الفصل الثاني
مشكلة النقل والتوزيع

* مشكلة النقل .
* صياغة مشكلة النقل في شكل نموذج البرمجة الخطية .
* التطور التاريخي بالأسلوب النقل .
* مزايا واستخدامات النقل .
* خطوات الحل بأستخدام أسلوب النقل .

الخطوة الأولى : وضع المشكلة فى شكل جدول النقل .

الخطوة الثانية : عمل التوازن إذا لزم الأمر .

الخطوة الثالثة : ايجاد حلا مبدئيا .

استخدام طريقة التفضيل المشترك .

أستخدام طريقة الركن الشمالى الشرقى .

أستخدام طريقة أقل التكاليف .

أستخدام طريقة فوجال التقريبية.

الخطوة الرابعة : اختبار مثالية الحل

طريقة السير على الحجر .

طريقة التوزيع المعدل .

الخطوة الخامسة : تعديل الحل الحالي .

* حالة عدم التوازن فى مشكلة النقل .
* حالة عدم الانتظام .
* حالة وجود اكثر من حل أمثل
* حالة عدم إمكانية إستخدام أحد المسارات .
* أمثلة محلولة.
* أسئلة للمراجعة أمثلة محلولة .
* تمارين للتدريب .

مشكلة النقل والتوزيع

يتناول هذا الفصل حالة خاصة من حالات أسلوب البرمجة الخطية ، وهى أسلوب النقل Transportation ، فعلى الرغم من أن مشكلة النقل يمكن حلها بأستخدام أسلوب السمبلكس ، إلا أن الصفات الخاصة التى تتميز بها تجعل من الأسهل أن يتم حلها عن طريق بعض الأساليب الموضوعه خصيصاً لها . وبانتهاء هذا الجزء ، نكون قد عرضنا لخطوات هذا الاسلوب وبعض تطبيقاته .

مشكلة النقل Transportation Problem

تتعلق مشكلة النقل بصفة عامة بحالة نقل كميات متجانسة Homogeneous من منتج معين من مصادر Sources متعددة بها كميات متاحة إلى مواقع Destinations مختلفة لكل منها طلب محدد ومعروف . وقد يكون الهدف من ذلك هو تخفيض تكاليف النقل إلى أقل حد ممكن . وهى الحالة الغالبة، أو تعظيـم الربح إلى أقصى حد ممكن ، كما يطبق على هذا المشكلة أيضاً اسم مشكلة التوزيع Dis-tribution Problem نظراً لأن صورتها الأصلية تعالج مشكلة توزيع المستلزمات على مواقع الانتاج أو توزيع المنتجات النهائية على مراكز التخزين أو أو مراكز التوزيع المختلفة وهو ما يعرف بالوصول إلى أفضل شبكة توزيع .

وتوضح الفقرة السابقة أن الكميات التى سوف يتم نقلها من المصادر إلى المواقع يفترض أنها جميعاً متجانسة ، وعلى ذلك فإن وصول كميات للموقع الأول من المصدر الأول مثلاً لا يختلف كثيراً عن

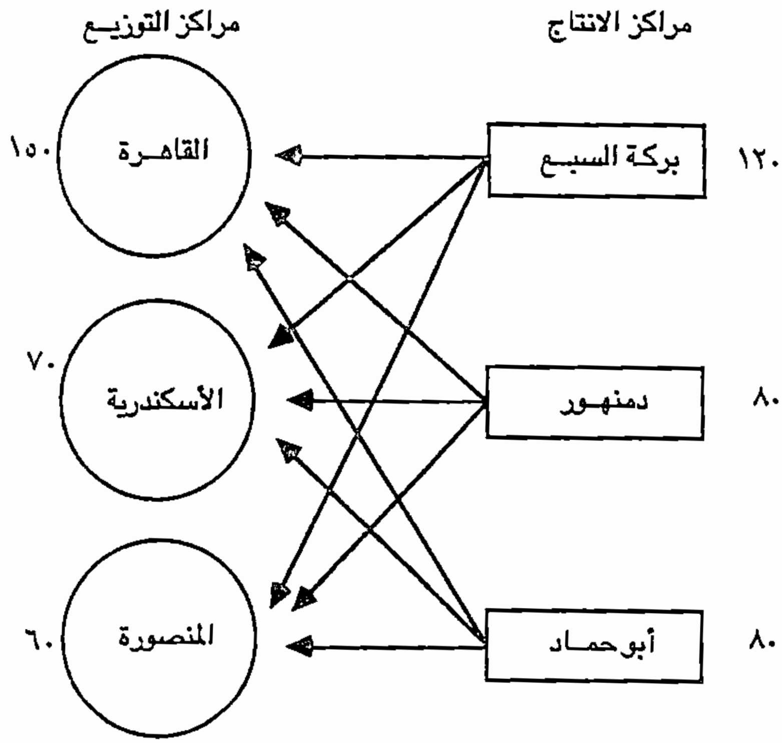
وصول الكميات إلى الموقع الأول من أى مصدر آخر توجد فيه الكميات فالوحدات الموجودة فى المصادر المختلفة متشابهة تماماً من حيث المواصفات ودرجة الجودة . كذلك يفترض أنه ليست هناك أية أنواع أخرى من القيود بالإضافة إلى قيود الكميات . والمطلوب فى مثل هذا النوع من المشاكل هو الوصول إلى تحديد للكميات الواجب نقلها من كل مصدر إلى كل موقع فى حدود الطاقة المتاحة وبشكل لا يجاوز مقدار الطلب اللازم فى كل المواقع . فعلى سبيل المثال : يفترض أن لدى أحدى شركات الطوب الأسمنتى ثلاثة مراكز أساسية يتم فيها إنتاج الطوب بطاقة إنتاجية مبينة على النحو التالى :

المصنع (المصدر)	الطاقة الانتاجية (بالألف وحدة)
بركة السبع	١٢٠
دمنهور	٨٠
أبو حماد	٨٠
إجمالى الطاقة	٢٨٠

وأن الشركة قد أرتبطت بأمداد بعض العمليات الانشائية فى كل من القاهرة ، والاسكندرية ، المنصورة بالطوب الاسمنتى اللازم لها وكان تقدير الطلب اللازم لها كما هو مبين فى الجدول التالى :

مركز التوزيع (الموقع)	الطلب اللازم (بالألف وحدة)
القاهرة	١٥٠
الأسكندرية	٧٠
المنصورة	٦٠
إجمالى الطاقة	٢٨٠

فإن هدف هذه المشكلة يكون هو الوصول إلى أفضل شبكة توزيع ، أو بمعنى آخر هو الوصول إلى تحديد لعدد الوحدات التى يتم نقلها من مصنع بركة السبع إلى مراكز التوزيع الثلاث ، وعدد الوحدات التى يتم نقلها من مصنع دمنهور إلى مراكز التوزيع الثلاث ، وعدد الوحدات التى يتم نقلها من مصنع أبو حماد إلى مراكز التوزع الثلاث ، ويتضح هذا المعنى فى الشكل (٢ ـ ١) والذى يبين أيضاً مقدار الطاقات المتاحة فى مراكز الانتاج وكذلك مقدار الطلب اللازم فى كل مركز توزيع .



شكل (٢ ـ ١)

ويهمنا هنا أن نوضح أن حل مشكلة النقل يهدف إما الى تقليل تكلفة النقل الإجمالية (وهذه هى الحالة الغالبة) أو الى تعظيم الأرباح المحققة . ويقتضى ذلك أن يكون معروفاً أيضاً تكلفة نقل الوحدة من كل مصدر إلى كل موقع . فيجب مثلاً تقدير تكلفة نقل الوحدة أو (الألف وحدة) من بركة السبع إلى القاهرة ومن دمنهور إلى القاهرة .. وهكذا . ومثال ذلك أن يكون لدينا الجدول التالى لشركة الطوب الأسمنتى والذى يوضح تكلفة نقل الألف وحدة بالجنيه بين المصادر والمواقع المختلفة :

من / ألى	القاهرة	الأسكندرية	المنصورة
بركة السبع	٨	١٠	٩
دمنهور	١٢	٥	١٥
أبو حماد	٧	١٤	٩

وبالطبع فإن تكلفة النقل هذه تتوقف على عدة عوامل منها: نوع السلع التى يتم نقلها ، والمسافة بين المصدر والموقع ، ووسيلة النقل المتاحة ، ونوع الطرق الموجودة ، ودرجة توافر الطرق الممهدة ، ودرجة توافر شحنات فى مثل هذه الأماكن تضمن أستغلال وسيلة النقل فى رحلة العودة وغيرها من العوامل الأخرى . وكذلك فإن الشركة قد تقوم بنفسها بعملية النقل دون الاعتماد على الغير . وعلى الرغم من ذلك فيجب عليها أن تقوم بتقدير تكلفة النقل وهذه واتخاذها أساسا لقرار الكميات التى يتم نقلها .

نخلص من ذلك إلى أن المشكلة التى أمامنا تستلزم تحديد الكميات الواجب نقلها من المصنع إلى مراكز التوزيع فى حدود قيود الطاقة (بالمصانع) والطلب (لمراكز التوزيع) وبشكل يضمن تقليل تكاليف النقل الأجمالية إلى أقل حدد ممكن . وكما ذكرنا فإن هذه المشكلة يمكن حلها بأستخدام أسلوب السمبلكس ولكن يفضل استخدام أسلوب النقل الذى وضع خصيصا لمعالجتها .

صياغة مشكلة النقل فى شكل نموذج البرمجة الخطية:

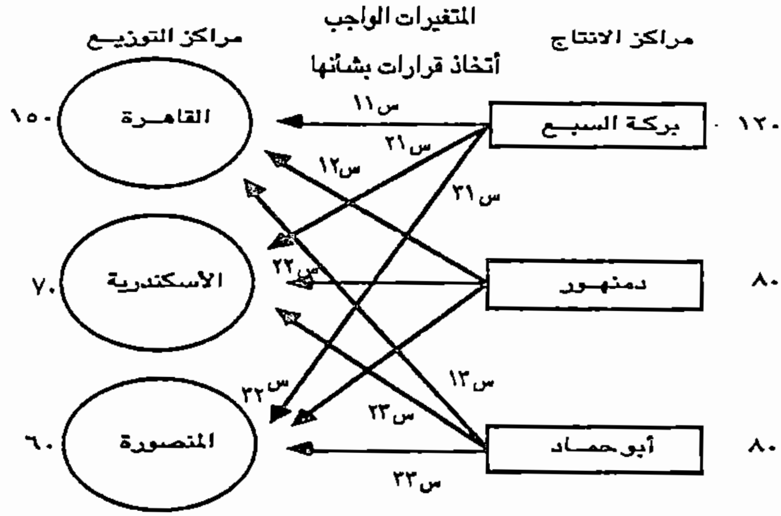
أوضحنا فيما سبق أن مشكلة النقل يمكن حلها بأستخدام أسلوب البرمجة الخطية (السمبلكس) ولذلك تكون الخطوة الأولى هى صياغة هذه المشكلة فى شكل نموذج البرمجة الخطية. ويتكون هذا النموذج من دالة الهدف والقيود الواجب أخذها فى الحسبان . ولنبدأ الآن بتحديد المتغيرات الواجب أتخاذ قرار بشأنها decision varia-bles: بفرض أن :

س $_{م ك}$ = عدد الوحدات (بالألف) الواجب نقلها من المصنع م إلى مركز التوزيع ك

وذلك على أساس م = ١ ، ٢ ، ٣ للمصانع الثلاث

ك = ١ ، ٢ ، ٣ لمراكز التزيع الثلاث

والتى يتضح معناها فى الشكل التالى :



وكذلك أيضاً فى جدول النقل التالى :

من / إلى	القاهرة	الأسكندرية	المنصورة
بركة السبع	س ١١	س ٢١	س ٣١
دمنهور	س ١٢	س ٢٢	س ٣٢
أبو حماد	س ١٣	س ٢٣	س ٣٣

وبناء على هذا التعريف يمكن تحديد أولاً على أساس أنها **دالة الهدف** :

قلل تكلفة النقل الكلية = ت = ٨ س ١١ + ١٠ س ٢١ + ٩ س ٣١

+ ١٢ س ١٢ + ٥ س ٢٢ + ١٥ س ٣٢

+ ٧ س ١٣ + ١٤ س ٢٣ + ٩ س ٣٣

وذلك على أساس أن المعاملات المستخدمة فى دالة الهدف هى تكلفة نقل الوحدة (بالألف) من كل مصدر إلى مركز التوزيع ، والموضحة فى الجدول السابق .

أما الجزء الثانى من صياغة النموذج فهو **تحديد القيود الخاصة بالمشكلة** ، وهى تنقسم إلى نوعين : قيود الطاقة وقيود الطلب . ويمكن التوصل اليها كما يلى :

قيود الطاقة .. (قيود الصفوف)

س ١١ + س ٢١ + س ٣١ = ١٢٠ (طاقة مصنع بركة السبع) (١)

$س_{١٢} + س_{٢٢} + س_{٣٢} = ٨٠$ (طاقة مصنع دمنهور) (٢)

$س_{١٣} + س_{٢٣} + س_{٣٣} = ٨٠$ (طاقة مصنع أبو حماد) (٣)

قيود الطلب .. قيود الأعمدة

$س_{١١} + س_{١٢} + س_{١٣} = ١٥٠$ (الطلب فى القاهرة) (٤)

$س_{٢١} + {}_{٢٢} + س_{٢٣} = ٧٠$ (الطلب فى الاسكندرية) (٥)

$س_{٣١} + س_{٣٢} + س_{٣٣} = ٦٠$ (الطلب فى المنصورة) (٦)

أما قيد عدم السالبية فهو

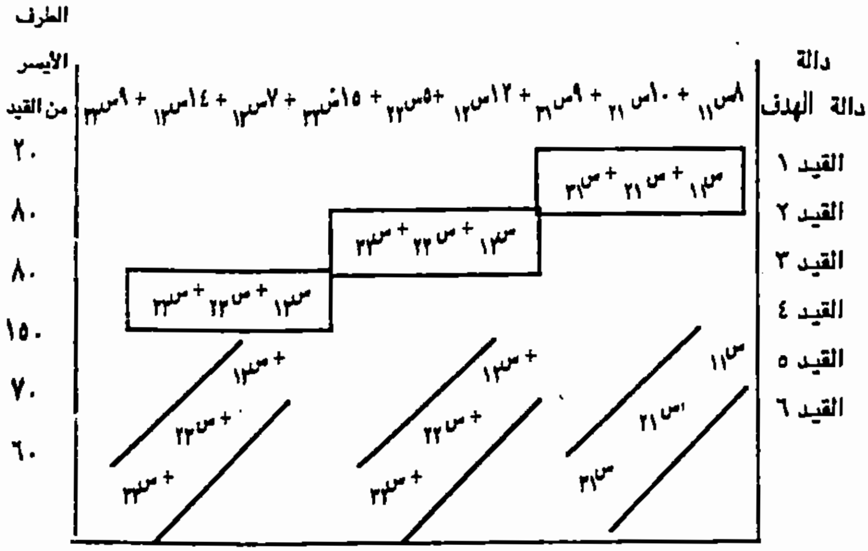
$$س_{مك} \leq صفر$$

لكل قيم م ، ك .

وتعنى هذه القيود أن أجمالى الطاقة فى كل مصنع لا يمكن تجاوزها ، كذلك يجب الوفاء بكل الطلب اللازم لكل مركز توزيع ويرجع أستخدام الرمز = إلى أن هذه الحالة هى حالة التوازن الذى يتعادل فيها إجمالى الطلب اللازم لمراكز التوزيع مع أجمالى ا لطاقة المتاحة فى جميع المصانع . ويلاحظ ذلك من مجموع كل من جدول الطاقة وجدول الإحتياجات . فالمجموع فى الحالتين هو ٢٨٠ وحدة . (وسوف نناقش حالة عدم التوازن فيما بعد) .

ويعنى ذلك أن اسخدام علامة = يضمن تلقائياً تحقق شرط التوازن .

ويمكننا الآن ان نوضح الشكل الخاص الذى تأخذه مشكلة النقل عند وضع هذه القيود معاً فى الجدول (٢-١) والذى يتضح منه ما يلى :



جدول (٢-١) صياغة مشكلة النقل

حسب أسلوب البرمجة الخطية لشركة الطوب الاسمنتى

١ ـ أن معاملات المتغيرات دائماً قيمتها الواحد الصحيح أو صفر فى كافة القيود . فعلى سبيل المثال معامل المتغير س ١٢ فى القيد الأول هو صفر ، ومعامل المتغير س ٢١ فى القيد الرابع هو صفر أيضاً .

٢ ـ أن شكل العلاقات بين المتغيرات فى القيود يأخذ نمطاً ثابتاً .فبالنسبة لمجموعة قيود الطاقة تكون العلاقات أفقية للمتغيرات المتجاورة . اما فى مجموعة قيود الطلب فالعلاقة بين المتغيرات المتتابعة يمكن ملاحظتها فقط من تتابع القيود الخاصة بالطلب .

٣ – نظراً لوجود اشارة = فى كل القيود فإن تحويلها إلى الصيغة النمطية ، حتى يمكن إستخدام أسلوب السمبلكس فى حلها ،

يستلزم إضافة متغير آخر قيد وهو متغير وهمي artificial . ويعنى ذلك أن عدد المتغيرات الوهمية يساوى عدد القيود . وذلك أمر يزيد من حجم المشكلة . كذلك ففى حالة عدم التوازن يجب إضافة متغيرات جديدة تعبر عن كميات من مصادر وهمية dummy أو منقولة إلى مراكز توزيع وهمية (كما سوف نرى فيما بعد) .

٤ – لا يمكن وجود حل ممكن أساس basic feasible Solution إلا إذا كانت المشكلة متوازنة . بمعنى أن إجمالى الطاقة يساوى إجمالى الطلب . فعدم وجود مثل هذا التوازن سوف يؤدى إلى تناقض بين القيود الخاصة بالطلب والطاقة نظراً لأن كل منهما يتناول نفس المتغيرات س. ولذلك من الضرورى قبل محاولة حل مشلة النقل سواء بإستخدام أسلوب السمبلكس أو أسلوب النقل أن يتم عمل توازن للمشكلة . ويكون ذلك بإضافة مصادر أو مراكز توزيع وهمية حسب الحالة .

أما الصيغة العامة لمشكلة النقل فى شكل اسلوب البرمجة الخطية فتأخذ الشكل التالى :

دالة الهدف : قلل $ت = \sum_{أ=1}^{م} \sum_{ب=1}^{ك} ق_{أب}\, س_{أب}$

حيث ت = إجمالى تكلفة النقل

$ق_{أب}$ = تكلفة نقل الوحدة من الموقع أ الى المركز ب

$س_{أب}$ = عدد الوحدات التى يتم نقلها من الموقع أ الى المركز ب

م = عدد المواقع التى يتم فيها الانتاج (مصادر)

أ = رقم الموقع الذى يتم فيه الانتاج = ١ ، ٢ ، ... ، م

ك = عدد المراكز التى يتم اليها النقل

ب = رقم المركز الذى يتم اليه النقل = ١ ، ٢ ، ... ، ك

$ط_{أ}$ = مقدار الطاقة فى الموقع أ

$ك_{ب}$ = مقدار الطلب فى المركز ب

أما القيود فهى :

١ ـ قيود الطاقة فى مصادر الأنتاج :

$$\underset{ب=١}{\overset{ك}{مجـ}} س_{أب} = ط_{أ}$$ (الطاقة فى المصدر أ)

لكل قيم أ = ١ ، ٢ ، ... ، م

٢ ـ قيود الطلب فى مراكز التوزيع :

$$\underset{أ=١}{\overset{م}{مجـ}} س_{أب} = ك_{ب}$$ (الطلب فى المركز ب)

لكل قيم ب = ١ ، ٢ ، ... ، ك

٣ ـ وقيود عدم السالبة

س أ ب $\geq$ صفر

٤ ـ وهى قيود التوازن الواجب أضافتها فى حالة عدم التوازن فهى :

$$\underset{أ=١}{\overset{م}{مجـ}} ط_{أ} = \underset{أ=١}{\overset{م}{مجـ}} \left(\underset{ب=١}{\overset{ك١}{مجـ}} س_{أب} \right)$$

$$= \sum_{\text{ب}=1}^{\text{ك}} \left(\sum_{\text{أ}=1}^{\text{م}} \text{س}_{\text{أب}} \right) = \sum_{\text{ب}=1}^{\text{ك}} \text{ل}_{\text{ب}}$$

من هذه النقاط السابقة يتضح أن مشكلة النقل وإن كانت يمكن تصويرها فى شكل برمجة خطية إلا أن أسلوب السمبلكس فى حلها يستلزم جهداً كبيراً نظراً لضخامة المشكلة ـ فمشكلة صغيرة مثل التى أمامنا سوف يكون بها على الأقل خمسة عشر متغيراً . كذلك فإن السمات الخاصة بهذا النوع من المشاكل من حيث معاملات القيود بين المتغيرات جعلت من الممكن أستخدام أسلوب خاص بها يطلق عليه أسلوب النقل .

التطور التاريخى لأسلوب النقل

لم يبدأ التحليل الرياضى لمشكلة النقل قبل عام ١٩٤١ ، عندما نشر F. I. Hitchcock دراسته الأولى بعنوان :

" the distribution of a product-fromseveral sources to Numerous locations . "

والتى تعلقت على أساس بتوزيع السلع على مواقع متعددة . ومنذ ذلك التاريخ قام العديد من الباحثين مثل George B. Dantsig و T. C. Koopmans و W. W. cooper & A. Charnes وعديدين آخرين بدراسة نفس المشكلة . ففى عام ١٩٤٧ قدم Koopmans دراسة ليست مرتبطة بدراسة Hitchcock ، موضوعها توسيع أستخدام فرة أسلوب النقل وكان عنوانها :

" Optimum utiltzation of the transpotation System . "

كما قدم Dantisg كيفية صياغة مشكلة النقل بأستخدام أسلوب البرمجة الخطية فى الحالات المختلفة . وساهم كل من Cooper &

Charnes فى عام ١٩٥٣ بتقديم طريقة تقييم الخلايا الفارغة والتى تعرف بأسلوب السير على الحجر Stepping Stone method. كما تم تقديم طريقة أخرى للوصول إلى الحل الأمثل إعتماداً على فكرة الثنائية duality وذلك فى عام ١٩٥٥ ، وتعرف هذه بطريقة التوزيع المعدل MODI .

مزايا واستخدامات أسلوب النقل

يعد أسلوب النقل من أكثر أساليب بحوث العمليات أستخداماً فى الحياة العملية ، وبصفة خاصة لأغراض التخطيط . ويرجع ذلك أساساً ، كما ذكرنا مسبقاً إلى سهولة العمليات الحسابية اللازمة لاستخدام هذا الاسلوب . وتعد هذه السهولة على درجة كبيرة من الأهمية بالنسبة للتطبيقات الضخمة والتى قد يؤدي كبر حجمها إلى صعوبة ، بل أستحالة ، استخدام بعض الاساليب الأخرى مثل أسلوب السمبلكس .

أما السبب الثانى لشيوع هذا الاسلوب فهو وجود الكثير من المشاكل المواقف فى الحياة العملية والتى يعد أستخدام هذا الأسلوب بالنسبة لها أمراً واجباً . ففى قطاع الصناعة ، دائماً ما تواجه الشركات بمشكلة نقل المواد والمستلزمات اللازمة من مواقع مختلفة (مراكز انتاج ، أو مراكز تخزين ، أو موانى) الى جهات الاستخدام والتى عادة ما تكون مواقع مختلفة ومتفرقة فى أنحاء عديدة . كذلك من الطبيعى أن تفكر تلك المشروعات بعد ذلك فى عملية توزيع المنتجات النهائية على مراكز التزيع المختلفة والتى نادراً ما تتركز فى موقع واحد ـ فكثير من المشروعات تلجاء الى عمل مخازن رئيسية لها

warehouses يتم فيها تخزين المنتجات التى تغطى أحتياجات تجار الجملة والتجزئة فى منطقة جغرافية معينة . وذلك بالطبع يؤدى إلى البحث أيضاً عن أفضل شبكة نقل وتوزيع distribution من هذه المخازن الى مواقع الاستخدام الفعلى سواء كان ذلك للمستهلك النهائى أو لتجار الجملة أو التجزئة أو حتى إلى معارض الشركة الخاصة بها . ومع ظهور ما يعرف بالشركات الدولية والتى لها العديد من المصانع على المستوى العالمى وتتولى توزيع منتجاتها دولياً يكون السؤال أمامها ما هى أفضل شبكة توزيع تضمن تقليل تكلفة النقل والشحن الإجمالية إلى أقل حد ممكن .

وبالاضافة الى الشركات الصناعية ، فإن أسلوب النقل شائع التطبيق لحل مشكلة التوزيع فى مجالات أخرى عديدة . فهو يستخدم فى حل مشكلة نقل الامدادات والمعدات العسكرية military logistics problem من مواقع مختلفة إلى أماكن العمليات عند الحاجة إليها - فعادة ما تكون هناك مواقع ثابته ومخازن للذخيرة منتشرة فى أنحاء الدولة (أو حتى مستوى العالم) ، ويمكن بأستخدام أسلوب النقل تحديد كميات الامدادات الواجب نقلها من كل موقع إلى مكان العمليات بشكل يضمن تقليل تكاليف النقل الإجمالية الى أقل حد ممكن . وهذه التكاليف من الممكن أن تكون فى صورة أموال أو فى صورة الوقت اللازم لعملية الانتقال . حيث أن عنصر الوقت يكون هام جداً فى العمليات العسكرية .

كذلك من الشائع استخدام هذا الاسلوب فى قطاع المقاولات حينما يكون لشركات المقاولات الكبيرة مخازن متعددة فى اماكن

مختلفة ويكون مطلوب منها تحديد شبكة التوزيع اللازمة لنقل المعدات ومواد البناء من تلك المخازن (او الموانى) إلى مواقع العمل ..

يتبقى الآن السبب الثالث الذى ساعد على ذيوع استخدام هذا الاسلوب ، وهو المرونة Flexibility التى يمتاز بها هذا الاسلوب . يقصد بذلك قدرة هذا الاسلوب على معالجة مشاكل أخرى ليست أصلاً مشاكل توزيع ولكن يمكن صياغتها حسب مشكلة النقل وعلى الرغم من أننا سوف نتناول بعض هذه التطبيقات فى مواضعها إلا أننا نكتفى هنا بذكر أمثلة لبعض هذه الأستخدامات غير التقليدية:

١ ـ استخدام أسلوب النقل فى حل مشكلة تخطيط الانتاج الاجمالى والمخزون .

٢ ـ إستخدام أسلوب النقل فى تحديد موقع المصنع .

٣ ـ إستخدام أسلوب النقل فى جدولة تشغيل الطائرات .

٤ ـ إستخدام أسلوب النقل فى حل مشكلة متعهد توزيع الأغذية .

الفروض والخصائص الأساسية

قبل أن نتعرض لخطوات حل المشكلة باستخدام أسلوب النقل ، يمكننا الآن ان نوجز أهم الفروض الواجب التأكد منها قبل أستخدام هذا الاسلوب . فكثيراً من أساليب بحوث العمليات قد يساء أستخدامها بسبب تطبيقها فى حالات لا تتوافر فيها الشروط الأساسية لمثل هذا النوع من المشاكل . كما يتضمن ذلك الجزء

ضمنياً تحديداً للخصائص التى تتسم بها مشكلة النقل والتى يمكن معها أستخدام هذا الاسلوب .

١ ـ أن تكون العلاقات خطية .. فطالما أن مشكلة النقل هى من المشاكل التى يمكن حلها بأستخدام أسلوب البرمجة الخطية فيعنى ذلك أن يتوافر شرط العلاقات الخطية فى دالة اهدف وكل أنواع القيود . ففى دالة الهدف مثلاً ، وهى دالة تكاليف النقل ، يفترض أنه إذا كانت تكلفة نقل الوحدة الواحدة من المصدر الأول إلى المركزالاول هى ١ جنيه فإن نقل وحدتين سوف يتكلف ٢ جنيه ، كما أن نقل عشرة وحدات سوف يتكلف عشرة جنيهات ... وهكذا . ويعنى ذلك انه ليس هناك ما يسمى بوفورات فى تكلفة الشحن للوحدة نتيجة لزيادة الكميات التى يتم نقلها . وعلى الرغم من أنه يصعب تبرير هذا الغرض إذا كانت وحدة القياس صغيرة ، إلا أنه يمكن تبريره فى حالات كثيرة عندما تكون وحدة النقل كبيرة . ومثال ذلك أن تكون الوحدة هى « حمولة سيارة » أو «مساحة معينة على المركب » أو « بالألف طن» أو « بالألف طوبة» وهذه أمور شائعة فى الحياة العملية .

كذلك ايضاً فإن قيود الطاقة وقيود الطلب يجب أن تكون خطية . وذلك أمر واضح ومستوفى بشكل دائم فى مشكلة النقل نظراً لأن تعريف المتغيرات الواجب اتخاذ قرار بشأنها (الكميات المنقولة) لا يسمح بوجود علاقات غير خطية بينها (مثل الضرب) أو تربيع الكميات المنقولة مثلاً .

٢ ـ أن تكون قيم المتغيرات قيماً صحيحة integer وليست بها

كسور. فاستخدام أسلوب البرمجة الخطية بصفة عامة قد يؤدى إلى وجود أعداداً بها كسور real numbers فى الحل النهائى أما أسلوب النقل بوجه خاص فيضمن أن تكون قيم المتغيرات (الكميات التى يتم نقلها) فى كافة مراحل الحل وفى الحل النهائى قيماً صحيحة ، وهذه الخاصية الأخيرة قريبة الشبه بأسلوب البرمجة العددية integer programming

٣ ـ أن تتوافر البيانات اللازمة لنموذج النقل. وهى كما أوضحنا من قبل : مقدار الطاقة المتاحة فى كل مصدر ، مقدار الطلب اللازم لكل مركز توزيع ، وتكلفة نقل الوحدة من مصدر معين إلى مركز توزيع معين . وهذه البيانات قد تتغير من فترة لأخرى ولذلك يجب أعادة النظر بشكل دائم فى شبكة التوزيع المثلى بناء على التغير الذى يطرأ هلى هذه البيانات .

٤ ـ أن تكون هذه البيانات مؤكدة وليست أحتمالية . فطبيعة اسلوب النقل تقوم على أنه تحليلاً تقريرياً deterministic يكون فيه تقدير مقدار الطاقات والطلب والتكلفة على أساس قيمة واحدة وليست تقديرات احتمالية فى شكل توزيع أحتمالى ـ فهناك حالات آخرى يخضع فيها تقدير الطلب مثلاً فى أحد مراكز التوزيع لتوزيعاً أحصائياً معيناً ـ كأن يكون له توزيعاً معتاداً له متوسط محدود وانحراف معيارى مقدر . كذلك فإن طاقة المصادر قد تكون ذات تقدير أحتمالى أيضاً ولا يصلح أسلوب النقل التقليدى الأساسى فى معالجة مثل هذه الحالات .

٥ ـ أن تكون الوحدات التي يتم نقلها متجانسة homogeneous ويقصد بذلك أن الوحدات الموجودة فى كافة المصادر هى وحدات متشابهة من حيث المواصفات ودرجة الجودة وبالتالى لا يؤثر ذلك على تكلفة الشحن من وحدةإلى أخرى . كذلك فإن الوحدات المطلوبة فى مراكز التوزيع تكون متشابهة أيضاً ـ ويتضح من ذلك الفرض أيضاً أن مشكلة النقل يتم حلها لكل منتج على حده . فدائماً النموذج يناقش شبكة التوزيع المثلى لنفس المنتج .

٦ ـ لا يسمح فى ظل هذا الاسلوب بأن يكون هناك ما يسمى بالتحويل بين المصادر أو التحويل بين المراكز ، أو أن يكون أحد المصادر أو المراكز نقطة تمر بها كميات قادمة من مصدر أو مركز معين لنقلها إلى مصدر أو مركز آخر ، وهذه هى حالة transshipment التى تحتاج إلى معالجة خاصة (راجع [ ] Wagner أو [ ] (Loomba and Turban

٧ ـ لا يمكن أستخدام أسلوب النقل إلا فى حالة التوازن (إجمالى الطلب = إجمالى الطاقة) . ولذلك فى حالة عدم التوازن يتم عمل توازن عن طريق إضافة مصادر أو مراكز توزيع وهمية .

٨ ـ من الممكن استخدام أسلوب النقل فى حالة تعظيم الربح . وفى هذه الحالة يجب توافر بيانات عن تكاليف الانتاج ، وتكاليف النقل ، وأسعار البيع فى المصادر ومراكز التوزيع المختلفة. ففى أحيان كثيرة تختلف تكلفة الانتاج من مصنع إلى آخر نظراً لأختلاف أسعار المادة الخام ،مستويات الأجور الضرائب من منطقة إلى آخرى . كذلك فإن أسعار البيع تختلف من مكان الى آخر حسب

درجة المنافسة السائدة ودرجة الحاجة الى السلع . وذلك أمر هام بالنسبة لمنافذ التوزيع العالمية .

خطوات الحل باستخدام أسلوب النقل

إن أسلوب النقل هو أسلوب حل فى شكل خطوات محددة تعتمد على البحث عن الحلول وتقييمها بقصد الوصول إلى الحل الأمثل ، وهو فى ذلك يتشابه كثيراً مع أسلوب السمبلكس فى مشاكل البرمجة الخطية بصفة عامة . وتتكون هذه العملية من خمسة خطوات أساسية كما هو موضح فى الشكل (م ٢ـ ٢) ويمكن ايجازها فيما يلى :

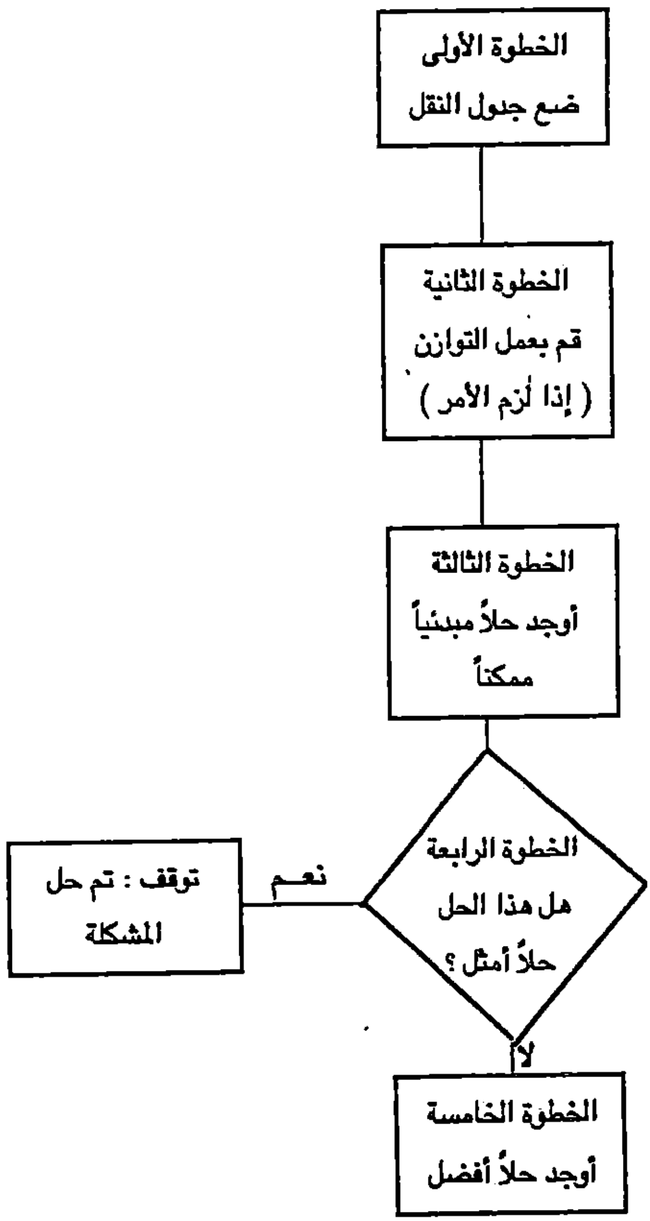
الخطوة الأولى : ضع مشكلة النقل فى شكل جدول النقل التقليدى والذى يحتوى على بيانات الطاقة والطلب وتكلفة نقل الوحدة

الخطوة الثانية : قم بعمل التوازن (إذا لزم الأمر) ، وذلك لضمان تعادل إجمالى الطاقة مع إجمالى الطلب . ويكون ذلك عن طريق إضافة صفا أو عمودا وهميا (كما سنرى) .

أما إذا كانت المشكلة متوازنة فلا داعى للقيام بهذه الخطوة .

الخطوة الثالثة: أوجد الحل لمبدئى المكن .. وهو عبارة عن الحل الذى يأخذ فى الحسبان كل من قيود الطاقة وقيود الطلب ويفى بشرط عدد المتغيرات الأساسية = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – ١

ويمكن الوصول إلى الحل المبدئى عن طريق أى من الطرق التالية :



شكل (م ٢ ـ ٢) خطوات حل مشكلة النقل

١ ـ طريقة التفضيل المشترك Mutually Preferred Method

٢ ـ طريقة الركن الشمالى الشرقى (والتى يطلق عليها طريق الركن الشمالى الغربى Northwest Corner Rule فى الانجليزية) .

٣ ـ طريقة أقل التكاليف The Least Cost Method (أو طريقة أعلى الأرباح Largest Profit فى حالة تعظيم الأرباح) .

٤ ـ طريقة فوجال التقريبية Vogal's Approximation Method

الخطوة الرابعة : اختبار مثالية الحل . وفيها يتم اختبار ما إذا كان الحل هو حلا أمثل أم لا . ويمكن أن يتم ذلك باستخدام أى من الطرق التالية :

١ ـ طريقة الحجر المتنقل Stepping Stone Method

٢ ـ طريقة التوزيع المعدل

Modified Distribution (MODI) Method

الخطوة الخامسة : تحسين الحل الحالى ... ويكون ذلك فى حالة التأكد من أن الحل الحالى ليس هو الحل الأمثل فى الخطوة السابقة . ويتم فى هذه الخطوة تغيير المتغيرات الأساسية (الخلايا المملوءة) الموجودة فى الحل عن طريق ادخال متغيرات غير أساسية (الخلايا الفارغة) . ويتضمن ذلك أيضا تحديد أقصى قيمة يمكن أن يأخذها المتغير الأساسى الجديد .

الخطوة السادسة : كرر الخطوات الرابعة والخامسة حتى تصل إلى الحل الأمثل .

ونعتقد عند هذه المرحلة أن أفضل طريقة لشرح هذه الخطوات تفصيلا هى عن طريق مثال عملى .

مثال (٢ ـ ١) شركة الطوب الأسمنتى (تابع)

باستخدام نفس البيانات التى تم ذكرها من قبل عن شركة الطوب الأسمنتى ، الخاصة بطاقات المصانع واحتياجات مراكز التوزيع وتكلفة نقل الوحدة ، يمكن اتباع خطوات الحل على النحو التالى :

الخطوة الأولى : وضع المشكلة فى شكل جدول النقل .

ويتضح ذلك من الجدول (٢ ـ ١) الذى يحتوى على مجموعة من الصفوف يعبر كل منها عن أحد المصانع ومجموعة من الأعمدة يعبر كل منها عن أحد مراكز التوزيع . كما يوجد صفا إضافيا فى آخر الجدول يعبر عن مقدار الطلب اللازم لكل مركز توزيع وإجمالى الطلب . وأيضا يوجد عمودا إضافيا فى آخر الجدول يعبر عن مقدار الطاقة اللازمة لكل مصنع وكذلك إجمالى الطاقات المتاحة بها جميعا . أما بينات تكلفة نقل الوحدة فقد تم وضعها فى أعلى الركن الشمالى الشرقى من كل خلية فى الجدول (بالطبع يمكن وضعها على يسار الخلية أيضا فى الركن الشمالى الغربى) .

الخطوة الثانية : عمل التوازن إذا لزم الأمر :

بتأمل الأرقام الواردة فى كل من الصف والعمود الآخير فى مصفوفة النقل الأساسية نجد أن مجموع الطاقة المتاحة = ١٢٠ + ٨٠ + ٨٠ = ٢٨٠ وحدة هو تماما مجموع الطلب اللازم فى مراكز التوزيع = ١٥٠ + ٧٠ + ٦٠ + ٢٨٠ . وعلى ذلك فالمشكلة متوازنة ، لا يلزم إجراء أية تعديلات أخرى .

من / إلى	القاهرة	الاسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	٨	١٠	٩	١٢٠
دمنهور	١٢	٥	١٥	٨٠
أبو حماد	٧	١٤	٩	٨٠
الطلب	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠

الجدول (٢ ـ ١)

جدول النقل لشركة الطوب الأسمنتى

الخطوة الثالثة : إيجاد حلا مبدئيا :

أجملنا فيما سبق أن الحل المبدئى هو الذى يأخذ فى الحسبان كل من قيود الطاقة وقيود الطلب ويعنى بشرط عدد المتغيرات الأساسية = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – ١ . ولنكن الآن أكثر تحديدا : أن الحل المبدئى يجب أن يكون ممكنا Feasible كما أنه

يجب أن يكون أساسيا Basic ولذلك من الصحيح ، كما فعلنا فى أسلوب السمبلكس، أن يطلق عليه الحل الممكن الأساسى المبدئى Initial basic feasible وحتى يمكن تحقيق هاتين الخاصيتين فى مشكلة النقل يجب أولا ألا يتعارض هذا الحل مع أى من قيود الطاقة أو قيود الطلب . وذلك أمر ممكن أن نضمنه بمجرد أننا فى تحديد الكميات الواجب نقلها نراعى ألا تزيد على إجمالى الطاقة فى كل مصنع ، كما أن الكميات التى تنقل إلى كل مركز لا تزيد عن إجمالى المطلوب فى هذا المركز . ويمكن القول أن أى من الطرق الأربعة ـ التى سوف نتناول بعضها فيما بعد ـ تضمن تلقائيا تحقق هذا الشرط . أما الشرط الثانى ، وهو شرط أن يكون حلا أساسيا ، فيعنى أن المتغيرات المختارة كأساس للحل(المتغيرات الأساسية) يجب أن يكون بينها وبين عدد القيود (المعادلات) ذات التأثير Effective علاقة عددية معينة . فإذا تأملنا المعادلة الواحدة التى بها متغيرين مجهولين ، نجد أنه للوصول إلى حل لقيم هذين المتغيرن يجب أن نفترض أن واحدا من هذه المتغيرات يساوى الصفر . فلا يمكن استخدام معادلة واحدة فى الوصول إلى قيم مجهولين . كما لا يمكن استخدام معادلتين فى الوصول إلى قيم ثلاثة مجاهيل . ولكننا فى قواعد الجبر نعرف أن عدد المعادلات يجب أن يعادل عدد المجاهيل حتى يمكن حل هذه المعادلات معا لتحديد قيمة هذه المجاهيل . لذلك وباستخدام اصطلاحات البرمجة الخطية ، نقول أن عدد المجاهيل التى يمكن أن نحدد قيمتها يجب أن يساوى عدد القيود (المعادلات فى الصيغة

النمطيـة) المؤثرة . أما معنى مؤثرة ، فهــو ألا يكون قيدا زائـــدا . Redundent

وبتطبيق هذا المفهوم السابق نجد أن الخلايا التى يتم ملئها تعبر عن المتغيرات الأساسية وأن الخلايا التى تظل فارغة تعبر عن المتغيرات غير الأساسية . وعلى ذلك فإن عدد الخلايا المملوءة يجب أن يساوى عدد القيود المؤثرة . وبتأمل القيود الموجودة فى مشكلة النقل نجد أنها عبارة عن قيود طاقة (عددها هو عدد الصفوف) وقيود طلب (عددها هو عدد الأعمدة) . وعلى ذلك فإن عدد القيود بصفة عامة فى مشكلة النقل = عدد الصفوف + عدد الأعمدة . والسؤال الآن : هل كل هذه القيود تعد قيودا مؤثرة ؟ الإجابة هى بالنفى . فإذا كان لدينا قيود طاقة عددها (م) وقيود طلب عددها (ك) فإن تحقق القيود التى عددها (م + ك − ١) يضمن تلقائيا تحقق القيد (المعادلة) الذى رقمه (م + ك) . ويرجع ذلك بشكل أساسى إلى خاصية التوازن التى تتحقق فى مشكلة النقل ، وذلك كما يلى :

مجـ قيود الطاقة (م قيود) = الطاقة الأجماليـة

و مجـــ قيود الطلب (ل قيود) = الطلب الإجمالى .

ونظرا لأن الطاقة الإجمالية = الطلب الإجمالى

فإن ذلك يعنى أن مجـ قيود الطاقة (م قيود) = مجـ قيود الطلب (ل قيود) .

ومنها يمكن أن نخلص إلى أن هاتين المعادلتين متماثلتين

Identical ويمكـن الاستغناء عن أحـدهم مـع تحقـق نفس الشـــرط . وبذلك يكون لدينا معادلة زائدة redandent وأن عدد القيود المؤثرة هو (م + ل − ١) .

وبناء على ذلك فإن عدد الخلايا المملوءة فى أى حـل من حـلول مسألة النقل الممكنة يجب أن يكون معـادلا لعدد (الصفوف + الأعمدة −١) .

ولنوضح هذه الفكرة أكثر عن طريق تأمل القيود الستة الموجودة فى مشكلة شركة الطوب الأسمنتى . بفرض أن القيد رقم (٦) قد تم تجاهله .. هل يؤثر ذلك على النتائج التى نتوصل إليها ؟ .. إذا تحققت القيود من (١) إلى (٥ فيعنى ذلك أن

$$س_{٣١} = ١٢٠ - س_{١١} - س_{٢١} \qquad (٧)$$

$$، س_{٣٢} = ٨٠ - س_{١٢} - س_{٢٢} \qquad (٨)$$

$$، س_{٣٣} = ٨٠ - س_{١٣} - س_{٢٣} \qquad (٩)$$

$$، س_{١١} = ١٥٠ - س_{١٢} - س_{١٣} \qquad (١٠)$$

$$. س_{٢١} = ٧٠ - س_{٢٢} - س_{١٣} \qquad (١١)$$

وبجمع المعادلات (٧) ، (٨) ، (٩) نجد أن

$$س_{٣١} + س_{٣٢} + س_{٣٣}$$

$$= ٢٨٠ - س_{١١} (- س_{٢١} - س_{٢٢} - س_{١٢} - س_{٢٣}$$

وبالتعويض عن قيمة كل من $س_{١١}$ ، $س_{٢١}$ من المعادلتين (١٠)

، (١١) فى المعادلة الآخيرة التى توصلنا إليها فيكون لدينا

$$س_{٢١} + س_{٢٢} + س_{٢٣} = ٢٨٠ - (١٥٠ - س_{١٢} - س_{١٣})$$

$$- (٧٠ - س_{٢٢} - س_{٢٣})$$

$$- س_{١٢} - س_{٢٢} - س_{١٣} - س_{٢٣}$$

$$= ١٣٠ + س_{١٢} + س_{١٣} - ٧٠ + س_{٢٢} + س_{٢٣}$$

$$- س_{١٢} - س_{٢٢} - س_{١٣} - س_{٢٣}$$

∴ $س_{٣١} + س_{٣٢} + س_{٣٣} = ٦٠$. وهـى بالضبط المعادلـة رقـم (٦) فى القيود.

نخلص من كل ذلك أن وجود شرط التوازن فى مشكلة النقل يجعل عـدد القيـود المؤثرة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة − ١ . وبناء على ذلك فإن عدد المتغيرات الأساسية فى أى من الحلول المكنه يجب أن يكون معادلاً لـ (عدد الصفوف + عدد الأعمدة − ١) وهذا بالظبط هو عدد الخلايا المملوءة فى أى حل من حلول مسألة النقل .

ولذلك يجب التأكد دائماً خلال مراحل الحل من تحقق هذا الشرط ، حتى لا يحدث ما يسمى رياضياً بحالة الأنتكاس degenera-cy والتى سوف نعالجها فيما بعد .

وسوف نعرض فى هذا الجزء لكيفية الوصول إلى الحـل

المبدئى . وعلى الرغم من أن طريقتى الركن الشملى الشرقى وفوجال التقريبية هما الأكثر شيوعاً ، إلا أننا سوف نعرض لكيفية استخدام الأساليب الأربعة الممكن استخدامها فى هذا الشأن .

(أ) استخـــدام طريقة التفضيل المشترك Mutually preferred method فى تحديد الحل المبدئى :

تعتمد هذه الطريقة على تحديد الخلية التى تعد مفضلة مفضلة بالنسبة لكل الخلايا التى تقع فى نفس الصف الموجودة فيه وأيضاً مفضلة بالنسبة لكل الخلايا التى تقع فى نفس العمود الموجودة فيه . ويكون أساس التفضيل هو تكلفة نقل الوحدة . وبالنظر إلى تكلفة نقل الحدة فى كل الخلايا الموجودة فى الجدول (٢ ـ ٢) نجد أن الخلية (دمنهور / الاسكندرية) تعد مفضلة على كل الخلايا فى الصف الثانى . فتكلفة نقل الوحدة بها (٥) هى أقل من القيم الموجودة بالخلايا الأخرى فى الصف (١٢ ، ١٥) كذلك فإن ذات الخلية تعد مفضلة على كل الخلايا فى العمود الثانى . فقيمتها أقل من ١٠ ، ١٤ الموجودة فى الخلايا الأخرى فى ذات العمود . وينطبق نفس الشرط على الخلية (أبو حماد / القاهرة) فتكلفة النقل بها تجعلها مفضلة على كل الخلايا فى الصف الأخير وعلى كل الخلايا في العمود الأول. ويعنى ذلك أن كل من الخلايا (دمنهور / الأسكندرية) و (أبو حماد / القاهرة) هى خلايا ذات تفضيل مشترك من وجهة نظر كل من الصفوف والأعمدة .

وتكون الخطوة التالية الآن هى محاولة ملء هذه الخلايا بأقصى كمية ممكنة . وهى عبارة عن الكمية التى لا تخل بشرطى الطاقة

والطلب ثم نقوم بعد ذلك بتعديل القيم الموجودة فى كل من الصف الأخير والعمود الأخير واستبعاد الصفوف والأعمدة التى تم أستخدام طاقتها أو أشباع كل الطلب اللازم لها . وكذلك كما يلى فى الجـدول (٢ ـ ٢)

من / الى	القاهرة	الاسكندرية	المنصورة	الطاقة المتبقية
بركة السبع	٨	١٠	٩	١٢٠
دمنهور	١٢	٥ ، ٧٠	١٥	٨٠ – ٧٠ = ١٠
أبو حماد	٧ ، ٨٠	١٤	٩	٨٠ – ٨٠ = صفر
الطلب المتبقي	١٥٠ – ٨٠ = صفر	٧٠ – ٧٠ = صفر	٦٠	٢٨٠

جدول (٢ ـ ٢)

وبأستبعـاد هذا الصـف الثالـث (أبو حمـاد) والعمـود الثانى (الأسكندرية) يكون لدينا الجدول التالى (٢ ـ ٣)

من / الى	القاهرة	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	٨ ، ٧٠	٩	١٢٠ – ٧٠ = ٥٠
دمنهور	١٢	١٥	١٠
الطلب	٧٠ – ٧٠ = صفر	٦٠	١٣٠

جدول (٢ ـ ٣)

بتكرار نفس الخطات السابقة نجد أن الخلية (بركة السبع / القاهرة) تعتبر مفضلة سواء بالنسبة للعمود الأول أو الصف الأول ولذلك نقوم بملاءها بأكبر قدر من الوحدات وهو ٧٠ وحدة عند هذه المرحلة .بأستبعاد العمود الأول نجد أنه لا يوجد لدينا إلا عمود المنصورة والذى سوف تستخدم فى إستكمال توزيع كل الوحدات المتاحة ، وذل باضافة خمسون وحدة فى الصف الأول وعشرة وحدات فى الصف الثانى ، كما يلى :

من / الى	المنصورة	الطاقة المتبقية
بركة السبع	$\boxed{٩}$ ٥٠	٥٠
دمنهور	$\boxed{١٥}$ ١٠	١٠
الطلب المتبقى	٦٠	٦٠

جدول (٢ ـ ٤)

وبأجمالى كل هذه الجداول معاً نجد أن الحل المبدئى الذى توصلنا إليه حسب طريقة التفضيل المشترك هو كما فى الجدول (   ) ويمكن حساب تكلفته الاجمالية عن طريق ضرب الكميات المنقولة فى تكلفة نقل الوحدة والجمع على النحو التالى :

من / الي	القاهرة	الاسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	٨ ‏ ٧٠	١٠	٩ ‏ ٥٠	١٢٠
دمنهور	١٢	٥ ‏ ٧٠	١٥ ‏ ١٠	٨٠
أبو حماد	٧ ‏ ٨٠	١٤	٩	٨٠
الطلب				٢٨٠

جدول (٢ ـ ٥) الحل المبدئى لمشكلة شركة

الطوب الرملى باستخدام طريقة التفضيل المشترك

ت الحل المبدئى=٧٠ (٨) + ٥٠ (٩) = ٧٠ (٥) = ١٠ (١٥) +٨٠ (٧)

=٥٦٠ + ٤٥٠ + ٣٥٠ + ١٥٠ + ٥٦٠ = ٢٠٧٠ جنيه

ويلاحظ أن هذا الحل المبدئى هو حلاً أساسيا ويرجع ذلك إلى أن عدد الخلايا المملوءة = عدد المتغيرات الأساسية = (عدد الصفوف + عدد الأعمدة – ١) = (٣ + ٣ – ١) = ٥ خلايا (متغيرات) .

ويعنى ذلك أن س$_{١١}$ = ٧٠ ، س$_{٣١}$ = ٥٠ ، س$_{٢٢}$ = ٧٠ ، س$_{٣٢}$ = ١٠ ، س$_{١٣}$ = ٨٠ وجميعها متغيرات أساسية . أما س$_{٢١}$ = س$_{١٢}$ = س$_{١٣}$ = س$_{٣٣}$ = صفر وجميعها متغيرات غير أساسية .

(ب) استخدام طريقة الركن الشمالى الشرقىNortheast Corner Rule فى تحديد الحل المبدئى :

وهذه هى أبسط الطرق الأربعة فى تحديد حلا مبدئيا . ويمكن تلخيص خطواتها فما يلى :

١ ـ ابدأ فى الركن الشمالى الشرقى (أعلى خلية على يمين جدول النقل) وضع بها أكبر قيمة ممكن أن تعطى للمتغير س١١ دون أن يخل ذلك بشرط الطاقة والطلب . ويعنى ذلك أن القيمة سوف تكون أقل القيمتين الموجودتين فى آخر الصف (الطاقة) وفى آخر العمود (الطلب) .

٢ ـ سوف يترتب على الخطوة السابقة إما استخدام كل الطاقة الموجودة فى المصنع الموجود فى الصف الأول أو الوفاء بالطلب اللازم بمركز التوزيع الموجود فى العمود الأول أو كليهما معا . فإذا كانت القيمة الموضوعة فى خلية الركن الشمالى الشرقى قد أدت إلى استيعاب كل الطاقة فقط فإن ذلك يقضى باستبعاد هذا الصف تماما من أية عمليات أخرى وتعديل رقم الطلب فى العمود بمقدارالقيمة التى يتم الوفاء بها . أى يتم طرح القيمة الموضوعة فى الخلية من القيمة الموجودة فى أسفل العمود .

أماإذا كانت القيمة الموضوعة فى خلية الركن الشمالى قد أدت إلى الوفاء بكل الطلب فقط ، فإن ذلك يقضى باستبعاد هذا العمود تماما من أية عمليات أخرى وتعديل رقم الطاقة فى الصف بمقدار القيمة التى تم استخدامها. أى يتم طرح القيمة الموضوعة فى الخلية من القيمة الموجودة فى آخر الصف .

أما إذا كان الرقم الموضوع قد أدى إلى استيعاب كل الطاقة وكل الطلب اللازم للصف والعمود فإن ذلك يستلزم استبعاد كلا من الصف والعمود من أية عمليات حسابية أخرى .

٣ ـ كرر نفس الخطوات السابقة مع البدء بالخلية التى تقع فى الركن الشمالى الشرقى الممكنة إلى أن يتم استخدام كل الطاقات المتاحة وكذلك الوفاء بكل أرقام الطلب فى مراكز التوزيع .

وبتطبيق ذلك على مثال شركة الطوب الأسمنتى يكون لينا الحل المبدئى التالى فى الجدول (٢ ـ ٢) :

والذى يكون فيه عدد الخلايا المملوءة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – ١ = ٣ + ٣ – ١ = ٥ وبالتالى فهو حلا ممكنا وأساسيا

كما أن تكلفة الحل = ١٢٠ (٨) + ٣٠(١٢) + ٥٠ (٥) + ٢٠ (١٤) + (٦٠)(٩)

= ٩٦٠ + ٣٦٠ + ٢٥٠ + ٢٨٠ + ٥٤٠ = ٢٣٩٠ جنيه .

ويعنى هذا الحل أن :

$س_{١١}$ = ١٢٠ ، $س_{١٢}$ = ٣٠ ، $س_{٢٢}$ = ٥٠ ، $س_{٢٣}$ = ٢٠ ،

$س_{٢٢}$ = ٦٠ وجميعها متغيرات أساسية .

أما الخلايا الفارغة فتعنى أن $س_{١١}$ = $س_{٢١}$ + $س_{٢٢}$ = $س_{١٢}$ = صفر وجميعها متغيرات أساسية وبالطبع فإن هذا الحل غالبا ما يكون بعيدا جدا عن الحل الأمثل ؛ فهذه الطريقة لا تأخذ تكاليف النقل فى الحسبان عند تحديد التوزيع .

من /إلى	القاهرة	الاسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	٨ ١٢٠	١٠	٩	١٢٠
دمنهور	١٢ ٣٠	٥ ٥٠	١٥	٨٠
أبو حماد	٧	١٤ ٢٠	٩ ٦٠	٨٠
الطلب	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠

جدول (٢ ـ ٢)

الحل المبدئى لشركة الطوب الأسمنتى باستخدام طريقة الركن الشمالى الشرقى

(جـ) طريقة أقل التكاليف The Least-Cost Method فى تحديد الحل المبدئى :

تحاول هذه الطريقة أن تأخذفى الحسبان الهدف من حل مشكلة النقل ، وهو تقليل التكاليف ، عند تحديد الحل المبدئى . ويكون ذلك عن طريق أن تراعى تكاليف نقل الوحدة عند تحديد أقصى عدد من الوحدات يجب وضعه فى أحد الخلايا ويمكن ايجاز خطوات هذه الطريقة فيمايلى :

١ ـ حدد الخلية التى بها أقل تكلفة نقل للوحدة من بين كل الخلايا الموجودة فى جدول النقل . ثم ضع بهذه الخلية أقصى عدد من الوحدات دون الإخلال بكل من قيود الطاقة وقيود الطلب فى الصف والعمود ، وفى حالة تعادل التكاليف يتم اختيار أى من

الخلايا دون قيد ، وسوف يترتب على هذه الخطوة إما استيعاب كل الطاقة فى أحد الصفوف أو الوفاء بكل الاحتياجات فى أحد الأعمدة أو كليهما معا .

٢ ـ إذا كانت الخطوة السابقة قد أدت إلى استيعاب كل الصفوف ، استبعد هذا الصف من أية عملية أخرى وقم بتعديل رقم الطلب بخصم الكمية التى تم الوفاء بها من القيمة الموجودة فى أسفل العمود . أما إذا أدت الخطوة السابقة إلى الوفاء بكل الطلب فى أحد الأعمدة فيجب إستبعاد هذاالعمود من أية عمليات أخرى وأن نقوم بتعديل رقم الطاقة بخصم الكمية التى تم استخدامها من القيمة الموجودة فى آخر الصف . أما إذا أدت الخطوة السابقة إلى استيعاب كل الطاقة وكل الطلب فى صف وعمود فيجب استبعاد كليهما من أية عمليات أخرى .

٣ ـ كرر الخطوات السابقة ، باختبار الخلية المتاحة ذات التكلفة الأقل بعد عمل التعديل حسب الخطوة الثانية ، وذلك إلى أن يتم استخدام كل الطاقات والوفاء بكل الاحتياجات المطلوبة .

وبتطبيق ذلك على مثال شركة الطوب الأسمنتى نصل إلى الحل المبدئى فى الجدول (٢ ـ ٣) والذى فيه عدد الخلايا المملوءة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – ١ = ٥ وبالتالى فهو حلا ممكنا وأساسيا كما أن تكلفة الحل هى ٢٠٧٠ جنيه .

من /إلى	القاهرة	الاسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	٨ ٧٠	١٠	٩ ٥٠	١٢٠
دمنهور	١٢	٥ ٧٠	١٥	٨٠
أبو حماد	٧ ٨٠	١٤	٩	٨٠
الطلب	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠

جدول (٢ ـ ٣)

الحل المبدئى لشركة الطوب الأسمنتى باستخدام طريقة أقل التكاليف

ويلاحظ على هذا الحل ما يلى :

١ ـ هذا الحل ليس بالضرورة هو الحل المبدئى الذى توصلنا إليه باستخدام طريقة الركن الشمالى الشرقى . ولكنه مجرد حلا مبدئيا ممكنا وأساسيا .

٢ ـ تكلفة هذا الحل تعد أقل من تكلفة الحل المبدئى الذى توصلنا إليه باستخدام طريقة الركن الشمالى الشرقى. وعادة ما تكون هذه هى النتيجة فى معظم الحالات إلا أنها ليست بقاعدة عامة . فذلك أيضا يتوقف على توزيع تكلفة نقل الوحدات داخل الخلايا

٣ ـ أنه على الرغم من الميزة الأساسية لهذه الطريقة وهى أنها تأخذ التكلفة فى الحسبان إلا أنه يعاب عليها بصفة أساسية أنه عند تطبيقها قد يؤدى اختيار خلية ذات تكلفة منخفضة إلى صعوبة

اختيار خلية أخرى قد تكون أفضل من حيث التكلفة الكلية ، ويرجع ذلك إلى استبعاد كل الصف أو كل العمود بسبب قيود الطاقة . ولذلك جاءت طريقة فوجال التقريبية للتغلب على طريقة حساب تكلفة الفرصة البديلة Opprotunity Cost .

(د) استخدام طريقة فوجال التقريبية(VAM) Vogals' Approximation Methad فى تحديد الحل المبدئى :

تؤدى هذه الطريقة بشكل دائم إلى حل مبدئى أفضل من الحل الذى تقدمة طريقة الركن الشمالى الشرقى . وتؤدى أيضاً فى أحيان كثيرة إلى الوصول إلى حل أفضل من الحل المبدئى الذى يتم التوصل اليه باستخدام طريقة أقل التكاليف . فواقع الأمر أنه فى كثير من الأحيان يكون الحل المبدئى الذى نتوصل اليه باستخدام أسلوب VAM هل الحل الامثل مباشرة . كما ان هذه الطريقة تعد أكثر ملائمة عند أستخدام الكومبيوتر فى الحل . وتقوم هذه الطريقة على فكرة توزيع الوحدات على الخلايا بشكل يقلل من تكلفة التوزيع الخطأ للوحدات . وتكلفة التوزيع الخطأ regret cost هى عبارة عن التكلفة الزائدة المترتبة على وضع وحدة خطأ فى خلية يجب ألا تكون فيها . وسوف يتضح هذا المعنى عند تطبيق الخطوات التالية والواجب أتباعها لاستخدام هذه الطريقة :

١ - أحسب تكلفة الخطأ penalty cost لكل صف وعمود . أما بالنسبة للصف فهى عبارة عن الفرق بين أقل تكلفة نقل للوحدات فى الصف والتكلفة الأعلى التى تليها فى ذات الصف - كذلك فإن تكلفة

الخطأ للعمود فهى عبارة عن الفرق بين أقل تكلفة نقل للوحدة فى العمود والتكلفة الاعلى التى تليها فى ذات العمود .

وبتطبيق هذه الخطوة عى مثال شركة الطوب الاسمنتى يكون لدينا الجدول (٢ ـ ٨)

من / الي	القاهرة	الاسكندرية	المنصورة	الطاقة	ص
بركة السبع	٨	١٠	٩	١٢٠	١
دمنهور	١٢	٥ ، ٧٠	١٥	٨٠	٧
أبو حماد	٧	١٤	٩	٨٠	٢
الطلب	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠	
ع	١	٥	صفر		

ص تكلفة الخطأ فى الصف ، ع = تكلفة الخطأ فى العمود

جدول (٢ ـ ٨)

٢ ـ قارن كل الأرقام الواردة فى العمود ص والصف ع وأختار الصف والعمود ذو تكلفة الخطأ الأعلى من بين كل تلك القيم المحسوبة . (وفى حالة تساوى قيمتين اختار على أساس تحكمى) وفى مثالنا الحالى نجد أن أعلى قيمة من بين تلك الأرقام هى القيمة ٧ والموجودة فى صف دمنهور .

٣ ـ ضع فى الخلية التى بها أقل التكاليف فى الصف (أو العمود) المختار أقصى عدد ممكن من الوحدات مع عدم الإخلال بقيود الطاقة والطلب . وسوف يترتب على هذه الخطوة تجنب أكبر

قدر ممكن من تكلفة الخطأ فى التوزيع . وفى المثال الحالى يتم أختيار الخانة (دمنهور / اسكندرية) ليوضع بها أقصى رقم وهو ٧٠ وحدة . ثم نقوم بعمل التعديل فى قيم الصفوف أو الأعمدة واستبعاد الصف أو العمود ويكون لدينا الوضع التالى فى الجدول (٢ ـ ٩)

من / الي	القاهرة	المنصورة	الطاقة	ص
بركة السبع	٨	٩	١٢٠	١
دمنهور	١٢ ١٠	١٥	١٠	٣
أبو حماد	٧	٩	٨٠	٢
الطلب	١٥٠	٦٠	٢١٠	
ع	١	صفر		

جدول (٢ ـ ٩)

٤ ـ كرر نفس الخطوات السابقة ، إلا أن يتم توزيع كل الوحدات . بتأمل الجدول السابق (٢ ـ ٩) نجد أن أكبر قيمة بين قيم كل من ص ، ع والمحسوبة هى القيمة ٣ الموجودة فى صف دمنهور ولذلك ننقوم بملأ الخانة ذات التكلفة الأقل فى صف دمنهور وهى الخانة (دمنهور / القاهرة) ـ بأقصى كمية ممكنة وهى ١٠ وحدات فقط ونقوم بأستبعاد صف دممنهور وعمل التعديلات والحسابات اللازمة كما فى الجدول التالى (٢ ـ ١٠)

من / الي	القاهرة	المنصورة	الطاقة	ص
بركة السبع	٨	٩	١٢٠	١
أبو حماد	٨٠ ٧	٩	٨٠	٢
الطلب	١٤٠	٦٠	٢٠٠	
ع	١	صفر		

جدول (٢ ـ ١٠)

وبتأمل القيم فى كل من ص ، ع نجد أن اكبر قيمة هى (٢) الموجودة فى الصف أبو حماد وعلى ذلك يتم ملء الخلية (أبو حماد / القاهرة) بأقصى قيمة ممكنه وهى ٨٠ وحدة . وتكرار نفس الخطوات السابقة ، لنصل حتماً إلى التوزيع التالى جدول (٢ ـ ١١) حتى دون حساب للقيم ص ، ع .

من / الي	القاهرة	المنصورة	الطاقة	ص
بركة السبع	٦٠ ٨	٦٠ ٩	١٢٠	
الطلب	٦٠	٦٠	١٢٠	
ع				

جدول (٢ ـ ١١)

ويمكن الآن اجمال المبدىء الحل الذى توصلنا اليه باتباع طريقة VAM فى الجدول (٢ ـ ١٢) والذى

من / الي	القاهرة	الاسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	٨ ٦٠	١٠	٩ ٦٠	١٢٠
دمنهور	١٢ ١٠	٥ ٧٠	١٥	٨٠
أبو حماد	٧ ٨٠	١٤	٩	٨٠
الطلب	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠

(٢ ـ ١٢) الحل المبدئى باستخدام طريقة

فوجال التقريبية

يتضح منه أن عدد الخلايا المملوءة = ٥ وعلى ذلك فإن الحل يعتبر حلاً أساسيا ويعنى الحل أن س$_{١١}$ = ٦٠ ، س$_{٣١}$ = ٦٠ ، س$_{١٢}$ = ١٠ ، س$_{٢٢}$ = ٧٠ ، س$_{١١}$ = ٨٠ وهذه هى المتغيرات الاساسية . أما المتغيرات س$_{٢١}$ ، س$_{٣٢}$ ، س$_{٢٣}$ ، س$_{٣٣}$ فهى جميعاً متغيرات غير أساسية وقيمها تساوى الصفر . كذلك فإن تكلفة الحل

= ٦٠ (٨) + ٦٠ (٩) + ١٠ (١٢) + ٧٠ (٥) + ٨٠ (٧)

= ٤٨٠ + ٥٤٠ + ١٢٠ + ٣٥٠ + ٥٦٠ = ٢٠٥٠ جنيه .

وبمقارنة التكاليف التى توصلنا إليها فى الأساليب الأربعة التى أستخدمت لتحديد الحل المبدئى لشركة الطوب الأسمنتى كما فى الجدول (٢ ـ ١٣) نجد أن أسلوب VAM هو أفضلها . وذلك هو الوضع الشائع كما أوضحنا من قبل .

الاسلوب المستخدم	تكلفة الحل المبدئي
طريقة التفضيل المشترك	٢٠٧٠
طريقة الركن الشمالي الشرقى	٢٣٩٠
طريقة أقل التكاليف	٢٠٧٠
طريقة VAM	٢٠٥٠

جدول (٢ ـ ١٣)

وبانتهاء هذه الخطوة الثالثة نكون قد توصلنا إلى حل مبدئيا ممكناً وأساسياً ويجب هنا أن نلاحظ عدة ملاحظات :

١ ـ إن هذه الطرق الاربعة السابقة هى مجرد بدائل فيمكن استخدام واحدة منها فقط للوصول إلى الحل المبدئى . وكلها ممكن أستخدامها . ولا يلزم على الاطلاق أستخدام أكثر من طريقة :

٢ ـ ليست هناك طريقة واحدة أفضل من الطرق الأخرى بشكل دائم وفى كل الحالات ، ولكن الأمر يتوقف على شكل توزيع تكاليف نقل الوحدة فى جدول النقل الأصلى .

٣ ـ هناك بعض الطرق تؤدى إلى نتائج أفضل من طرف آخر فى غالبية الحالات . ومثال ذلك فإن طريقة أقل التكاليف تؤدى إى حل مبدئى ذو تكلفة أقل من الحل اذى يتم التوصل اليه باستخدام طريقة الركن الشمالى الغربى . كما أن طريقة فوجال التقريبية تفوق كل الطرق فى أحيان كثيرة .

٤ ـ إن معنى أن يعطى الحل المبدئى تكلفة أقل من حلاً مبدئياً آخر هو أن هذا الحل (نو التكلفة الاقل) سوف يستلزم خطوات أقل حتى نصل إلى الحل الامثل . فطريقة VAM تستلزم عدد أقل من الخطوات (بعد الحل المبدئى) قبل الوصول إلى الحل الأمثل .

٥ ـ إن الحل المبدئى ليس هو نهاية المطاف فى مشكلة النقل ، فيجب القيام بخطوات أخرى للوصول إلى الحل الأمثل .

٦ ـ إن الطرق التى تتسم بالبساطة فى الوصول الى الحل المبدئى ، مثل طريقة الركن الشمالى الشرقى ، عادة ما تستلزم خطوات كثيرة حتى نصل إلى الحل الامثل . والعكس ، فالطرق التى تحتاج إلى جهد حسابى فى الوصول إلى الحل المبدئى ، مثل طريقة VAM ، فإنها غالبا ما تحتاج إلى خطوات محدودة مثل الوصول إلى الحل الأمثل . وعلى ذلك فإن الأمر يعتبر نوع من المواءمة بين الجهد المبنول فى مرحلة الحل المبدئى والجهد المبنول فى مرحلة الحل الأمثل.

الخطوة الرابعة : اختبار مثالية الحل :

والغرض الأساسى لعملية اختبار مثالية الحل هو اختبار ما إذا كان الحل الذى بين أيدينا (الحل المبدئى أو أى حل آخر) يمكن أن يتحسن أو أنه يعتبر أفضل الحلول . وتتشابه الخطوات اللازمة لعمل الاختبارمع عملية اختبار مثالية الحل فى ظل أسلوب السمبلكس . فنقوم أولا بالتمييز بين المتغيرات الأساسية Basic والمتغيرات غير الأساسية Nonbasic . أما الأولى فهى كل المتغيرات الموجودة فى

خلايا مملوءة . والثانية فهى كل المتغيرات الموجودة فى الخلايا الفارغة. ولكل خلية فارغة (متغير غير أساسى) نقوم بحساب أثر تحويل هذه الخلية إلى خلية مملوءة (متغير أساسى) . وإذا كان التغير لأى من هذه الخلايا سوف يؤدى إلى تقليل تكاليف النقل (أو زيادة الأرباح فى حال تعظيم الربح) فإن ذلك يعنى أن الحل ليس أمثل ويجب البحث عن حل أفضل . أما إذا كان التغير سوف يؤدى إلى زيادة تكاليف النقل (أو تخفيض الأرباح فى حالة تعظيم الربح) فإن ذلك يعنى أن الحل الذى بين أيدينا هو الحل الأمثل .

وهناك طريقتين يمكن استخدام أى منهما فى القيام بعملية الاختبارهذه ، وهما : طريقة السير على الحجر وطريقة التوزيع المعدل، وسوف نتناول هنا الطريقة الأولى فقط .

طريقة السير على الحجر Stepping Stone Method (*)

وتهدف هذه الطريقة إلى تحقيق خطوتين ، هما :

(أ) اختبار مثالية الحل .

(ب) تحسين الحل الحالى إذا لم يكن هو الحل الأمثل .

(*) على الرغم من أن معظم الكتب العربية قد درجت علي تسمية هذه الطريقة بطريقة الحجر المتنقل إلا أننا نرى أن هذه التسمية لا تعبر عن محتوى الطريقة . فالطريقة تقوم على أن الانتقال من خلية مملوءة إلي خلية مملوءة في أركان المسار يتشابه إلي حد كبير مع السير في مكان فيه ماء ولا يتم السير إلا من حجر إلى حجر حتي تتجنب الوقوع فى الماء A Stone on which to step in walking .

أما اختبار مثالية الحل فيتم عن طريق القيام بما يلى لكل خلية فارغة .

١ ـ حدد مسارا مغلقا لكل خلية فارغة . ويكون ذلك عن طريق البدء فى الخلية الفارغة والتحرك فى اتجاه عقارب الساعة (أوعكس اتجاه عقارب الساعة) إلى خلية مملوءة فى نفس الصف أو العمود. ثم بعد ذلك ، تحرك رأسيا أو أفقيا (لا يجوز التحرك بزاوية) إلي خلية مملوءة أخري ، متخطيا بذلك خلايا مملوءة أو غير مملوءة إذا اقتضي الأمر ذلك دون تغييرهم .

اتبع نفس الإجراء إلي خلية مملوءة أخري إلي أن تصل مرة أخري إلي الخلية الفارغة الأصلية التي بدأت بها ، وبذلك ، يكون المسار مغلقا Closed loop . ودائما لكل خلية فارغة مسار وحيد لعملية التقييم.

٢ ـ في كل نقطة ركنية علي المسار ، والتي تقع في خلية ، ضع + أو – في شكل تتابعي . بمعني أن أول المسار في الخلية الفارغة التي يتم تقييمها يوضع به + ، ثم توضع – في الخلية الركنية التالية ، ثم + في الخلية الركنية التالية ، .. ، .. ، وهكذا . وبذلك فإن عدد إشارات الزائد سوف يعادل عدد إشارات الناقص بالنسبة لكل مسار . وعلي ذلك فإن عدد الخلايا التي تمر بها الأركان الخاصة بالمسار (نقط تغيير الاتجاه) سوف يكون دائما رقما زوجيا . وأقل عدد ممكن للنقط التي يتم فيها تغيير الاتجاه علي المسار هو أربعة فقط . كذلك يجب أن يلاحظ أنه يمكن أن يتقاطع المسار مع نفسه بقصد جعله

مسارا مغلقا . كما وأن هناك قيدا هاما جدا يجب مراعاته وهو أن يكون هناك خلية واحدة في الصف أو العمود علي المسار بها إشارة (+) وخلية واحدة في الصف أو العمود علي المسار بها إشارة سالبة (−) واحدة .

وهذا القيد الأخير يعد أساسيا حتي لايتم إغفال أى من قيود الطلب والطاقة الموجودة في كل صف وعمود .

ولتطبيق هذه الخطوة علي المثال الخاص بشركة الطوب الأسمنتي يجب أن نختار حلا مبدئيا وليكن هو الحل الذي توصلنا إليه باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي ، والذي نعيد ذكره في الجدول (٢ ـ ٤) والذي يتضح منه أن الخلايا الفارغة (المتغيـرات الغير أساسيـة) الواجب

من \ إلي	القاهرة	الأسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	٨ ‏ ١٢٠	١٠	٩	١٢٠
دمنهور	١٢ ‏ ٣٠	٥ ‏ ٥٠	١٥	٨٠
أبو حماد	٧	١٤ ‏ ٢٠	٩ ‏ ٦٠	٨٠
الطلب	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠

جدول (م ٢ ـ ٤)

تقييمها هي بركة السبع /الأسكندرية (خ ٢١) ، بركة السبع / المنصورة

(خ٢١) ، دمنهور / المنصورة (خ٢٢) ، أبو حماد/القاهرة (خ١٣) .
وسوف نحـدد مســارا مغلقـا لكل خلية مع مراعــاة الشروط السابقة كما يلي :

بركة السبع / الأسكندرية (خ٢١) :

المسار هو خ٢١ ←—— خ١١ ←—— خ١٢ ←—— خ٢٢

(+) ←—— (−) ←—— (+) ←—— (−)

بركة السبع / المنصورة (خ٣١) :

المسار هو خ٣١ ←—— خ١١ ←—— خ١٢ ←—— خ٢٢ ←—— خ٢٣
←—— خ٣٣

(+) ←—— (−) ←—— (+) ←—— (−) ←—— (+)
←—— (−)

ويلاحظ علي هذا المسار أننا قد تخطينا الخلية الفارغة خ٢١ وهذا أمر جائز ، أما كل النقط الركنية فهي تقع في خلايا مملوءة وهذا أمر واجب . كذلك فإن اتجاه المسار هنا فهو اتجاه عقرب الساعة . وبتأمل عدد الخلايا التي بها (+) أي التي بها إضافة نجد أنه مساويا لعدد الخلايا التي بها (−) ولذلك فإن المسار يعد مسارا مغلقا . وعدد هذه الخلايا هو عدد زوجي = ٦ .

دمنهور / المنصورة (خ $_{٣٢}$) :

المسار هو خ $_{٣٢}$ ←—— خ $_{٢٢}$ ←—— خ $_{٢٣}$ ←—— خ $_{٣٣}$

(+) ←—— (−) ←—— (+) ←—— (−)

أبو حماد / القاهرة (خ $_{١٣}$) :

المسار هو خ $_{١٣}$ ←—— خ $_{٢٣}$ ←—— خ $_{٢٢}$ ←—— خ $_{١٢}$

(+) ←—— (−) ←—— (+) ←—— (−)

والآن لدينا مسارات مغلقة لكل الخلايا الفارغة ولذلك ننتقل الى الخطوة التالية .

٣ ـ حساب قيمة تعبر عن أثر ملء الخلية التى تم تقييمها بوحدة واحدة . وتعرف هذه القيمة بمقياس التقييم للخلية Cell evaluator . ويمثل الأثر الاجمالى المترتب على إضافة وحدة واحدة فى الخلية الفارغة التى يتم تقييمها . والوصول الى هذه القيمة للخلية التى يتم تقييمها يكون عن طريق إضافة تكلفة نقل الوحدات الموجودة على المسار فى الخلايا المناظرة . حتي تعير (+) عن إضافة وحدة الي الخلية المناظرة وتعبر (−) عن خصم وحدة من الخلية المناظرة . فعلى سبيل المثال لتحديد مقياس التقييم للخلية بركة السبع / الاسكندرية (خ ٢١) نرجع الى المسار والاشارات الموجودة كما يلى :

جنيه

أضف وحدة للخلية $خ_{٢١}$ ويترتب على ذلك زيادة التكاليف بمقدار ١٠

اطرح وحدة من الخلية $خ_{١١}$ ويترتب على ذلك تخفيض التكاليف بمقدار ٨

اطرح وحدة للخلية $خ_{١٢}$ ويترتب على ذلك زيادة التكاليف بمقدار ١٢

اطرح وحدة من الخلية $خ_{٢٢}$ ويترتب على ذلك تخفيض التكاليف بمقداره

ولذلك يكون الأثر النهائي هو + ١٠ – ٨ + ١٢ – ٥ = ٩ وهذا هو مقياس التقييم للخلية $خ_{٢١}$.

وبتكرار نفس الخطوات نصل الى التقييم التالى لباقى الخلايا الفارغة كما يلى :

$خ_{٣١}$ = + ٩ – ٨ + ١٢ – ٥ + ١٤ – ٩ = ١٣

$خ_{٣٢}$ = + ١٥ – ٥ + ١٤ – ٩ = ١٥

$خ_{١٣}$ = + ٧ – ١٤ + ٥ – ١٢ = – ١٤

وكانت $خ_{٢١}$ = + ١٠ – ٨ + ١٢ – ١٤ = ٩

٤ ـ قارن كل مقاييس التقييم للخلايا . فاذا كانت كل الأرقام صفر أو قيما موجبة (*) فإن ذلك يعني أن الحل الحالى هو الحل الأمثل . أما اذا

(*) في حالة تعظيم الربح إذا كانت كل القيم صفرا أوقيما سالبة فإن ذلك يعني أن الحل الحالي هوالحل الأمثل . كما أن وجود صفر يعني إمانية تغيير الحل النهائيل دون أن يؤثر ذلك علي تكلفة النقل الخاصة بالحل الحالي . وتعرف هذه الحالة بحالة وجود أكثر من حل أمثل .

كانت هناك قيمة واحدة على الأقل سالبة فيعنى ذلك أن هذا ليس هو الحل الأمثل ونحتاج الى تعديل لهذا الحل ، حيث يعنى الرقم السالب أن التغيير سوف يحقق خفضا في تكلفة النقل . وبتطبيق ذلك على المثال الحالى نجد أن مقياس التقييم للخلية $خ_{١٢}$ = − ١٤ وهي قيمة سالبة ولذلك يجب تعديل الحل الى حل أفضل .

الخطوة الخامسة : تعديل الحل الحالى :

لتعديل الحل الحالى نقوم باتباع الخطوات التالية :

١ ـ اذا كان هناك أكثر من قيمة سالبة بين مقاييس التقييم للخلايا يتم اختيار الخلية ذات القيمة الأكثر سالبية . وتعنى هذه الخطوة أن الخلية التى سوف يتم اختيارها تعبر عن خلية تعد الآن خلية خاصة بمتغير غير أساسي ولكنها سوف تدخل الحل لتكون خلية مملوءة ، أى لتصبح خاصة بمتغيرا أساسيا . وطالما اننا قد اخترنا القيمة الأكبر سالبية فاننا نختار أفضل تعديل ممكن أن يتم بناءا على دالة الهدف وهى تخفيض التكلفة الاجمالية . وهذه الخطوة هى أشبه بخطوة تحديد المتغير الذى يدخل الحل فى أسلوب السمبلكس .

وبتطبيق ذلك على المثال الحالى ، نجد أننا لدينا قيمة سالبة واحدة . ولذلك ليس أمامنا بديل . فالمتغير الذى سيدخل الحل هو المتغير $س_{١٣}$ والموجود فى الخلية $خ_{١٣}$.

٢ ـ لتحديد أقصى كمية يمكن أن توضع فى هذه الخلية ، يتم الرجوع مرة أخري الى المسار المغلق الذى استخدم فى تقييم هذه الخلية . ويتم تحديد القيم الموجودة على المسار فى الخلايا الركنية التى بها اشارة سالبة . ثم نقوم باختيار أقل قيمة فيما بينها ونضعها فى الخانة المملوءة الجديدة .

وفى المثال الحالي نجد أن مسار الخلية $خ_{١٣}$ هو

$$خ_{١٣} \longrightarrow خ_{٢٣} \longrightarrow خ_{٢٢} \longrightarrow خ_{١٣}$$

$$(+) \longrightarrow (-) \longrightarrow (+) \longrightarrow (-)$$

والقيم فى الأركان السالبة هى ٢٠ وحدة فى $خ_{٢٢}$ و ٣٠ وحدة فى $خ_{١٢}$.

وبمقارنة القيمتين يتضح أن القيمة الأقل وهى ٢٠ هي التى يجب وضعها فى الخلية $خ_{١٣}$. وتعنى هذه الخطوة أن هناك متغيرا أساسيا جديدا هو $س_{١٣}$ قيمته الآن تساوى ٢٠ فى الحل .

٣ ـ لتحديد الخلية التى يجب تفريغها ، يجب عمل التعديل اللازم فى كل المسار حتى نضمن استمرار تحقق التوازن فى الصفوف والأعمدة . وتشبه هذه الخطوة خطوة تحديد المتغير الذى يخرج من الحل فى أسلوب السمبلكس . فطالما أن هناك متغيرا غير أساسيا أصبح متغيرا أساسيا فيجب أن يخرج متغيرا أساسيا من الحل الحالي .

وذلك للحفاظ على شـرط أن يكـون عـدد المتغيرات الأساسية مساويا للقيمة (عدد الصفوف + عدد الأعمدة – ١) (*) .

وبتطبيق ذلك على المسار الخاص بهذه الخلية الجديدة نجد أنه يجب طرح ذات القيمة من الخلية خ$_{١٣}$ ، وإضافتها الي الخلية خ$_{٢٢}$ ، وطرحها من الخلية خ$_{٢٢}$ ، وطرحها من الخلية خ$_{١٢}$. كما هو مبين فى هذا الشكل المحدود(٢ـ٣).

من / الي	القاهرة	الاسكندرية
دمنهور	١٠	٧٠
أبو حماد	٢٠	

شكل(م٢ـ٣)

وبذلك التعديل يكون الحل الجديد كما هو مبين فى الجدول (٢ـ٤) والذى يتضح منه أن المتغيرات الأساسية هى :

س$_{١١}$ = ١٢٠ ، س$_{١٢}$ = ٢٠ ، س$_{٢٢}$ = ٧٠ ، س$_{١٣}$ = ٢٠ ،

س$_{٣٣}$ = ٦٠ ، كما أن المتغيرات الأساسية هى :

(*) قد يترتب علي هذه الخطوة عدم تحقق هذا الشرط . وسوف نناقش ذلك فيما بعد

$س_{٢١} = س_{٣٢} = س_{٢٣} =$ صفر .

أما تكلفة الحل فيمكن حسابها كما يلى :

التكلفة الكلية للنقل= ١٢٠(٨) + ١٠(١٢) + ٧٠(٥) + ٦٠(٩)

=٩٦٠+ ١٢٠ + ١٤٠ + ٥٤٠

= ٢١١٠ جنيه

ويتضح من هذه القيمة أن الحل الحالي قد ترتب عليه تخفيض التكاليف بما يعادل (٢٣٩٠ ـ ٢١١٠) = ٢٨٠ جنيه . ومن الواضح أن ذلك يمكن الوصول إليه مباشرة عن طريق حساب تكلفة الوفر نتيجة لإضافة عشرون وحدة في الخلية خ١٣ . فكل خلية يترتب عليه خفضا قدره ١٤ جنيه كما أوضحنا عند تقييم الخلية . ولذلك فإن ٢٠ وحدة من المفروض أن يترتب عليها وفرا قدره ٢٠ × ١٤ = ٢٨٠ جنيه.

الخطوة السادسة: كرر نفس الخطوات الرابعة والخامسة :

أولا : تقييم الخلايا الفارغة :

الخلية بركة السبع / الاسكندرية :

المسار $خ_{٢١}$ ⟵ $خ_{١١}$ ⟵ $خ_{١٢}$ ⟵ $خ_{٢٢}$

الإشارات (+) ⟵ (−) ⟵ (+) ⟵ (−)

مقياس التقييم + ١٠ – ٨ + ١٢ – ٥ = ٩

الخلية بركة السبع / المنصورة :

المسار $خ_{٣١}$ ← $خ_{١١}$ ← $خ_{١٣}$ ← $خ_{٢٣}$

الإشارات (+) ← (–) ← (+) ← (–)

مقياس التقييم + ٩ – ٨ + ٧ – ٩ = ١

الخلية دمنهور / المنصورة :

المسار $خ_{٣٢}$ ← $خ_{١٢}$ ← $خ_{١٣}$ ← $خ_{٢٣}$

الإشارات (+) ← (–) ← (+) ← (–)

مقياس التقييم + ١٥ – ١٢ + ٧ – ٩ = ١

الخلية أبو حماد / الاسكندرية :

المسار $خ_{٢٣}$ ← $خ_{٢٢}$ ← $خ_{١٢}$ ← $خ_{١٣}$

الإشارات (+) ← (–) ← (+) ← (–)

مقياس التقييم + ١٤ – ٥ + ١٢ – ٧ = ١٤

وتكون نتيجة تقييم الخلايا هى :

$خ_{٢١}$ = ٩ ، $خ_{٣١}$ = –١ ، $خ_{٣٢}$ = ١ ، $خ_{٢٣}$ = ١٤

ونظرا لوجود رقم سالب في الخلية خ $_{١٣}$ فإنه يجب تعدل الحل وذلك بإدخال المتغير س $_{٣١}$ في الحل . ويعني ذلك محاولة ملء الخلية أقصي عدد من الوحدات .

ثانيا تعديل الحل الحالي :

لتحديد أقصي قيمة يمكن أن توضع في الخلية خ $_{٣١}$ ، يتم حصر عدد الوحدات الموجودة في الأركان السالبة علي مسار التقييم للخلية خ $_{٣١}$ وهذه القيم هي في الخانة خ $_{١١}$ ، خ $_{٢٢}$ وقيمتنها ١٢٠ ، ٦٠ علي التوالي . لذلك يكون للتعديل بإضافة أقل قيمة من بين هاتين القيمتين في الخلية خ $_{٣١}$. وعمل التعديلات اللازمة أفقيا ورأسيا لتحقيق توازن الطاقة والطلب في الصف العمود . ولذلك يكون الحل الجديد كما في الجدول (م ٢ ـ ٥)

من / الي	القاهرة	الأسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة	$\boxed{٨}$ ٦٠	$\boxed{١٠}$	$\boxed{٩}$ ٦٠	١٢٠
السبع	$\boxed{١٢}$ ١٠	$\boxed{٥}$ ٧٠	$\boxed{١٥}$	٨٠
دمنهور	$\boxed{٧}$ ٨٠	$\boxed{١٤}$	$\boxed{٩}$	٨٠
ابو حماد	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠

جدول (٢ ـ ٥)

الحل الأمثل لشركة الطوب الأسمنتي

ويتضح من هذا الحل أن المتغيرات الأساسية هي :

$س_{11} = ٦٠$ ، $س_{31} = ٦٠$ ، $س_{12} = ١٠$

$س_{22} = ٧٠$ ، $س_{13} = ٨٠$

أما المتغيرات الغير أساسية فهي :

$س_{21} = س_{32} = س_{33} =$ صفر

وتكلفة هذا الحل = ٦٠(٨) + ٦٠(٩) + ١٠(١٢) + ٧٠(٥)

+ ٨٠(٧)

= ٤٨٠ + ٥٤٠ + ١٢٠ + ٣٥٠ + ٥٦٠

= ٢٠٥٠ جنيه

وهذه القيمة تعد أقل من تكلفة الحل السابق بمقدار (٢١١٠ ـ ٢٠٥٠) = ٦٠ جنيه وهو عبارة عن إجمالي الوفر نتيجة لإضافة ٦٠ وحدة بالخلية خ٣١ حيث تحقق كل وحدة مضافة خفضا قدره جنيه واحد كما أوضحنا عند تقييم هذه الخلية .

ثالثا : تقييم الخلايا الفارغة :

الخلية بركة السبع / الاسكندرية :

المســار $خ_{21} \longrightarrow خ_{11} \longrightarrow خ_{12} \longrightarrow خ_{22}$

الإشارات (+) ←—— (−) ←—— (+) ←—— (−)

مقياس التقييم + ١٠ − ٨ − ١٢ + ٥ = ٩

الخلية دمنهور / المنصورة :

المسار خ٣٢ ←—— خ٢١ ←—— خ١١ ←—— خ١٢

الإشارات (+) ←—— (−) ←—— (+) ←—— (−)

مقياس التقييم + ١٥ − ٩ + ٨ − ١٢ = ٢

الخلية أبو حماد / الاسكندرية :

المسار خ٢٣ ←—— خ٢٢ ←—— خ١٢ ←—— خ١٣

الإشارات (+) ←—— (−) ←—— (+) ←—— (−)

مقياس التقييم + ١٤ − ٥ + ١٢ − ٧ = ١٤

الخلية أبو حماد / المنصورة :

المسار خ٣٢ ←—— خ٣١ ←—— خ١١ ←—— خ١٣

الإشارات (+) ←—— (−) ←—— (+) ←—— (−)

مقياس التقييم + ٩ − ٩ + ٨ − ٧ = ١

وتكون نتيجة تقييم الخلايا هي :

$خ_{٢١} = ٩$ ، $خ_{٣٢} = ٢$ ، $خ_{٢٣} = ١٤$ ، $خ_{٣٣} = ١$

وحيث أن كل أرقام التقييم قيما موجبة فإن ذلك يعني أن هذ هو الحل الأمثل .

وبترجمة هذا الحل النهائى الأمثل في شكل قرارات في حالة شركة الطوب الأسمنتي ، يمكن أن يوضع كما يلي :

يتم إمداد عمليات البناء في القاهرة والتي تحتاج إلي ١٥٠ ألف وحدة بستون ألفا من مصنع بركة السبع ، وعشرة آلاف من مصنع دمنهور وثمانون ألفا من مصنع أبو حماد . أما احتياجات مدنية الاسكندرية فيجب استيفاءها بالكامل من مصنع مدينة دمنهور . كذلك فإن احتياجات مدينة المنصورة وهي ستون ألفا فيتم نقلها إليها من مصنع مدينة بركة السبع .

ويهمنا في نهاية هذا الحل أن نوضح أن طريقة السير في الحجر هي طريقة فعالة في حالة مشاكل النقل محدودة الحجم . أما بالنسبة لمشاكل التوزيع الكبيرة فإن طريقة التوزيع المعدل MODI في الوصول إلي الحل الأمثل هي التي ينصح عادة باستخدامها .

طريقة التوزيع المعدل (MODI) :

تعتمد طريق التوزيع المعدل Modified Distribution والمعروفة بإختصار MODI علي فكرة تحويل مشكلة النقل في صورة البرمجة

الخطية إلي الصيغة الثنائية Duality ثم التوصل إلي حل للصيغة الثنائية يمكن منه معرفة الحل الخاص بمشكلة النقل الأصلية . وعلي الرغم من صعوبة الإثبات الرياضي الخاص بتلك الطريقة إلا أنها تتميز بالسهولة واليسر عند الإستخدام كأسلوب لإختبار مثالية الحل الخاص بمشكلة النقل . وتقوم الخطوات الأساسية لتلك الطريقة . علي ما يلي :

(١) أضف عمود يسمي u ، وصف يسمي v لمصفوفه الحل المبدئي الذي توصلت إليه في الخطوات السابقة بأستخدام أي من طرق الوصول إلي الحل المبدئي الذي ذكرناها من قبل .

(٢) إفترض القيمة « صفر » في أحد خلايا العمود u أو الصف v ، وعادة ما يتم افتراض قيمة « صفر » في الخلية الخاصة بتقاطع الصف الأول من المصفوفة مع عمود u . ومعني ذلك أن .

صفر = " u "

(٣) بالنسبة للقيم المقابلة للخلايا المملوءة (خلايا المتغيرات الأساسية) في مصفوفة الحل المبدئي ، حدد القيم الخاصة بها u_{ij} ، v_{ij} في العمود u ، الصف v ، وذلك بإستخدام المعادلة .

$$C_{ij} = u_{ij} + v_{ij}$$

لكل الخلايا المملوءة ، وعلي أساس أن

Cij هي قيمة تكلفة نقل الوحدة من المصدر i إلي الموقع j ، والتي توجد في الركن العلوي من الخلية .

(٤) أحسب معاملاً I_{ij} لكل خلية غير مملوءة (متغيراً غير أساسياً) يعبر عن نتيجة تقييم تلك الخلية ، ويكون ذلك بإستخدام المعادلة .

$$I_{ij} = C_{ij} - (u_{ij} + v_{ij})$$

(٥) إذا كانت هناك علي الأقل قيمة واحدة سالبة بين قيم المعامل I_{ij} فيعني ذلك أن الحل الحالي ليس هو الحل الأمثل ، أما إذا كانت كل القيم صفرية أو سالبة فيعني ذلك أن الحل الحالي هو الحل الأمثل .

وسوف نقوم فيما يلي بتطبيق تلك الخطوات علي مثالنا الخاص بشركة الطوب الأسمنتي .

(١) إضافة العمود u والصف v إلي جدول الحل المبدئي الذي توصلنا إليه بإستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي وتحديد تم U ،V الخاصة بالخلايا المملوءة .

من / الي	القاهرة	الأسكندرية	المنصورة	الطاقة	u
بركة السبع	$\boxed{٨}$ ١٢٠	$\boxed{١٠}$	$\boxed{٩}$	١٢٠	صفر
دمنهور	$\boxed{١٢}$ ٣٠	$\boxed{٥}$ ٥٠	$\boxed{١٥}$	٨٠	٤
أبو حماد	$\boxed{٧}$	$\boxed{١٤}$ ٢٠	$\boxed{٩}$ ٦٠	٨٠	١٣
الطلب	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠ / ٢٨٠	
V	٨	١	٤ -		

ويلاحظ علي هذا الجدول أننا بدأنا بوضع صفر في الخلية(بركة السبع / u) وعلي ذلك فإن الخلية (v / القاهرة)

= ٨ - صفر = ٨

ومنها فإن الخلية (دمنهور /u)

= ١٢ - ٨ = ٤

ومنها فإن الخلية (v / الأسكندرية)

= ٥ - ٤ = ١

ومنها فإن الخلية (أبو حماد /u)

= ١٤ - ١ = ١٣

ومنها فإن الخلية (v / المنصورة)

= ٩ - ١٣ = -٤

(٢) حساب معاملات u ، v الخاصة بالخلايا الفارغة يكون علي النحو التالي :

I (بركة السبع / الأسكندرية) = 10 - (0 + 1) = 9

I (بركة السبع /المنصورة) = 9 - (0 - 4) = 13

I (دمنهور /المنصورة) = 15 - (4 - 4) = 15

I (أبو حماد/القاهرة) = 7 - (13 + 8) = - 14

ويجب أن نلاحظ هنا أن نتيجة التقييم الحالية تتطابق مع نفس نتيجة التقييم التي قمنا بها من قبل بإستخدام طريقة السير علي الحجر ، وذلك دون معاناه تحديد المسارات لكل الخلايا الفارغة .

وتوضح تلك الأرقام أن هناك قيمة سالبة (-١٤) ويعني ذلك أن الحل الحالي ليس هو الحل الأمثل ويجب تعديل الحل .

(٣) حتي يمكن تعديل الحل يجب إختيار المعامل الأكثر سالبية ، وهو في مثالنا الخاص بالخلية (أبو حماد / القاهرة) وتعديل الحل عن طريق مليء هذه الخلية بأكبر عدد من الوحدات لتحقيق أقصي وفر ممكن .

(٤) حتي يمكن عمل التعديل ، يجب تحديد مساراً مغلقاً

(كما فعلنا عند إستخدام أسلوب السير علي الحجر) للخلية التي سوف تصبح مملؤة (متغيراً أساسياً) وهي (أبو حماد / القاهرة) .
ويكون المسار في هذه الحالة هو

(أبو حماد/القاهرة) ← (أبو حماد/الأسكندرية) ← (دمنهور/الأسكندرية) (دمنهور/القاهرة)

+ ١   - ١   + ١   -١ ←

(٥) لتحديد أقصي قيمة يمكن وضعها في الخلية (أبو حماد / القاهرة) فإنه يجب تحديد القيم الحالية الموجودة في الخلايا الركنية السالبة (التي مشار إليها بـ - ١) الموجودة علي المسار الذي تم تحديده ، ثم يتم بعد ذلك إختيار أقل تلك القيم لوضعها في الخلية (أبو حماد / القاهرة) . وفي المثال الحالي أمامنا قيمتين هما ٢٠ ، ٣٠ يتم إختيار أقلها وهو ٢٠ وحدة فقط يتم وضعها في الخلية (أبو حماد / القاهرة وتعديل باقي المسار بها مع نقل باقى القيم كما هي كما في الجدول التالي :

من / الي	القاهرة	الأسكندرية	المنصورة	الطاقة	u
بركة السبع	$\boxed{٨}$ ١٢٠	$\boxed{١٠}$	$\boxed{٩}$	١٢٠	صفر
دمنهور	$\boxed{١٢}$ ١٠	$\boxed{٥}$ ٧٠	$\boxed{١٥}$	٨٠	٤
أبو حماد	$\boxed{٧}$ ٢٠	$\boxed{١٤}$	$\boxed{٩}$ ٦٠	٨٠	١-
الطلب	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠ / ٢٨٠	
٧	٨	١	١٠		

وتكون تكلفة الحل الحالي =

٥ × ٧٠ + ١٢ × ١٠ + ٨ × ١٢٠

= ٩ × ٦٠ + ٧ × ٢٠ +

ومن المتوقع أن تقل تلك التكاليف عن تكلفة لحل المبدئي بما يعادل

٢٨٠ = (٢٠ × ١٤)

(٦) يجب تكرار نفس الخطوات السابقة إلي أن يتم التأكد من أن الحل الجديد هو حلاً أمثل . ففي المثال الحالي بتكرار الخطوات نري أن القيم الجديدة u ، v كما في الجدول السابق ، وعليه فإن معاملات التقييم لخلايا الفارغة تكون كما يلي :

I (بركة السبع / الأسكندرية) = 10 - (صفر + ١) = 9

I (بركة السبع /المنصورة) = 9 - (صفر + 10) = - 1

I (دمنهور /المنصورة) = 15 - (4 - 10) = 1

I (أبو حماد/الأسكندرية) = 14 - (- 1 + 1) = 14

ويعني وجود قيماً سالبة أن الحل الحالي ليس الحل الأمثل ويكون الجدول التالي كما يلي بعد ملء الخلية (بركة السبع / المنصورة) بأكبر عدد ممكن من الوحدات وعمل التعديلات اللازمة .

من / الي	القاهرة	الأسكندرية	المنصورة	الطاقة	u
بركة السبع	٨ ٦٠	١٠	٩ ٦٠	١٢٠	صفر
دمنهور	١٢ ١٠	٥ ٧٠	١٥	٨٠	٤
أبو حماد	٧ ٨٠	١٤	٩	٨٠	١-
الطلب	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠ / ٢٨٠	
٧	٨	١	٩		

ومن الجدول يمكن حساب معاملات التقييم علي النحو التالي

I (بركة السبع / الأسكندرية) = 10 - (zerw + ١) = 9

I (دمنهور /المنصورة) = 15 - (4 + 9) = 2

I (أبو حماد/الأسكندرية) = 14 - (- 1 + 1) = 14

I (أبو حماد /المنصورة) = 9 - (- 1 + 9) = 1

وحيث أن كل القيم موجبة فإن الحل الحالي هو الحل الأمثل .

حالة عدم التوزان في مشكلة النقل :

أوضحنا فيما سبق أن استخدام أسلوب النقل يقتضي أن تكون مشكلة النقل متوازنة . ويعني ذلك أن إجمالي الكميات المطلوب

نقلها (الطاقات) يساوي تماما إجمالي الكميات المطلوبة في مراكز التوزيع . ولذلك فإن القيام بعمل الموازنة يعد خطوة أساسية بالنسبة للمشاكل الغير متوازنة قبل إمكانية استخدام أسلوب النقل في حلها. وقد ينجم عدم التوازن هذا عن زيادة الكميات المطلوب نقلها (الطاقات) عن الكميات اللازمة (الطلب) ، أو بسبب زيادة الكميات اللازمة (الطلب) عن الكميات المطلوب نقلها (الطاقات) . وسف نعرض لكيفية معالجة ذلك في الحالتين :

١ ـ وجود طاقات أكبر من الطلب :

يوضح الجدول (٢ ـ ٦) مثالا علي حالة عدم الانتظام ، حيث يزيد إجمالي الطاقة المتاحة بمقدار ٤٠٠ وحدة عن الطلب الإجمالي . وفي هذه الحالة سوف يكون هناك بالضرورة ، في أى حل من الحلول ،

من / الي	س	ص	ع	الطاقة
أ	٢	٣	١	٢٠٠٠
ب	٤	٢	٤	١٠٠٠
الطلب	٨٠	١٢٠٠	٦٠٠	٣٠٠٠ / ٢٤٠٠

جدول (م ٢ ـ ٦)

حالة عدم التوازن (الطاقة > الطلب)

ما قيمته ٤٠٠ وحدة لا يتم نقلها . ومثل هذا الجدول يتم توازنه عن طريق إضافة ما يسمي بمركز التوزيع الوهمي والذي يعبر عن طلب وهمي لا يوجد أصلا Dummy demand ، ويضاف له عمود جديد تكون القيمة الموجودة في آخره في أسفل الجدول معادلة للفرق بين إجمالي الطاقة وإجمالي الطلب وهو ٤٠٠ وحدة . وتكلفة نقل الوحدة في أى خلية في هذا العمود الوهمي هي صفرا . وهذه القيمة الصفرية لا تسبب تفضيلا لمصدر معين علي آخر أو تفضيلا لمركز توزيع علي آخر . ولكنها تسهل العمليات الحسابية . وتظهر المشكلة متوازنة في الجدول (٢ ـ ٧) . ثم يتم القيام بالحل بنفس الخطوات التي أوضحناها من قبل .وعند وجود قيمة في أحد الخلايا الموجود في العمود الوهمي، فإن ذلك يعني أنها كميات من الطاقة سوف لا يتم نقلها ، لأنه لا يوجد أصلا هذا الطلب الوهمي . ومثال ذلك إذا كانت س أو تعادل ٢٠٠ وحدة فى أحد الحلول لهذا المثال فإن ذلك يعني أن المصنع (أ) سوف لا ينقل ٢٠٠ وحدة من إنتاجه ولكنها سوف تظل في المصنع ، وبالتالي فهي إما مخزونة أو طاقة غير مستغلة إذا لم يتم انتاجها أصلا .

من / إلي	س	ص	ع	و (وهمي)	الطاقة
أ	٢	٣	١	صفر	٢٠٠٠
ب	٤	٢	٤	صفر	١٠٠٠
الطلب	٨٠	١٢٠٠	٦٠٠	٤٠٠	٣٠٠٠

جدول (م ٢ ـ ٧)

حالة عدم التوازن (الطاقة > الطلب) بعد توازنها

٢ ـ وجود طلب أكبر من الطاقات المتاحة :

يوضح الجدول (٢ ـ ٨) مثالا علي حالة عدم الانتظام ، حيث يزيد إجمالي الطلب اللازم وقدره ٢٦٠٠ وحدة علي إجمالي الطاقة المتاحة وقدرها ٢١٠٠ وحدة . وفي هذه الحالة يكون من الضروري عمل التوازن عن طريق إضافة ما يسمي بالمركز الوهمي أو الطاقة الوهمية Dummy source ويتم التعبير عنه بإضافة صف جديد تكون القيمة في آخره معادلة للفرق بين إجمالي الطلب وإجمالي الطاقة وقدره ٥٠٠ وحدة في هذا المثال . وكما هو الحال عند إضافة عمودا وهميا ، فإن تكلفة نقل الوحدة في أي خلية تقع علي هذا الصف تكون دائما صفر . ويرجع ذلك إلي أنه أصلا لايتم نقلها ، فهي غير موجودة أصلا في مراكز الإنتاج . والسبب بسيط ، فمركز الإنتاج

من / إلي	س	ص	ع	الطاقة
أ	٢	٣	١	١٠٠٠
ب	٤	٢	٤	١١٠٠
الطلب	٨٠	١٢٠٠	٦٠٠	٢١٠٠ / ٢٦٠٠

جدول (م ٢ ـ ٨)

الجديد هو مركز وهمي . ويظهر ذلك في الجدول (٢ ـ ٩) .

من / إلي	س	ص	ع	الطاقة
أ	٢	٣	١	١٠٠٠
ب	٤	٢	٤	١١٠٠
و(وهمية)	صفر	صفر	صفر	٥٠٠
الطلب	٨٠	١٢٠٠	٦٠٠	٢٦٠٠

جدول (م ٢ ـ ٩)

وعند إتمام الحل النهائى لهذه المشكلة ، فإن القيمة التي تظهر في أى خلية من الصف الوهمي تعني أن ذلك عبارة عن عدد وحدات الطلب التي لم يتم الوفاء بها . ومثال ذلك إذا كانت $س_{وص}$ = ٤٠٠

وحدة فإن ذلك يعني أن هناك ٤٠٠ وحدة لم ولن يمكن أن يتم الوفاء بها لمركز التوزيع ص . وذلك بسبب عجز طاقة الانتاج عن تحقيقها .

مشكلة عدم الانتظام Degeneracy :

إذا كان في مشكلة النقل من موقع من مواقع الانتاج (المصادر) وفيها أيضا ك مركز من مراكز التسويق (المراكز) فإن عدد القيود الخاصة بهذه المشكلة، كمشكلة برمجة خطية يكون هو (م+ ك) وهو بالتمام (عدد الصفوف + عدد الأعمدة). ونظرا لأن استخدام أسلوب النقل يقتضي أن تكون مشكلة النقل متوازنة ، حتي إذا تمت موازنة مصطنعة للمشكلة ، فإن أحد هذه القيود سوف يكون قيدا زائد ا redundent كما أوضحنا في جزء سابق.وحيث أن عدد المتغيرات الأساسية يجب أن يعادل عدد القيود الفعالة عند حل المعادلات الخطية معا ، فإن عدد المتغيرات الأساسية يجب أن يساوي (م + ك ـ ١) وإذا كان عدد الخلايا المملوءة أقل من (م + ك – ١) .في أحد الحلول فإن هذه الحالة تعرف رياضيا بحالة عدم الانتظامDegeneracy.

وعملياً يمكن أن تظهر حالة عدم الإنتظام في موقعين . أما الأول فهو عندما تقوم بعمل الحل المبدئي وذلك بسبب أن أحد أرقام الطاقة تساوي أحد أرقام الطلب . ومثال ذلك الجدول (٢ – ١٠) ، والذي يوضح أن إستخدام أسلوب الركن الشمالي الشرقى سوف يترتب عليه أن تملئ الخلية (أس) بالقيمة ٩٠ مما يؤدى إلى إستبعاد خلية وصف في ذات الوقت وقد أى ذلك ، وبعد ذلك إكتمال الوزيع أي أن اصبح عدد الخلايا المملؤه هو ٣ بدلاً من (٢+٣-١) = ٤)

عليه أن تملاء الخلية (أ س) بالقيمة ٩٠ مما يؤدي إلي إستبعاد خلية وصف في ذات الوقت . وقد أدي ذلك ، وبعد إكتمال التوزيع إلي أن أصبح عدد الخلايا المملوءة هو ٣ بدلاً من (٢ + ٣ - ١ = ٤) .

من / إلي	س	ص	ع	الطاقة
أ	٣ ٩٠	٤	٢	٩٠
ب	١	٢ ٣٠	٥ ٢٠	٥٠
الطلب	٩٠	٣٠	٢٠	١٤٠

الجدول (٢ - ١٠)

كذلك أيضاً فإن حالة عدم الإنتظام يمكن أن تظهر أثناء القيام بخطوة تحسين الحل الحالي . ويكون ذلك عندما تتعادل كميات أثنين أو أكثر من الخلايا التي يتم تفريغها (التي بها إشارة سالبة) . فسوف يتم تفريغهم جميعاً في ذات الوقت ، علي الرغم من أن الخلية التي يتم ملئها هي واحدة فقط ، وسوف يخل ذلك بشرط عدد المتغيرات الأساسية في حالة الإنتظام .

ونظراً لأن الحل الذي يعاني من مشكلة عدم الإنتظام لا يمكن إختبار مثاليته عن طريق الأساليب المعروضة سابقاً ، فيجب عمل بعض التعديل قبل إمكانية الإستمرار في مثل هذه الحالة . وسوف نتناول كيفية المعالجة في الحالتين السابقتين في الجزء التالي .

أولاً : عدم الإنتظام يظهر خلال الحل المبدئي :

في هذه الحالة يكون التعديل اللازم في هذه بسيط ، وسهل القيام به . ويتلخص في أن يتم وضع قيمة صغيرة جداً (قريبة القيمة من الصفر [*]) ، ولتكن (ص) في واحدة (أو أكثر) من الخلايا الفارغة في الحل المبدني ، حتي يجعل ذلك عـدد الخلايا المملوءة = (م + ك - ١) . والقاعدة الأفضل هي أنه في حالة تقليل التكاليف يتم وضع القيمة (ص) في الخلية الفارغة ذات تكلفة نقل الوحدة الأقل والتي تظل تسمح بإتمام إختبار مثالية الحل . فإذا كانت تركيبة الخلايا المملوءة بشكل يجعل من الصعب إجراء هذا الإختبار بعد أن وضعت (ص) في الخلية الأقل تكلفـة وأصبح عدد الخلايا المملوءة = (م + ك -١) ، فإن القيمة (ص) يجب إستيعادها من هذه الخلية ووضعها في الخلية التي تلي الخلية الفارغة السابقة من حيث تكلفة النقل ، ويجب أن نشير إلي أنه يمكن أن يوجد في جدول النقل أكثر من (ص) في وقت واحد للمساعدة في تقييم الخلايا . كما أنه بمجرد إضافتها يظل وجوها إلي أن لا تكون هناك حاجة إليها . وفي حالة تعظيم الربح تتم خطوات مشابهة مع أفضلية وضع (ص) في الخلية ذات الربح الأعلي للوحدة .

يوضح الجدول (٢ - ١١) حالة تقليل التكلفة والذي تظهر فيه مشكلة عدم الإنتظام خلال الحل المبدئي بإستخدام طريقة الركن

(*) هذه القمة الصغيرة تعامل علي أنها صفر معالجتها في تحويل عدد وحدات من خلية إلي أخري . وتعامل دائماً في كل الخطوات علي أنها خلية مملوءة .

الشمالي الشرقي ، وعند محاولة القيام بتقييم الخلايا الفارغة ، نجد أننا سوف نواجه بمشكلة عدم الإنتظام فالخلية (أ ص) يكون من الصعب عمل مسار مغلق لها حسب القواعد التي وضعناها من قبل للمسار المغلق . كذلك فإن الخلايا (أ ع) ، (ن س) سوف تواجه نفس المشكلة (تذكر أننا أوجبنا أن تكون أركان المسار جميعها في خلايا مملوءة ، وبسبب النقص في عدد الخلايا المملوءة واجهنا هذه المشكلة) . وكما ذكرنا من قبل فإننا سوف نحاول وضع القيمة (ص) بشكل يسمح بالقيام بعملة التقييم ، ولنحاول الآن الخلية (ن س) نظراً لأن بها أقل تكلفة نقل للوحدة من بين كل الخلايا الفارغة كما في الجدول التالي (٢ - ١١) .

من / إلي	س	ص	ع	الطاقة
أ	٣ ٩٠	٤	٢	٩٠
ب	١ (ص)	٢ ٣٠	٥ ٢٠	٥٠
الطلب	٩٠	٣٠	٢٠	١٤٠

جدول (٢ - ١١)

ويتـــأمل هذا الجـــدول نجد أنه بالإمكان القيام بعمل تقييم لكل الخلايــا الفارغة بناء علي هذه الإضافة، وعلي إعتبار أن الخلية (ن س) أصبحت خلية مملوءة . كذلك فإن عدد الخلايا المملــوءة الآن = (٢ + ٣ - ١) = ٤ .

تقييم الخلية (أ ص) هو (أ ص) ---> (أ س) ---> (ب س) ---> (ب ص) .

+ ٤ - ٣ + ١ - ٢ = صفر

تقييم الخلية (أ ع) هو (أ ع) --> (أ س) --> (ب س) ---> (ب ع) .

+ ٢ - ٣ + ١ - ٥ = -٤

ويعني ذلك أن هذا ليس هو الحل الأمثل ويتم تعديل الحل بملء الخلية (أ ع) بأقصي قيمة ممكنة وهي . ٢ وحدة . ويكون التعديل الواجب كما في الجدول (٢ - ١٢) والذي يلاحظ منه أن (ص) إختفت تلقائياً . وتم معاملتها علي أنها صفر عندما تم إضافة ٢٠ وحدة إليها لضمان شرط التوازن في الجدول . وعند تقييم الخلايا الفارغة (أ ص) ، (ن ع) نجد أن نتيجة التقييم هي صفر ، ٥ علي التوالي . حيث أن كليهما قيما موجبة فإن ذلك يعني أن الحل الذي بين أيدينا هو الحل الأمثل .

من \ إلي	س	ص	ع	الطاقة
أ	٣ ٧٠	٤	٢ ٢٠	٩٠
ب	١ ٢٠	٢ ٣٠	٥	٥٠
الطلب	٩٠	٣٠	٢٠	١٤٠

جدول (٢ - ١٢)

ثانياً : عدم الإنتظام يظهر أثناء تعديل الحل :

ويقصد بذلك أن يترتب علي تعديل الحل الحالى أن يتم تفريغ خليتين مع ملء خلية واحدة فقط . ويمكن التغلب علي ذلك عن طريق إضافة القيمة الصغري (ص) في أحد الخلايا التي تم تفريغها ، ويستمر الحل كالمعتاد . فإذا كان الحل المبدئي (أو المرحلي) الذي أمامنا هو كل في لجدول(٢ - ١٣) والذي يتضح منه أننا أمام حلا ممكنا وأساسياً نظراً لأن عدد الخلايا المملوءة = (٣ + ٢ - ١) = ٤ ، فتكون الخطوة التالية هي تقييم الخلايا كما يلي :

من \ إلي	س	ص	ع	الطاقة
أ	٣ ‏ ٢٠	٤ ‏ ٣٠	٢	٥٠
ب	٢ ‏ ٣٠	٢	١ ‏ ٤٠	٧٠
الطلب	٥٠	٣٠	٤٠	١٢٠

جدول (٢ - ١٣)

الخلية (أ ع) :

المسار هو(أ ع) ---> (أ س) ---> (ب س) ---> (ب ع)

التقييم + ٢ - ٣ + ٢ - ١ = صفر .

الخلية (ب ص) :

المسار هو(ب ص) ---> (أ ص) ---> (أ س) ---> (ب س)

التقييم + ٢ - ٤ + ٣ - ٢ = -١ .

ويعني ذلك أن الحل الحالي ليس هو الحل الأمثل ويجب التعديل. ويكون التعديل بأضافة وحدات إلي الخلية الفارغة (ب ص) بأقصي قدر ممكن ، وأقصي قدر ممكن هو ٣٠ وحدة . ولكن سوف يترتب علي وضع ٣٠ وحدة في هذه الخلية تفريغ الخلايا (أ ص) ، (ب ص) ، (ب ص) في ذات الوقت حتي يتم الحفاظ علي التوازن الرأسي والأفقي كما هو واضح في الجدو (٢- ١٤) . ويعاب علي

من / إلي	س	ص	ع	الطاقة
أ	٣ ٥٠	٤	٢	٥٠
ب	٢ (ص)	٢ ٣٠	١ ٤٠	٧٠
الطلب	٥٠	٣٠	٤٠	١٢٠

جدول (٢ - ١٤)

مثل هذه الخطوة أن عدد الخلايا المملوءة الآن ليس معادلاً لأربعة ، وعلي ذلك فإننا بذلك قد تسببنا في أن تكون المشكلة غير منتظمة . ولمعالجة ذلك نقوم بوضع تلك القيمة الصغيرة (ص) في أي من الخانتين اللتين تم تفريغهما وهما (ب س) ، (ب ص) ولتكن الخانة (ب س)هي التي يتم وضعها فيها كما في الجدول. وذلك وضع يمكننا من إختبار مثالية الحل مرة أخري والإستمرار في الحل حتي آخره .

وجدير بالذكر هنا أن نشير إلي أنه إذا كانت هذه القيمة الصغري (ص) هي التي تحكم عدد الوحدات التي يجب أن تنقل إلي الخلية الفارغة ، فإن (ص) يتم نقلها إلي الخلية الجديدة ، كما

تتم إضافتها أو خصمها بين الخلايا الأخري علي أنها قيمة صغيرة لا تؤثر في القيم الموجودة أصلا. ويوضح المثال التالي هذه الحالة .( ) .

مثال

في أحد مراحل الحل كان جدول النقل علي النحو التالي :

من / إلي	س	ص	ع	ل	ك	الطاقة
أ	٩ (ص)	٩ ١٣٠	١١ ٦٠	٧	١١	١٩٠
ب	١١ ١٢٠	٩	٧	١٣ ١٦٠	١٥	٢٨٠
جـ	١٣	١١	٩	١٥ ١٠	١٣ ٢٤٠	٢٥٠
الطلب	١٢٠	١٣٠	٦٠	١٧٠	٢٤٠	٧٢٠

ونظراً لأن عدد الخلايا المملوءة = ٦ وهو أقل من (عدد الصفوف + عدد الأعمدة - ١) فقد إستلزم الأمر إضافة (ص) في أحد الخلايا ولتكن أ س . والان ، عند تقييم الخلايا لإختبار مثالية الحل نجد أن الخلية أ ك هي التي تحوي أكثر مقاييس التقييم سالبة ، وكان مسارها كما يلي :

الخلية أ ك :

المسار خ أك ← خ أس ← خ ب س ← خ ب ك ← خ جـ ك ← خ

نتيجة التقييم + ١١ - ٩ + ١ - ١٣ + ١٥ - ١٣ = -٨

ولعمل التعديل اللازم يجب تحديد أقصي قيمة يمكن وضعها في الخلية أ ك ، وفي هذه الحالة نجد أنها هي القيمة (ص) ولذلك يكون

التعديل ، وعلي أساس أن (ص) قيمة صغيرة جداً ، علي النحو التالي :

من / إلي	س	ص	ع	ل	ك	الطاقة
أ	٩	٩ ١٣٠	١١ ٦٠	٧	١١ (ص)	١٩٠
ب	١ ١٢٠	٩	٧	١٣ ١٦٠	١٥	٢٨٠
جـ	١٣	١١	٩	١٥ ١٠	١٣ ٢٤٠	٢٥٠
الطلب	١٢٠	١٣٠	٦٠	١٧٠	٢٤٠	٧٢٠

جدول حالة إنتقال القيمة الصفري إلي خلية أخري عند وجودها علي خلية ركنية سالبة .

حالة وجود أكثر من حل أمثل Multiple Optimal Solutions

إذا كانت نتيجة التقييم للخلايا الفارغة جميعاً قيماً غير سالبة فإن ذلك يعني أن الحل الحالي هو الحل الأمثل . ومع ذلك ، فإن وجود قيمة صفرية كمقياساً للتقييم فى هذه المرحلة يعني أنه من الممكن تغيير الحل الحالي مع عدم تغيير تكلفة النقل الإجمالية . ويعني ذلك إمكانية تغيير المتغيرات الأساسية مع عدم تغيير دالة الهدف كما في ظل أسلوب السمبلكس .

مثل

بفرض أن الجدول التالي هو جدول النقل النهائي والذي يعبر عن

من / إلي	س	ص	ع	الطاقة
أ	[٨] ٧٠	[٥]	[٦] ٥٠	١٢٠
ب	[١٤]	[١٠] ٧٠	[١٢] ١٠	٨٠
جـ	[٣] ٨٠	[٩]	[١٠]	٨٠
الطلب	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠

الحل الأمثل ، فإن تقييم الخلايا الفارغة يوضح أن كل مقاييس لتقييم قيماً غير سالبة والتكلفة الإجمالية قدرها ١٩٢٠جنيه . ولكن تقييم الخلية خ ب س يعطي قيمة صفرية . ويعني ذلك أنه يمكن عمل تعديل عن طريق ملء هذه الخلية بأقصي عدد من الوحدات مع تعديل الصفوف والأعمدة دون أن يؤثر ذلك علي إجمالي التكلفة .

خ ب س ← خ ب ع ← خ أ ع ← خ أ س

أثر التقييم + ١٤ - ١٢ + ٦ - ٨ = صفر

وأقصي قيمة يمكن أضافتها والخلية خ ب س هي ١٠ وحدات ويكون الحل الجديد هو كما في الجدول التالي والذي علي الرغم من تغيير الحل به يؤدي إلي نفس التكاليف وهي ١٩٢٠ جنيه .

من / إلي	س	ص	ع	الطاقة
أ	٨ ٦٠	٥	٦ ٦٠	١٢٠
ب	١٤ ١٠	١٠ ٧٠	١٢	٨٠
جـ	٣ ٨٠	٩	١٠	٨٠
الطلب	١٥٠	٧٠	٦٠	٢٨٠

حالة عدم إمكانية إستخدام أحد المسارات Prohibited Routes

في بعض مواقف الحياة العملية والخاصة بمشكلة التوزيع يكون من الصعب ، بل من المحال ، نقل كميات من بعض المصادر إلي بعض مراكز التوزيع . وقد يرجع ذلك إلي عدم وجود وسائل مواصلات تربط قد يكون هذا المسار غير مأمون بسبب وجود بعض المخاطر أثناء عملية النقل كذلك قد يكون المنتج الذي يتم توزيعه يتعرض للتلف السريع وليس من المنتج نقله لبعد المسافة بين المصدر ومركز التوزيع . وفي مثل هذه الحالات يمكن إستخدام أسلوب النقل مع تعديل طفيف . وهذا التعديل هو إضافة إستخدام تكلفة نقل عالية جداً (أكبر من أية قيمة أخري موجودة في الجدول) في الخلية المطلوب إستبعادها من العمليات الممكنة . وهذه الخطوة تشبة خطوة إضافة قيمة كبري موجبة (في حالة تقليل التكاليف) وقيمة كبري سالبة (في حالة تعظيم الأرباح) في دالة الهدف للمتغيرات الوهمية التي يراد أن تخرج من الحل أثناء تعديل الحل .

أمثلة محلولة

المثال الأول :

فيما يلي بيانات تكلفة نقل الوحدة بالجنية وبيانات الطاقة والطلب الخاصة بأحد مشاكل النقل . أوجد الحل المبدئي والحل الأمثل لهذه المشكلة .

من / إلي	س ١	س ٢	س ٣	الطاقة
م ١	٥ جنيه	٤	٣	١٠
م ٢	٧	٢	٥	٢٠
م ٣	٣	٤	٢	٣٠
الطلب	١٠	٢٨	٢٢	٦٠

الخطوة الأولي : إيجاد الحل المبدئي

أولاً : الحل المبديء بإستخدام طريقة الركن الشمال الشرقي :

من / إلي	س ١	س ٢	س ٣	الطاقة
م ١	١٠ $\boxed{٥}$	$\boxed{٤}$	$\boxed{٣}$	١٠
م ٢	$\boxed{٧}$	٢٠ $\boxed{٢}$	$\boxed{٥}$	٢٠
م ٣	$\boxed{٣}$	٨ $\boxed{٤}$	٢٢ $\boxed{٢}$	٣٠
الطلب	١٠	٢٨	٢٢	٦٠

ثانياً : الحل المبدئي بإستخدام طريقة أقل التكاليف :

من / إلي	س ١	س ٢	س ٣	الطاقة	
م ١	[٥] ٢	[٤] ٨	[٣]	١٠	صفر
م ٢	[٧]	[٢] ٢٠	[٥]	٢٠	-٢
م ٣	[٣] ٨	[٤]	[٢] ٢٢	٣٠	-٢
الطلب	١٠	٢٨	٢٢	٦٠	
	٥	٤	+٤		

ثالثاً : الحل المبدئىء بإستخدام طريقة فوجال التقريبية

من / إلي	س ١	س ٢	س ٣	الطاقة	u 1	u 2	
م ١	[٥]	[٤] ٨	[٣] ٢	١٠	١	١	١
م ٢	[٧]	[٢] ٢٠	[٥]	٢٠	٣		
م ٣	[٣] ١٠	[٤]	[٢] ٢٠	٣٠	١	١	٢
الطلب	١٠	٢٨	٢٢				
V 1	٢	٢	١				
V 2	٢	صفر	١				
		صفر	١				

ويتأمل الحل المبدئي الذي توصلنا إليه بأستخدام طريقة الركن

الشمالي الشرقي نجد أنه حلاً غير أساسياً ويرجع ذلك إلي أن عدد الخلايا المملوءة أقل من (عدد الصفوف + عدد الأعمدة - ١) - أي أن عدد الخلايا المملوءة = ٤ هو أقل من العدد الواجب وهو ٥ .

أما الحل الذي توصلنا إليه بأستخدام طريقة أقل التكاليف فهو حلاً ممكناً . حيث أن عدد الخلايا المملوءة = (عدد الصفوف + عدد الأعمدة -١) .

وعلي الرغم من أنه يمكن الإستمرار في الحل سواءاً أخذنا الحل المبدئى بإستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي أو الحل المبدئى بإستخدام طريقة أقل التكاليف فإننا سوف نختار الحل المبدئى بإستخدام طريقة أقل التكاليف أولاً لأنه حلاً أساسياً ، فلا داعي لعمل معالجات خاصة ، وثانياً لأن طريقة أقل التكاليف عادة ما توصل أسرع إلي أقل الحل الأمثل .

الخطوة الثانية : مثالية الحل :

بإستخدام طريقة السير علي الحجر يكون اختبار الخلايا الفارغة علي النحو التالي :

الخلية (م$_{١}$ / س$_{٣}$) :

المسار هو م$_{١}$س$_{٣}$ ← م$_{١}$س$_{١}$ ← م$_{٣}$س$_{١}$ ← م$_{٣}$س$_{٣}$

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+٣ - ٥ + ٣ - ٢ = -١

الخلية (م$_{٢}$ / س$_{١}$) :

المسار هو م$_{٢}$س$_{١}$ ← م$_{٢}$س$_{٢}$ ← م$_{١}$س$_{٢}$ ← م$_{١}$س$_{١}$

+ ١ ← - ١ ← + ١ ← - ١

+ ٧ - ٢ + ٤ - ٥ = ٤

الخلية (م$_{٢}$ / س$_{٣}$) :

المسار هو م$_{٢}$س$_{٣}$ ← م$_{٢}$س$_{٢}$ ← م$_{١}$س$_{٢}$ ← م$_{١}$س$_{١}$ ← م$_{٣}$س$_{١}$ ← م$_{٣}$س$_{٣}$

+ ١ ← - ١ ← + ١ ← - ١ ← + ١ ← - ١

+ ٥ - ٢ + ٤ - ٥ + ٣ - ٢ = ٣

الخلية (م$_{٣}$ / س$_{٢}$) :

المسار هو م$_{٣}$س$_{٢}$ ← م$_{١}$س$_{٢}$ ← م$_{١}$س$_{١}$ ← م$_{٣}$س$_{١}$

+ ١ ← - ١ ← + ١ ← - ١

+ ٤ ← - ٤ ← + ٥ ← - ٣ = ٢

وبمقارنة هذه القيم يتضح أن القيمة الوحيدة السالبة هي نتيجة التقييم للخلية (م$_{١}$ / س$_{٣}$) ولذلك يجب تعديل الحل الحالي .

الخطوة الثالثة : تعديل الحل الحالي :

يتم ملء الخلية (م$_{١}$ / س$_{٣}$) بأقصى قيمة ممكنة . ويتتبع

المسار الذي استخدم في تقييم هذه الخلية نجد أن القيمتين الموجودتين في الخلايا الركنية التي بها (-) هما ٢ ، ٢٢ ويعني ذلك أن أقصي قيمة يمكن وضعها في الخلية م ١ س ٣ هي القيمة ٢ . ويستلزم ذلك عمل التعديلات الرأسية والأفقية لنصل إلي الحل التالي :

من / إلي	س ١	س ٢	س ٣	الطاقة
م ١	[٥]	[٤] ٨	[٣] ٢	١٠
م ٢	[٧]	[٢] ٢٠	[٥]	٢٠
م ٣	[٣] ١٠	[٤]	[٢] ٢٠	٣٠
الطلب	١٠	٢٨	٢٢	٦٠

ونقوم بتكرار نفس خطوات التقييم علي النحو التالي :

الخلية (م ١ / س ١)

المسار م١س١ ← م٣س١ ← م٣س٣ ← م س١ س٣

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+٥ - ٣ + ٢ - ٣ = ١

الخلية (م ٢ / س ١)

المسار م٢س١ ← م٣س١ ← م٣س٣ ← م١س٣ ← م١س٢ ← م٢س٢

+١ ← -١ ← +١ ← -١ ← +١ ← -١

+٧ - ٣ + ٢ - ٣ + ٤ - ٢ = ٥

الخلية (م$_{٢}$/ س$_{٣}$)

المسار م$_{٢}$س$_{٣}$ ← م$_{١}$س$_{٣}$ ← م$_{١}$س$_{٢}$ ← س$_{٢}$س$_{٢}$

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+٥ -٣ +٤ -٢ = ٤

الخلية (م$_{٣}$/ س$_{٢}$)

المسار م$_{٣}$س$_{٢}$ ← م$_{٣}$س$_{٣}$ ← م$_{١}$س$_{٣}$ ← س$_{١}$س$_{٢}$

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+٤ -٢ +٣ -٤ = ١

نتيجة : بمقارنة كل القيم الناتجة عن عملية التقييم للخلايا الفارغة يتضح أنها جميعاً قيماً موجبة ويعني ذلك أن الحل الحالي هو الحل الأمثل .

المثال الثاني :

أوجد الحل المبدني بإستخدام أسلوب الركن الشمالي الشرقي والحل الأمثل بإستخدام أسلوب السير علي الحجر لمشكلة النقل التالية.

من / إلي	أ	ب	جـ	د	الطاقة
١	٤	٧	٧	١	١٠٠
٢	١٢	٣	٨	٨	٢٠٠
٣	٨	١٠	١٦	٥	١٥٠
الطلب	٨٠	٩٠	١٢٠	١٦٠	٤٥٠

هل تعتقد أن إستخدام أسلوب أقل التكلفة في الوصول إلي الحل المبدئي سوف يؤدي إلي إختلاف الحل الأمثل لهذه المشكلة ؟ وضح ذلك رقمياً مع بيان الفارق الحقيقي بين طريقتي الركن الشمالي الشرقي وطريقة أقل التكلفة .

الحل المبدئي باستخدام طريقة الركن الشمالى الشرقي :

من / إلي	أ	ب	جـ	د	الطاقة
١	٤ ٨٠	٧ ٢٠	٧	١	١٠٠
٢	١٢	٣ ٧٠	٨ ١٢٠	٨ ١٠	٢٠٠
٣	٨	١٠	١٦	٥ ١٥٠	١٥٠
الطلب	٨٠	٩٠	١٢٠	١٦٠	٤٥٠

وهذا تعيبر حلاً مبدئياً ممكناً .

الحل الأمثل بإستخدام أسلوب السير على الحجر :

أولاً : تقييم الخلايا الفارغة :

الخلية (١ / حـ)

المسار (١ / حـ) ← (١ / ب) ← (٢ / ب) ← (١ / حـ)

+ ١ ← - ١ ← + ١ ← - ١

+ ٧ - ٧ + ٣ - ٨ = - ٥

الخلية (١ / د)

المسار (١ / د) ← (١ / ب) ← (٢ / ب) ← (٢ / د)

+ ١ ← - ١ ← + ١ ← - ١

+ ١ - ٧ + ٣ - ٨ = - ١١

الخلية (٢ / أ)

المسار (٢ / أ) ← (٢ / ٣) ← (١ / ب) ← (١ / أ)

+ ١ ← - ١ ← + ١ ← - ١

+ ١٢ - ٣ + ٧ - ٤ = ١٢

الخلية (٣ / أ)

المسار (٣/أ)←(٣/د)←(٢/د)←(٢/ب)←(١/ب)←(١/أ)

+ ١ ← - ١ ← + ١ ← - ١ ← + ١ ← - ١

+ ٨ - ٥ + ٨ - ٣ + ٧ - ٤ = ١١

الخلية (٣ / ب)

المسار (٣ / ب) ← (٣ / د) ← (٢ / د) ← (٢ / ب)

+ ١ ← -١ ← +١ ← -١

+ ١٠   - ٥   + ٨   -٣ = ١٠

الخلية (٣ / حـ)

المسار (٣ / حـ) ← (٣ / د) ← (٢ / د) ← (٢ / حـ)

+ ١ ← -١ ← +١ ← -١

+ ١٦   - ٥   + ٨   -٨ = ١١

بمقارنة القيم الناتجة عن عملية التقيم يتضح أن هناك بعض القيم السالبة ، ويعني ذلك أن الحل ليس هو الحل الأمثل .

ثانياً : تعديل الحل الحالي :

وتبدأ هذه الخطوة بتحديد المتغير الذي يجب أن يدخل الحل . ويعني ذلك تحديد الخلية الفارغة التي يجب أن تصبح مملوءة . وبمقارنة القيم السالبة نجد أن أكبر قيمة سالبة هي الخاصة بالخلية (١ / د) ولذلك يتم إختيار الخلية (١ / د) لتصحيح خلية مملوءة . ولذلك نرجع إلي المسار الذي إستخدم في تقييم هذه الخلية لتحديد أقصي قيمة يمكن أن توضع في هذه الخلية . بتأمل هذا المسار وهو .

(١ / د) ← (١ / ب) ← (٢ / ب) ← (٢ / د)

نجد أن القيمتين الموجودتين في الخلايا الركنية السالبة (١/ب) ،

(٢ / د) هما ٢٠ ، ١٠ علي التوالي . وعلي ذلك فإن أقصي قيمة يمكن وضعها في الخلية (١ / د) هي القيمة ١٠ حيث أنها أقل القيمتين . ويعمل هذا التعديل والتعديل الخاص بتوازن الصفوف والأعمدة نصل إلي الجدول التالي :

من / إلي	أ	ب	جـ	د	الطاقة
١	[٤] ٨٠	[٧] ١٠	[٧]	[١] ١٠	١٠٠
٢	[١٢]	[٣] ٨٠	[٨] ١٢٠	[٨]	٢٠٠
٣	[٨]	[١٠]	[١٦]	[٥] ١٥٠	١٥٠
الطلب	٨٠	٩٠	١٢٠	١٦٠	٤٥٠

تقييم الخلايا الفارغة :

الخلية (١ / حـ)

المسار (١/حـ) ← (١/ب) ← (٢/ب) ← (٢/حـ)

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+٧ -٧ +٣ -٨ = -٥

الخلية (٢/أ)

المسار (٢/أ) ← (٣/٢) ← (١/ب) ← (١/أ)

١- ← ١+ ← ١- ← ١+

١٢ = ٤- ٧+ ٣- ١٢+

الخلية (٢/د)

المسار (٢/د) ← (١/د) ← (١/ب) ← (٢/ب)

١- ← ١+ ← ١- ← ١+

١١ = ٣- ٧+ ١- ٨+

الخلية (٣/ب)

المسار (٣/ب) ← (٣/د) ← (١/د) ← (١/ب)

١- ← ١+ ← ١- ← ١+

١- = ٧- ١+ ٥- ١٠+

الخلية (٣ / حـ)

المسار (٣/حـ)←(٣/د)←(١/د)←(١/ب)←(٢/ب)←(٢/حـ)

١- ← ١+ ← ١- ← ١+ ← ١- ← ١+

٨- =صفر ٣+ ٧- ١+ ٥- ١٦+

بمقارنة القيم الناتجة عن عملية التقييم يتضح أن هناك بعض القيم السالبة ، ويعني ذلك أن الحل الحالي ليس هو الحل الأمثل .

ثالثاً : تعديل الحل الحالي :

باختيار أقل القيم السالبة نجد أن الخلية التي يجب أن تصبح مملوءة هي الخلية (١ / حـ) . ولتحديد أقصي قيمة يمكن أن توضع في هذه الخلية نرجع إلي المسار الذي إستخدم في التقييم وهو :

(١/حـ) ← (١/ب) ← (٢/ب) ← (٢/حـ)

والذي نجد فيه أن القيمتين الموجودتين في الخلايا الركنية السالبة (١/ب) ، (٢/حـ) هما ١٠ ، ١٢٠ علي التوالي . ويعني ذلك أن أقصي قيمة يمكن أن توضع في هذه الخلية هي القيمة ١٠ . حيث أنها هي أقل القيم بين هاتين القيمتين . ويعمل هذا التعديل مع مراعاة توازن الصفوف والأعمدة تصل إلي الجدول التالي :

من \ إلي	أ	ب	جـ	د	الطاقة
١	[٤] ٨٠	[٧]	[٧] ١٠	[١] ١٠	١٠٠
٢	[١٢]	[٣] ٩٠	[٨] ١١٠	[٨]	٢٠٠
٣	[٨]	[١٠]	[١٦]	[٥] ١٥٠	١٥٠
الطلب	٨٠	٩٠	١٢٠	١٦٠	٤٥٠

تقييم الخلايا الفارغة :

الخلية (١/ب)

المسار (١/ب) ← (٢/ب) ← (٢/حـ) ← (١/حـ)

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+٧ -٣ +٨ -٧ = ٥

الخلية (٢ / أ)

المسار (٢/أ) ← (٢/حـ) ← (٢/ب) ← (١/أ)

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+١٢ -٨ +٧ -٤ = ٧

الخلية (٢/د)

المسار (٢/د) ← (١/د) ← (١/حـ) ← (٢/حـ)

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+٨ -١ +٧ -٨ = ٦

الخلية (٣/أ)

المسار (٣/أ) ← (٣/د) ← (١/د) ← (١/أ)

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+٨ -٥ +١ -٤ =صفر

الخلية (٣ / ب)

المسار(٣/ب)←(٣/د)←(١/د)←(١/حـ)←(٢/حـ)←(٢/ب)

+١ ← -١ ← +١ ← -١ ← +١ ← -١

+١٠ -٥ +١ -٧ +٨ -٣ =٤

الخلية (٣ / حـ)

المسار (٣/حـ) ← (٣/د) ← (١/د) ← (١/حـ)

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+١٦ -٥ +١ -٧ = ٥

النتيجـة :

بمقارنة القيم الناتجة من عملية التقييم يتضح أنها قيماً غير سالبة . ويعني ذلك أن الحل الحالي هو الحل الأمثل كما أن وفيما قيماً صفرية في التقييم يعني أن هناك أكثر من حل أمثل . وتكلفة هذا الحل هي .

٤ ×٨٠ +٧ ×١٠ +١ ×١٠ +٣ ×٩٠ +٨ ×١١٠ +٥ ×١٥٠

= ٣٢٠ + ٧٠ + ١٠ + ٢٧٠ + ٨٨٠ + ٧٥٠

= ٢٣٠٠ جنيه .

الحل المبدئي بإستخدام طريقةِ أقل التكاليف :

من \ إلي	أ	ب	جـ	د	الطاقة
١	٤	٧	٧	١ — ١٠٠	١٠٠
٢	١٢	٣ — ٩٠	٨ — ١١٠	٨	٢٠٠
٣	٨ — ٨٠	١٠	١٦ — ١٠	٥ — ٦٠	١٥٠
الطلب	٨٠	٩٠	١٢٠	١٦٠	٤٥٠

تقييم الخلايا :

الخلية (١ / أ)

المسار (١/أ) ← (٣/أ) ← (٣/د) ← (١/د)

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+٤ -٨ +٥ -١ =صفر

الخلية (١ / ب)

المسار(١/ب)←(٢/ب)←(٢/حـ)←(٣/حـ)←(٣/د)←(١/د)

+١ ← -١ ← +١ ← -١ ← +١ ← -١

+٧ -٣ +٨ -١٦ +٥ -١ =صفر

الخلية (١ / حـ)

المسار (١/حـ) ← (٣/حـ) ← (٣/د) ← (١/د)

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+٧ -١٦ +٥ -١ =-٥

الخلية (٢ / أ)

المسار (٢/أ) ← (٣/أ) ← (٣/حـ) ← (٢/حـ)

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+١٢ -٨ +١٦ -٨ =١٢

الخلية (٢ / د)

المسار (٢/د) ← (٢/حـ) ← (٣/حـ) ← (٣/د)

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+٨   -٨   +١٦   -٥ = ١١

الخلية (٣ / ب)

المسار (٣/ب) ← (٣/حـ) ← (٢/حـ) ← (٢/ب)

+١ ← -١ ← +١ ← -١

+١٠   -١٦   +٨   -٣ = -١

وبمقارنة هذه القيم يتضح أن الحل احالي ليس هو الحل الأمثل .

تعديل الحل الحالي :

الخلية (١/حـ) يجب أن تملأ بأقصي عدد ممكن من الوحدات ويكون الحل التالي كما يلي :

من / إلي	أ	ب	جـ	د	الطاقة
١	[٤]	[٧]	[٧] ١٠	[١] ٩٠	١٠٠
٢	[١٢]	[٣] ٩٠	[٨] ١١٠	[٨]	٢٠٠
٣	[٨] ٨٠	[١٠]	[١٦]	[٥] ٧٠	١٥٠
الطلب	٨٠	٩٠	١٢٠	١٦٠	٤٥٠

ويتقييم الخلايا الفارغة لهذا الحل نجد أن نتيجة التقييم قيماً غير سالبة لكل الخلايا . ويعني ذلك أن الحل الحالي هو الحل الأمثل .

ملحوظة هامة :

بمقارنة هذا الحل بالحل الأمثل الذي توصلنا إليه من قبل نجد أنها غير متطابقين . ولكن بحساب تكلفة الحل الحالي وهي :

٧٠× ٥ + ٨٠× ٨ + ١١٠× ٨+ ٩٠× ٣+ ٩٠× ١+ ١٠× ٧

= ٢٣٠٠

نجد أنها تعادل تماماً تكلفة الحل الأمثل السابق . وهذه بالضبط هي حالة وجود أكثر من حل أمثل .

كذلك فإنه من الواضح أن طريقة أقل التكاليف تؤدي إلي حلاً مبدئياً أقرب إلي الحل الأمثل عنه في حالة طريقة الركن الشمالي الشرقي .

إختبار مثالية الحل بإستخدام طريقة التوزيع المعدلMODI

إعتماداً علي الحل المبدئي الذي توصلنا إليه بإستخدام طريقة أقل التكاليف يمكننا إختبار مثالية الحل بإستخدام MODI كما يتضح في الجدول التالي :

من \ إلي	أ	ب	جـ	د	الطاقة	U
١	٤	٧	٧	١ ١٠٠	١٠٠	صفر
٢	١٢	٣ ٩٠	٨ ١١٠	٨	٢٠٠	-٤
٣	٨ ٨٠	١٠	١٦ ١٠	٥ ٦٠	١٥٠	٤
الطلب	٨٠	٩٠	١٢٠	١٦٠	٤٥٠	
V	٤	٧	١٢	١		

وتكون المعاملات Iij للخلايا غير المملوءة علي النحو التال :

$$I_{(p \text{ ، } p)} = 4 - (0 + 4) = 4 - 4 = 0$$

$$I_{(\text{ب ، ١})} = 7 - (0 + 7) = 7 - 7 = 0$$

$$I_{(\text{حـ ، ١})} = 7 - (0 + 12) = 7 - 12 = -5$$

$$I_{(\text{أ ، ٢})} = 12 - (-4 + 4) = 12 - 0 = 12$$

$$I_{(\text{د ، ٢})} = 8 - (-4 + 1) = 8 - 3 = 11$$

$$I_{(\text{ب ، ٣})} = 10 - (4 + 7) = 10 - 11 = -1$$

ويلاحظ أن نتيجة التقييم هنا هي بالتمام نتيجة التقييم التي توصلنا إليها بإستخدام طريقة السير علي الحجر . وتوضح النتيجة أن الحل الحالي ليس هو الحل الأمثل لوجود قيماً سالبة وتكون الخطوة التالية هي ه تعديل الحل كما فعلنا من قبل إعادة تقييم الخلايا إلي أن نصل إلي الحل الأمثل .

المثال الثالث :

إستخدم أسلوب الركن الشمالي الشرقي في الوصول إلي الحل المبدئي فقط لمشكلة النقل التالية وضح خطوات الحل .

من \ إلي	س	ص	ع	و	الطاقة
١	٣	٤	٥	٢	١٠
٢	٤	٥	٧	٦	١٤
٣	٥	٢	٤	٣	١٣
الطلب	٨	٧	٨	١٢	

الحل :

تكون الخطوة الأولي في مشكلة النقل هي التأكد من أن المشكلة متوازنة .

إجمالي الطلب = ٨ + ٧ + ٨ + ١٢ = ٣٥ وحدة .

إجمالي الطاقة = ١٠ + ١٤ + ١٣ = ٣٧ وحدة .

ويعني ذلك أن المشكلة غير متوازنة . ولذلك يجب عمل التعديل اللازم . وحيث أن إجمالي الطلب أقل من إجمالي الطاقة فيعني ذلك أننا سوف نحتاج إلي ما يسمي بالطلب الوهمي (عمود آخر جديد) . أما عدد الوحدات الموجود في آخر العمود فهو عبارة عن ٣٧ - ٣٥ = ٢ وحدة وذلك يضمن التوازن بين مجموع الصف الأخير والعمود الأخير في جدول النقل . أما تكلفة نقل الوحدة في

الخلايا الموجودة على هذا العمود فهي دائماً صفر . وبذلك يكون لدينا الجدول التالي :

من / إلي	س	ص	ع	و	طلب وهمي	الطاقة
أ	٣	٤	٥	٢	صفر	١٠
ب	٤	٥	٧	٦	صفر	١٤
حـ	٥	٢	٤	٣	صفر	١٣
الطلب	٨	٧	٨	١٢	٢	٣٧

أما الخطوة التالية فهي تطبيق طريقة الركن الشمالي الشرقي في الوصول إلي الحل المبدئي . ويكون ذلك في ذلك الخطوات التالية:

١ - نبدأ من الخانة أ س في أقصي الركن الشمالي الشرقي ، ويتم مقارنة القيمة ٨ في أسفل العمود س مع القيمة ١٠ في آخر الصف أ ، ومنها يتضح أن أقصي قيمة يمكن أن توضع في الخلية أ س هي القيمة ٨ . وذلك يستلزم بعض التعديلات .

٢ - نظراً لأن وجود ٨ وحدات في الخلية أ س يترتب عليه الوفاء بكل الوحدات اللازمة في العمود س فيتم إستبعاد العمود س كلية من أية عمليات أخري . كذلك أيضاً يستلزم الأمر الأن تعديل القيمة ١٠ الموجودة في آخر الصف أ . فإستخدام ٨ وحدات من المصدر أ لإشباع المركز س يعني أن الوحدات المتبقية الآن هي وحدتين فقط في آخر الصف أ .

٣ - والآن لدينا نقط جزء من المصفوفة (بعد إستبعاد العمود س) يكون ركنه الشمالي الشرقي هو الخلية أ ص . وعند محاولة وضع أقصي قيمة ممكنة في هذه الخلية يتم مقارنة القيمة الموجودة أخر العمود ص (وهي ٧) مع القيمة الموجودة في آخر الصف أ (وهي ٢ فقط عند هذه المرحلة) ، ويتم وضع القيمة الأقل (٢) في الخلية أ ص وعمل التعديلات .

٤ - أن وضع ٢ في الخلية أ ص يستلزم الآن إستبعاد الصف أ نظراً لأن ذلك سوف يعني إستخدام كل الطاقة التي كانت متاحة في المصدر أ . كذلك فإن ذلك يستلزم تعديل القيمة الموجودة في آخر العمود ص لتصبح ٥ = (٧ - ٢) .

٥ - بإستبعاد الصف أ ، وقد إستبعدنا أصلاً العمود س في الخطوة الأول ، يكون لدينا الجزء المتبقي من الجدول والذي ركنه الشمالي الشرقي هو ب ص . ويتم مقارنة القيمة ١٤ مع القيمة ٥ ، ويتم وضع القيمة ٥ في الخلية ب ص وإستبعاد العمود ص وتعديل القيمة ١٤ لتصبح ٩ = ١٤ - ٥ .

- مع هذا التعديل يكون لدينا باقي جدول النقل والذي ركنه الشمالي الشرقي هو ب ع . عند مقارنة القيمة ٩ مع القيمة ٨ يتم وضع القيمة ٨ في الخلية ب ع . ويترتب علي ذلك إستبعاد العمود ع وتعديل القيمة ٩ في الصف ب لتصبح ١ . ويكون لدينا الجزء الباقي من المصفوفة والذي ركنه الشمالي الشرقي هو ب و . وبمقارنة القيمة

١ مع القيمة ١٢ توضع القيمة ١ في الخلية ب و ثم يتم إستبعاد الصف ب ، وتعديل القيمة ١٢ لتصبح ١١ .

٧ - يكون لدينا الآن الجزء الآخر من المصفوفة والذي خليته في الركن الشمالي الشرقي هي حـ و ، وبمقارنة القيمة ١٣ والقيمة ١١ يتم وضع القيمة ١١ في الخلية جـ و هو مع إستبعاد العمود وجـ و وتعديل القيمة ١٣ لتصبح ٢ والتي توضع تلقائياً في الخلية حـ/ طلب وهمي . وبذلك نكون قد إنتهينا من عملية التوزيع لكل المواد .

وعلي ذلك يكون الحل المبدئي كما هو موضح في الجدول التالي :

من / إلي	س	ص	ع	و	طلب وهمي	الطاقة
أ	٣ ‏ ٨	٤ ‏ ٢	٥	٢	صفر	١٠
ب	٤	٥ ‏ ٥	٧ ‏ ٨	٦ ‏ ١	صفر	١٤
حـ	٥	٢	٤	٣ ‏ ١١	صفر ‏ ٢	١٣
الطلب	٨	٧	٨	١٢	٢	٣٧

ويعتبر هذا الحل حلاً مبدئياً ممكناً ، كذلك فإنه حلاً أساسياً لأن عدد الخلايا المملوءة

= ٧ = عدد الصفوف + عدد الأعمدة -١ = ٣ + ٥ -١ = ٧.

أسئلة للمراجعة

١ ـ اذكر الأساليب الممكن استخدامها في الوصول إلي كل من الحل المبدئى والحل الأمثل في مشكلة النقل ؟

٢ ـ اشرح معني أن تكون مشكلة النقل متوازنة ، ما هي التعديلات الواجبة لتحقيق ذلك إذا لم يكن متحققا ؟

٣ ـ لماذا يجب أن يكون عدد الخلايا المملوءة مساويا لـ (عدد الصفوف + عدد الأعمدة – ١) عند استخدام أسلوب النقل ؟

٤ ـ لماذا تعد طريقة الركن الشمالي الشرقي غير فعالة في تحديد الحل المبدئى ؟

٥ ـ ما هي حالة عدم الانتظام ؟

٦ ـ كيف يمكن معالجة حالة عدم الانتظام ؟

٧ ـ اشرح درجة التشابه بين أسلوب السير علي الحجر وطريقة السمبلكس في محاولة الوصول إلي الحل الأمثل ؟

٨ ـ ما هي المداخل المختلفة لتحديد الحل المبدئى ؟

٩ ـ ما هي البيانات اللازمة لاستخدام أسلوب النقل ؟

١٠ ـ هل من الممكن أن يحدث أن تكون هناك حاجة إلي إضافة صف وهمي وعمود لنفس المشكلة ؟ وضح إجابتك .

١٢ ـ إذا كان الحل الحالي ليس حلا أمثل :

(أ) كيف تختار الخلية التي يجب أن يتم تحويل وحدات إليها ؟

(ب) كيف تقرر عدد الوحدات التي يتم نقلها ؟

١٣ ـ ما معني الوحدات التي يتم تخصيصها في خلايا موجودة في الصف الوهمي أو العمود الوهمي في حل مشكلة النقل ؟

مسائل للتدريب

١ ـ فيما يلي بيانات تكلفة نقل الوحدة بالجنيه وبيانات الطاقة والطلب بأحد مشاكل النقل . اوجد الحل المبدئى والحل الأمثل لهذه المشكلة .

من / إلي	$س_1$	$س_2$	$س_3$	الطاقة
$م_1$	٥ جنيه	٤	٣	١٠
$م_2$	٧	٢	٥	٢٠
$م_3$	٣	٤	٢	٣٠
الطلب	١٠	٢٨	٢٢	٦٠

٢ ـ اوجد الحل المبدئي باستخدام أسلوب الركن الشمالي الشرقي والحل الأمثل باستخدام أسلوب السير علي الحجر لمشكلة النقل التالية.

هل تعتقد أن أسلوب أقل التكلفة في الوصول إلي الحل المبدئى سوف يؤدي إلي اختلاف الحل الأمثل لهذه المشكلة ؟ وضح ذلك رقميا مع بيان الفارق الحقيقي بين طريقتي الركن الشمالي الشرقي وطريقة أقل التكلفة ؟

من / إلي	أ	ب	جـ	د	الطاقة
١	٤	٧	٧	١	١٠٠
٢	١٢	٣	٨	٨	٢٠٠
٣	٨	١٠	١٦	٥	١٥٠
الطلب	٨٠	٩٠	١٢٠	١٦٠	٤٥٠

٣ ـ استخدم أسلوب الركن الشمالي الشرقي في الوصول إلي الحل المبدئى لمشكلة النقل التالية . وضح خطوات الحل تفصيلا .

من / الي	س	ص	ع	و	الطاقة
أ	٣	٤	٥	٢	١٠
ب	٤	٥	٧	٦	١٤
جـ	٥	٢	٤	٣	١٣
الطلب	٨	٧	٨	١٢	

٤ ـ تتولي أحد شركات المياة الغازية تشغيل ثلاثة مصانع لتعبئة المياة الغازية في المناطق ١ ، ٢ ، ٣ وذلك بطاقة انتاجية قدرها ٦٤٠ ، ٨٦٠ ، ٩٢٠ ألف جالون في الأسبوع علي التوالي .
وتتولي توزيع هذا المنتج في خمسة مراكز أساسية علي مستوي الجمهورية هي أ ، ب ، جـ ، د، هـ . وكانت احتياجات هذه المراكز علي التوالي هي ٣٨٠ ، ٧٣٠ ، ٥٢٠ ، ٤٣٠ ، ٦٥٠ ألف جالون في الأسبوع . فإذا علمت أن مشكلة نقل الألف جالون من هذا المشروب هي كما في الجدول التالي بالجنيه .

من / إلي	أ	ب	جـ	د	هـ
١	١٢	١١	١٣	١٧	١٨
٢	٢٢	١٦	١٤	١٥	١٩
٣	١٤	٢٣	٢١	٢٥	١٢

فالمطلوب : هو تحديد أفضل خطة توزيع بشكل يضمن تقليل تكاليف النقل الإجمالية إلي أقل حد ممكن .

٥ ـ اوجد الحل الذي يضمن تقليل تكلفة النقل إلي أقل حد ممكن لمشكلة النقل التالية :

من / إلي	$م_1$	$م_2$	$م_3$	الطاقة
أ	٨	٧	٤	٣٦
ب	٣	٥	٢	٤٢
حـ	٦	٤	٨	٥٨
الطلب	٤٥	٢٠	٧١	