# الباب السابع

## القوانين المشتقة

**بند ٥١ – مقدمة** : تكلمنا فى الباب السابق عن قوانين نيوتن الثلاثة للحركة مبينين أنها تتلخص فى القانون الثانى الذى يربط القوة والكتلة والعجلة وأن القانونين الأول والثالث يمكن برهنتهما إستناداً إلى القانون الثانى الأساسى .

وقانون نيوتن الأساسى صالح لتعيين حركة الأجسام متى علمت القوى المسببة لها أو تعيين القوى متى علمت الحركة الناشئة عنها . ولما كان القانون الأساسى يربط محصلة القوى بالعجلة الناشئة من فعلها وهذه الأخيرة عبارة عن التفاضل الزمنى الثانى لمتجه الوضع فان تكامل هذا القانون مرة بالنسبة للزمن يعطى سرعة الجسم ومرة ثانية يعطى موضعه متى علمت أحوال البداية للزومها فى تعيين ثوابت التكامل كما أوضحنا فى أبواب الكينماتيكا .

وسنجرى فيما يلى الخطوة التكاملية الأولى لقانون نيوتن الأساسى للحركة وذلك للحصول على قوانين مشتقة أى جاءت نتيجة لعملية رياضية بحتة . وسوف تعين هذه العلاقات المشتقة على متابعة التفكير المنطقى وعلى تيسير حل بعض المسائل الديناميكية .

**بند ٥٢ – الدفع وكمية الحركة – قانون الدفع** . إذا بدأنا بقانون نيوتن الأساسى للحركة معوضين عن العجلة بصورتها الاتجاهية وجدنا أن :

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

وبضرب طرفى هذه العلاقة فى dt وتكاملها بين لحظتين $t_1$ ، $t_2$ تكون سرعة الجسيم فيهما $v_1$ ، $v_2$ على الترتيب فان :

$$\int_{t_1}^{t_2} F\,dt = \int_{v_1}^{v_2} m\,d\,v = m\,v_2 - m\,v_1 \quad \cdots\cdots \quad (1)$$

**تعاريف :** سنعرف الكميات الواردة بطرفى المعادلة (1) على الوجه الآتى :

١ – **دفع القوة :** يعرف التكامل الزمنى للقوة F بين لحظتين $t_1$ ، $t_2$ الواردة بالطرف الأيسر للمعادلة (I) بدفع القوة F خلال الفترة الزمنية $(t_2 - t_1)$ ويرمز للدفع بالرمز (I) اختصارا لكلمة Impulse وقد يرمز له بنفس رمز قوته بالشكل الآتى : $(\hat{F})$

وعموما نعرف دفع قوة ما لفترة ما بحاصل ضرب متوسط القوة فى زمن تاثيرها والتعريف التكاملى

$$\hat{F} = \int_{t_1}^{t_2} F\,d\,t \quad \cdots\cdots \quad (2)$$

يأخذ بعين الاعتبار تغير القوة بمرور الزمن .

ودفع أى قوة متجه منطبق عليها نظراً لأن الزمن كمية قياسية لا تغير اتجاه المتجه إذا ما ضربت فيه .

٢ – **كمية الحركة :** يعرف حاصل ضرب الكتلة m بالسرعة v فى لحظة ما بكمية حركة الجسيم فى هذه اللحظة وهى أيضاً كمية متجهة مطابقة لمتجه

السرعة وبديهى أن وحدات الدفع وكمية الحركة يجب أن تكون واحدة لإرتباطها بمعادلة واحدة ( المعادلة (1) )

**قانون الدفع** : بناء على التعريفين السابقين يمكن كتابة المعادلة (XI) على الصورة الاتجاهية الآتية :

$$\vec{F} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 \quad \cdots\cdots (3)$$

وهى الصورة الرياضية لقانون الدفع الذى ينص على أن : **دفع أى قوة جسيم ما خلال فترة زمنية يساوى التغير الناشىء فى حركته خلال تلك الفترة .**

ويطبق هذا القانون فى الحالتين الآتيتين :

(١) إذا كانت القوى دوال فى الزمن أو ثابتة أمكن عن طريق التكامل ( المعادلة (2) ) ايجاد دفوعها وبذا تعين المعادلة (3) سرعة الجسيم فى أى لحظة.

(٢) عند معالجة تصادم الجسيمات حيث تعمل ردود دفعية بينها فى فترة التصادم ينشأ عنها تغيرات انجائية فى سرع الجسيمات . ولما كانت قوى الردود الدفعية كبيرة جدا — كما وجد بالقياس — ومتغيرة أثناء فترة التصادم وهذه الفترة بدورها قصيرة ويصعب تحديدها على وجه الدقة كان من الأجدى استعمال حاصل الضرب أى دفع القوة دون التعرض لتفاصيل أجزائه .

**بند ٥٣ — الشغل والطاقة — قانون الطاقة** : تناولنا فى البند السابق التكامل الزمنى لقانون نيوتن وسنتناول فى هذا البند تكامل هذا القانون بالنسبة للمسافة .

من المعلوم أن قانون نيوتن الأساسى للحركة عبارة عن معادلة اتجاهية بين متجهين هما القوة والعجلة وبتحليل هذه المعادلة فى اتجاه المماس لمسار الجسيم نحصل على المعادلة القياسية الآتية :

$$F_t = m f_t \qquad (4)$$

وفيها $F_t$ هى مجموع مركبات القوى فى اتجاه المماس لمسار الحركة وكذا $f_t$ هى عجلة الجسيم فى اتجاه المماس وهى تساوى $v\frac{dv}{ds}$ ( $\frac{dv}{dt}$ ) كما سبق فى الباب الخامس .

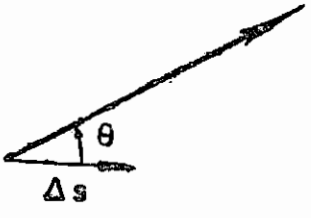
$$\therefore F_t = m\, v \frac{dv}{ds}$$

وبفصل المتغيرين وتكامل الطرفين بين أى موضعين 1 , 2 للجسيم نحصل على

$$\int_{s_1}^{s_2} F_t\, ds = \int_{v_1}^{v_2} m\, v\, dv = \tfrac{1}{2} m\, v_2^2 - \tfrac{1}{2} m\, v_1^2 \quad \cdots\cdots \quad (5)$$

تعاريف : والآن أصطلح على اعطاء الكميات القياسية الواردة بطرفى المعادلة (5) أسماء معينة نعرفها فيما يلى :

١ ـ الشغل : يعرف الطرف الأيسر المعادلة (5) بشغل القوة المماسة $F_t$ نتيجة لإنتقال الجسيم من الموقع 1 إلى الموقع 2 . ويرمز للشغل بالرمز W إختصارا لكلمة (Work)




شكل (٢٦)

وبناء عليه يمكن تعريف شغل قوة F إذا ما إنتقلت نقطة تأثيرها إنتقالا صغيرا $\Delta s$ ينحرف اتجاهه عن القوة بزاوية قدرها $\theta$ بالكمية القياسية الآتية :

$$\Delta W = F\, \Delta s \cos\theta \quad \cdots\cdots \quad (6)$$

وهذه الكمية قد تكون موجبة أو سالبة بحسب ما إذا كانت الزاوية $\theta$ حادة أو منفرجة . وبناء على المعادلة (6) ينعدم شغل القوة إذا ما تعامدت على الانتقال ولذا ينعدم شغل جميع القوى العمودية على مسار الحركة ، ومن هذا يتضح أن الطرف الأيسر للمعادلة (5) يمثل شغل جميع القوى المؤثرة على الجسيم لا شغل المماسة منها فقط .

**٢ ـ طاقة الحركة :** لننتقل إلى الكميات الواردة بالطرف الأيمن للمعادلة (5) ولنعرف الكمية القياسية ($\frac{1}{2} m v^2$) بطاقة حركة الجسيم عندما تكون سرعته $v$ ويرمز لطاقة الحركة بالرمز K E اختصارا لكلمة (Kinetic Energy) وأحيانا بالرمز T وهى كمية قياسية موجبة دائما .

**قانون الطاقة :** تمثل المعادلة (5) قانون الطاقة وهو ينص على أن **فرق طاقتي حركة جسيم فى موضعين يساوى مجموع شغل القوى المؤثرة فى انتقاله من الموضع 1 الى الموضع 2** وفى الصورة الرياضية :

$$W = T_2 - T_1 = \frac{1}{2} m_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \cdots \cdots (7)$$

والكميات المشمولة بهذا القانون وهى الشغل وطاقة الحركة كميات قياسية تجمع وتطرح بالطرق الجبرية العادية .

ولقانون الطاقة أهميته فى تعيين سرع الجسيمات فى مواضع معينة إذا ما كانت القوى المؤثرة عليه دوال فى موضع الجسيم أو ثابتة متى يتيسر تعيين شغل هذه القوى بطرق التكامل .

ولما كان قانون الطاقة بصورته (7) كاف لمختلف الاستعمالات فإننا سنرجىء الكلام عن طاقة الوضع وعن قانون بقاء الطاقة إلى وقت الكلام عن مجالات القوى

بند ٥٤ ـ القدرة : تعرف قدرة آلة على العمل بالمعدل الزمنى لشغل الآلة أى بمقدار الشغل الذى تبذله الآلة فى وحدة الزمن .

ولما كان شغل القوة هو حاصل ضرب مقدار القوة فى مركبة انتقال نقطة تأثيرها فى اتجاه القوة نفسها كانت القدرة مساوية لحاصل ضرب القوة فى سرعة نقطة التأثير فى اتجاه القوة كذلك ويرمز للقـــدرة بالرمز P اختصارا لكلمة (power) وتعطيها المعادلة :

$$P = F\, v \cos\theta \qquad \ldots\ldots (8)$$

ووحدة القدرة هى الحصان ويرمز له بالرمز (H.P.) اختصاراً لـــكلمة (Horse Power) وهو يساوى ٧٥ كجم متر فى الثانية أو ٥٥٠ باوند قدم فى الثانية وهو ما يبذله حصان متوسط القدرة فى الثانية الواحدة .

بند ٥٥ ـ الوحدات الاساسية والمركبة

هناك نظامان للتعبير عن الوحدات

١ ـ النظام المطلق ( Absolute system ) : ووحداته الأساسية هى الكتلة M ، الطول L ، الزمن T وتبنى وحدات سائر الكميات الميكانيكية الأخرى على هذه الوحدات الأساسية باستخدام التعاريف والقوانين الديناميكية السالفة الذكر

فالسرعة عبارة عن طول مقسوم على زمن ولذا فوحدتها $\left(\frac{L}{T}\right)$

والعجلة عبارة عن معدل التغير الزمنى فى السرعة ولذا فوحدتها $\left(\frac{L}{T^2}\right)$

والقوة عبارة عن حاصل ضرب كتلة فى عجلة ولذا فوحدتها $\left(\frac{ML}{L^2}\right)$

وكمية الحركة عبارة عن حاصل ضرب كتلة فى سرعة ولذا فوحدتها $\left(\frac{ML}{T}\right)$

ودفع القوة عبارة عن حاصل ضرب قوة فى زمن ولذا فوحدته $\left(\frac{ML}{T}\right)$

والشغل عبارة عن حاصل ضرب قوة فى مسافة ولذا فوحدته $\left(\frac{ML^2}{L^2}\right)$ .

وطاقه الحركة عبارة عن حاصل ضرب نصف الكتلة فى مربع السرعة ولذا فوحدتها $\left(\frac{ML^2}{T^2}\right)$ .

والقدرة عبارة عن حاصل ضرب القوة فى السرعة ولذا فوحدتها $\left(\frac{ML^2}{T^3}\right)$

ويلاحظ تساوى وحدات الدفع وكمية الحركة كما هو متوقع لوجودهما فى طرفى قانون الدفع كما تتساوى وحدات الشغل والطاقة لوجودهما فى طرفى قانون الطاقة .

٢ ـ النظام الهندسى (Technical system) : ووحداته الأساسية هى : القوة F ، الطول L ، الزمن T وتبنى وحدات سائر الكميات الميكانيكية الأخرى على الوحدات الأساسية باستخدام التعاريف والقوانين الديناميكية السالفة الذكر .

وفى هذا النظام تحل القوة F محل الكتلة M فى النظام المطلق بحيث تصبح هذه الأخيرة كمية مركبة وحدتها حسب قانون نيوتن $\left(\frac{FT^2}{L}\right)$ . ووحدات السرعة والعجلة كما فى النظام المطلق .

كمية الحركة عبارة عن حاصل ضرب كتلة فى سرعة ولذا فوحدتها (FT)
دفع القوة عبارة عن حاصل ضرب قوة فى زمن ولذا فوحدته (FT)
طاقة الحركة عبـــارة عن حاصل ضرب نصف الكتلة فى مربع السرعة ولذا فوحدتها (FL).

الشغل عبارة عن حاصل ضرب قوة فى مسافة ولذا فوحدته (FL).

القدرة عبارة عن حاصل ضرب قوة فى سرعة ولذا فوحدتها $\left(\frac{FL}{T}\right)$.

ويلاحظ تساوى وحدتى الدفع وكمية الحركة ، وكذا وحدتى الطاقة والشغل

**تجانس المعادلات الميكانيكية** : يمكن تحقيق صحة المعادلات الميكانيكية عن طريق حساب وحدات الكمية الواردة بكل حد فيها إذ « يجب تجانس وحدات هذه الحدود » وقد رأينا ذلك عند حساب وحدات الدفع وكمية الحركة وهما كميتان مرتبطتان بقانون الدفع ولذا وجدنا أن وحداتهما متجانسة وكذا الشغل والطاقة ويربطهما قانون الطاقة وجدت وحداتهما متجانسة .

وقد يساعد حساب وحدات كميات طبيعية فى اكتشاف علاقة تربطها عن طريق تجانس العلاقة المفروضة لها ولنأخذ لذلك مثلاً الجسم الساقط من ارتفاع H بعجلة التثاقل g تتوقف السرعة التى يكتسبها عند نهاية المسافة H على كل من g ، H فاذا فرضنا أن v تتوقف على حاصل الضرب gH مثلا وجب أن تكون ($v \propto \sqrt{gH}$) حتى تتجانس وحدتهما وهو ما تعرفه من دراسة الحركة بعجلة منتظمة حيث ($v = \sqrt{2gH}$)

**بند ٥٦ ـ الوحدات المترية والوحدات الانجليزية :**

تستخدم الوحدات المترية فى شتى بقاع العالم ما عـــدا انجلترا وأمريكا .

**والوحدات المترية الاساسية فى النظام المطلق هى :** السنتيمتر للطول والجرام للكتلة والثانية للزمن ويرمز لها عادة بالرموز ( C. G. S. units ) وهى غالبة الاستعمال فى المعامل والجرام هو كتلة سنتيمتر مكعب من المـــاء المقطر فى درجة حـــرارة + ٤ مئوية . والكيلو جرام = ١٠٠٠ جرام والطن = ١٠٠٠ كج .

وتعتبر القوة وحدة مركبة وحدتها الداين ويساوى جم سم / ث٢ .

**والوحدات المترية الاساسية فى النظام الهندسى هى :** السنتيمتر أو المتر للطول . ووزن الكيلو جرام للقوة ويساوى قوة جذب الأرض لكتلة قدرها كيلو جرام والثانية أو الدقيقة أو الساعة للزمن .

**والوحدات الانجليزية الاساسية فى النظام المطلق هى :** القدم للطول والباوند للكتلة والثانية للزمن ويرمز لها عادة بالرموز ( Ft. lb Sec units ) والبارند ( lb ) هو كتلة اسطوانة معينة من البلاتين محفوظة بوزارة الماليـة الانجليزية ومضاعفاتها الهندريدويت ( c w t ) ويساوى ١١٢ باوند . والطن يساوى ٢٠ هندرويت أو ٢٢٤٠ باوند .

وتعتبر القوة وحدة مركبة وحدتها الباوندال ويساوى ١ باوند قدم / ث٢ ووزن الباوند = ٣٢ باوندال .

**والوحدات الانجليزية الاساسية فى النظـام الهندسى هى :** وحدات الطول والزمن كما سبق . أما القوة فوحدتها وزن الباوند وهو قوة جـــذب الأرض لكتلة قدرها الباوند . وكذا وزن الهندردويت ووزن الطن .

**بند ٥٧ - استعمالات الوحدات :**

إذا سألت شخصا عن وزنه أجابك بأنه ٦٠ كج مثلا وإذا سألته عن كتلته أجاب بنفس الرقم ( ٦٠ كج ) ولكن كتلة الشيء ووزنه كميتان مختلفتان تربطهما العلاقة ( $W = m\,g$ ) حيث $g$ هي عجلة الجاذبية الأرضية ولذا يجب عند استعمال الوحدات مراعاة ما يلي منعا للالتباس :

١ - **استعمال الوحدات المطلقة :** تعتبر الرقم ٦٠ كج هو كتلة الجسم $m$ أي أن :

$$m = 60\ k\,g = 60{,}000\ g\,r.$$

وبذا يكون وزن الجسم $W. = m\,g = 60{,}000 \times 980$ dynes

٢ - **عند استعمال الوحدات الهندسية :** وحدة الداين المطلقة وحدة صغيرة ينشأ من استعمالها في حياتنا الهندسية تضخم كبير في الأرقام كما هو ظاهر من وزن الجسم $W$ بالدينات ولذا نشأت الحاجة - إلى استعمال الوحدات الهندسية وفيها نعتبر الرقم ٦٠ كج هو وزن الجسم وعليه تكون كتلته $m$ هي :

$$m = \frac{W}{g} = \frac{60}{980}$$

وبتعويض هذا في شتى العلاقات الديناميكية ستنتج القوى بالوحدات الهندسية ( الكيلو جرام والبوند مثلا بدلا من الداين والباوندال وهي وحدات صغيرة جدا ) .

بند ٥٨ — جدول الوحدات المركبة فى النظام المطلق (M, L, T)

| الكمية | الوحدة | النظام المترى C. G. S. units | النظام الانجليزى Ft lb Sec units |
|---|---|---|---|
| القوة أو الوزن | M L $T^{-2}$ | dyne = gr. cm/$sec^2$<br>الداين = جم سم/$ث^2$<br>1 gr. wt = 980 dyne<br>وزن الجرام = ٩٨٠ داينا | pdl = lb $ft/sec^2$<br>الباوندال =<br>باوند قدم/$ث^2$<br>1 lb = 32 pdl<br>وزن الباوبد =<br>٣٢ باوندالا |
| الدفع أو كميه الحركة | M L $T^{-1}$ | gr. cm/sec.<br>or dyne sec<br>جم سم/ث او داين ثانية | lb ft/sec,<br>or pdl sec.<br>باوند قدم/ث<br>أو باوندال قدم ثانية |
| الشغل أو الطاقة | M $L^2$ $T^{-2}$ | erg = dyne cm<br>الارج = داين سم<br>1 Joule = $10^7$ ergs<br>الجول = $١٠^{٧}$<br>من الارجات | pdl. ft<br>باوندال قدم |
| القدرة | M $L^2$ $T^{-3}$ | erg/sec. أرج/ثانية<br>1 Watt =<br>1 Joule/sec<br>الواط = جول/ثانية<br>1 K. W. = 1000 w. | باوندال قدم/ثانية<br>pdl. ft/sec. |
| عزم القوة | M $L^2$ $T^{-2}$ | dyne cm داين سم | باوندال قدم pdl. ft |
| عزم القصور الذاتى | M $L^2$ | gr $cm^2$ جم $سم^2$ | باوند $قدم^2$ lb $ft^2$ |

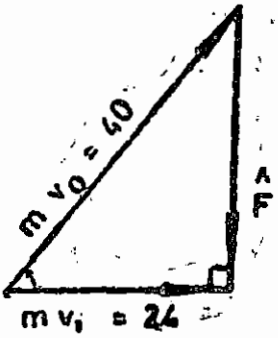
جدول الوحدات المركبة فى النظام الهندسى (F. L. T.)

| الكمية | الوحدة | النظام المترى C. G. S. units | النظام الانجليزى Ft lb sec units |
|---|---|---|---|
| الكتلة | $FL^{-1}T^{2}$ | Kg $sec^2/cm$ كج ث$^2$ / سم | lb. $sec^2/ft$ or Solg |
| الدفع وكمية الحركة | F T | Kg sec كج ثانية | lb sec. باوند ثانية |
| الشغل والطاقة | F L | Kg m, ton m كج متر ، طن متر | lb ft or ton ft باوند قدم أو طن قدم |
| القدرة | $F L T^{-1}$ | Kgm/sec كج متر/ث<br>1 H P. = 75 Kgm/s<br>= 736 Watts<br>الحصان = ٧٥ كج م/ث<br>= ٧٣٦ وات | lb ft/sec.<br>باوند قدم/ث<br>1 H P. = 550 lb. ft/sec = 746 Watts<br>الحصان = ٥٥٠ باوند قدم/ث |
| عزم القوة | F L | Kgm كج متر | lb. ft باوند قدم |
| عزم القصور الذاتى | $F L T^{2}$ | Kg m $sec^2$<br>كج متر ث$^2$ | lb ft. $sec^2$<br>باوند قدم ث$^2$ |

**أمثلة توضيحية :**

(١) يتحرك جسيم كتلته باوند واحد فى لحظة بسرعة ٤٠ قدما/ثانية وتميل على الأفق زاوية $\alpha$ ظلها $\frac{4}{3}$ . فإذا صارت سرعته بعد ثانية واحدة ٢٤ قدما / ثانية فى الاتجاه الأفقى فأوجد القوة المؤثرة عليه مقـــداراً واتجاهها إذا علمت أنها ثابتة .

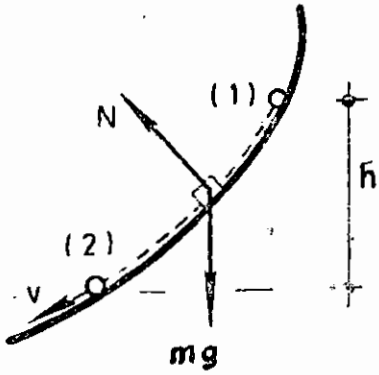
**الحـــل**




( شكل ٢٧ )

باستخدام قانون الدفع (معادلة (3) ) وتمثيله بيانيا بمثلث متجهات ( شكل ٢٧ ) ضلعاه كميتا الحركة فى بدء ونهاية الفـــترة الزمنية ( ثانية واحدة ) فيكون الضلع الثالث فى المثلث هو دفع القوة $\hat{F}$ ولما كانت القوة ثابتة المقدار والاتجـاه خلال الفترة الزمنية فانه بقسمة الدفع على الزمن ( ثانية واحدة ) نحصل على القوة . بالتـأمل فى المثلث الذى بشكل (٢٧) نجده قائم الزاوية وأن الدفع $\hat{F}$ رأسى ومقداره ٣٢ باوند ثانية وعليه فالقوة المؤثرة على الجسيم رأسية ومقدارها ٣٢ باوندال أى وزن الجسيم .

(٢) ينزلق جسيم على منحنى رأسى أملس تحت تأثـــير وزنه بادئا من سكون . أوجد سرعته بعد سقوطه مسافة رأسية h .




شكل ( ٢٨ )

**الحـــل**

بتطبيق قانون الطاقة على الموضع الابتـــدائى 1 والموضع 2 المطلوب

سرعة الجسيم فيه يمكن إيجاد v . تؤثر على الجسيم أثناء حركته قوتان :
١ - رد فعل عمودى من السطح المنحنى على الجسيم وشغله معدوم نظراً لتعامده على السطح دائما . ٢ - وزن الجسيم mg وهو ثابت المقدار والاتجاه لتعيين شغله يسقط مسار الجسيم عليه فيكون h وبضرب الكمية الثابتة mg فى مسقط المسار عليها نحصل على شغلها (+ m gh) وبكتابة قانون الطاقة :

$$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = m g h$$

$$v = \sqrt{2 g h}$$

## خلاصة الباب

١) دفع قوة لفترة زمنية هو حاصل ضرب القوة فى زمن تأثيرها وهو متجه منطبق على القوة . وفى حالة تغير القوة تعطيه العلاقة ( $\hat{F} = \int_{t_1}^{t_2} F \, dt$ )

٢ ) كمية حركة جسيم كتلته m وسرعته v هى الكمية المتجهة mv .

٣ ) قانون الدفع : دفع قوة لجسم لفترة ما يساوى التغير فى كمية حركته أى فرق كمية الحركة فى نهاية الفترة عنه فى بدايتها .

$$\hat{F} = m v_2 - m v_1$$

٤ ) شغل قوة F عندما تنتقل نقطة تأثيرها إنتقالا $\Delta s$ ينحرف زاوية $\theta$ عن القوة هو حاصل الضرب $F . \Delta s . \cos \theta$ وهى كمية قياسية = حاصل ضرب القوة فى مسقط المسافة عليها . إذا تعامد الانتقال على القوة كان شغلها صفـــراً .

٥ ) طاقة حركة جسيم كتلته m وسرعته v هى المكية القياسية ($\frac{1}{2}$ m $v^2$)

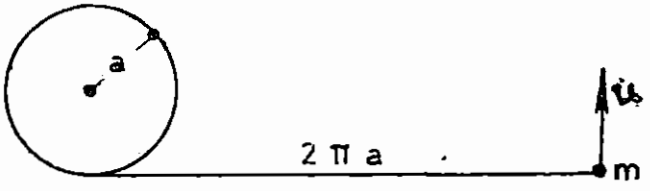
٦ ) قانون الطاقة : التغير فى طاقة حركة جسيم عند انتقاله بين موضعين يساوى مجموع شغل القوى المؤثرة عليه خلال هذا الانتقال .

$$W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

٧ ) القدرة معدل الشغل وهى حاصل ضرب القوة فى مركبة السرعة فى اتجاهها وهى كمية قياسية .

## تمـــارين

١ ) لف خيط حول أسطوانة رأسية ثابتة وترك جزء منه حرا بطول مساو لمحيط الاسطوانة ، m كتلة صغيرة مربوطة بطرفه فى الوضع المبين بشكل (٢٩) فإذا قذف الجسيم بسرعة u عمودية على الخيط المشدود وتحرك بعد ذلك على مستوى أفقى أملس فأوجد سرعة الجسيم وشد الخيط فى لحظة تالية .




شكل ( ٢٩ )

الجواب :

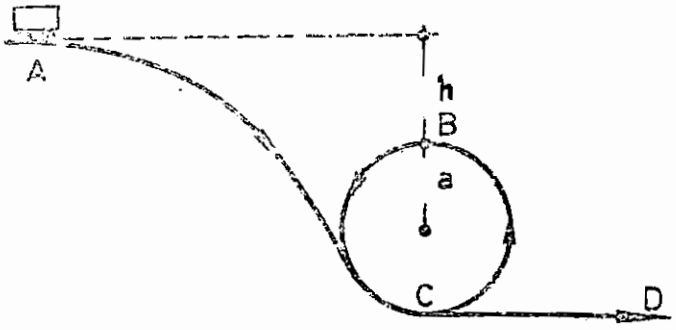
السرعة فى أى لحظة تالية = u

الشد تعطيه العلاقة $T = \frac{m u^2}{a(2\pi - \theta)}$

الزمن المطلوب = $\frac{2\pi^2 a}{u}$

٢ ) عربة صغيرة وزنها W تحركت من سكون فى A وتدحرجت بدون احتكاك على المنحنى الرأسى الأملس ACBD أوجد سرعتها عند D,B إذا علمت أنها لا تغادر مسارها .

[ الجواب : $\sqrt{2gh}$ ، $\sqrt{2g(h+2a)}$ ]




شكل ( ٣٠ )

٣ ) سقطت كرة معدنية صغيرة كتلتها m من ارتفاع H فنفذت فى أرض طرية مسافة h فاذا علمت أن مقاومة الأرض متناسبة مع عمق الكرة من سطحها أوجد أقصى مقاومة تقابل الكرة عوض القيم الآتية :

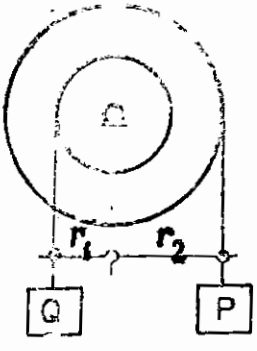
$$m = 1\ kg\ ,\ H = 10\ m\ ,\ h = 10\ cm$$

[ إ هـ ... بمصر سنة ١٩٠٠ ]

[ الجواب : أقصى مقاومة = ٢٠٠ كج ]

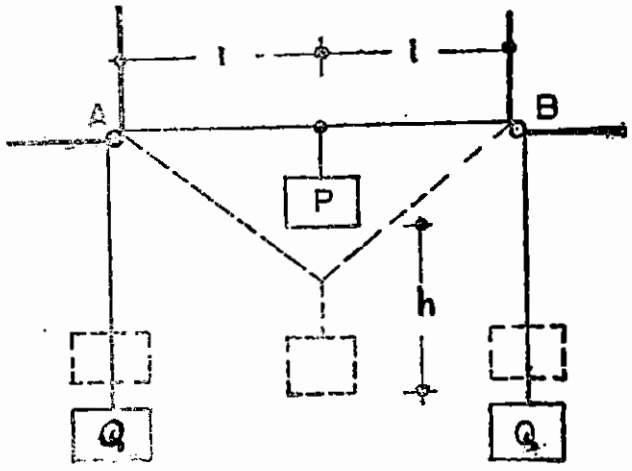
٤ ) لو تركت المجموعة المبينة بالشكل لتتحرك من سكون أوجد سرعة الجسم الساقط P بدلالة سقوطه y. اهمل احتكاك المحور والقصور الذاتى للبكرة . عوض الأرقام الآتية :

$$P = Q = 10\ lb\ .\ r_1 = 4\ in\ ,\ r_2 = 6\ in$$




شكل ( ٣١ )

[ الجواب : $v = \sqrt{2gy\frac{3}{13}}$ ]



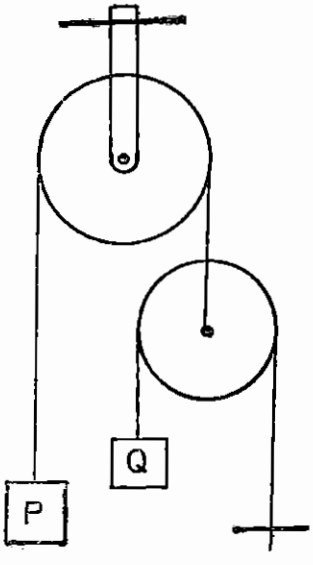

شكل ( ٣٢ )

٥ ) إذا بدأت المجموعة المبينة بالشكل الحركة من سكون فى الموضع الموضح بخطوط مستمرة فأوجد أقصى مسافة h يسقطها الوزن P أهمل الاحتكاك وأعتبر البكرتين A , B صغيرتين .

[الجواب : $h = \frac{4PQl}{4Q^2 - P^2}$ .]

٦ ) لو تركت المجموعة الموضحة بالشكل لتتحرك من سكون . أوجد سرعة الوزن Q بعد سقوط مسافة ١٠ أقدام . أهمل احتكاك المحاور والقصور الذاتى للبكر .

[الجواب : ١٦٫٠٥ قدم / ثانية]




شكل (٣٣)