (درجات الانجليزى) بالرمز « ت ص » ورمز لتكرارات الخانات القطرية بالرمز « ت ط » .

ا رمز لمعاملات الذكاء بالرمز « ا » ولدرجات الانجليزى بالرمز « ب » ، وإلى الخانات القطرية بالرمز « حـ » .

واحسب $مج ت ع^{٢}$ — $\frac{(مج ت ع)^{٢}}{ن}$ لكل تكرار .

حيث $مج ت ع^{٢}$ مجموع مربعات الانحرافات

$مج ت ع$ مجموع الانحرافات .

$ن$ عدد الحالات .

$$\therefore \text{ا} = مج ت س ع^{٢} س - \frac{(مج ت س ع س)^{٢}}{ن}$$

$$\text{ب} = مج ت ص ع^{٢} ص - \frac{(مج ت ص ع ص)^{٢}}{ن}$$

$$\text{حـ} = مج ت ط ع^{٢} ط - \frac{(مج ت ط ع ط)^{٢}}{ن}$$

وبذلك تصبح معادلة معامل الارتباط $ر$ هى

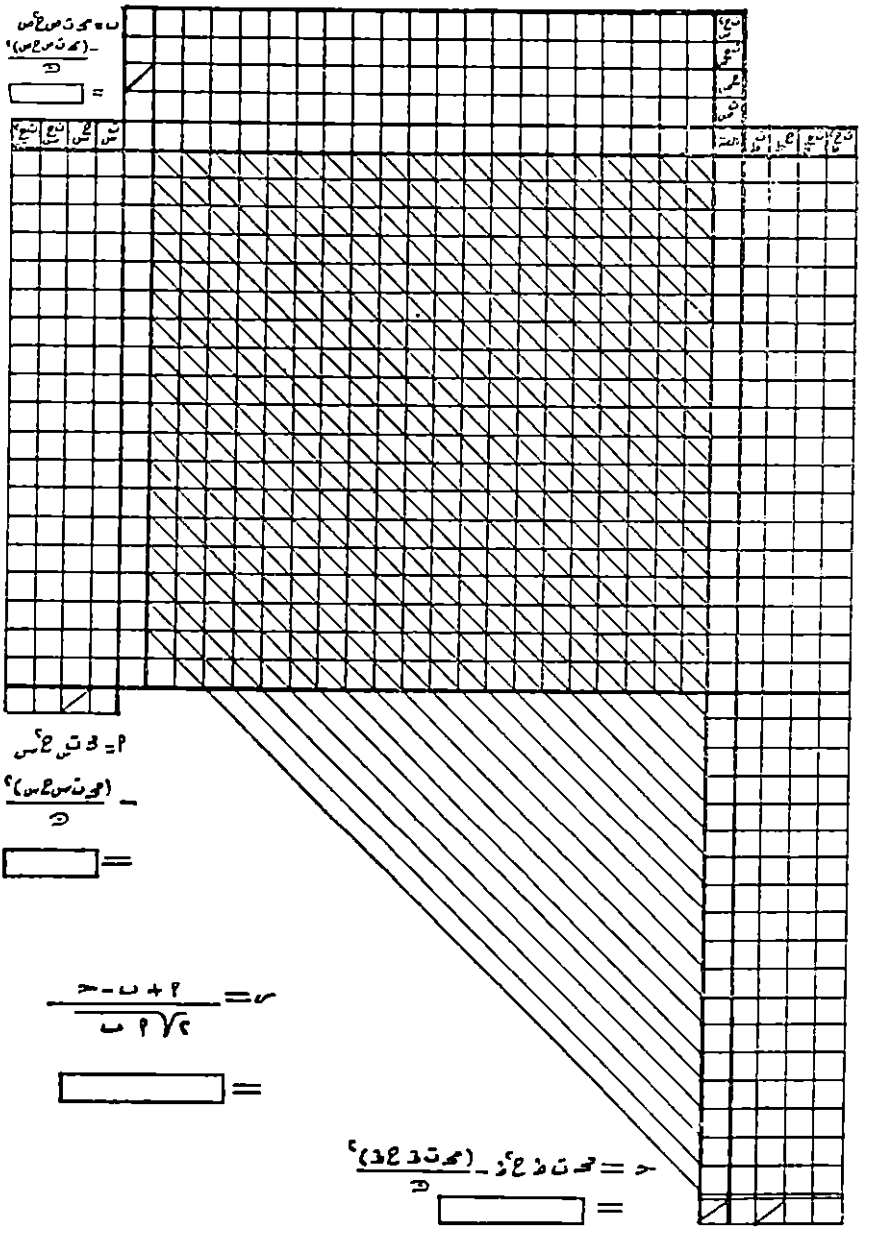
$$ر = \frac{\text{ا} + \text{ب} - \text{حـ}}{٢ \sqrt{\text{ا ب}}}$$

ت ص / ت س	٤٠-٤٤	٤٥-٤٩	٥٠-٥٤	٥٥-٥٩	٦٠-٦٤	٦٥-٦٩	٧٠-٧٤	٧٥-٧٩	٨٠-٨٤	٨٥-٨٩	٩٠-٩٤	ت س
١٣٠-١٣٤									١ ١	١ ١		٢
١٢٥-١٢٩												صفر
١٢٠-١٢٤										١ ١		١
١١٥-١١٩								١ ١	٢ ٢			٣
١١٠-١١٤						١ ١	١ ١	٢ ٢			١ ١	٥
١٠٥-١٠٩				١ ١	١ ١	٢ ٢	١ ١	١ ١	١ ١			٧
١٠٠-١٠٤				١ ١		٢ ٢	١ ١	٢ ٢				٦
٩٥-٩٩				١ ١	١ ١	١ ١						٢
٩٠-٩٤			٤ ١١١١	٣ ١١١								٧
٨٥-٨٩	١ ١	١ ١	١ ١	١ ١	١ ١							٥
٨٠-٨٤		١ ١	١ ١									٢

ت ص / ت س	٢	٥	١٠	١٣	٥	٤٠	١	٤٠

شكل (٢٦)

لوحـــات الارتبـــاط



شكل (٢٧)

(٢)

ت س	ح س	ت س ح س	ت س (ح س)^{٢}
٢	+ ٥	+ ١٠	٥٠
صفر	+ ٤	صفر	صفر
١	+ ٣	+ ٣	٩
٣	+ ٢	+ ٦	١٢
٥	+ ١	+ ٥	٥
٧	صفر	صفر	صفر
٦	− ١	− ٦	٦
٢	− ٢	− ٤	٨
٧	− ٣	− ٢١	٦٣
٥	− ٤	− ٢٠	٨٠
٢	− ٥	− ١٠	٥٠
		− ٦١	
		+ ٢٤	
٤٠		− ٣٧	٢٨٣

$\sum$ ت س ح س = − ٣٧

$\sum$ ت س (ح س)^{٢} = ٢٨٣

$$ا = \sum ت س (ح س)^{٢} - \frac{(\sum ت س ح س)^{٢}}{ن}$$

$$= ٢٨٣ - \frac{(٣٧)^{٢}}{٤٠}$$

$$= ٢٨٣ - ٣٤$$

$$= ٢٤٩$$

(ب)

ت ص	ح ص	ت ص ح ص	ت ص (ح ص)^{٢}
١	+ ٥	+ ٥	٢٥
٢	+ ٤	+ ٨	٣٢
٤	+ ٣	+ ١٢	٣٦
٦	+ ٢	+ ١٢	٢٤
٣	+ ١	+ ٣	٣
٦	صفر	صفر	صفر
٢	− ١	− ٢	٢
٧	− ٢	− ١٤	٢٨
٦	− ٣	− ١٨	٥٤
٢	− ٤	− ٨	٣٢
١	− ٥	− ٥	٢٥
		− ٤٧	
		+ ٤٠	
٤٠		− ٧	٢٦١

مجت ص ح ص = − ٧

مجت ص (ح ص)^{٢} = ٢٦١

$$ب = مجت ص (ح ص)^{٢} - \frac{(مجت ص ح ص)^{٢}}{ن}$$

$$= ٢٦١ - \frac{(-٧)^{٢}}{٤٠}$$

= ٢٦١ − ١,٢٣

= ٢٦٠ تقريبا

(حـ)

ت ط	ع ط	ت ط ع ط	ت ط (ع ط)^{٢}
٢	+ ٣	+ ٦	١٨
٥	+ ٢	+ ١٠	٢٠
١٠	+ ١	+ ١٠	١٠
١٣	صفر	صفر	صفر
٥	− ١	− ٥	٥
٤	− ٢	− ٨	١٦
١	− ٣	− ٣	٩
		− ١٦	
		+ ٢٦	
٤٠		+ ١٠	٧٨

مجت ط ع ط = ١٠

مجت ط(ع ط)^{٢} = ٧٨

$$\text{حـ} = \text{مجت ط}(\text{ع ط})^{٢} - \frac{(\text{مجت ط ع ط})^{٢}}{\text{ن}}$$

$$= ٧٨ - \frac{(١٠)^{٢}}{٤٠}$$

$$= ٧٨ - ٢,٥$$

$$= ٧٥,٥$$

$$\text{ر} = \frac{\text{ا} + \text{ب} - \text{حـ}}{٢\sqrt{\text{ا ب}}} = \frac{٧٥,٥ - ٢٦٠ + ٢٤٩}{٢\sqrt{٢٦٠ \times ٢٤٩}}$$

$$= \frac{٤٣٣.٥}{٢\sqrt{٦٤٧٤٠}} = \frac{٤٣٣,٥}{٢ \times ٢٥٤.٥}$$

$$= \frac{٤٣٣,٥}{٥٠٩} = \underline{٠.٨٥}$$

تطبيقات معامل الارتباط

ثبات الاختبار Reliability :

ثبات الاختبار هو التناغم والتناسق فى النتائج التى يعطيها . ويكون الاختبار ثابتاً إذا أعطى درجات لا تختلف إلا قليلا عن الدرجات التى يعطيها عند إعادة استخدامه . أو عند تطبيق صورة بديلة منه .

وهناك ثلاثة طرق لتعيين ثبات الاختبار .

(ا) إعادة تطبيق نفس الاختبار على نفس التلاميذ بعد فترة .

(ب) طريقة الصور المتبادلة أو النسخ المتكافئة .

(حـ) تقسيم الاختبار إلى قسمين متساويين . ومقارنة درجات كل قسم بدرجات القسم الآخر (تجزئة الاختبار إلى نصفين) أو التجزئة النصفية .

(ا) طريقة إعادة تطبيق الاختبار Test-Retest :

إذا اختبر تلاميذ مدرسة ما بنفس الاختبار مرتين . ووجد أن معامل الارتباط بين نتائج التطبيقين ٠,٩٢ ، فإن هذا الاختبار يعتبر عالى الثبات .

ويعترض على طريقة إعادة تطبيق الاختبار بأن التلاميذ تختلف اتجاهاتهم نحو إعادة الاختبار ، كما أن أثر التذكر والتمرين يختلف من تلميذ لآخر كما أن التدريب لن يكون متساوياً . وإذا كانت الفترة بين التطبيق الأول للاختبار والتطبيق الثانى له طويلة جداً ، فإن التلاميذ يختلفون وقت إعادة الاختبار ، من حيث النضج والتعلم .

(ب) طريقة الصور المتبادلة أو النسخ المتكافئة من الاختبار :

Alternative or equivalent forms

تقوم هذه الطريقة على افتراض وجود أسئلة متوازية فى كل من الصورتين . وأنها متساوية الصعوبة ، أو متكافئة وتتجنب هذه الطريقة . الاعتراضات الرئيسة على طريقة الاختبار وإعادته ، ولكن اختلاف أثر التذكر والمران سيظل قائماً .

(حـ) طريقة التجزئة النصفية : Split-half

ينصف الاختبار نصفين . ويوجد الترابط بين نتائج النصفين وتعتبر هذه الطريقة عادة أفضل الطرق لحساب ثبات الاختبار : ولو أنه يلزم توجيه عناية خاصة لضمان تحديد درجة صعوبة الأسئلة

بدقة . وينشأ عدم ثبات الاختبار عن عدة عوامل منها :

(ا) قد يرجع عدم الثبات إلى التلاميذ . فهناك تغيرات تطرأ على مشاعر وصحة التلاميذ ، كما أنهم نادراً ما يقبلون على اختبارين بنفس التهيؤ الذهنى .

(ب) قد يكون الاختبار نفسه غير ثابت . إذا لم يراع فيه التدرج فى صعوبة الأسئلة . فقد يؤدى وجود سؤال صعب فى أول الاختبار إلى زيادة « عكننة » بعض التلاميذ عن غيرهم .

وكذلك إذا كانت العينة التى اختبرت من الأسئلة غير ممثلة للمنهج تمثيلا صادقاً . فلا تكون منصفة للتلاميذ . وينطبق هذا أكثر على المواد ذات المنهج الواسع الذى يغطى موضوعات كثيرة ، كما فى الأدب والتاريخ . فيمكن أن يسأل التلاميذ فى موضوع . لم يدرسوه ، فالامتحان الجيد يجب أن تكون أسئلته عن أشياء تقع ضمن حصيلة خبرة كل تلميذ .

(حـ) قد يكون عدم الثبات بسبب أسلوب التصحيح . وتستخدم الاختبارات الموضوعية لضمان إعطاء المصححين نفس الدرجة لكل إجابة عن سؤال . بعكس اختبارات المقال التى تتأثر بالاختلافات الواسعة فى التصحيح . بل إن هذه الاختلافات قد تحدث بالنسبة للمصحح عندما يقوم بتصحيح نفس الإجابات على فترات زمنية متباينة . وقد وجد أن معامل الارتباط بين الدرجات التى يعطيها المصحح الواحد لنفس الإجابات قد يصل إلى ٠.٣

صدق الاختبار Validity :

يعرف صدق الاختبار بأنه صحة ودقة قياس ما يدعى أنه يقيسه . وينبغى التمييز بوضوح بين ثبات الاختبار وصدقه . فالميزان الذى يخطئ باستمرار فى تعيين الوزن بالزيادة مائة جرام ، يعتبر موثوقاً به ، أو ثابتاً . من حيث إنه متسق فى خطئه ، حيث إنه يسجل الأوزان بأكثر مما هى بمائة جرام دائماً . ولكن هذا الميزان ليس صادقاً not valid حيث إنه لا يسجل الأوزان بصدق .

قد تصحح موضوعات الإنشاء ، بخصم درجة عن كل خطأ هجائى وتعطى هذه الطريقة نتائج ثابتة ، حيث إنها تعطى نفس النتائج ولو تغير المصححون . ولكنها طريقة غير صادقة للحكم على مهارة التلميذ فى التعبير .

ويقاس صدق الاختبار بتعيين الارتباط بين الدرجات التى حصل عليها التلاميذ فيه ، والدرجات التى حصل عليها نفس التلاميذ فى معيار آخر مستقل لما يدعى الاختبار قياسه .

وينبغى أن يحدد المدرسون الغرض الذى من أجله يمتحنون تلاميذهم ، فقد يكون الامتحان :

(ا) مقياساً للتحصيل .

(ب) وسيلة للتشخيص .

(حـ) وسيلة للتنبؤ .

(أ) معظم الامتحانات مقاييس للتحصيل . فهى تحاول تحديد مقدار ما يعرفه التلاميذ فى مادة معينة .

(ب) وتعطى الاختبارات التشخيصية ، لتحديد مالا يعرفه التلميذ فى مادة ما . فالاختبار التشخصى فى الجمع ، يحدد عمليات الجمع التى لا يتقنها التلميذ .

(حـ) تستخدم كثير من نتائج الامتحانات . للتنبؤ بالأداء فى مراحل تعليمية مستقبلة . فتستخدم اختبارات اللغة والحساب فى المرحلة الابتدائية للتنبؤ بالنجاح فى مقررات المرحلة الاعدادية كما تستخدم نتائج شهادة إتمام الدراسة الثانوية للتنبؤ بالنجاح فى الجامعة ، والحق أن أن الارتباط بين نتائج الامتحانات فى المراحل التعليمية المختلفة أكثر انخفاضاً مما يتصور كثير من المعلمين .

التنبؤ :

إذا كان الارتباط بين الدرجات س . والدرجات ص هو ر س ص ، فإن العلاقة بينهما يعبر عنها بالمعادلة التالية :

$$س' = (ر_{س ص}) \times ص$$

حيث س' الدرجة المعيارية المتنبأ بها على المقياس « س » .

، ص الدرجة المعيارية على المقياس « ص » .

وتصبح المعادلة كما يلى ، فى حالة استخدام الدرجات الخام .

$$\frac{س - م_س}{ع_س} = ر_{س ص} \times \frac{ص - م_ص}{ع_ص}$$

حيث م س متوسط الدرجات س

، م س متوسط الدرجات ص

، ع س الانحراف المعيارى للدرجات س

، ع ص الانحراف المعيارى للدرجات ص

$$\therefore \quad س - م_س = ر_{س ص} \times \frac{ع_س}{ع_ص} (ص - م_ص)$$

$$\therefore \quad س = م_س + ر_{س ص} \times \frac{ع_س}{ع_ص} (ص - م_ص)$$

فمثلا :

إذا كان معامل الارتباط بين معاملات الـذكاء ، درجات الحساب هو ٠,٨٠ وكان متوسط معاملات الذكاء ١٠٠ ، والانحراف المعيارى لها ١٥ ؛ بينما كان متوسط درجات الحساب ٦٥ ، وانحرافها المعيارى ١٠ ، وكان المطلوب إيجاد الدرجة المحتمل أن يحصل عليها تلميذ فى الحساب معامل ذكائه ١٠٥ ؛ فإنها توجد كما يلى .

$$ر_{س\,ص} = ٠.٨٠$$

$$م_{ص} = ١٠٠ \qquad ع_{ص} = ١٥$$

$$م_{س} = ٦٥ \qquad ع_{س} = ١٠$$

$$س = ٦٥ + ٠.٨ \times \frac{١٠}{١٥} (١٠٥ - ١٠٠)$$

$$= ٦٥ + ٠.٨ \times \frac{١٠}{١٥} \times ٥$$

$$= ٦٥ \times ٢.٧$$

$$= ٦٧.٧ .$$

تمارين :

(١) إذا كان معامل الارتباط بين اختبار للذكاء (متوسطه ١٠٠ . والانحراف المعيارى له ١٥) ، واختبار إنجليزى (متوسطه ٥٠ . والانحراف المعيارى له ١٥) ، هو ٠,٨٥.

(ا) ما هى درجات الإنجليزى التى يمكن التنبؤ بها لتلاميذ معاملات ذكائهم ٨٥ ، ١٠٠ ، ١٢٠.

(ب) ما هى معاملات الذكاء التى يمكن التنبؤ بها لتلاميذ حصلوا على الدرجات التالية فى الإنجليزى ٤٥ ، ٥٠ ، ٧٥ .

(٢) ا ــ احسب معامل ارتباط الرتب (ر) بين الدرجات التالية :

ب ــ احسب معامل الارتباط ر بإحدى طرق إيجاد المعامل بمعادلة العزوم (معامل بيرسون) .

التلميذ	الإنجليزى	الحساب	التلميذ	الإنجليزى	الحساب
(١)	٨٨	٧٢	(١١)	٩٢	٨٠
(٢)	٩٥	٨٥	(١٢)	٨٤	٧٠
(٣)	٩٧	٨٢	(١٣)	٧٧	٧٤
(٤)	٨٢	٧٧	(١٤)	٥٤	٥٣
(٥)	٩٣	٨١	(١٥)	٧٥	٧٤
(٦)	٨٦	٨١	(١٦)	٦٠	٥٧
(٧)	٨٧	٧٧	(١٧)	٤٥	٤٥
(٨)	٩٤	٨٣	(١٨)	٤٨	٦٩
(٩)	٨٣	٧٨	(١٩)	٤٠	٣٩
(١٠)	٨١	٨٤	(٢٠)	٦٩	٦٨

ما هى درجة العلامة بين المجموعتين من الدرجات ؟

(٣) ما هو معامل الارتباط بين مجموعتين من معاملات الذكاء للأربعة وأربعين تلميذاً التاليين :

التلميذ	معامل الذكاء (١)	معامل الذكاء (٢)	التلميذ	معامل الذكاء (١)	معامل الذكاء (٢)
١	١١٤	١١٨	٢٣	٩٢	١٠٠
٢	١٢٤	١٢٦	٢٤	٩٥	١٠٣
٣	١١٨	١١٦	٢٥	١٠١	١٠٩
٤	١١٥	١٠٨	٢٦	٩١	٩٤
٥	١٢٥	١١٩	٢٧	٨١	٧٠
٦	١٢٠	١٢٨	٢٨	٩٥	٩٢
٧	١٢٩	١٢٠	٢٩	٩٩	١٠٠
٨	١٢٣	١٢٢	٣٠	١٠١	٩٣
٩	١١٧	١١٢	٣١	٩٠	٩٤
١٠	١١٨	١١٥	٣٢	٨٦	٩٢
١١	١٢٢	١٢١	٣٣	٩١	٨٦
١٢	١١٤	١١٣	٣٤	١٠١	١٠١
١٣	١٠٥	١٠٧	٣٥	٩٩	٩٧
١٤	٨١	٩١	٣٦	٧٩	٧٣
١٥	٩٨	٩٨	٣٧	٩٨	١٠٠
١٦	١٠٢	٩٠	٣٨	٩٣	٨٨
١٧	٧٧	٧٢	٣٩	٩٥	٩٣
١٨	١٠١	٩٣	٤٠	٩٨	٩٧
١٩	٧٩	٧٣	٤١	١١٢	١١٠
٢٠	١٠٣	١٠٥	٤٢	٩٠	٨٩
٢١	١٠٨	١٠٨	٤٣	١٠٣	٩٦
٢٢	٧٧	٧١	٤٤	٧٧	٧١

(٤) ما هو معامل الارتباط بين درجات ٤٤ تلميذاً فى الإنجليزى والحساب .

(ا) ما هى درجات الحساب التى يمكن التنبؤ بها لتلاميذ حصلوا على الدرجات التالية فى الإنجليزى ٨٠ ، ٧٠ ، ٥٠ .

(ب) ما هى درجات الإنجليزى التى يمكن التنبؤ بها لتلاميذ حصلوا على الدرجات التالية فى الحساب : ٨٠ ، ٧٠ ، ٥٠ .

التلميذ	الإنجليزى	الحساب	التلميذ	الإنجليزى	الحساب
١	٨٥	٧٠	٢٣	٦٢	٥٩
٢	٩٤	٨٧	٢٤	٦٣	٦٣
٣	٩٦	٨٥	٢٥	٧١	٧١
٤	٨٢	٧٦	٢٦	٥٩	٦١
٥	٩١	٨٤	٢٧	٣٤	٣٧
٦	٨٤	٨٤	٢٨	٥٧	٥٤
٧	٨٤	٧٦	٢٩	٦١	٥٧
٨	٩٣	٨٦	٣٠	٦٤	٥٦
٩	٨٣	٧٩	٣١	٥٨	٥٩
١٠	٨٢	٨٦	٣٢	٥٥	٦٤
١١	٩٠	٨٢	٣٣	٥٥	٦٠
١٢	٨٣	٦٩	٣٤	٦٠	٦٣
١٣	٧٦	٧١	٣٥	٦٧	٥٨
١٤	٥٦	٥٣	٣٦	٤٧	٤٩
١٥	٧٤	٧١	٣٧	٦٩	٨٢
١٦	٦٠	٥٨	٣٨	٥٦	٥٧
١٧	٤٨	٤٥	٣٩	٥٧	٥٢
١٨	٥١	٦٨	٤٠	٦٢	٦٦
١٩	٤٢	٣٨	٤١	٧٥	٦٥
٢٠	٦٧	٦٧	٤٢	٦٢	٥٩
٢١	٧٣	٧٩	٤٣	٦٨	٦٢
٢٢	٣٩	٤٢	٤٤	٣٨	٣٤