الباب التاسع

الحركة الدفعية — تصادم الأجسام

بند ٦٥ — بعض الاعتبارات الاساسية فى تصادم الاجسام :

إذا اصطدم جسمان نشأت بينهما ردود فعل كبيرة المقدار تعمل لفترة قصيرة جداً يفترق بعدها الجسمان وقد حدث تغيير شبه فجائى فى سرعة كل منهما غير أن مواضعهما لا تكاد تتغير خلال فترة التصادم القصيرة . وقد لا تتعدى فترة التصادم واحد فى الألف من الثانية كما سيأتى الكلام عنه .

ولما كانت ردود الفعل بين الأجسام المتصادمة متغيرة أثناء فترة التصادم إذ تأخذ فى التزايد عند بدء الجسمين فى التلامس إلى أن تبلغ حداً أعلى تتناقص بعده إلى الصفر عند افتراق الجسمين ولما كانت فترة التصـــادم غير معلومة ويصعب تحديدها على وجه الدقة لصغرها كان من الأجدى استعمال دفع رد الفعل ($\hat{F} = \int F\,dt$) دون التعرض لتفاصيل أجزائه .

وقد استنبطنا فى الباب السابع قانون الدفع (المعادلة (3)) عن طريق تكامل قانون نيوتن الأساسى للحركة بالنسبة للزمن وينص هـــذا القانون المشتق على أن « دفع أى قوة خلال فترة زمنية مساو للتغير الذى تحدثه فى كمية حركة جسيم خلال تلك الفترة » أى أن :

$$\hat{F} = m v_2 - m v_1 \qquad \ldots\ldots (1)$$

وسنستعمل هـــذا القانون المشتق فى استنتاج قانون عام آخر الأجسام المصطدمة .

وبناء على الاعتبارات السابقة جميعها سنورد فيما يلى بعض الكميات الصغيرة والتى ستهمل فى سائر تطبيقات التصـــادم دون الحاجة إلى الاشارة لذلك فى كل مرة :

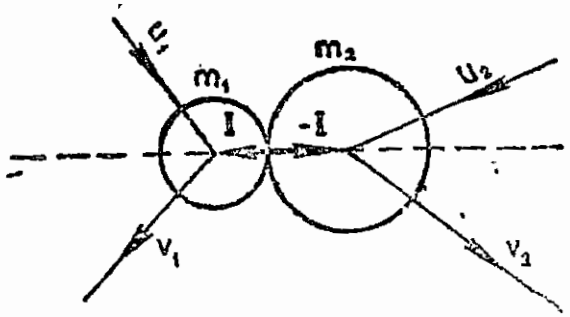
١ — بعض القوى العادية كوزن الأجسام مثلا يمكن إهمال دفعها لصغرها

٢ — الزنبرك والخيط المرن لا يؤديان قوى دفعية نظراً لمرونتها .

٣ — يهمل التغير الصغير فى مواضع الأجسام المتصادمة أثناء فترة التصادم القصيرة . وبذا تغير عملية التصادم من سرع الأجسام ولا تغير من مواضعها فى فترة التصادم .

بند ٦٦ — قانون بقاء كمية حركة الجسيمات المتصادمة :

سنبحث الآن حالة تصادم جسيمين كتلتاهما m_1 ، m_2 وسرعتاهما قبل التصادم مباشرة u_1 ، u_2 على الترتيب وسنوجد علاقة اتجاهية بين سرعتيهما السابقتين وسرعتيهما اللاحقتين للتصادم مباشرة ولنفرض أن هاتين السرعتين الأخيرتين v_1 ، v_2 .



شكل (٤٥)

ولإيجاد العلاقة المذكورة سنطبق القوانين الآتية :

١ — قانون الدفع على كل من الجسيمين (المعادلة ١) ؛

٢ — قانون تساوى الفعل ورد الفعل بينهما .

فلو فرضنا أن رد الفعل الدفعى على الجسيم m_1 هو I فان قانون الدفع يعطى للجسيم الأول :

$$I = m_1 v_1 - m_1 u_1$$

وتبعا لقانون الفعل ورد الفعل إذا دفع الجسيم m_2 الجسيم الآخر m_1 بدفع I كان دفع m_1 على m_2 مساويا ومضادا أى (I—) . وبتطبيق قانون الدفع على الجسيم m_2 نحصل على :

$$-I = m_2 v_2 - m_2 u_2$$

وبجمع هاتين العلاقتين نحصل على :

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \cdots\cdots (2)$$

ويمثل الطرف الأيسر من هـــذه المعادلة الإتجاهية مجموع كمية حركة الجسيمين قبل التصادم مباشرة . بينما يمثل الطرف الأيمن مجموع كمية حركة الجسيمين بعد التصادم مباشرة .

والعلاقة (2) تسمى بقانون بقاء كمية حركة الجسيمات المتصادمة أيا كان نوع هذه الجسيمات مرنة أو غير مرنة ، ملساء أو خشنة .

والقانون (2) لا يكفى وحده لتعيين سرعتى الجسيمين بعد التصادم ولذا وجب الاستعانة بمعادلة ثانية فيها نفس المجهولين v_1 , v_2 وهذه المعادلة الثانية ستتوقف على خواص الأجسام من مرونة وخشونة كما سنوضحه فى البند التالى .

وقانون بقاء كمية حركة الجسيمات المتصادمة المبرهن بالعلاقة (2) لجسيمين اثنين يمكن تعميمه بسهولة على أى عدد من الجسيمات إذا تركت يوجه بعضها

فى بعض دون أى مؤثر خارجى عنها بحيث لو أحصينا المجموع الإتجاهى لكميات حركتها جميعاً فى أى لحظة لوجدناها متساويين .

بند ٦٧ ـ اثر الخشونة فى تصادم الاجسام :

فى الحالات الاستاتيكية العادية تعمل قوى الاحتكاك على مقاومة الانزلاق النسبى للأجسام بعضها فوق بعض أو مجرد ميل هذه الأجسام للانزلاق تتناسب قوة الاحتكاك النهائى ـ حسب قانون كولومب ـ مع رد الفعل العمودى ومعامل التناسب المسمى بمعامل الاحتكاك يأخذ قيما كسرية غالباً ما تتوقف على خشونة الأجسام المتلامسة وعلى سكونها وحركتها .

وأثر الاحتكاك فى عمليات التصادم قليل نوعا للسببين الآتيين :

١ ـ يقل معامل الاحتكاك فى حالة الحركة عن معامل الاحتكاك الاستاتيكى كما هو ثابت بالتجربة .

٢ ـ تبلغ ردود الفعل العمودية فى حالات التصادم قيما كبيرة جدا لايحتمل معها استمرار التناسب المعبر عنه « بقانون كولومب » كما فى الحالات الاستاتيكية

ولذا سنهمل أثر الاحتكاك فيما يلى من تطبيقات معتبرين الأجسام المتصادمة ملساء . فاذا صدمت كرة صغيرة حاجزاً أملساً ثابتـــاً فان مركبة سرعتها فى اتجاه الحاجز تظل ثابتة لإنعدام رد الفعل الاحتكاكى على الكرة وكذلك إذا اصطدمت كرتان صغيرتان اصطداما مائلا فان مركبتى سرعتيهما فى اتجاه المماس المشترك لهما عند نقطة التلامس تظل ثابتتين ولا تتأثران بالتصادم نظراً لإنعدام ردود الفعل الاحتكاكية الواقعة على المماس المشترك .

بند ٦٨ ـ اثر المرونة فى تصادم الاجسام :

إذا صدمت كرة صغيرة مرنة حائطا صلبا ثابتا فى اتجاه عمودى عليه أخذت

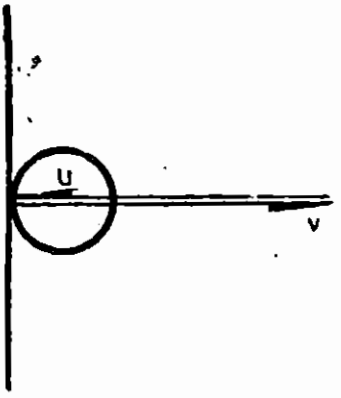
الكرة فى الانضغاط شيئا فشيئا حتى إذا بلغ الانضغاط أقصاه بدأت الكرة فى استعادة شكلها وحجمها الأولين أو بعضا منهما حسب مرونتها .ونذكر فيما يلى حالات ثلاث للاصطدام :

١ — اصطدام تام المرونة . وفيه تسترجع الكرة شكلها وحجمها الأولين تماما وذلك راجع إلى أن الكرة تامة المرونة . وفى هذه الحالة تكون سرعة ارتداد الكرة مساوية فى المقدار تماما لسرعة اصطدامها وبذا لا تفقد الكرة شيئا من طاقة حركتها .

٢ — اصطدام مرن : وفيه تسترجع الكرة بعض شكلها وحجمها الاولين فقط نظرا لنقص فى مرونتها . وفى هذه الحالة تكون سرعة ارتدادها أقل مقدارا من سرعة اصطدامها أى أن الكرة تفقد جانبا من طاقة حركتها يتحول إلى حرارة .

٣ — اصطدام عديم المرونة : وفيه لا تستعيد الكرة شيئا على الاطلاق من شكلها وحجمها الأولين وبذا لا ترتد الكرة عن الحائط أى أنها تفقد كل طاقة حركتها وهذا يحدث للاجسام العديمة المرونة كالطين مثلا .

بند ٦٩ — قاعدة نيوتن التجريبية لسرع الارتداد :



شكل (٤٦)

وجد نيوتن بالتجربة أن سرعة ارتداد كرة تتناسب مقدارا مع سرعة اصطدامها بحائط ثابت اصطداما عموديا أى أن :

$$v = -e\,u \qquad \cdots (3)$$

وفيها معامل التناسب e يتوقف على

مرونة الأجسام المصطدمة ويعرف بمعامل الارتداد ويأخذ القيم الآتية فى الحالات الثلاث المذكورة بالبند السابق :

١ — لاصطدام تام المرونة : $e = 1$

٢ — لاصطدام ناقص المرونة : $0 < e < 1$

٣ — لاصطدام عديم المرونة : $e = 0$

ويبلغ معامل الارتداد ٩٥ر٠ للزجاج ، ٢ر٠ للرصاص ومقدارا بين هذين الرقمين للأجسام الصلبة الاخرى .

ويمكن تعميم قاعدة نيوتن التجريبية على كرتين متصادمتين تصادما مباشرا وهما اللتان تكون سرعتاهما قبل التصادم منطبقتين على خط مركزى الكرتين وذلك باحلال السرعة النسبية للكرتين محل سرعة الكرة المصطدمة بحائط فى العلاقة (3) . وتعرف سرعة جسم بالنسبة لآخر بفرق متجهى السرعتين فاذا كان لجسم A سرعة v_A ولآخر B سرعة v_B فان سرعة A بالنسبة للجسم B تعطيها العلاقة الاتجاهية :

$$v_{A \to B} = v_A - v_B \qquad \ldots\ldots (4)$$

فاذا رمزنا لسرعة الجسمين المصطدمين اصطداما مباشرا قبل التصادم بالرمز u_1 ، u_2 ولسرعتيهما بعد التصادم مباشرة بالرمز v_1 ، v_2 أخذت قاعدة نيوتن التجريبية الصورة الآتية :

$$(v_1 - v_2) = - e\,(u_1 - u_2) \qquad \ldots\ldots (5)$$

ولما كانت السرع الأربع الواردة بالمعادلة (5) واقعة على خط مستقيم واحد هو خط المركزين اعتبرت المعادلة (5) معـــادلة غير اتجاهية و يلزم فقط مراعاة علامات السرع الواردة بها .

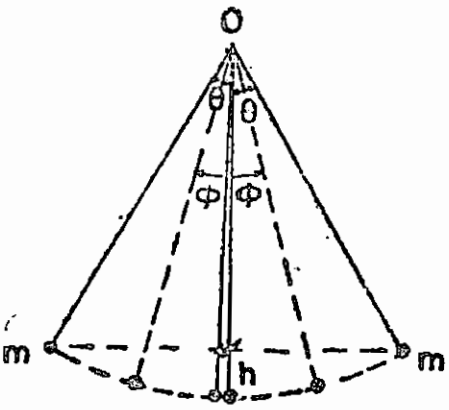
بند ٧٠ ـ قياس بعض الكميات المتعلقة بالتصادم

قد يكون من المناسب فى هذه المرحلة أن نبين باختصار بعض الطرق المتبعة فى قياس الكميات المتعلقة بالتصادم .

فلقياس أقصى رد فعل ينشأ بين كرتين مصطدمتين بســـرعة معينة تطلى الكرتان بطبقة سوداء يزول جزء دائرى منها حول نقطة تلامس الكرتين وذلك من أثر الصدمة ويتوقف قطر هـــذا الجزء المزال على شدة الصدمة ويقاس هذا القطر بميكروسكوب خاص . ويمكن عن طريق التأثير على الكرة بضغوط استاتيكية متزايدة بالتدريج الربط بين مقادير القـــوى الاستاتيكية وأقطار دوائر التفرطح الناشئة منها وبهذا يمكن تعيين أقصى رد فعل بين الكرتين وقد أثبتت التجارب أنها قوى كبيرة بالنسبة للقوى المادية التى تصـــادفنا فى التطبيقات المختلفة .

أما زمن التصادم فيمكن قياسه بطرق كهربيـــة وقد ثبت أن زمن اصطدام كرتين من النحاس قطر الواحدة بوصة وتسيران بسرعة ١ قدم فى الثانيـة يبلغ تقريبا ١٥ × ١٠$^{-٥}$ من الثانية وهو زمن لاشك صغير جدا وهذا ما حدا بنا إلى استعمال دفوع القوى بدلا من القوى نفسها .

وأما معامل ارتداد مادتين معينتين فيقاس بتعيين سرع كرتين مصنوعتين من المادتين قبل وبعد التصادم وذلك بتعليقهما على هيئة بندولين وتركهما ينزلان



شكل (٤٧)

من زاوية معينة مع الرأسى ثم قياس الزاويتين اللتين يرتدان إليها بعد التصادم ثم الربط بين هذه الزوايا والسرع قبل وبعد التصادم باستخدام قانون الطاقة (شكل ٤٧) فلو كانت كلتا الكرتين متساويتين ونزلتا من زاوية واحدة θ مع الرأس فإنهما يرتدان إلى زاوية واحدة φ مثلا . ويعطى قانون الطاقة سرعة أى من الكتلتين قبل التصادم مباشرة بالمقدار الآتى :

$$u = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)}$$

وسرعة أى منهما بعد التصادم مباشرة يعطيها المقدار الآتى :

$$v = \sqrt{2gl(1-\cos\phi)}$$

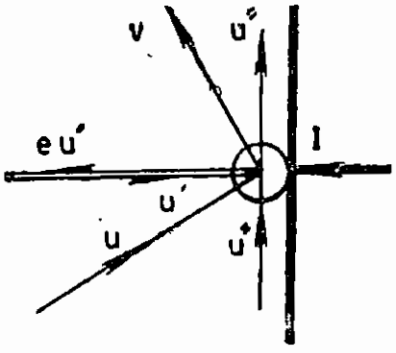
وتعطى قاعدة نيوتن التجريبية قيمة e على الوجه الآتى :

$$[\,v-(-v)\,] = -e\,(-u-(+u))$$

$$\therefore\ e = \frac{v}{u} = \sqrt{\frac{1-\cos\phi}{1-\cos\theta}}$$

بند ٧١ ـ اصطدام كرة صغيرة مرنة بحائط أملس اصطداما مائلا :

بتحليل السرعة u قبل الاصطدام مباشرة إلى مركبتين u، ف



شكل (٤٨)

الاتجاه العمودى على الحائط ، "u فى اتجاه الحائط يمكن دراسة أثر الاصطدام على كل من المركبتين (شكل٤٨) : تبقى المركبة "u المماسة للحائط على ماهى عليه نظراً لأن الحائط أملس ولا يعطى رد فعل احتكاكى فى هذا الاتجاه .

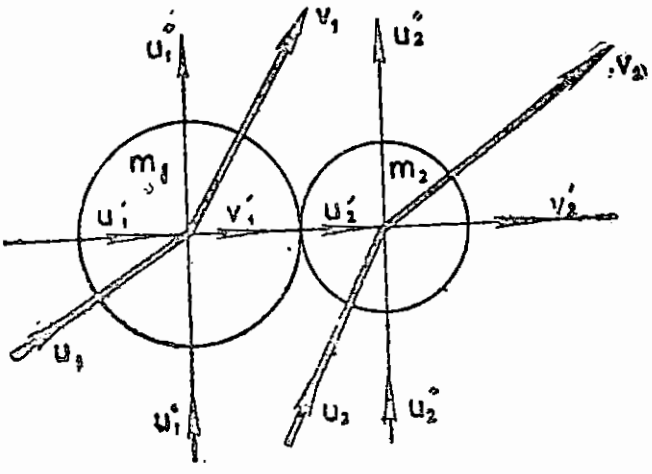
المركبة 'u المتعامدة على الحائط تنعكس فى الاتجاه المضـــاد بمقدار (eu') حسب قاعدة نيوتن التجريبية وذلك من أثر رد الفعل الدفعى للحائط I المبين بشكل (٤٨) وهو عمودى على الحائط . وعلى هذا فمحصلة السرعة v لحركة الكرة بعد التصادم مباشرة تنتج من تركيب السرعتين (u') , (eu') . ومقدار السرعة المحصلة بعد التصادم أقل منه على وجه العموم قبل التصادم — كما يتضح مما سبق — ولهذا كان هناك دائما فقدان فى طاقة حركة الجسم نتيجة للتصادم .

ومما هو جدير بالذكر أنه إذا كان معامل الإرتداد e مساويا للواحـــد الصحيح — وذلك فى حالة الأجسام التامة المرونة — فإننا نجد تبعا لما تقدم أن مقدار السرعة المحصلة v بعد التصادم يساوى مقدار السرعة المحصلة u قبـــل التصادم وأن ميلها على العمودى على الحائط متساو . وهذا يشبه ظاهرة انعكاس الضوء فى المرايا حيث ينعكس الشعاع المائل صانعا زاوية انعكاس مساوية تماما لزاوية سقوطه:

أما فى الحاله القصوى الأخرى وهى حالة الأجسام العديمة المرونة وفيها يكون معامل الارتداد e صفراً فان الجسم يفقد سرعته العمودية تماما نتيجة للتصادم وبذا يسير بجوار الحائط بعد ذلك .

بند ٧٢ - اصطدام كرتين مرنتين اصطداما مائلا :

في هذه الحالة تحلل الحركة قبل وبعد التصادم في اتجاه خط المركزين والعمودي عليه (شكل ٤٩)، لتكن سرعتا الكرتين قبل التصادم



شكل (٤٩)

مباشرة u_1 ، u_2 وسرعتاهما بعد التصادم مباشرة v_1 ، v_2 .

نظراً لملاسة الكرتين ستستمر المركبتان العموديتان u''_1 ، u''_2 دون تغيير وذلك لانعدام رد الفعل المماس للكرتين (الاحتكاك) .

أما المركبات u'_1 ، u'_2 ، v'_1 ، v'_2 المنطبقة على خط المركزين فستخضع جميعا لقانون بقاء كمية الحركة المعطى بالمعادلة (2) وكذلك لقاعدة نيوتن التجريبية المعطاة بالمعادلة (5) أى أن .

$$m_1 u_1' + m_2 u_2' = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

$$\& (v_1' - v_2') = - e (u_1' - u_2') \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

وهاتان المعادلتان تعطيان المجهولين v_1' ، v_2' بعد التصادم .

وبتركيب السرعتين المتعامدتين لكل من الجسمين بعد التصادم نحصل على سرعة المحصلة . وحل المعادلتين (7) ، (8) يعطي :

$$v_1' = \frac{m_1u_1' + m_2u_2' - e\,m_2(u_1' - u_2')}{m_1 + m_2} \quad \ldots\ldots (9)$$

$$v_2' = \frac{m_1u_1' + m_2u_2' - e\,m_1(u_2' - u_1')}{m_1 + m_2} \quad \ldots\ldots (10)$$

والحالة تصادم الجسيمات التامة المرونة ($e = 1$) والمتساوية الكتل ($m_1 = m_2$) أهمية خاصة فى نظرية الحركة للغازات (Kinetic theory of gases) حيث يفرض فى الغاز التام المتجانس أن يكون مكونا من جزئيات تامة المرونة متساوية الكتلة . وبتعويض هذين الشرطين فى المعادلتين (9) ، (10) نحصل على :

$$v_1' = u_2' \quad , \quad v_2' = u_1' \quad \ldots\ldots (11)$$

وإذا كان التصادم مباشرا فان المعادلتين (11) تعنيان أن الجسمين يتبادلان سرعتيهما نتيجة لعملية التصادم دون تغيير فى مجموع طاقة حركتهما ولهذا لا يمكن تبين أثر التصادم المباشر بين جزئيات الغاز . ولكن التصادم المائل هو الذى يحدث تشتتا فى جزئيات الغاز ينشأ عنه بعض الآثار الممكن تبينها عمليا .

بند ٧٣ ـ فقدان طاقة الحركة نتيجة للتصادم

سنعالج فى هذا البند التغير الذى يطرأ على طاقة حركة جسمين نتيجة تصادمهما تصادما مائلا كما فصلنا فى البند السابق . ومن المعلوم أن طاقة حركة جسيم هى الكمية القياسية الناتجة من ضرب نصف كتلته فى مربع سرعته وهى كمية موجبة دائما وطاقة حركة مجموعة من الجسيمات هى المجموع الجبرى لطاقاتها الفردية .

ولما كانت حركة جسيم تتوقف على مربع سرعته المحصلة فانه فى حالة تحليل هذه المحصلة إلى مركبتين متعامدتين u' , u'' مثلا كما رأينا فى البند السابق تصبح الطاقة الكلية لحركة الجسيم معطاة بالمقدار الآتى :

$$\tfrac{1}{2} m u^2 = \tfrac{1}{2} m (u'^2 + u''^2) = \tfrac{1}{2} m u'^2 + \tfrac{1}{2} m u''^2$$

ومنها يتضح أن الطاقة الكلية لحركة جسيم تساوى المجموع الجبرى لطاقتيه الناتجتين من مركبتى سرعتيه المتعامدتين .

ولما كانت مركبتا سرعتى الجسمين فى البند السابق فى الاتجاه العمودى على خط المركزين متساويتين قبل وبعد التصادم فان التغير فى طاقة حركة الجسمين ينتج فقط من تغير مركبتى سرعتيهما فى اتجاه خط المركزين وعليه فالتغير فى طاقة حركة الجسمين المتصادمين يعطيه المقدار الآتى :

$$(\tfrac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2'^2) - (\tfrac{1}{2} m_1 u'^2_1 + \tfrac{1}{2} m_1 u'^2_2) \qquad (12)$$

وبالتعويض فى (12) من (9) ، (10) نجد بعد شىء من الاختزال أن هناك فقداً فى الطاقة الكلية لحركة الجسيمات مقداره :

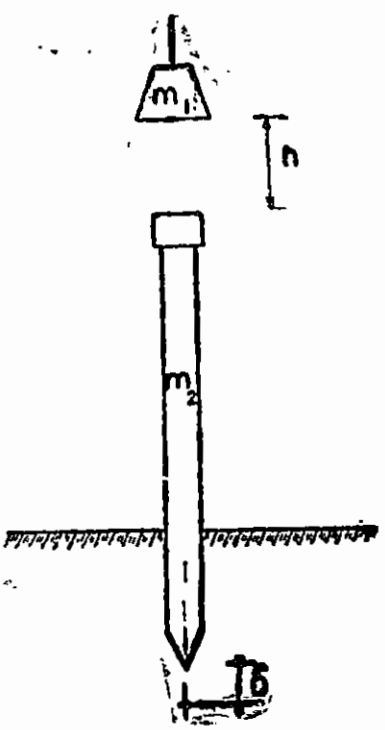
$$\frac{m_1 m_2 (1 - e^2) (u_1 - u_2)^2}{2 (m_1 + m_2)} \qquad \ldots \quad (13)$$

ويتحول هذا الجانب المفقود من طاقة الحركة إلى حرارة وهذه الحقيقة التى نعيها الآن بالأرقام قد عرفها الإنسان منذ القدم عندما تمكن من إشعال النار بضرب حجرين بعضهما ببعض .

ويتلاشى فاقد الطاقة الناشيء من الاصطدام عندما تكون (e = 0) كما يتضح من المقدار (13) وذلك فى حالة الأجسام التامة المرونة .

ويبلغ الفقد أقصاه فى حالة الأجسام العديمة المرونة (e = 0) وفى هذه الحالة تتساوى سرعتا الجسمين بعد التصادم فى اتجاه خط المركزين كما يتضح من المعادلتين (9) , (10) وبذا تكون السرعة المحصلة لكل من الجسمين بعد التصادم واحدة أى أن الجسمين العديمى المرونة يسيران بعد التصادم سويا بسرعة واحدة . وعلى هذا فقانون بقاء كمية الحركة كاف وحده لحل هذه الحالة

وظاهرة تبدد الطاقة بالاصطدام يستغلها المهندسون فى أعمالهم فهم يحاولون تلافى الاصطدام ما أمكن فى الآلات محافظة على طاقتها . وعلى العكس من ذلك يحاولون استغلال الإصطدام فى تهدئة المياه المندفعة من بوابات القناطر والخزانات أو تهدئة أمواج البحر الثائر



شكل (٥٠)

بند ٧٤ ـ دفع الخوازيق فى التربة :

تدفع الخوازيق فى التربة من أثر ضربات متوالية لمطرقة تسقط على رأس الخازوق من ارتفاع معين وحركة المطرقة والخازوق فى الدفعة الواحدة تنقسم الى ثلاثة مراحل .

١ ـ المرحلة الأولى هى سقوط المطرقة مسافة h تكتسب فى نهايتها سرعة مقدارها $\sqrt{2gh}$

٢ ـ المرحلة الثانية وهى مرحلة التصادم وهى كما بينا تستغرق فترة قصيرة ويهمل تغير موضع الجسمين خلالها . ونظراً لقلة ارتداد المطرقة عن الخازوق سنفرض التصادم عديم المرونة أى أن الجسمين يتحركان بعد التصادم بسرعة مشتركة v وذلك حسب قاعدة نيوتن التجريبية .

باستعمال قانون بقاء كمية الحركة نحصل على

$$m_1 \sqrt{2gh} + 0 = (m_1 + m_2)\, v \quad \ldots\ldots\ (14)$$

ومنها نجد أن السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم مباشرة تعطيها العلاقة :

$$v = \frac{\sqrt{2gh}}{1 + \frac{m_2}{m_1}} \quad \ldots\ldots\ (15)$$

٣ ـ المرحلة الثالثة وهى مرحلة اختراق الخازوق للتربة مسافة δ وفيها يبدأ الخازوق والمطرقة معاً الحركة بسرعة v (المعادلة 15) وينتهيان الى سكون متعرضين بطبيعة الحال لمقاومة التربة وسنعتبرها منتظمة وليكن مقدارها R خلال هذه المسافة الصغيرة δ وباستخدام قانون الطاقة نجد :

$$0 - \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2 = (m_1 + m_2)\, g\, \delta - R\, \delta \quad \ldots\ldots\ (16)$$

ويمثل الحد الأول من الطرف الأيمن لهذه المعادلة الشغل الذى يبذله

وزن الجسمين وهو قليل بالنسبة للشغل الذى تبذله مقاومة التربة R ويمكن إهماله وعليه :

$$R = \frac{(m_1 + m_2)\, v^2}{2\delta} = \frac{m_1^2\, gh}{(m_1 + m_2)\,\delta} \qquad \cdots\ \cdots\ (17)$$

والطاقة المفقودة فى التصادم يمكن حسابها كما يأتى :

$$\left[\frac{1}{2}\ m_1\, u^2 + 0\ \right] - \left[\ \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2\right]$$

$$= \tfrac{1}{2}\ m_1 \cdot 2gh - \tfrac{1}{2}\,(m_1 + m_2).\ \frac{2gh}{(1 + \frac{m_2}{m_1})^2}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \cdot m_1 gh \qquad \cdots\ \cdots\ (18)$$

وفيها يمثل $(m_1\, g\, h)$ الطاقة المبذولة بواسطة المطرقة كما يمثل المعامل $\left(\frac{1}{1 + \frac{m_1}{m_2}}\right)$ النسبة بين الطاقة المفقودة والطاقة المبذولة من المطرقة ولكى تصغر الطاقة المفقودة فى التصادم يجب أن تصغر النسبة $\left(\frac{1}{1 + \frac{m_1}{m_2}}\right)$ وذلك بتكبير

كتلة المطرقة m_1 إلى كتلة الخازوق m_2. وعلى هذا فدفع خازوق بمطرقة ثقيلة يستلزم بذل طاقة أقل من دفع نفس الخازوق بمطرقة خفيفة .

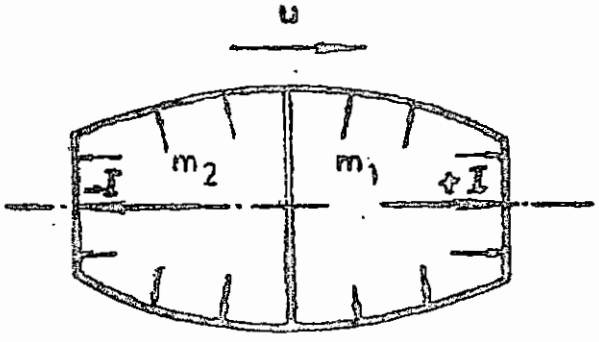
بند ٧٥ ـ الحركة الناشئة عن الانفجار :

تتميز القوى الدفعية بكبر مقـــاديرها مع صغر زمن تأثيرها وتنشأ هـذه القوى الدفعية كردود فعل بين الأجسام المصطدمة كما سبق شرحه وقد تنشأ هذه القوى الدفعية من احتراق كمية من البارود فى طلق نارى مثلا حيث لا تستغرق عملية الاحتراق سوى جزء يسير من الثانية بينما يبلغ الضغط الناشىء من تمدد غاز الاحتراق حدا هائلا ولذا سنعالج هذه الحركة كحركة دفعية يسرى عليها ما سبق من اعتبارات .

وتتوقف الدفوع التى تبذلها حبوات البارود على كمية البارود فى العبوة وعلى التركيب الكيميائى لمادتها . ويعرف الدفع الذى تبذله وحدة كتل نوع معين من البارود عند احتراقها **بالدفع النوعى** له وهو يبلغ المـــادة الكورديت حوالى ١٧٠ باوند ثانية لكل باوند من هذه المادة إذا حرق حرقا تاما . كما تعرف الطاقة الكامنة فى وحدة كتل البارود **بالطاقة النوعية** له .

بند ٧٦ ـ انفجار قنبلة تسير بسرعة معلومة :

لنفرض أن القنبلة كانت تسير بسرعة أفقية u قبل الانفجار مباشرة وأنها بانفجارها انقسمت إلى كتلتين m_1 , m_2 سرعتاهما v_1 , v_2 بعد الانفجـــار مباشرة وأن خط انقسام الشاظيتين كان رأسيا (شكل ٥١) .



شكل (٥١)

عند احتراق بارود القنبلة تعمل ضغوط غازات الاحتراق على الجدر الداخلية كما فى شكل (٥١) . ونظرا لتماثل القنبلة والضغوط الواقعة عليها حول المحور الأفقى لها فإن محصلة هذه الضغوط على أى من القسمين تكون أفقية كالمبين بالشكل . وإذا كانت محصلة دفوع هذه الضغوط على الكتلة اليمنى I إلى اليمين فإن محصلة الدفوع على الكتلة اليسرى تكون مساوية ومضادة للأولى ويتوقف مقدار I على كتلة البارود المحترق وعلى دفعه النوعى وهى بهذا كمية معلومة . ولإيجاد سرعتى الشظيتين بعد الانفجار نطبق قانون الدفع على كل منهما فنحصل على المعادلتين الآتيتين فى المجهولين v_1 ، v_2.

$$I = m_1 v_1 - m_1 u \qquad \cdots \cdots \quad (19)$$

$$-I = m_2 v_2 - m_2 u \qquad \cdots \cdots \quad (20)$$

بجمعها نحصل على :

$$m_1 u + m_2 u = m_1 v_1 + m_2 v_2 \qquad \cdots \quad (21)$$

وهو نفس قانون « بقاء كمية الحركة » الذى سبق اشتقـــاقه للأجسام المصطدمة .

بند ٧٧ ـ الطاقة المتولدة عن الانفجار :

رأينا أن التصادم يسبب فاقدا فى طاقة حركة الأجسام المصطدمة وسنرى أن الانفجار يسبب زيادة فى طاقة الحركة تعطيها الكمية الآتية :

$$[\tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2] - [\tfrac{1}{2} m_1 u^2 + \tfrac{1}{2} m_2 u^2]$$

وبالتعويض فى هذه الكمية بدلا من v_1 , v_2 من المعادلتين (19) , (20) نحصل على :

$$\tfrac{1}{2} m_1 (u - \frac{I}{m_1})^2 + \tfrac{1}{2} m_2 (+ \frac{I}{m_2})^2 - \tfrac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2$$

$$= \frac{I^2}{2m_1} + \frac{I^2}{2m_1}$$

$$= I \frac{v_1 + u}{2} - I \frac{v_2 + u}{2} \quad \ldots \ldots \quad (22)$$

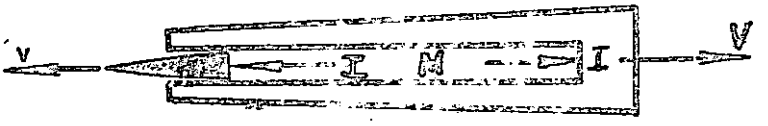
والكمية الأخيرة تساوى شغل الدفعتين I , I — إذ أن شغل الدفع أثناء زمن الانفجار القصير يساوى I مضروبا فى متوسط سرعة الجسيم أثناء فترة الانفجار محللة فى اتجاه الدفع

ومن الممكن إيجاد الحركة الناشئة من الانفجار باستخدام القانونين الآتيين:

١ ـ قانون بقاء كمية الحركة بصورته الاتجاهية العامة .

١ — قانون الطاقة هذا إذا أعطينا مقدار الطاقة الكامنة فى عبوة البارود أو بالأحرى الجزء المفيد منها فى عملية الدفع إذ أن جانبا من الطاقة الكامنة الكلية يتحول إلى حرارة .

ومما سبق قوله عن انفجار قنبلة إلى شاظيتين ينطبق تماما على حالة انطلاق قذيفة من سلاح نارى ، شكل ٥٢ ، فلو فرضنا أن السلاح والقذيفة كانا فى حالة سكون قبل الانفجار فان قانون بقاء كمية الحركة يعطينا :



شكل (٥٢)

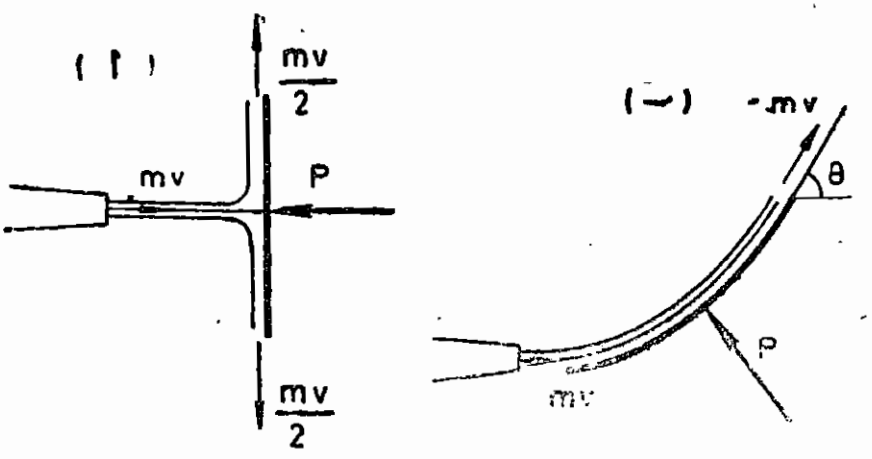
$$MV - mv = 0$$

أى أن المدفع سيرتد إلى الوراء بسرعة V تعطيها العلاقة السابقة .

وظاهرة أرتداد الأسلحة النارية عند انطلاق قذائفها من الظواهر التى يجب حسابها فى مثل هذه الحالات

بند ٧٨ — ضغط نافورة مياه على لوح ثابت :

يمثل شكل ، ٥٣ — ا ، لوحا مستويا يعترض تيارا مائيا منبثقا من نافورة عموديا على اللوح . لنفرض أن كتلة المياه المنبثقة من النافورة فى الثانية الواحدة هى m وأن سرعتها v فتكون كمية حركتها mv وباصطدامها باللوح تنقسم إلى تيارين يحمل كل منهما كمية حركة قدرها $\frac{1}{2}$ m v كما فى الشكل على فرض انعدام



شكل (٥٣)

أثر خشونة اللوح على حركة المياه وهو فرض قريب جدا من الحقيقة .

لنفرض أن ضغط اللوح على تيار المياه هو P فان دفع هذا الضغط خلال ثانية واحدة يكون (P × 1) . بتطبيق معادلة الدفع فى الاتجاه الأفقى نحصل على :

$$P \times 1 = 0 - (-mV)$$

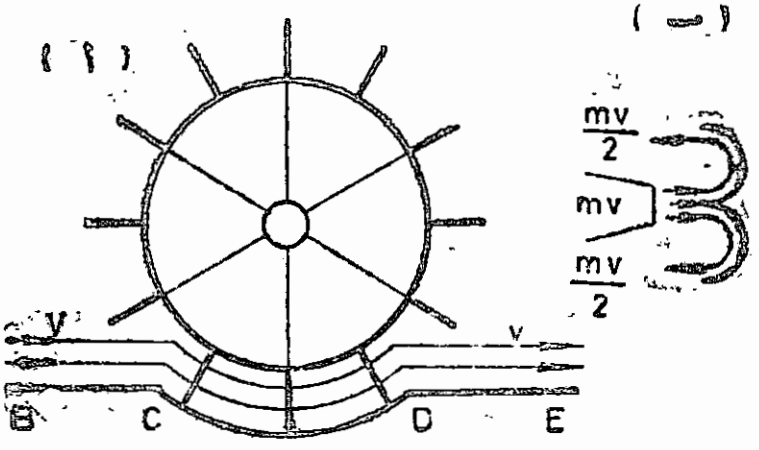
$$\therefore P = mV \qquad \ldots\ldots (23)$$

أما إذا كان اللوح منحنيا كما فى شكل (٥٣ ب) فبتطبيق قانون الدفع عملا فى الاتجاهين الأفقى والرأسى نحصل على مركبتى ضغط اللوح فى هذين الاتجاهين :

$$\left.\begin{aligned} P_x &= (-mV\cos\theta) - (-mV) = mV(1-\cos\theta) \\ P_y &= mV\sin\theta - 0 = mV\sin\theta \end{aligned}\right\} \ldots (24)$$

بند ٧٩ ـ العجلة الدائرة بدفع المياه ـ عجلة بلتون :

يمثل شكل (٥٤ — أ) عجلة رأسية تدور حول محور أفقى O بواسطة



شكل (٥٤)

دفع مياه مجرى لألواح مثبتة بحافة العجلة لو فرضنا أن سرعة التيار أمام العجلة (فى الجزء BC هى V فستكون سرعته خلف العجلة فى (الجزء DE) أقل من الأولى ولتكن v. وللحصول على أكبر فائدة من سرعة اندفاع التيـــار تجعل الألواح مقتربة من قاع المجرى فى الجزء CD قربا كافيا يجعل سرعتهـا مساوية لسرعة مياه الخلف v على وجه التقريب لنفـرض أن مساحة القطـاع العمودى للجزء من مياه المجرى العامل على إدارة العجلة هى A فتكون كتلة المياه المصطدمة بالألواح هى (ρ VA) حيث ρ هى كثافة الماء . ولما كانت الألواح متحركة فى اتجاه التيار بسرعه v كما سبق شرحه فتكون سرعة التيـار بالنسبة للألواح هى (V – v) وبتعويضها فى العلاقة (23) نحصل على الضغـط P على الألواح :

$$P = m\,(V-v) = \rho\, AV\,(V-v) \qquad \cdots\ \cdots\ (25)$$

ولما كانت سرعة الألواح هى v فإن معدل الشغل الذى يبذله ضغط التيار عليها هو :

$$\rho\, AV\,(V-v)\,v \qquad \cdots\ \cdots\ (26)$$

بينما طاقة حركة المياه الدافعة للألواح هى :

$$\tfrac{1}{2}(\rho A V)\, V^2 = \tfrac{1}{2}\rho A V^3 \qquad \ldots\ \ldots\ (27)$$

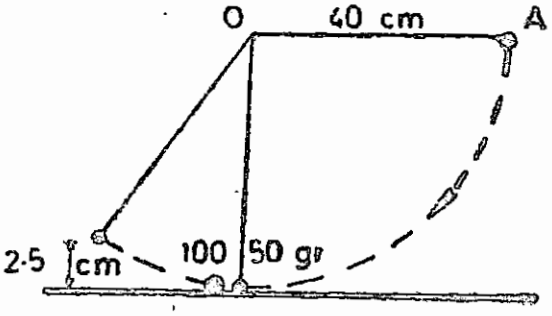
وتصرف النسبة بين الطاقة التى تكتسبها العجلة (الكمية 26) إلى الطاقة الأصلية للتيار الكمية (27) بكفاءة الآلة وهى لحالتنا هذه $\left(\frac{2v(V-v)}{V^2}\right)$

وقيمة الكفاءة العظمى $= \frac{1}{2}$ عندما تكون $(v = \frac{1}{2}V)$.

وفى عجلة بلتون تصنع الألواح منحنية بحيث تعكس التيار المنبثق من نافورات كما فى شكل (٥٤ — ب) وبذا يكون ضغط التيار على الألواح ضعف الكمية (25) وبذا تصل الكفاءة النظرية لعجلة بلتون إلى واحد صحيح .

أمثلة محلولة

مثال (١) : جسيم كتلته ٥٠ جم مربوط فى طرف خيط OA طوله ٤٠ سم وطرفه الآخر O مثبت



شكل (٥٥)

ترك الجسيم والخيط مشدود فى وضع أفقى ليسقط . وعندما صار الخيط رأسيا صدم الجسيم جسيما آخر كتلته ١٠٠٠ جم موضوع على نضد أفقى أملس كما فى الشكل . ثم واصل الجسيم الأول سيره بعد التصادم فبلغ ارتفاعا قدره ٢٫٥ سم عن النضد : أوجد سرعة الجسيمين بعد التصادم ومعامل الارتداد e وكذا الطاقة المفقودة فى التصادم .

الحـل

من قانون الطاقة نحصل على سرعة الجسم الهابط قبل الاصطدام مباشرة :

$$u_1 = \sqrt{2\,g\,h} = \sqrt{2 \times 9.8 \times .4} = 2.8 \text{ m/sec.}$$

سرعة نفس الجسم بعد التصادم مباشرة يمكن حسابها من قانون الطاقة كذلك :

$$v_1 = \sqrt{2 \times 98 \times .025} = 0.7 \text{ m/sec.}$$

بتطبيق قانون بقاء كمية الحركة وقاعدة نيوتن التجريبية على الجسمين المصطدمين نحصل على :

$$\left.\begin{aligned} 50\times 2.8 + o &= 50\times .7 + 100\ v_2 \\ (v_2 - .7) &= -\,e\,(o - 2.8) \end{aligned}\right\}$$

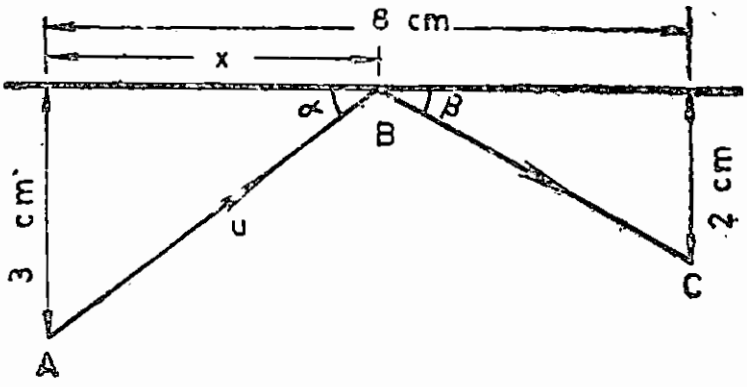
وفيها v_2 هي سرعة الكتلة الكبرى بعد التصادم مباشرة وأما سرعتها قبل التصادم مباشرة فكانت صفرا . والمعادلتان الأخيرتان تعطيان :

$$v_1 = 1.05 \text{ m/sec.} \quad , \quad e = .125$$

الطاقة المفقودة فى التصادم :

$$137.6 \text{ gr.m}$$

مثال (٢) : يتحرك جسيم على نضد أفقى أملس من نقطة A بسرعة u ليصدم حائطا رأسيا أملس فى B ثم يرتد إلى C ، شكل ٥٦ ، أوجد موضع النقطة B إذا علمت أن معامل الارتداد $= \frac{2}{3}$.



شكل (٥٦)

وإذا كان وزن الجسيم ٤٫٩ جم وسرعته قبل الاصطدام ٥ سم/ث فى الاتجاه AB أوجد دفع الحائط عند B والطاقة المفقودة فى التصادم بالوحدات العملية .

[اعدادى ق ١٠ . يونية سنة ١٩٥٧]

∴ مركبة سرعة الجسيم فى اتجاه الحائط ثابتة قبل وبعد التصادم وتخضع مركبتها العمودية على الحائط لقاعدة نيوتن التجريبية لذلك فإن :

$$\left.\begin{aligned} v\cos\beta &= u\cos\alpha \\ \text{\&}\quad v\sin\beta &= \tfrac{2}{3}\,u\sin\alpha \end{aligned}\right\}$$

وبقسمة المعادلتين نحصل على :

$$\tan\beta = \tfrac{2}{3}\tan\alpha$$

$$\frac{2}{8-x} = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{x}$$

ومنها : $x = 4$ cm

دفع الحائط يكون عموديا عليه وتعطيه الكمية الآتية

$$m\,v\sin\beta - (-m\,u\sin\alpha)$$

$$= m \left(\frac{2}{3} u \sin \alpha + u \sin \alpha \right)$$

$$= \frac{4.9 \times 5}{980} = .025 \text{ gr sec}$$

الطاقة المفقودة

.025 gr cm :

خلاصة الباب

١) المجموع الإتجاهى لكمية حركة الجسيمات المصطدمة قبل وبعد التصادم ثابت ويعرف بقانون كمية الحركة . وينطبق هذا القانون على الجسيمات الناشئة عن الإنفجار كذلك إذ تتساوى كمية حركة قنبلة بمجموع كمية حركة الشظايا الناشئة عند انفجارها .

٢) اصطدام الكرات الملساء لا يغير مركبات سرعها فى إتجاه المماس المشترك لها عند نقطة التلامس .

٣) مركبات السرع فى اتجاه خط المركزين تخضع لقاعدة نيوتن التجريبية . هذه القاعدة مع قانون بقاء كمية الحركة محللا فى اتجاه خط المركزين يؤلفان معادلتين كافيتين لتعيين سرعتى الجسيمين بعد التصادم .

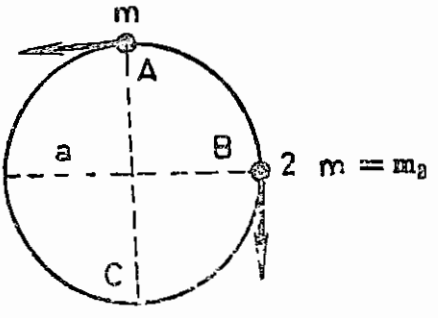
٤) إذا اصطدم جسيمان مرنان ومتساويا الكتلة اصطداما مباشرا تبادلا السرع ولهذا النوع من التصادم أهمية خاصة فى « نظرية الحركة للغازات » .

٥) التصادم مصحوب بفقد فى طاقة الحركة إلا فى حالة المرونة التامة .

٦) الإنفجار مصحوب بكسب فى طاقة الحركة معادل للطاقة الكامنة فى البارود .

تمرينات

(١) حلقتان صغيرتان كتلتاهما m ، 2m تركتا تنزلقان من سكون فى الوضعين A ، B من طوق دائرى أملس فى وضع رأسى . فإذا اصطدمت الحلقتان ضد أوطى نقطة C على الطوق أوجد سرعتيهما قبل وبعد الاصطدام مباشرة علما بأن الاصطدام تام المرونة (e = 1) .



شكل (٥٧)

أوجد أقصى أرتفاع تبلغه كل من الحلقتين بعد التصادم وكذا أقصى ضغط لكل من الحلقتين على الطوق :

$$u_1 = 2\sqrt{ga}\ ,\ v_1 = \frac{2\sqrt{ga}}{3}(1 + 2\sqrt{2})$$

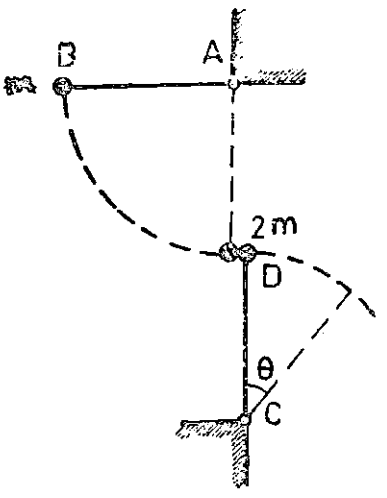
$$h_1 = \frac{2a}{9}(9 + 4\sqrt{2})\ ,\ N_1 = \frac{mg}{9}(45 + 16\sqrt{2})$$

الجواب :

$$u = \sqrt{2ga}\ ,\ v_2 = -\frac{\sqrt{ga}}{3}(4 - \sqrt{2})$$

$$h_2 = \frac{a}{9}(9 - \sqrt{2})\ ,\ N_2 = 4\ mg.$$

(٢) بندولان بسيطان يتألفان من قضيبين خفيفين AB ، CD طول كل منهما l ويدوران حول مفصلين ثابتين A ، C على خط رأسى واحد

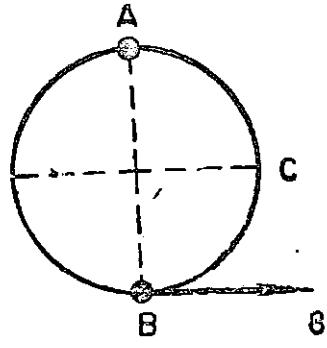


شكل (٥٨)

(AC = 2l) ترك A B من وضع أفقى ليصدم D C فى وضع رأسى اصطداما مرنا (شكل ٥٨) . أوجد الزاوية θ التى عندها ينعدم الضغط فى القضيب C D [أولى هـ . ا . سبتمبر سنة ١٩٥٤] .

[الجواب : $\cos\theta = \left(\frac{26}{27}\right)$]

(٣) تنزلق حلقة صغيرة كتلتها $\frac{1}{8}$ باوند من أعلى نقطة A فى طوق دائرى رأسى نصف قطره ١ قـــدم . قذفت حلقة أخرى كتلتها $\frac{1}{8}$ باوند أيضا من أوطى نقطة B بالسرعة المبينة بالشكل . اصطدمت الحلقتان فى نهاية القطر الأفقى C اصطداما عديم المرونة . أوجد سرعتيهما المشتركة بعد التصادم عندما يصلان إلى النقطة B وكذا رد فعل الطوق عليهما

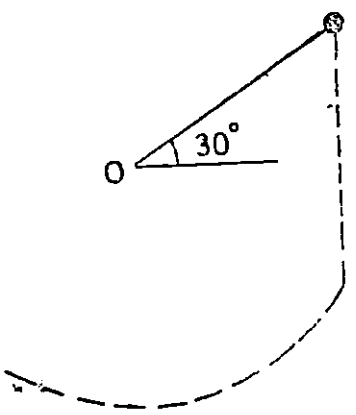


شكل (٥٩)

(أولى هـ . ا . يونية ١٩٥٢)

[الجواب : $v_B = 8\sqrt{2}$ ft. / sec, $N = \frac{2}{3}$ lb]

(٤) خيط طوله $\frac{1}{2}$ قـــدم يربط جسما وزنه باوند بنقطة ثابتة O ترك

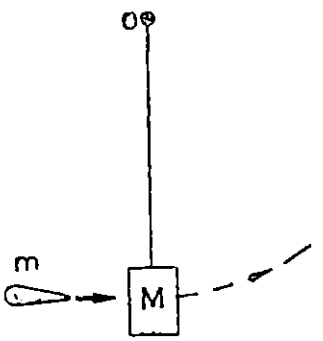


شكل (٦٠)

الجسيم عندما كان الخيط مشدودا فى وضع يصنع زاوية ٣٠° مع الأفق كما فى شكل (٦٠) صف الحركة التالية وأوجد أقصى ارتفاع يبلغه الجسيم بعد ذلك أوجد الشد فى أوطى وضع للجسيم

[الجواب : $\frac{3}{4}$ lnsh . T = 3,5 lbs]

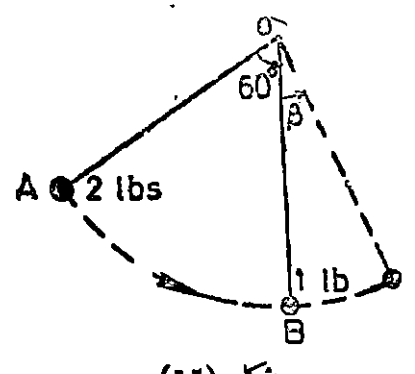
(٥) صفيحة مملوءة بالرمل وزنها ٩٩٨ جم معلقة بخيط طوله ١ متر كما فى شكل (٦١) أطلقت رصاصة كتلتها ٢ جم بسرعة أفقية ١٠٠٠ متر / ثانية لتستقر داخل الصفيحة . أوجد أقصى شد فى الخيط وسعة ذبذبة الصفيحة بعد الاصطدام .



شكل (٦١)

[الجواب : الشد = ١٠٠٤ جم ، سعة الذبذبة = ٢ $\sqrt{١٠}$ سم]

(٦) بندولان بسيطان طول خيط كل منهما ٢ قدم معلقان فى نقطة O ويحمل أحدهما كتلة ٢ باوند والآخر ١ باوند كما فى شكل (٦٢) ترك البندول OA من وضع يصنع زاوية ٦٠° مع الرأسى وعندما وصل الوضع الرأسى اصطدمت كتلته بكتلة البندول الآخر فتحرك إلى وضع يصنع زاوية β مع الرأسى كما فى الشكل أوجد β فى كل من



شكل (٦٢)

حالتى الإصطدام التام المرونة والإصطدام عديم المرونة . أوجد الطاقة المفقودة فى كل حالة وأقصى شد فى كل من الخيطين .

« اعدادى هـ ١٠ مايو سنة ١٩٥٦ »

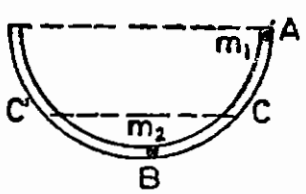
$$e = 1 : \cos\beta_1 = \left(\frac{1}{9}\right) \quad KE = O$$

الجواب : $\left(T_1 = \left(\frac{25}{9}\right) lb \ , \ T_2 = 4\ lb\right)$

$$e = O : \cos\beta_2 = \left(\frac{7}{9}\right) \ , \ K.E. = \left(\frac{2}{3}\right) lb.\ ft$$

$$\left(T_1 = \left(\frac{13}{9}\right) lb \ , \ T_2 = 4\ lb\right)$$

(٧) ينزلق جسيم m_1 من موضعه المبين بشكل « ٦٣ » داخل أنبوبة دائرية دقيقة فى وضع رأسى مبتدئا من سكون ثم يصدم جسيما آخر m_2 فى أوطى نقطة فى الأنبوبة وبعد الإصطدام ارتفع m_2 إلى C' وعاد m_1 إلى C حيث CC' خط أفقى على ارتفاع $\frac{a}{4}$ من B حيث a نصف قطر الدائرة .



شكل (٦٣)

أوجد النسبة $\frac{m_2}{m_1}$ ومعامل الارتداد e .

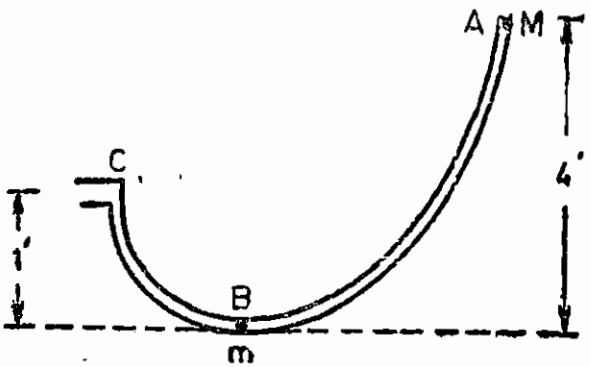
أوجد الطاقة المفقودة فى التصادم والضغط على الأنبوبة قبل وبعد التصادم .

« اعدادى هـ ١٠ مايو سنة ١٩٥٨ »

$$K.E. = O \ , \ e = 1 \ , \ \frac{m_2}{m_1} = 3$$

الجواب : $N_1 = 3\ m_1\ g \ , \ N'_1 = \frac{3}{2}\ m_2\ g$

$$N_2 = m_2\ g = 3\ m_1\ g \ , \ N'_2 = \frac{3}{2}\ m_2\ g = \frac{9}{2}\ m_1\ g$$

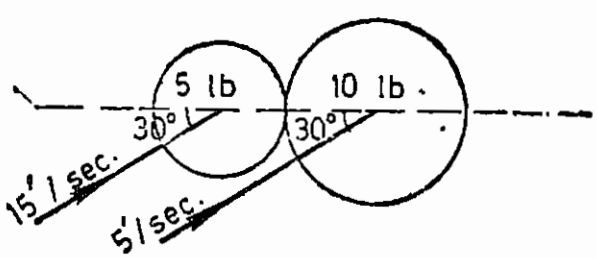


شكل (٦٤)

٨) أنبوبة دقيقة على شكل منحنى ABC ، شكل ٦٤ ، تركت كتلة M من أعلى نقطة لتنزلق داخل الأنبوبة الملساء فصدمت كتلة m مقدارها ١ باوند فى أوطى نقطة من الأنبوبة . أوجد أصغر مقدار للكتلة M يكفى لطرد الكتلة الاخرى m من الأنبوبة عند C فى كل من الحالتين :

$$e = 0 \quad (ب \qquad e = \frac{1}{2} \quad (ا$$

(M = 1 lb : ← ب M = ½ lb — ا الجواب)



شكل (٦٥)

٩) كرة كتلتها ٥ باوند تسير بسرعة ١٥ قدما / ث صدمت كرة أخرى كتلتها ١٠ باوند تسير بسرعة موازية للأولى مقدارها ٥ قدما / ث (شكل ٦٥)

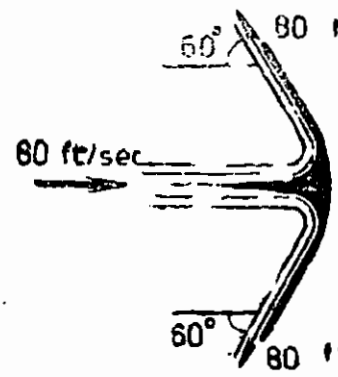
أوجد سرعتى الكرتين بعد التصادم إذا علمت أن معامل الارتداد = $\frac{1}{2}$ وأن الكرتين ملساوان .

سرعة الكتلة الصغرى = ٥ $\sqrt{3}$ قدما/ث على زاوية ٦٠°
مع خط المركزين
الجواب : سرعة الكتلة الكبرى = $\frac{1}{2}$ $\sqrt{13}$ قدما / ث على زاوية
ظلها $\frac{\sqrt{3}}{6}$ مع خط المركزين

١٠) كرتان ملساوان كتلة احداهما ضعف كتلة الأخرى تسيران فى خطين متوازيين بسرعتين متساويتين ٧ . أصطدمت الكرتان وكان خط مركزيهما يصنع ٣٠° مع اتجاهى سيرهما فى لحظة التصادم . أوجد سرعتيهما مقدارا واتجاها بعد التصادم إذا علمت أن معامل الارتداد = $\frac{1}{2}$

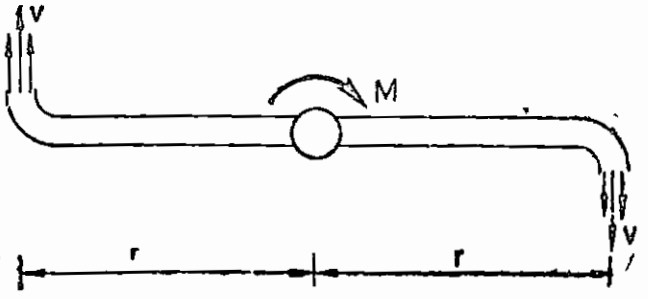
سرعة الكتلة الصغرى = ٧ وتصنع زاوية ٣٠° مع خط المركزين:
الجواب : سرعة الكتلة الكبرى = $\frac{7}{2}$ وتصنع زاوية ٩٠°
مع خط المركزين .

١١) أوجد ضغط نافورة المياه على اللوح المنحنى الثابت المبين بشكل (٦٦) إذا علمت أن كمية المياه المصطدمة باللوح = ٢٫٥ قدم مكعب فى الثانية وأن سرع الاصطدام والانعكاس كما فى الشكل .



شكل (٦٦)

(الجواب : ٥٨٥ باوند)



شكل (٦٧)

١٢) يوضح شكل (٦٧) رشاشة تميل تنبعث المياه من طرفيها بسرعة v قدما / ث وبكمية قدرها Q قدما مكعبا / ث أوجـــد العزم M اللازم لمنع الرشاشة من الدوران .

الجواب :

$$M = \frac{2 w Q v r}{g}$$

حيث w هى وزن القدم المكعب من المياه