

## الفصل الخامس

### أسلوب تقييم ومراجعة البرنامج

Program Evaluation and Review Technique ( PERT )

\* مقدمة

\* وقت إنجاز النشاط

\* استخدام الأسلوب

\* حالة وجود أكثر من مسار حرج لكل منها تبايناً مختلفاً

\* حالة المسار القريب من الحرج ذو التباين الأعلى

\* الفروض الأساسية



## أسلوب تقييم ومراجعة البرنامج

### Program Evaluation and Review Technique (PERT)

في ذات الوقت الذي ظهر فيه أسلوب المسار الحرج CPM، كانت هناك مجموعة أخرى تعمل بشكل مستقل للوصول إلى أسلوب مشابه أطلق عليه فيما بعد بأسلوب تقييم ومراجعة البرنامج، والذي يعرف بالاختصار PERT(\*) .

فقد تم تقديم هذا الأسلوب في عام ١٩٥٨ بواسطة Hamilton, Allen, Booz (وهي إحدى الشركات المتخصصة في تقديم الاستشارات الإدارية) وذلك بالإشتراك مع مكتب المشروعات الخاصة بالبحرية الأمريكية. كما شارك أيضاً في هذه الأبحاث قسم الصواريخ بشركة لوكهيد Lockheed (كبرى شركات تنفيذ أعمال وزارة الدفاع الأمريكية).

وقد كان الهدف الأساسي من هذا الأسلوب هو تصميم طريقة يتم بها تخطيط مشروع إنتاج الصاروخ Polaris بشكل يمكن من أحكام الرقابة على التنفيذ

---

(\*) على الرغم من أن الاختصار PERT في كثير من الكتابات وفي العمل الأصلي لمجموعة العمل التي توصلت إلى الأسلوب هو اختصار التسمية Program Evaluation and Review Technique، إلا أن هناك بعض الكتاب القلائل الذين استخدموا نفس الاختصار PERT للدلالة على تسمية أشمل للأسلوب وهي Performance Evaluation and Review Technique راجع في ذلك على سبيل المثال: .Budnick, and Mojene and Vollmann, 1977. pp. 534-535.

حتى يتم إنجاز المشروع في مواعده المحدد. ويمكن أن يدرك أهمية مثل هذا الأسلوب حينما نعلم أنه قد استخدم في جدولة عمل حوالي ٣٠٠٠ جهة خارجية مستقلة، اشتركت جميعها في هذا المشروع. وأوصحت نتائج التطبيق أن استخدام أسلوب PERT في هذا المشروع قد أدى إلى تخفيض فترة إتمام المشروع المقدره أصلاً بواسطة المهندسين بحوالي عامين كاملين فقد تم إنجاز هذا المشروع في أربعة سنوات بعد أنه كان التقدير المبدئي هو ستة سنوات.

ونظراً للنجاح الكبير في استخدام هذا الأسلوب، فقد ذاع استخدامه في كثير من المشروعات المدنية والعسكرية. حتى أن أسلوب PERT قد أصبح واجب الاستخدام من قبل جميع المقاولين الذين يتعاملون مع وزارة الدفاع الأمريكية.

وكما أوضحنا من قبل فإن هناك بعض الاختلافات الطفيفة بين كل من أسلوب CPM, PERT. ولعل أهم هذه الاختلافات هي قيمة الوقت المقدر لكل نشاط. وقبل أن نتناول هذه النقطة بالتفصيل، يهنا هنا أن نشير إلى أن كلاً من الأسلوبين يتشابهان في نوع التحليل الرئيسي الذي أوردناه في الفصول السابقة. ويعني ذلك أن الأسلوب الذي قدمناه عند عرض كيفية تحديد المسار الحرج والأنشطة الحرجة والوقت الفائض يمكن استخدامه كلية في حالة أسلوب PERT. فيمكن تحديد أول وقت بدء ممكن وآخر وقت بدء مسموح به، وكذلك أول وقت إتمام ممكن وآخر وقت إتمام مسموح به بالنسبة لكل نشاط عند استخدام PERT. ولكن الفارق الوحيد يكون هو مدى دلالة هذه الأرقام من حيث إمكانية إتمام المشروع في تاريخ محدد. وسوف نرى ذلك تفصيلاً فيما بعد.

بالإضافة إلى ذلك فإنه من الممكن تطبيق فكرة تخفيض وقت إتمام المشروع Crashing، والتي أوضحناها في الفصل السابق، عند استخدام أسلوب PERT. وعلى الرغم من أن فكرة التخفيض هذه استخدمت أصلاً كجزء من أسلوب CPM

إلا أن استخدام الكمبيوتر في حل مشاكل جدولة المشروع باستخدام أي من PERT و CPM جعل من الممكن تطبيق نفس الفكرة في حالة PERT. وبمنا هنا أن نضيف أحد التحفظات الأساسية والهامة. فعند استخدام فكرة التخفيض، يجب أن يؤخذ في الحسبان احتمال أن يكون ضغط وقت أحد الأنشطة الحرجة غير مؤثر بسبب أن أحد المسارات الأخرى - رغم أنه غير حرج - قد يؤدي إلى التأخير. ويرجع ذلك أساساً في ظل أسلوب PERT إلى أن تباين هذا المسار الغير حرج قد يكون أعلى من تباين المسار الحرج ذاته.

والآن نعود إلى الفارق الأساسي بين كل من CPM, PERT. وهو مقدار الوقت المقدر للنشاط.

### وقت إنجاز النشاط

كثيراً ما يطلق على أسلوب CPM أنه أسلوب تقريبي deterministic بينما يوصف أسلوب PERT بأنه أسلوب احتمالي Probabilistic. وترجع هذه التسمية أساساً إلى كيفية تحديد الوقت اللازم لإتمام كل نشاط في المشروع. ففي ظل أسلوب CPM يتم تحديد قيمة واحدة تعبر عن عدد معين من الفترات الزمنية والتي يعتقد الفنيون من خبرتهم السابقة أنها تعبر عن الوقت الذي سوف يستغرقه وقت إنجاز النشاط. وعلى ذلك فإن الفرض الرئيسي في ظل CPM هو فرض التأكد التام من وقت الإنجاز. وعلى العكس من ذلك تماماً، فإن الأساس الذي تنبني عليه تقديرات الوقت في ظل أسلوب PERT هو فرض الاحتمالية. فليس هناك تأكيد تام من وقت الإنجاز اللازم للنشاط، ولكن هناك فقط نوعاً من المعرفة لإحتمال إتمام النشاط في فترات مختلفة. أي أن هناك فكرة عن التوزيع الاحتمالي لوقت إتمام كل نشاط. فالتوزيع الاحتمالي ماهو إلا القيم التي من الممكن أن يأخذها متغيراً عشوائياً random variable واحتمال حدوث كل قيمة من هذه القيم.

ولنعد الآن قليلاً إلى الفقرة السابقة لنعرف بدقة معنى التوزيع الإحتمالي Probability distribution. إن التعريف يذكر كلمة «كل» القيم التي يأخذها المتغير العشوائي، وعلى ذلك فإن مجموع احتمالات الحدوث لهذه القيم يجب أن يساوي الواحد الصحيح. ولنوضح ذلك بالمثال الوارد في الجدول (٤ - ١)، والذي يتضح منه أن وقت إتمام النشاط ينحصر بين أربعة وثمانية أيام. ويعني ذلك الخبرة السابقة تستبعد تماماً أن يتم إنجاز النشاط في أقل من أربعة أيام أو في أكثر من ثمانية أيام. وبلغة الاحتمالات يمكن أن نقول أن احتمال إنجاز النشاط في ثلاثة أيام أو أقل يساوي صفرًا. كذلك فإن احتمال إنجاز النشاط في تسعة أيام أو أكثر يساوي صفرًا وعلى هذا فإن القيم ٤، ٥، ٦، ٧، ٨ هي كل القيم الممكنة لهذا للتغير العشوائي الذي هو وقت إنجاز النشاط في هذه الحالة. وكما ذكرنا من قبل، فإنه ينبني على خاصية أن التوزيع الاحتمالي يتضمن «كل» القيم الممكنة للمتغير العشوائي، أن مجموع الاحتمالات لكل هذه القيم يجب أن يساوي الواحد الصحيح كما في المثال.

#### جدول (٤ - ١)

#### التوزيع الإحتمالي لوقت إنجاز النشاط

احتمال الحدوث	وقت إنجاز النشاط «بالأيام»
٠,٢٠	٤
٠,٢٥	٥
٠,٢٥	٦
٠,٢٠	٧
٠,١٠	٨
١ ٠٠	

والسؤال التقليدي الآن هو كيف يمكن التوصل إلى هذه الإحتمالات لكل قيمة من هذه القيم؟ إن الاجابة تكمن فيما يسمى بالتوزيع الاحتمالي التجريبي empirical distribution والتوزيع الاحتمالي الرياضي mathematical distribution أما الأول، فهو التوزيع الذي يتم التوصل إليه من الخبرات السابقة والمعلومات المتراكمة عن الأنشطة المماثلة أو المشابهة. وعن طريق بعض العمليات الإحصائية البسيطة، يتم تسجيل عدد الحالات التي حدث فيها إتمام النشاط من قبل في زمن معين، ويطلق على ذلك التكرار Frequency. ثم يتم ترجمة ذلك إلى ما يسمى بالتكرار النسبي، وهو بالتعام الاحتمال. فالتكرار النسبي ماهو إلا التكرار الأصلي مقسوماً على عدد المشاهدات التاريخية التي تم تسجيلها من قبل. وبالطبع يكون ذلك في شكل نسبة مئوية تقل عن الواحد الصحيح. ويوضح المثال البسيط التالي في الجدول (٤ - ٢) كيفية الوصول إلى التوزيع الاحتمالي التجريبي.

## جدول (٤ - ٢)

## كيفية الوصول إلى التوزيع الاحتمالي التجريبي

التكرار النسبي = احتمال الحدوث	التكرار المطلق	عدد مرات حدوث هذه القيمة في الخمسين حالة التي تم داستها	وقت إنجاز النشاط من واقع السجلات التاريخية
$0,30 = 50 \div 15$	١٥	١٥ مرة	١٠ يوم
$0,40 = 50 \div 20$	٢٠	٢٠ مرة	١١ يوم
$0,30 = 50 \div 15$	٥	١٥ مرة	١٢ يوم
١,٠٠	٥٠	٥٠ حالة	عدد الحالات التي تم دراستها

وبالطبع بعد القيام بهذه الخطوات الموضحة في الجدول (٤ - ٢) يتم الاعتماد فقط على العمودين الأول والأخير للتعبير عن التوزيع الاحتمالي التجريبي لوقت انجاز النشاط. كذلك فإن مثل هذه الخطوات يتم القيام بها لكل نشاط أساسي بالنسبة للمشروع. وبالتالي يكون لدينا توزيعاً احتمالياً لكل نشاط. وبمنا هنا أن نوضح أنه على الرغم من بساطة هذا المدخل إلا أن عليه بعض التحفظات التي يجب الإلمام بها. . وأهمها:

١ - في حالة وجود قياً متعددة لوقت إنجاز النشاط، وفي حالة كبر عدد الحالات سابقة التي يتم دراستها، يصعب القيام بذلك يدوياً. ولكن استخدام الكمبيوتر يكون هو المدخل الطبيعي لمثل هذه الحالات. ويفيد الكمبيوتر في عمل نوع من الاستبعاد للقيم التي يكون احتمال حدوثها ضئيل للغاية.

٢ - ناقشنا في هذا المثال حالة القيم المنفصلة discrete للمتغير العشوائي. فلم ناقش احتمال الاتمام في عشرة أيام ونصف أو في احدى عشرة يوماً ورابع. وتعرف هذه الحالة الأخيرة بحالة القيم المتصلة Continuous للمتغير العشوائي. وهي الحالة التي يمكن أن يأخذ فيها المتغير العشوائي أية قيمة بين القيم المنفصلة.

وقد تكون هذه الحالة هامة عندما تكون فترة القياس هي الشهر أو اسنة. وهناك أنواع خاصة من التوزيعات الاحتمالية التي تعالج هذه الحالة والتي يمكن خلقها باستخدام الكمبيوتر في حالة معرفة المعالم الأساسية للتوزيع المتصل من البيانات التاريخية السابقة لنشاط معين، وتسمى هذه بعملية المحاكاة Simulation فهناك برنامج PERT SIMULATION (والمعروف باختصار PERT-SIM) والذي يمكن من خلق بيانات احتمالية حسب أي شكل من أشكال التوريمات الاحصائية.

٣ - إن نجاح هذه الطريقة يعتمد على وجود بيانات متراكمة دقيقة عن أنشطة

متماثلة أو متشابهة. فيجب التأكد أولاً من هذا الشرط قبل استخدام البيانات في عملية التنبؤ وتقدير الاحتمالات. ويساعد على تحقق هذا الشرط أن يتم تجزأة المشروع، كما ذكرنا من قبل إلى مجموعة من الأنشطة تعتبر أساسية يتم انجازها في غالبية المشروعات. أو أن تكون هناك معدلات للإنجاز تربط بين وقت الانجاز وحجم العمل الذي يؤدي.

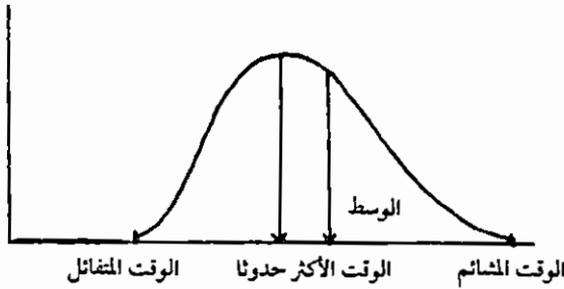
٤ - سوف يؤدي هذا المدخل إلى وجود بيانات خاصة بكل نشاط ونوع معين من التوزيع الاحتمالي لكل نشاط. ولذلك فإن محاولة استخلاص نتائج احصائية خاصة بالمشروع ككل، والذي يتكون من هذه الأنشطة، سوف يصبح صعباً من الناحية الاحصائية. أو على الأقل يجب أن يؤخذ بحذر وتتم معالجته بجهد أكبر. على عكس الحالة التي يكون فيها نوع التوزيع الاحصائي واحد لكل الأنشطة.

إذا كان هذا هو مدخل التوزيع الاحتمالي التجريبي. . فماذا عن مدخل التوزيع الاحتمالي الرياضي؟ التوزيع الاحتمالي الرياضي هو عبارة عن دالة رياضية معينة تربط بين قيم المتغير العشوائي واحتمالات الحدوث لهذه القيم. ويوجد منها التوزيعات المنفصلة *discrete distributions* والتوزيعات المتصلة *Continuous distributions*. ومن مزايا هذه التوزيعات امكانية المعالجة الرياضية. ويرجع ذلك أساساً إلى وجود معادلات رياضية خاصة تحدد معالم التوزيع الاحصائي وهي الوسط الحسابي والانحراف المعياري. ولذلك فإن المعادلة الاحصائية لوقت اتمام المشروع ككل، الذي يتكون من عدة أنشطة، تكون أسهل احصائياً.

ومن بين هذه التوزيعات الاحتمالية الرياضية المتصلة هناك توزيعاً احصائياً يشاع استخدامه لتقدير وقت اتمام النشاط، ويطلق عليه توزيع بيتا *beta*. ويستلزم هذا التوزيع تحديداً لثلاثة تقديرات للوقت اللازم لكل نشاط كما في الشكل (٤-١). ويتضح من هذا الشكل أن هناك تقديرات ثلاث للوقت اللازم

لاتمام النشاط، وهي :

أ - الوقت المتفائل optimistic estimate (ف) . . وهو أقل قيمة ممكنة للوقت المقدر لإنجاز النشاط . وهي التي تقوم على فرض أن كل الظروف احخاصة بالأداء والموارد اللازمة على ما يرام . ولذلك فإن احتمال أن يتم نجاز النشاط في وقت أقل من هذه القيمة هو احتمال ضئيل جداً، لا يزيد على ١٪.



شكل (٤ - ١)

### توزيع بيتا لوقت إنجاز النشاط

ب - الوقت المتشائم pessimistic estimate (ش) . . هو أكبر قيمة ممكنة للوقت المقدر لإنجاز النشاط . وهي التي تقوم على فرض أن أسوء ظروف التنفيذ سوف تواجه تنفيذ هذا النشاط . وبالمثل فإن احتمال أن يتم انجاز النشاط في فترة أكبر من هذه القيمة هو احتمال ضئيل جداً لا يزيد على ١٪.

ج - الوقت الأكثر حدوثاً most likely estimate (ك) . . وهذه هي القيمة التي يتكرر حدوثها كثيراً كوقتاً مستغرقاً لاتمام النشاط - أي أنها بمثابة الموالمodal للتوزيع الاحصائي الخاص بالوقت اللازم لاتمام النشاط .

ويتم عمل هذه التقديرات عن طريق الإدارة والمتخصصين الفنيين الذين مارسوا من قبل أنشطة مشابهة ومماثلة في ذات المجال. كذلك يمكن الاعتماد على البيانات التاريخية المتراكمة السابقة كما أوضحنا في التوزيعات التجريبية.

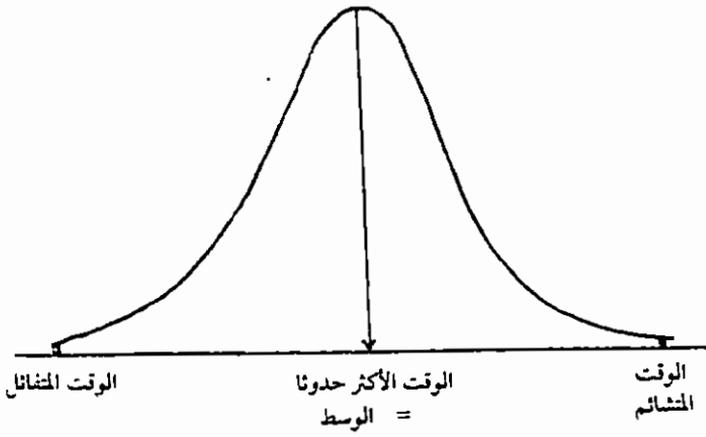
وتجدر هنا الإشارة إلى أنه على الرغم من عدم وجود تبريراً نظرياً لاستخدام توزيع بيتا بالذات في هذه الحالة، إلا أنه عملياً يمتاز بعدة خصائص تجعله شائع الاستخدام. فالتوزيع يمكن أن يأخذ الشكل المعتدل Symmetrical (كما في الشكل ٤ - ٢ - أ) أو شكل الميل ناحية اليسار Skewed to left (كما في الشكل ٤ - ٢ - ب) أو شكل الميل ناحية اليمين Skewed to right (كما في الشكل الأصلي ٤ - ١)، وذلك حسب طبيعة توزيع الوقت اللازم للنشاط. وذلك نوعاً من المرونة في استخدام التوزيع. كذلك فإنه من مزايا هذا التوزيع أنه يمكن تقدير كل من الوسط والتباين لوقت اتمام النشاط من قيم الوقت الثلاث المقدرة باستخدام معادلات بسيطة. وأخيراً فإن هذا التوزيع يتسم بأنه وحيد المنوال unimodal وأن معظم الاحتمالات تتركز حول هذه القيمة.

وحسب توزيع beta فإن كل نشاط يتم تقدير متوسط الوقت اللازم لإنجازه، والذي يطلق عليه الوقت المتوقع Expected time (وق) كما يلي:

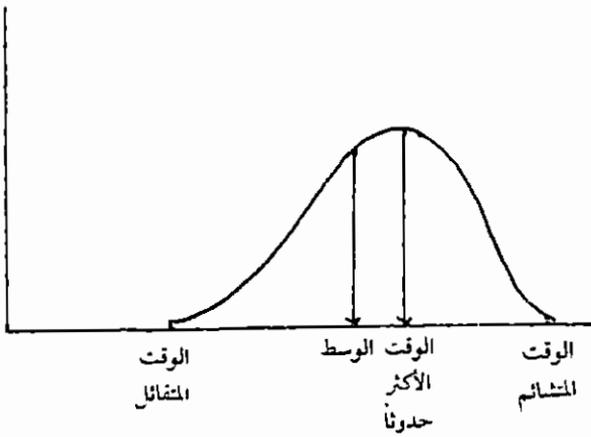
$$\text{وق} = \frac{ف + ٤ ك + ش}{٦} \quad (٦)$$

ومن الواضح أن هذه الطريقة تقوم على فكرة الوسط المرجح والذي يعطي القيمة الأكثر شيوعاً ورنأ نسبياً يعادل أربعة مرات قيمة الوزن النسبي الذي يعطي لكل من القيم المتطرفة ف، ش. كما أن التباين لوقت النشاط يحسب على النحو التالي.

$$\text{س}^٢ = \left( \frac{ش - ف}{٦} \right)^٢ \quad (٧)$$



الشكل (٤ - ٢ - أ)



الشكل (٤ - ٢ - ب)

وتقوم هذه المعادلة على الفكرة السائدة احصائيا وهي أن الفرق بين القيم المتطرفة لأي توزيع يعادل ستة وحدات إنحراف معياري . أي أن (ش - ف) = ٦ س ، حيث أن الانحراف المعياري س ما هو إلا الجذر التربيعي للتباين  $S^2$   
مثال (٤ - ١):

فيما يلي البيانات الخاصة بأحد المشروعات

سلسل	النشاط	حدث البدء والإتمام	النشاط السابق مباشرة	الوقت المقابل حدوداً بالأيام (ف)	الوقت الأكثر بالأيام (ك)	الوقت المشاوم بالأيام (ش)
١	أ	١-٢	-	٥	١١	١١
٢	ب	٢-٦	-	١٠	١٠	١٠
٣	ج	١-٤	-	٢	٥	٨
٤	د	٢-٦	أ	١	٧	١٣
٥	هـ	٣-٦	ب، ج	٤	٤	١٠
٦	و	ب، ج	٤	٧	١٠	١٠
٧	ز	٣-٥	ب، ج	٢	٢	٢
٨	ح	٤-٥	ج	صفر	٦	٦
٩	ط	٥-٧	ز، ح	٢	٨	١٤
١٠	ك	٦-٧	د، هـ	١	٤	٧

والمطلوب

باستخدام أسلوب PERT، وضح:

أ - أقل وقت متوقع لإتمام المشروع .

ب - تحديد المسار الحرج والأنشطة الحرجة .

- ج - ما هو احتمال إتمام المشروع في ظرف ٢٣ يوماً.  
 د - ما هو احتمال اتمام المشروع بين ٢٣ و ٢٥ يوماً.  
 هـ - إذا كانت هناك غرامة تأخير تقضي بدفع ١٠٠٠ جنيه غرامة في حالة عدم التسليم في ظرف ٢٥ يوماً. احسب القيمة المتوقعة للغرامة المدفوعة.  
 الحل:

١ - نبدأ الحل بتحديد متوسط الوقت المتوقع لإتمام كل نشاط باستخدام المعادلة.

$$\text{وق} = \frac{\text{ف} + \text{ك} + \text{ش}}{٦}$$

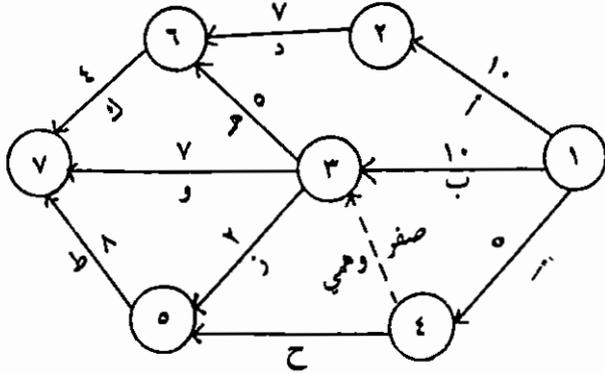
والتباين باستخدام المعادلة

$$\text{س}^2 = \left( \frac{\text{ش} - \text{ف}}{٦} \right)^2$$

وذلك كما في الجدول (٤ - ٣)

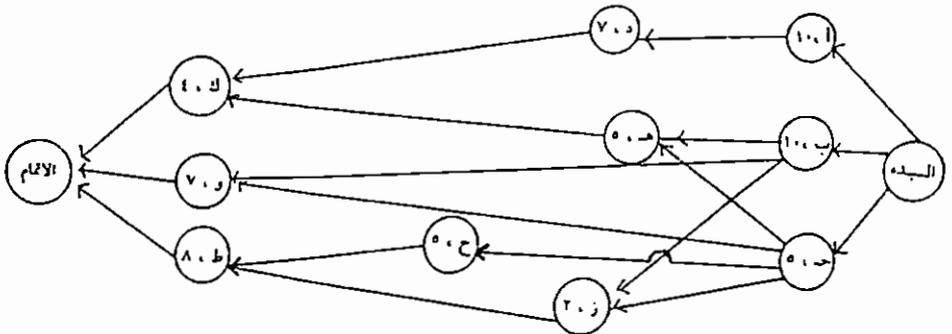
التباين س <sup>٢</sup>	الوقت المتوقع (وق)	النشاط
$١ = [٦ \div (٥ - ١١)]^2$	$١٠ = ٦ \div [١١ + (١١) \text{ع} + ٥]$	أ
$\text{صفر} = [٦ \div (١٠ - ١٠)]^2$	$١٠ = ٦ \div [١٠ + (١٠) \text{ع} + ١٠]$	ب
$١ = [٦ \div (٢ - ٨)]^2$	$٥ = ٦ \div [٨ + (٥) \text{ع} + ٢]$	ج
$٤ = [٦ \div (١ - ١٣)]^2$	$٧ = ٦ \div [١٣ + (٧) \text{ع} + ١]$	د
$١ = [٦ \div (٤ - ١٠)]^2$	$٥ = ٦ \div [١٠ + (٤) \text{ع} + ٤]$	هـ
$١ = [٦ \div (٤ - ١٠)]^2$	$٧ = ٦ \div [١٠ + (٧) \text{ع} + ٤]$	و
$\text{صفر} = [٦ \div (٢ - ٢)]^2$	$٢ = ٦ \div [٢ + (٢) \text{ع} + ٢]$	ز
$١ = [٦ \div (\text{صفر} - ٦)]^2$	$٥ = ٦ \div [٦ + (٦) \text{ع} + \text{صفر}]$	ح
$٤ = [٦ \div (٢ - ١٤)]^2$	$٨ = ٦ \div [١٤ + (٨) \text{ع} + ٢]$	ط
$١ = [٦ \div (١ - ٧)]^2$	$٤ = ٦ \div [٧ + (٤) \text{ع} + ١]$	ك

٢ - تقوم برسم الشبكة حسب أسلوب PERT موضحاً عليها الوقت المتوقع لإنجاز كل نشاط كما في الشكل (٤ - ٣).



شكل (٤ - ٣)

وتجدر هنا الإشارة إلى أنه عملياً يمكن تصوير هذه المشكلة باستخدام أسلوب CPM، فلا يؤثر ذلك إطلاقاً على التحليل الذي سوف يتم فيما بعد، كما أن أسلوب CPM يمتاز بالسهولة وعدم الحاجة إلى أنشطة وهمية. وفي هذه الحالة يكون الرسم كما في الشكل (٤ - ٤).



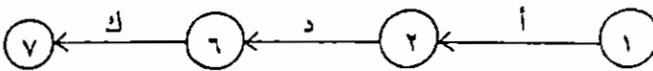
شكل (٤ - ٤)

٣ - نقوم بنفس الخطوات التي تتبع في أسلوب المسار الخارج لتحديد أقل وقت يلزم لإتمام المشروع والمسار الحرج والأنشطة الحرجة، وذلك عن طريق تحديد كل من أول وآخر وقت بدء وأول وآخر وقت إتمام لكل نشاط، كما في الجدول (٤ - ٤).

النشاط	وقت البدء				الوقت المتوقع	الفائض
	أول وقت بدء	آخر وقت إتمام	أول وقت إتمام	آخر وقت		
صفر	صفر	صفر	١٠	١٠	١٠	-
١	صفر	١	١٠	١١	١٠	١
٣	صفر	٣	٥	٨	٥	٣
صفر	١٠	١٠	١٧	١٧	٧	د
٦	٥	١١	٥	١١	صفر	وهي
٢	١٠	١٢	١٥	١٧	٥	هـ
٤	١٠	١٤	١٧	٢١	٧	و
١	١٠	١١	١٢	١٣	٢	ز
-	٥	٨	١٠	١٣	٥	ح
١	١٢	١٣	٢٠	٢١	٨	ط
صفر	١٧	١٧	٢١	٢١	٤	ك

جدول (٤ - ٤)

ويتضح من هذا الجدول أن أقل وقت متوقع يلزم لإتمام المشروع ككل هو ٢١ يوماً، كما أن المسار الحرج هو

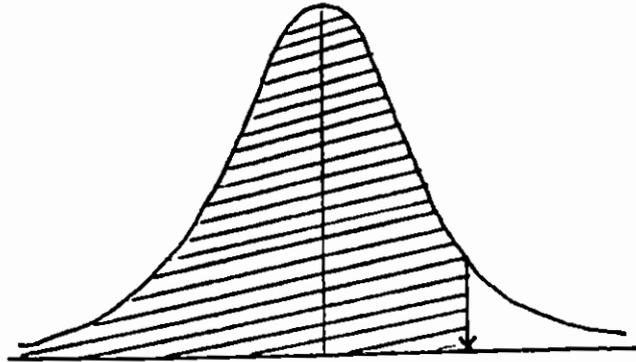


والأنشطة الحرجة هي أ، د، ك، والتي لها وقت فائض = Slack = صفر

## التحليل الاحتمالي :

طالما أن الرقم الذي توصلنا إليه هو مجموع القيم المتوقعة لوقت الأنشطة الحرجة، فإن هذا الرقم في حد ذاته يمثل مجرد المتوسط أو القيمة المتوقعة لوقت إتمام المشروع. ويعني ذلك أن وقت إتمام المشروع هو متغيراً عشوائياً random variable له توزيع احصائي وأن رقم الـ ٢١ ما هو إلا متوسط هذا التوزيع. وبعد هذا صحيحاً طالما أن القيم المقدرة لكل الأنشطة من المفترض أنها مستقلة إحصائياً uncorrelated.

وحسب الخاصية الاحصائية Central limit theorem فإنه إذا كان هناك متغيراً عشوائياً مخلقاً من متغيرات أخرى عشوائية ذات توزيعات إحصائية متباينة فإن توزيع المتوسطات للمتغير العشوائي الجديد يقترب جداً من شكل التوزيع المعتدل normal distribution. وعلى ذلك فإن الوقت اللازم لإتمام المشروع يمكن تصويره في شكل توزيعاً معتدلاً كما يلي:



لإتمام المشروع = ٢١ يوم

شكل (٤ - ٥)

وعند هذه النقطة يمكننا الاعتماد على خصائص التوزيع المعتدل في عمل التحليلات الاحتمالية. فعلى سبيل المثال ما هو احتمال إتمام المشروع في ظرف ٢٣ يوماً؟ الإجابة هي كل المنطقة المظللة التي تقع على يسار القيمة ٢٣ كما في الشكل (٤ - ٥). ولتحديد مقدار هذه المنطقة باستخدام جداول التوزيع المعتدل (راجع الجدول في آخر هذا الفصل) نستخدم العلاقة.

$$\text{الحد الأعلى} = \text{المتوسط} + Z (\text{الانحراف المعياري}).$$

أما الحد الأعلى فهو عبارة عن ٢٣ والمتوسط هو ٢١ يوم.

والسؤال الآن ما هو الانحراف المعياري لتوزيع وقت إتمام المشروع؟ طالما أن وقت المشروع ناتج عن مجموعة من الأنشطة الحرجة فإن تباينه variance يمكن تقديره من مجموع تباين الأنشطة الحرجة. لاحظ أننا لم تقل انحرافه المعياري. ويرجع ذلك إلى الحقيقة الاحصائية القائلة بأنه لا يمكن جمع الانحراف المعياري ولكن يمكن جمع التباين فقط.

وعلى ذلك فإن تباين وقت إتمام المشروع

$$= \text{وقت تباين النشاط أ} + \text{وقت تباين النشاط د} + \text{وقت تباين النشاط ك}$$

$$= ١ + ٤ + ١ = ٦$$

$$\sqrt{٦} = \sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{\text{الانحراف المعياري لوقت إتمام المشروع}}$$

$$= ٢,٤٤٩$$

وبوضع كل هذه المعلومات في العلاقة السابقة الخاصة بنقطة الحد الأعلى يمكننا تحديد قيمة Z كما يلي

$$٢٣ = ٢١ + Z (٢,٤٤٩)$$

$$\text{ومنها } Z = (٢٣ - ٢١) \div ٢,٤٤٩ = ٠,٨١٧$$

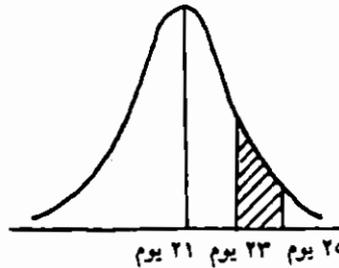
وباستخدام جدول التوزيع المعتدل Z يمكن تحديد احتمال إتمام المشروع في ظرف ٢٣ يوماً على النحو التالي:

بالكشف في الجدول يتضح أن المنطقة تحت المنحنى والتي تقع بين الوقت المتوقع لإتمام المشروع (٢١ يوم) والحد الأعلى هي  
٢٩٣٩,

يتم إضافة ٥٠٠٠٠، إلى القيمة التي توصلنا إليها حتى يمكن التوصل إلى احتمال إتمام المشروع في خلال ٢٣ يوماً على النحو التالي  
 $٧٩٣٩ = ٥٠٠٠٠ + ٢٩٣٩ =$   
أي أنه يساوي ٧٩,٣٩ %.

وتفيد هذه النتائج في أن يقوم القائم على تخطيط المشروع بتقييم ما إذا كانت جداول التشغيل المقترحة مقبولة أم لا. فعلى سبيل المثال، إذا اعتبر أن ٧٩,٣٩ % هذه غير مقبولة لإتمام المشروع خلال ٢٣ يوماً، فإنه قد يستلزم الأمر إضافة موارد جديدة إلى الأنشطة الحرجة. وسوف يؤدي مثل هذا الإجراء إلى تخفيض وقت الإتمام المتوقع والتباين للمشروع بشكل يزيد من احتمال اتمام المشروع خلال ٢٣ يوماً.

وبنفس الطريقة يمكن على سبيل المثال تحديد احتمال أن يتم اتمام المشروع بين ٢٣ يوماً و ٢٥ يوماً كما هو مبين في الشكل (٤ - ٦).



شكل (٤ - ٦)

ولتحديد قيمة المنطقة المظللة يمكن تحديد المنطقة التي تقع بين ٢٥ و ٢١ ثم قيمة المنطقة التي تنحصر بين ٢٣ و ٢١، ثم طرح القيمة الثانية من الأولى كما يلي:

$$(أ) \quad Z + ٢١ = ٢٥ \quad (٢, ٤٤٩)$$

$$\text{ومنها } Z = ٢, ٤٤٩ \div (٢١ - ٢٥) = ١, ٦٣٣$$

وعلى ذلك فإن المنطقة بين ٢٥ و ٢١ هي ٤٤٨٤، كما في الجدول.

$$(ب) \quad Z + ٢١ = ٢٣ \quad (٢, ٤٤٩)$$

$$\text{ومنها } Z = ٢, ٤٤٩ \div (٢١ - ٢٣) = ٨١٦٦$$

وعلى ذلك فإن المنطقة بين ٢٣ و ٢١ هي ٢٩٣٩، كما في الجدول.

(جـ) من (أ)، (ب) فإن احتمال اتمام المشروع في فترة تنحصر بين ٢٣، ٢٥

$$= ٤٤٨٤ - ٢٩٣٩ = ١٥٤٥$$

أي أنه يساوي ١٥,٤٥٪

بالإضافة إلى ذلك، فإن هذا النوع من التحليل الاحتمالي يفيد في تقدير قيمة الغرامات المتوقعة في حالة وجود شرط في العقد يقضي بدفع غرامات تأخير عند تأخر التسليم عن تاريخ معين. ويقوم ذلك على الاستخدام المباشر لفكرة القيمة المتوقعة، والتي تقوم على ضرب القيمة الأصلية في احتمال تحققها.

ففي المثال الحالي وجدنا أن المنطقة التي تنحصر بين ٢٥ و ٢١ يوماً هي ٤٤٨٤. وعلى ذلك فإن احتمال إتمام المشروع في خلال ٢٥ يوماً هو ٩:٨٤. ويعني ذلك أن احتمال التأخير عن ٢٥ يوماً هو

$$١ - ٩٤٨٤ = ٠,٥١٦$$

فإذا كان هناك شرطاً جزائياً يقضي بدفع غرامة قدرها ١٠٠٠ جنيه في حالة تأخر المشروع عن ٢٥ يوماً. فإن القيمة المتوقعة لهذه الغرامة ٥١,٦ = ١٠٠٠ × ٥١,٦٪، أي ٥١,٦ جنيه فقط لا غير.

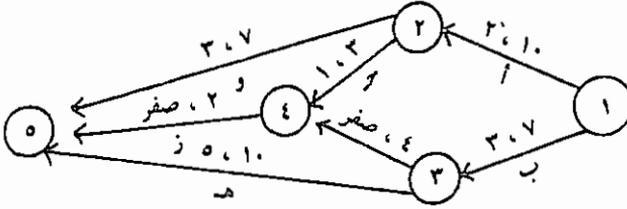
وفيد ذلك الشركة التي تتولى التنفيذ عندما تقوم بتوقيع مجموعة من العقود. فيجب أن تحسب بدقة القيمة المتوقعة لإجمالي التعويضات التي قد تضطر إلى دفعها في حالة التأخير. كذلك فعندما تكون الشركة مطمئنة إلى إمكانية التنفيذ في الموعد المتفق عليه، يمكنها في مثل هذه الحالات رفع قيمة التعويض في الشرط الجزائي كوسيلة تسويقية لإقناع الجهات التي يتم إتمام المشروع لحسابها بقبول العرض الذي تتقدم به.

ومن الجدير بالذكر هنا أيضاً الأهمية الخاصة لقيمة تباين وقت إتمام المشروع ككل في حالة أسلوب PERT. فعلى الرغم من أن مثالنا السابق كان واضحاً إلى حد كبير، إلا أنه قد تظهر بعض الحالات الخاصة التي يجب أخذها بحذر عند إجراء الحسابات والتقديرات السابقة.

والحالة الأولى التي قد تظهر هنا هي حالة وجود أكثر من مسار حرج في شبكة PERT. وقد أوضحنا من قبل، عن استخدام أسلوب CPM أن ذلك أمراً يمكننا. وطالما أن طول المسارات الحرجة جميعها واحداً فإنه لا توجد مشكلة فيما يتعلق بالوقت المتوقع لإتمام المشروع. أما المشكلة الحقيقية فتظهر عند تحديد التباين الخاص بكل مسار حرج. فإذا اتضح أيضاً أن التباين واحداً بالنسبة لكل المسارات فلا توجد أية مشكلة خاصة عند تقدير الاحتمالات. ونقوم بالخطوات كما في المثال السابق. فليس لدينا إلا تقدير واحد للوقت المتوقع لإتمام المشروع وتقدير واحد لتباين وقت إتمام المشروع. أما إذا اتضح أن هناك قيماً مختلفة للتباينات الخاصة بالمسارات الحرجة فإنه يجب الحذر في هذه الحالة. والحذر يقضي بأن يتم اختيار التباين الأعلى واعتباره تبايناً لوقت إتمام المشروع، ويتم تقدير كافة الاحتمالات بناءً على ذلك.

مثال (٤ - ٢) حالة وجود أكثر من مسار حرج لكل منها تبايناً مختلفاً:

فيما يلي البيانات الخاصة بأحد شبكات الأعمال والتي يظهر فيها متوسط الوقت المتوقع والتباين الخاص بكل نشاط على أعلى السهم الخاص بكل نشاط.



والمطلوب: تحديد احتمال انجاز المشروع في خلال ٢٠ يوماً.

بتأمل البيانات الواردة في الشبكة يتضح أن هناك مسارين حرجين هما

أ ← و

ب ← هـ

وطول كل منهما هو ١٧. وعلى ذلك فإن الوقت المتوقع لإتمام المشروع هو ١٧ يوم. أما المشكلة الآن فهي في وجود أكثر من تباين. فالتباين الخاص بالمسار الأول.

$5 = 3 + 2 =$  وعلى ذلك فإن الانحراف المعياري بناءً على

المسار أ ← و  $= 2, 236$ .

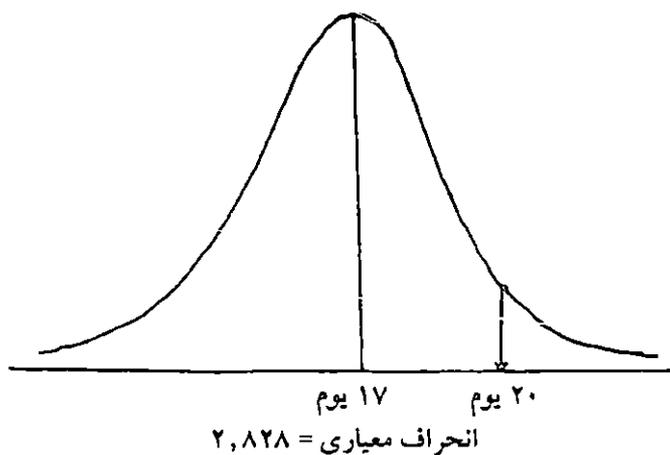
وكذلك فإن التباين الخاص بالمسار الثاني  $= 3 + 5 = 8$ ، وعلى ذلك فإن

الانحراف المعياري بناءً على المسار ب ← هـ  $= 2, 828$ .

وكما ذكرنا من قبل فإن منطق الحذر يقتضي الاعتماد على التباين الأعلى

وبالتالي على الانحراف المعياري الأعلى للتوزيع الخاص بوقت إتمام المشروع كما

يلي:



ولحساب احتمال الإنجاز في خلال ٢٠ يوماً نستخدم العلاقة التالية:

الحد الأعلى = الوقت المتوقع للمشروع +  $Z$  (الانحراف المعياري)

$$(٢, ٢٨) Z + ١٧ = ٢٠$$

$$\text{ومنها } Z = ٢,٨٢٨ \div (١٧ - ٢٠) = ١,٠٦$$

وبالكشف في جدول التوزيع المعتدل المعياري  $Z$  يتضح أن المنطقة التي

$$\text{تتضمن بين ١٧ ، ٢٠} = ٣٥٥٤,$$

ويعني ذلك أن احتمال إنجاز المشروع في خلال ٢٠ يوماً

$$= ٣٥٥٤ + ٥٠٠٠ = ٨٥٥٤,$$

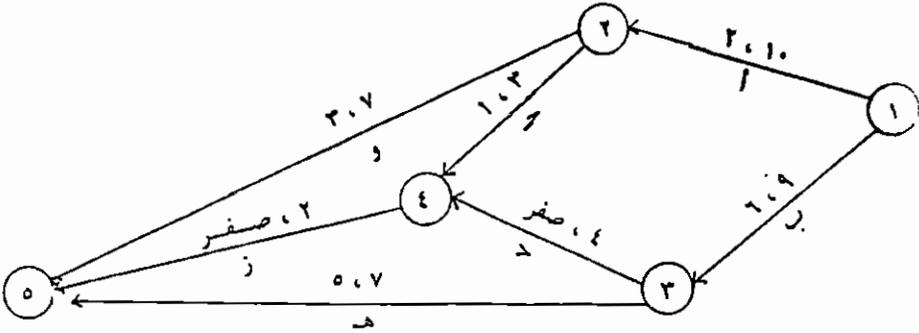
$$= ٨٥,٥٤\%$$

أما الحالة الثانية التي قد تظهر أيضاً فهي أن يكون تباين أحد المسارات الغير حرجة كبيراً إلى الحد الذي ينتج عنه أنه يصبح العوامل المحددة في احتمال وقت إنجاز المشروع. أي أن المسار الحرج لا يصبح هو العامل المحدد في احتمال الإنجاز. ولتأخذ المثال التالي لإيضاح هذه الحالة.

مثال (٤ - ٣) حالة المسار القريب من الحرج ذو التباين الأعلى:

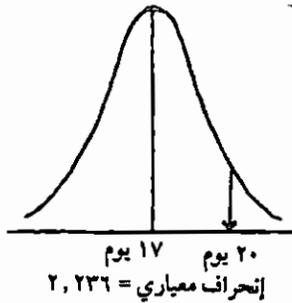
في ذات المثال السابق. وبفرض تعديل القيم الخاصة بالوقت المتوقع

والتباين للأنشطة كما هو موضح في الشبكة.



المطلوب: تحديد احتمال إنجاز المشروع في خلال ٢٠ يوماً

بتأمل الشبكة يتضح أن المسار الحرج هو  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ ، وأن طول هذا المسار = ١٧ وعلى ذلك فإن الوقت المتوقع لإتمام المشروع هو ١٧ يوماً، والتباين موجود على المسار الحرج هو ٥. وباستخدام القواعد السابقة، والبيانات المتاحة على المسار الحرج فقط، يكون توزيع وقت إتمام المشروع كما يلي.



وباستخدام نفس العلاقة

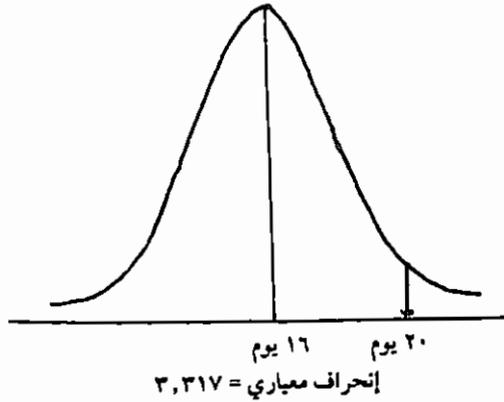
$$1,342 = 2,236 \div (17 - 20) = Z$$

نجد أن احتمال إتمام المشروع في خلال ٢٠ يوماً = ٩٠,٩٩%

٩٠,٩٩%

ولنأخذ الآن مدخلا آخر وهو الاعتماد على المسار الذي يلي المسار الحرج .  
بتأمل الشبكة يتضح أن المسار الذي يلي المسار الحرج هو المسار ب ← هـ  
والذي طوله ١٦ يوماً وبمجموع التباين عليه = ٦ + ٥ = ١١ . أي أن الإنحراف  
المعياري = ٣,٣١٧ .

ولنحاول الآن الاعتماد على هذه البيانات في تقدير احتمال الإتمام خلال  
عشرون يوماً .



الحد الأعلى = القيمة المتوقعة + Z (الإنحراف المعياري)

$$٢٠ = ١٦ + Z (٣,٣١٧)$$

$$ومن هنا Z = (٢٠ - ١٦) \div ٣,٣١٧ = ١,٢٠٦$$

وعلى ذلك فإن احتمال إتمام المشروع خلال ٢٠ يوماً

$$= ٠,٨٨٦٩ + ٠,٥٠٠٠ = ٠,٨٨٦٩$$

(٢)

٨٨,٦٩%

بمقارنة النتائج التي توصلنا إليها في كل من (١)، (٢) يتضح أن الاعتماد  
على المسار الحرج أوضحت أن احتمال إتمام المشروع في خلال ٢٠ يوماً هو  
٩٩,٩٠% بينما أوضحت بيانات المسار القريب من الحرج near critical أن احتمال  
الإتمام خلال ٢٠ يوماً هو ٨٨,٦٩% فقط . ويرجع ذلك أساساً إلى تأثير التباين  
المرتفع للمسار القريب من الحرج .

وتقضي مثل هذه الحالة الحذر في الاعتماد على نتائج البيانات التي يتم الحصول عليها من المسار الحرج فقط. ولكن يتم أيضاً تحديد المسارات القريبة من الحرجة وبصفة خاصة التي يكون لها تباين مرتفعاً. وقد أصبح ذلك ميسوراً باستخدام الكمبيوتر. فكثير من برامج الكمبيوتر التي تستخدم في حل مشاكل PERT تقدم قائمة بما يسمى بالمسارات القريبة من الحرجة وتباين الوقت الخاص منها.

### الفروض الأساسية :

يتمنا هنا أن نوضح أنه على الرغم من بساطة هذا النوع من التحليل الاحتمالي باستخدام أسلوب PERT، إلا أنه قد ثبت نجاحه في الممارسات العملية. ومع ذلك فإننا يجب أن ندرك، وبشكل دائم، أنه يقوم على مجموعة من الفروض الأساسية، هي :

- ١ - القيمة المتوقعة والتباين لكل نشاط يتم تقديرهم بشكل دقيق باستخدام المعادلتين (١)، (٢) السالفتين.
- ٢ - الأنشطة جميعها تعتبر مستقلة إحصائياً وذلك لغرض تحديد التباينات الخاصة بالأحداث events.
- ٣ - إن عدد الأنشطة الموجودة على المسار الحرج يعد كبيراً إلى الحد الذي يبرر استخدام Central limit theorem والتي تقضي بأن يكون وقت إتمام المشروع المتوقع موزعاً توزيعاً معتدلاً.
- ٤ - إن توزيع الوقت الخاص بأطول مسار مؤدي إلى حدثاً معيناً يمثل تقديراً معقولاً لأول وقت مبكر ممكن أن يتم حدوث هذا الحدث فيه. وذلك يعني أنه ليس من الممكن لمسار آخر أقصر من هذا المسار ومؤدى إلى نفس الحدث أن يكون مجموع الوقت عليه المتراكم أكثر من أطول المسارات الموصلة إلى الحدث.

وقد تعرض أسلوب PERT لبعض الانتقادات التي توجه أساساً إلى هذه الفروض الإحصائية. فقد أثبت Grubbs أن قيم المتوسط والتباين المستخدمة في أسلوب PERT للتوزيع الاحصائي Beta ما هي إلا متوسطات وتباينات لقيم متطرفة وليست لمتوسطات متغيرات عشوائية يتم بها تقدير الأوقات الثلاثة<sup>(١٥)</sup>. كذلك أثبت Fulkerson أن الوقت المتوقع لإتمام المشروع المحسوب باستخدام أسلوب PERT هو دائماً تقديراً متفائلاً (يميل إلى أن يكون أقل من المتوسط الفعلي)، ثم قدم أسلوباً لتحسين هذا التقدير<sup>(١٤)</sup>. وقد أيد هذا الانتقاد الأخير Maciariello حينما أوضح أن التوزيع الحقيقي لوقت إتمام النشاط لكثير من الأنشطة في المشروع يميل إلى أن يكون مائل أكثر تجاه اليمين Positively Skewed. ويعني ذلك أن احتمال حدوث أشياء غير متوقعة تؤدي إلى زيادة وقت النشاط أكبر من احتمال حدوث أشياء غير متوقعة تؤدي إلى تخفيض وقت النشاط، وذلك عن أكثر القيم شيوعاً. وذلك يعني أن في حالة وجود هذا النوع من الأنشطة بكثرة في الشبكة فإن القيمة الأكثر شيوعاً لهذه الأنشطة تكون في الغالب متفاءلة إلى حد كبير quite optimistic<sup>(٢٤)</sup>.

وعلى الرغم من هذه الانتقادات، إلى أن بساطة المنهج الذي يقوم عليه الأسلوب والمزايا العديدة التي تحققت من عملية الاستخدام كانت ولا زالت سبباً في شيوع انتشار هذا الأسلوب.