الفصل السادس

مشاكل النقل والتوزيع[1]

1- انظر إلى :

1- د. نور الدين، هرمز، إدارة المخازن والمشتريات، كلية الاقتصاد، التعليم المفتوح، جامعة تشرين، 2008.

2- محمد توفيق ماضي، إدارة الإنتاج والعمليات، كلية التجارة – جامعة الإسكندرية،الدار الجامعية، لا يوجد عام النشر.

obeikan.com

obeikan.com

تعتبر طريقة النقل أحد أساليب البرمجة الخطية – فرغم أن المشكلة يمكن حلها بأسلوب البرمجة الخطية – إلا أن أسلوب النقل أسهل في حل مثل تلك المشاكل – ولذلك فهي تستخدم في المشاكل الخاصة بتوزيع الموارد من مصادرها إلى مراكز الإنتاج بحيث يمكن تخفيض تكلفه النقل إلى أدنى مستوى ممكن، أو تدنيه زمن نقل هذه الموارد إلى مراكز الإنتاج أو نقل المنتجات من مراكز الإنتاج المتعددة إلى المستودعات المخازن الموجودة بمواقع مختلفة بحيث يترتب في النهاية تدنية تكلفة النقل.

تعتمد هذه الطريقة في الحل باستخدام المحاولة والخطأ Trial and Errors وليس من المؤكد التوصل إلى الحل الأمثل في أول محاولة – الأمر الذي يتطلب إجراء المزيد من المحاولات لتحسين الحل حتى نصل إلى الحل الأمثل.

يدور تساؤل حول كيفية حل أي مشكلة باستخدام أسلوب النقل وكيفية التوصل إلى الحل الأمثل – لتحقيق هذه الغاية نعطي المثال الآتي:

بفرض أننا نواجه مشكلة نقل مواد وقطع وأجزاء من مكان لآخر أي من أماكن الإنتاج إلى المخازن (المستودعات) بأقل تكلفة ممكنة – علماً بأن مراكز الإنتاج هي أ، ب، ج ومواقع التخزين هي س، ص، ع، ل وأن عدد الوحدات المنتجة في كل من هذه المواقع بالطن على التوالي هي 8، 13، 11، والطاقة الاستيعابية لكل مستودع على التوالي هي 7، 10، 6، 9. وكانت تكلفة النقل بالدولار من كل موقع إلى كل مستودع كما يلي:

المستودع / مراكز الإنتاج	س	ص	ع	ل
أ	10	22	10	20
ب	15	20	12	8
ج	20	12	10	15

لكي يتم حل هذه المشكلة يتم إعداد جدول كالآتي (1/3).

إلى / من	س	ص	ع	ل	إجمالي
أ	10	22	10	20	8
ب	15	20	12	8	13
ج	20	12	10	15	11
إجمالي	7	10	6	9	32

يتضح من الجدول السابق ما يلي:

1) تم رصد في العمود الأول رأسياً مراكز الإنتاج وأمام كل مركز في العمود الأخير كمية الإنتاج لمركز الإنتاج.
2) تم رصد في الصف الأول بأعلى الجدول المخازن (المستودعات) والصف الأخير أسفل الجدول وأسفل كل مستودع طاقة كل مستودع – كما يلاحظ أن مجموع العرض الإنتاج = مجموع الطلب (الطاقة الاستيعابية للمستودعات).
3) تم رصد بأعلى كل خلية ناحية اليمين تكلفة النقل من كل مصنع إلى المستودع.

بناء على ما تم إعداده بالجدول السابق – يتطلب الأمر توزيع إجمالي إنتاج المصانع (32 طن) على المستودعات، بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن، في ظل القيود الخاصة بكل مركز إنتاج والطاقة الاستيعابية لكل مستودع.

الحل المبدئي Initial Solution

يتم الحل المبدئي بطريقة حكمية أي عرفية مع تجاهل تكلفة النقل – وبحيث نبدأ من أعلى الركن الشمالي للمصفوفة ويسمى بالركن الشمالي الغربي (Northwest Corner) – سوف نستخدم طريقة الركن الشمالي الشرقي وهي تعادل طريقة الركن الشمالي الغربي حيث أن إنتاج المراكز (أ) = 8 أطنان بينما احتياجات المستودع (س) = 7 وبذلك نضع 7 أطنان من مركز الإنتاج(أ) إلى المستودع (س) أي نخصص 7 أطنان في الخلية (أ س)، ولا زال لدينا طن من الإنتاج لم يتم توزيعه بعد من إنتاج المركز (أ)، مما يعني توزيع الاستمرار في الاتجاه نحو اليسار تحت العمود (ص)، ثم نضع الطن المتبقي مما يعني توزيع إنتاج المراكز(أ) – ولكن لا زال المستودع (ص) بحاجة إلى 9 أطنان أخرى – وبذلك ننزل لأسفل إلى الصف الذي به مركز الإنتاج (ب) ونضع باقي احتياجات المستودع (ص) مما يعني تخصيص 9 أطنان من إنتاج مركز الإنتاج (ب) وتوزيعها للخلية (ب ص) – يتبقى بعد ذلك 4 وحدات من إنتاج المركز (ب) – لذلك تنتقل ناحية اليسار على ذات الصف الخاص بمركز الإنتاج (ب) ونضع الوحدات المتبقية في الخانة (ب ع)، وبذلك تم توزيع إنتاج مركز الإنتاج (ب) ولكن لا زال المستودع (ع) بحاجة إلى وحدتين – لذلك ننزل على السلم إلى أسفل لنفي باحتياجات المستودع (ع)، نخصص للخلية (ج ع) وحدتين من إنتاج مركز الإنتاج (ج). وبذلك يتم استيفاء وتغطية احتياجات المستودع (ع) – ولكن لا زال مركز الإنتاج (ج) به 9 وحدات متبقية – لذلك نتجه إلى اليسار على ذات الصف إلى المستودع (ل) – حيث نجد احتياجاته = 9 طن يتم تغطيتها من إنتاج المركز (ج) كما هو موضع بالجدول التالي:

جدول 3 يوضح الحل المبدئي وفقاً للركن الشمالي الشرقي

إلى / من	س	ص	ع	ل	إجمالي
أ	20 (7)	22 ← (1)	10	20	8
ب	15	20 ↓ (9)←	12 ↓(4)	8	13
ج	20	12	10 (2)	15 ← (9)	11
إجمالي	7	10	6	9	32

من الجدول – يتضح أن إجمالي التكلفة المترتبة على الحل المبدئي، هي كما يلي:

أ س ←7× 20	=	140
أ ص← 1×22	=	22
ب ص← 9×20	=	180
ب ع ← 4× 12	=	48
ج ع ← 2 ×10	=	20
ج ل ← 9× 15	=	135
		$475

تسمى الطريقة المستخدمة في الحل المبدئي بطريقة الحجر المتنقل The stepping stone method– وتسمى الخلايا الموزع بها الإنتاج على المستودع بالخلايا المملوءة (أو المشغولة) أما الخلايا التي ليس بها إنتاج موزع على المستودعات بالخلايا الفارغة، ولذلك سوف نستخدم لفظ خلايا مستغلة

وأخرى غير مستغلة كما يلاحظ أيضاً ما يلي:

1- مجموع قيود الطاقة = الطاقة الإجمالية لكل مراكز الإنتاج.

2- مجموع الطلب الكلي للمستودعات = مجموع احتياجات هذه المستودعات.

3- مجموع الطاقة الإجمالية = مجموع الطلب الكلي.

وبذلك نجد أن مجموع الخلايا المستغلة من أي حل يساوي.

[عدد الصفوف + عدد الأعمدة -1]

لذلك يجب توافر هذا الشرط – ولكن إذا حدث اختلال فكيف تتم معالجة هذا الوضع وهو سوف نتعرض له فيها بعد والتي تسمى بحالة Degeneracy.

يدور تساؤل حول ما إذا كان الحل المبدئي هو الحل الأمثل – لكي نجيب على هذا التساؤل فلا بد من اختبار الخلايا غير المستغلة بهدف التوصل إلى الحل الذي يؤدي إلى تدني التكلفة.

تحسين الحل المبدئي Improving the initial solution

يدور تساؤل حول ما إذا كان الحل الذي تمّ التوصل إليه بطريقة الركن الشمالي الشرقي المبدئي هو الحل المفضل ؟ يمكن الإجابة على هذا التساؤل من خلال اختبار الخلايا غير المستغلة (الفارغة). ومن ثمّ التعرف على ما إذا كان هذا التوزيع سيؤدي إلى التأثير على التكلفة الكلية (لاحظ أن الهدف هو توزيع الإنتاج على المستودعات بأقل تكلفة ممكنة) – فإذا ما تمّ إجراء التبديلات الممكنة للتوزيع على هذه الخلايا الفارغة – فإنه يمكن تحديد إي من الحلول التي تم التوصل إليها هو الحل الأمثل.

يجب ملاحظة أن أي تغيير أو تبديل لا بد أن يتم في ظل قيود الطاقة الإنتاجية لمراكز الإنتاج والطاقة الاستيعابية للمستودعات (أي قيود العرض والطلب) نفترض أننا اخترنا الخلية (ب س) وهي خلية فارغة وتم إضافة طن إلى الخلايا (ب س) ،(أ ص) ،ثم تمّ طرح طن من كل من الخلايا أ س ،ب ص –

تعني هذه الخطوة أننا حافظنا على توازن العرض والطلب أي تمّ في ظل قيود الطلب والعرض – ويوضح الجدول التالي هذه الخطوة والآثار المترتبة على عملية التغيير على التكلفة.

جدول يبين تقييم الخلية (ب س)

إلى / من	س	ص	ع	ل	إجمالي العرض
أ	10 (7)	22 (1)	10	20	8
ب	15 (+)	20 (9)	12 (4)	8	13
ج	20	12	10 (2)	15 (9)	11
إجمالي الطلب	7	10	6	9	32

يلاحظ من الجدول ما يلي:

1- أن الأثر المترتب على توزيع وحدة على الخلية (ب س) على التكلفة كما يلي:

$$7+=20\times1-22\times1+10\times1-15\times1$$

2- يلاحظ أن هذا التوزيع يؤدي إلى زيادة صافية إلى التكلفة الإجمالية للحل المبدئي بما يعادل 7$ نتيجة وحدة واحدة توضع في الخلية الفارغة (ب س) وإجراء التعديلات اللازمة بحيث نحافظ على توزان العرض والطلب- ويعني هذا أن هذا الحل مرفوض.

يتم بعد ذلك تقسيم أثر التوزيع على كل خلية فارغة بنفس الطريقة السابقة – ولا يشترط في كل الأحوال أن يكون النموذج أو الشكل الذي يتم تقسيمه بأخذ شكل

مستطيل rectangular مغلق كما في الشكل السابق المبين بالجدول عند تقسيم الخلية (ب س) – ويوضع الجدول التالي نمط تقسيم الخلية (س ج).

جدول 4\3 يبين تقسيم الخلية (ب س) كمدخل لتحسين الحل

إلى / من	س	ص	ع	ل	إجمالي
أ	10 (7)(-) ←	22 (1)(+)	10	20	8
ب	15 ↑ (+)	20 → (9) (-)	12 (4)	8	13
ج	20	12	10 (2)	15 (9)	11
إجمالي	7	10	6	9	32

فرغم أننا ذكرنا أنه يجب السير وفقا لمسار مغلق closed path بدءاً من الخلية المراد تقسيمها ثم العودة إليها في شكل زاوية قائمة إلى الخلية المملوءة – ويوضع الجدول تقسيم الخلية (ج س) بشرط السير في مسار مغلق بدءاً من الخلية الفارغة موضع التقسيم ثم العودة إلى خلية مملوءة وكما هو أنه لا يأخذ شكل مستطيل.

جدول5/3 يوضع تقسيم الخلية س كمدخل لتحسين الحل

إلى / من	س	ص	ع	ل	إجمالي
أ	10 (7) (−) ←	22 (1) (+)	10	20	8
ب	15 ↑	20 ↓ (9) ← (−)	12 (4) (+)	8	13
ج	20 (+) →	12 →	10 (2) (−)	15 (9)	11
إجمالي	7	10	6	9	32

يتضح من الجدول :

1- أن شغل الخلية (ج س) وإجراء التعديلات الضرورية – ترتب على ذلك تأثير على التكلفة بحسب كما يلي :

10−12×1+20×1−22×1+10×1−20×1

(10+20+10)−(12+22+20)=

14+=40−54=

من الواضح أنه يترتب على هذا الحل زيادة في التكلفة بالمقارنة بالحل المبدئي بما يعادل 14$ مما يعني أن هذا الحل ليس الحل الأمثل .

2- يعني ما سبق أن الخلية المراد تقييمها نضع علامة (+) مما يعني إضافة طن إلى هذه الخلية ،ثم إضافة (−) ثم موجب وهكذا في شكل مسار مغلق، وذلك بهدف تقييم خلية فارغة – فإذا كان الحل المبدئي الحكمي تمّ

obeikan.com

إعداده جيداً – فسوف نرى كما هو واضح بالجدول السابق بتقييم الخلية (ج س) أنه لا توجد أي وفورات يمكن تحقيقها من هذا التوزيع – وبناء على ذلك تم اختبار كل الخلايا الفارغة في العمود (س) مما يتطلب تقييم الخلايا الفارغة بالعمود (ص).

بتقييم الخلية (ج ص) وهي الخلية الوحيدة غير المملوءة بالعمود (ص)، ويتم ذلك بنفس الأسلوب الذي تمّ به تقييم الخلايا السابقة بالعمود (س) – ويوضح الجدول التالي أثر تقييم الخلية (ص) على التكلفة.

جدول 6/3 يبين أثر الخلية (ص) على التكلفة

إلى / من	س	ص	ع	ل	إجمالي
أ	10 (7)	22 (1)	10	20	8
ب	15	20 (9) (-)	12 (4) (+)	8	13
ج	20	12 (+)	10 (2) (-)	15 (9)	11
إجمالي	7	10	6	9	32

<u>يتضح من الجدول ما يلي:</u>

1- التكلفة المترتبة على هذا الحل (بتوزيع وحدة على الخلية)

(ج ص) = 12×1−20×1+12×1−10

= 24−30 = −6

2- طالما أن هذا التوزيع يؤدي إلى تخفيض التكلفة – يجب توزيع أكبر عدد

من الوحدات على الخلية (ج ص) مع مراعاة التوازن بين العرض والطلب

3- ولكن هذا التخصيص للخلية (ج ص) يتوقف على العدد الموجود بالخلية التي ينقل منها ويبلغ هنا 2 طن أي بالكمية الموجودة بالخلية (ج ع) أقصى وفر يمكن تحقيقه من ملأ الخلية (ج ص) هو 2 ×(6)= -12
التكلفة الكلية= 475 -12 =463 $.

من هذا يتضح وجود ميزة أو وفر من عملية التغيير أو استبدال خلية بأخرى لأنه يترتب على ذلك وفرة في التكلفة تساوي 6$ نتيجة نقل وحدة (طن) من (ج ع) إلى (ج ص)، ومن (ب ص) إلى (ب ع) – ونظراً لأن الحد الأقصى يساوي 2 وحدة ولا يمكن أن يكون الرقم (الأطنان) بأحد الخلايا أقل من الصفر (أي سالب) وبذلك يكون الحد الأقصى الذي يمكن إدخاله في الحل هو 2 طن. ثم يتم اختبار الخلايا الأخرى غير المستغلة حتى نصل إلى الحل الأمثل.

الحل الأمثل. Optimal solution

يتضح من الجدول السابق أننا توصلنا إلى أحد الحلول المثلى حيث نجد أن التكلفة الكلية في ظل هذا الحل تساوي330$ وهو ما يعادل تخفيض بنسبة 30% تقريباً بالمقارن بالتكلفة في حالة استخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي الحكمية. من هذا يتضح أن طريقة الركن الشمالي الشرقي ليست هي الطريقة المثلى للتواصل إلى الحل ولكنها نقطة بداية للحل – ويمكن تحسين الحل المبدئي وإنما نجد العديد من الطرق التي يمكن تخليصها فيما يلي:

1- طريقة التفضيل المشترك.

2- طريقة الركن الشمالي الشرقي وقد تعرضنا (لها سالفاً).

3- طريقة أقل التكاليف أو أعلى الأرباح.

4- طريقة فوجال التقريبية:

وفي حالة استخدام أي من الطرق السابقة لا بد من اختيار مثالية الحل ويتم ذلك عن طريق إحدى الطرق الآتية:

1- طريقة الحجر المتنقل Stepping stone method.

2- طريقة التوزيع المعدل Modified method distribution (mod)

وللحل وفقاً لهذا الأسلوب لا بد من إتباع عدد من الخطوات بافتراض توافر بيانات عن شركة الطوب الإسمنتي والخاصة بطاقات المصانع واحتياجات مراكز التوزيع وتكلفة نقل الوحدة وبذلك يتم الحل وفقاً لما يلي:

الخطوة الأولى: وضع المشكلة في شكل جدول النقل

ويتضح ذلك من الجدول (7/3) الذي يحتوي على مجموعة من الصفوف يعبر كل منها عن أحد المصانع ومجموعة من الأعمدة يعبر كل منها عن أحد مراكز التوزيع. كما يوجد صفاً إضافيا في آخر الجدول يعبر عن مقدار الطلب اللازم لكل مركز توزيع وإجمالي الطلب. وأيضاً يوجد عموداً إضافياً في آخر الجدول يعبر عن مقدار الطاقة اللازمة لكل مصنع وكذلك إجمالي الطاقات المتاحة بها جميعاً. أما بيانات تكلفة نقل الوحدة فقد تم وضعها في أعلى الركن الشمالي الشرقي من كل خلية في الجدول (بالطبع يمكن وضعها على يسار الخلية أيضاً في الركن الشمالي الغربي).

الخطوة الثانية: عمل التوازن إذاً لزم الأمر

بتأمل الأرقام الواردة في كل من الصف والعمود الأخير في مصفوفة النقل الأساسية نجد أن مجموعة الطاقة المتاحة = 120+80+80=280 وحدة هو تماماً مجموعة الطلب اللازم في مراكز التوزيع =150+70+60+280. وعلى ذلك فالمشكلة متوازنة ،لا يلزم إجراء أية تعديلات أخرى.

من / إلى	القاهرة	الإسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	8	10	9	120
دمنهور	12	5	15	80
أبو جماد	7	14	9	80
الطلب	150	70	60	280

الجدول (7/3) جدول النقل لشركة الطلب الإسمنتي

الخطوة الثالثة: إيجاد حلاً مبدئياً:

بينا فيما سبق أن الحل المبدئي هو الذي يأخذ في الحسبان كل من قيود الطاقة وقيود الطلب، ويفي بشرط:

عدد المتغيرات الأساسية = عدد الصفوف + عدد الأعمدة −1

ولنكن الآن أكثر تحديداً: أن الحل المبدئي يجب أن يكون ممكناً feasible كما أنه يجب أن يكون أساسياً basic ولذلك صحيح ،كما فعلنا في أسلوب السمبلكس، أن يطلق عليه الحل الممكن الأساسي المبدئي initial basic feasible وحتى يمكن تحقيق هاتين الخاصيتين في مشكلة النقل يجب أولاً ألا يتعارض هذا الحل مع أي من قيود الطاقة أو قيود الطلب. وذلك أمر ممكن أن نضمنه بمجرد أننا في تحديد الكميات الواجب نقلها نراعي ألا تزيد على إجمالي الطاقة في كل مصنع، كما أن الكميات التي تنقل إلى كل مركز لا تزيد عن إجمالي المطلوب في هذا المركز. ويمكن القول إن أي من الطرق الأربعة – التي سوف نتناول بعضها فيما بعد– تضمن تلقائياً تحقق هذا الشرط. أما الشرط الثاني، وهو شرط أن يكون حلا أساسياً، فيعني أن المتغيرات المختارة كأساس للحل (المتغيرات الأساسية) يجب أن يكون بينها وبين عدد القيود (المعادلات) ذات التأثير Effective علاقة عددية

معينة.

فإذا تأملنا المعادلة الواحدة التي بها متغيرين مجهولين، نجد أنه للوصول إلى حل لقيم هذين المتغيرين يجب أن نفترض أن واحداً من هذه المتغيرات يساوي الصفر. فلا يمكن استخدام معادلة واحدة إلى قيم مجهولين. كما لا يمكن استخدام معادلتين في الوصول إلى قيم ثلاثة مجاهيل. ولكننا في قواعد الجبر نعرف أن عدد المعادلات يجب أن يعادل عدد المجاهيل حتى يمكن حل هذه المعادلات معاً لتحديد قيمة هذه المجاهيل. لذلك وباستخدام اصطلاحات البرمجة الخطية، نقول أن عدد المجاهيل التي يمكن أن نحدد قيمتها يجب أن يساوي عدد القيود (المعادلات في الصيغة النمطية) المأثرة. أما معنى مأثرة، فهو ألا يكون قيداً زائداً Redundant.

وبتطبيق هذا المفهوم السابق نجد أن الخلايا التي يتم ملئها تعبر عن المتغيرات الأساسية وأن الخلايا التي تظل فارغة تعبر عن المتغيرات غير الأساسية. وعلى ذلك فإن عدد الخلايا المملوءة يجب أن يساوي عدد القيود المأثرة. وبتأمل القيود الموجودة في مشكلة النقل نجد أنها عبارة عن قيود طاقة (عددها هو عدد الصفوف) وقيود طلب (عددها هو عدد الأعمدة). وعلى ذلك فإن عدد القيود بصفة عامة في مشكلة النقل = عدد الصفوف + عدد الأعمدة. والسؤال الآن: هل كل هذه القيود تعد قيوداً مؤثرة؟ الإجابة هي بالنفي. فإذا كان لدينا قيود طاقة عددها (م) وقيود طلب عددها (ك) فإن تحقق القيود التي عددها (م + ك−1) يضمن تلقائياً تحقق القيد (المعادلة) الذي رقمه (م + ك) ويرجع ذلك بشكل أساسي إلى خاصية التوازن التي تتحقق في مشكلة النقل، وذلك كما يلي:

مجد قيود الطاقة (م قيود) = الطاقة الإجمالية.

ومجد قيود الطلب (ل قيود) = الطلب الإجمالي.

ونظر لأن الطاقة الإجمالية = الطلب الإجمالي.

فإذا ذلك يعني أن مجد قيود الطاقة (م قيود) = مجد قيود الطلب (ل قيود).

ومنها يمكن أن نخلص إلى أن هاتين المعادلتين متماثلتين Identical ويمكن الاستغناء عن أحدهم مع تحقيق نفس الشرط. وبذلك يكون لدينا معادلة زائدة وأن عدد القيود المؤثرة هو (م + ل−1).

وبناء على ذلك فإن عدد الخلايا المملوءة في أي حل من حلول مسألة النقل الممكنة يجب أن يكون معادلاً لعدد (الصفوف + الأعمدة−1).

ولنوضح هذه الفكرة أكثر عن طريق تأمل القيود الستة الموجودة في مشكلة شركة الطوب الإسمنتي. بفرض أن القيد رقم (6) قد تم تجاهله.... هل يؤثر ذلك على النتائج التي نتوصل إليها ؟... إذا تحققت القيود من (1) إلى (5) فيعني ذلك أن.

$$س_{31} = 120 - س_{11} - س_{21} \quad (7)$$

$$س_{32} = 80 - س_{12} - س_{32} \quad (8)$$

$$س_{33} = 80 - س_{13} - س_{23} \quad (9)$$

$$س_{11} = 15 - س_{2} - س_{13} \quad (10)$$

$$س_{21} = 70 - س_{22} - س_{13} \quad (11)$$

ويجمع المعادلات (7)، (8)، (9) نجد أن:

$$س_{31} + س_{32} + س_{33} = 280 - س_{11} (- س_{21} - س_{22} - س_{13} - س_{23})$$

وبالتعويض عن قيمة كل من $س_{11}$، $س_{21}$ من المعادلتين (10)، (11) في المعادلة الأخيرة التي توصلنا إليها فيكون لدينا:

$$س_{31} + س_{32} + س_{33} = 280 - (150 - س_{12} - س_{13})$$

$$- (70- س_{22} - س_{23})$$

$$- س_{12} - س_{22} - س_{13} - س_{23}$$

$$= 130 + س_{12} - س_{13} - 70 + س_{22} + س_{23}$$

$$- س_{12} - س_{22} - س_{13} - س_{33}$$

$س_{31} + س_{32} + س_{33} = 60$. وهي بالضبط المعادلة رقم (6) في القيود

نخلص من كل ذلك أن وجود شرط التوازن في مشكلة النقل يجعل عدد القيود

المؤثرة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة −1 وبناء على ذلك فإن عدد المتغيرات الأساسية في أي من الحلول الممكنة يجب أن يكون معادلاً لـ (عدد الصفوف + عدد الأعمدة −1) وهذا بالضبط هو عدد الخلايا المملوءة في أي حل من حلول مسألة النقل.

ولذلك يجب التأكد دائماً خلال مراحل الحل من تحقق هذا الشرط، حتى لا يحدث ما يسمى رياضياً بحالة الانتكاس Degeneracy والتي سوف نعالجها فيما بعد.

وسوف نعرض في هذا الجزء لكيفية الوصول إلى الحل المبدئي. وعلى الرغم من أن طريقتي الركن الشمالي الشرقي وفو جال التقريبية هما الأكثر شيوعاً، إلا أننا سوف نعرض لكيفية استخدام الأساليب الأربعة الممكن استخدامها في هذا الشأن.

(أ) استخدام طريقة التفضيل المشترك Mutually Preferred Method في تحديد الحل المبدئي:

تعتمد هذه الطريقة على تحديد الخلية التي تعد مفضلة بالنسبة لكل الخلايا التي تقع في نفس الصف الموجودة فيه وأيضاً مفصلة بالنسبة لكل الخلايا التي تقع في نفس العمود الموجودة فيه. ويكون أساس التفصيل هو تكلفة نقل الوحدة. وبالنظر إلى تكلفة نقل الوحدة في كل الخلايا الموجودة في الجدول (8/3) نجد أن الخلية (دمنهور/ الإسكندرية) تعد مفضلة على كل الخلايا في الصف الثاني. فتكلفة نقل الوحدة بها (5) هي أقل من القيم الموجودة بالخلايا الأخرى في الصف (12، 15) كذلك فإن ذات الخلية تعد مفضلة على كل الخلايا في العمود الثاني. فقيمتها أقل من 14،10 الموجودة في الخلايا الأخرى في ذات العمود. وينطبق نفس الشرط على الخلية (أبو حماد / القاهرة) فتكلفة النقل بها تجعلها النقل بها تجعلها مفضلة على كل الخلايا في الصف الأخير وعلى كل الخلايا في العمود

الأول. ويعني ذلك أن كل من الخلايا (دمنهور/ الإسكندرية) و (أبو حماد/ القاهرة) هي خلايا ذات تفضيل مشترك من وجهة نظر كل من الصفوف الأعمدة.

وتكون الخطوة التالية الآن هي محاولة ملء هذه الخلايا بأقصى كمية ممكنة. وهي عبارة عن الكمية التي لا تخل بشرطي الطاقة والطلب، ثم نقوم بعد ذلك بتعديل القيم الموجودة في كل من الصف الأخير والعمود الأخير، واستبعاد الصفوف والأعمدة التي تم استخدام طاقتها أو إشباع كل الطلب اللازم لها. وكذلك كما يلي في الجدول (8/3).

من/ إلى	القاهرة	الإسكندرية	المنصورة	الطاقة المتبقية
بركة السبع	8	10	9	120
دمنهور	12	5 70	15	10 =70-80
أبو حماد	7 80	14	9	80-80=صفر
الطلب المتبقي	= 80-150 70	= 70-70 صفر	60	280

جدول (8/3)

وباستبعاد هذا الصف الثالث (أبو حماد) والعمود الثاني (الإسكندرية) يكون لدينا الجدول التالي (8/3).

من/ إلى	القاهرة	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	8 70	9	120 – 70 = 50
دمنهور	12	15	10
الطلب	70–70= صفر	60	130

جدول (9/3)

بتكرار نفس الخطوات السابقة نجد أن الخلية (بركة السبع/ القاهرة) تعتبر مفضلة سواء بالنسبة للعمود الأول، أو الصف الأول ولذلك نقوم بملئها بأكبر قدر من الوحدات وهو 70 وحدة عند هذه المرحلة، باستبعاد العمود الأول نجد أنه لا يوجد لدينا إلا عمود المنصورة والذي سوف نستخدمه في استكمال توزيع كل الوحدات المتاحة، وذلك بإضافة خمسون وحدة في الصف الأول وعشر وحدات في الصف الثاني، كما يلي:

من/ إلى	المنصورة	الطاقة المتبقية
بركة السبع	9 50	50
دمنهور	15 10	10
الطلب المتبقي	60	60

جدول (9/3)

ومن إجمالي كل هذه الجداول معاً نجد أن الحل المبدئي الذي توصلنا إليه حسب طريقة التفضيل المشترك هو كما في الجدول (10/3) ويمكن حساب تكلفته الإجمالي عن طريق ضرب الكميات المنقولة في تكلفة الوحدة والجمع على النحو

التالي:

من/ إلى	القاهرة	الإسكندرية	المنصورة	الطاقة المتبقية
بركة السبع	8 70	10	9 50	120
دمنهور	12	5 70	15	80
أبو حماد	7 80	14	9	80 80
الطلب	150	70	60	280

جدول (10/3) الحل المبدئي لمشكلة شركة

الطوب الرملي باستخدام طريقة التفضيل المشترك

تكلفة الحل المبدئي = 70(8) + 50 (9) + 70(5) + 10(15) + 80 (7)

= 560 + 450 + 350 + 150 + 650 = 2070 جنيه

ويلاحظ أن هذا الحل المبدئي هو حلاً أساسياً ويرجع ذلك إلى أن عدد الخلايا المملوءة = عدد المتغيرات الأساسية = (عدد الصفوف + عدد الأعمدة −1) = (3 +3−1) = 5 خلايا (متغيرات).

ويعني ذلك أن س$_{11}$ = 70، س$_{31}$ = 50، س$_{22}$ = 70، س$_{32}$ = 10، س$_{13}$ = 80 وجميعها متغيرات أساسية. أما س $_{11}$ = س $_{12}$ = س$_{23}$ = س$_{23}$ = صفر وجميعها متغيرات غير أساسية.

(ب) استخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي Northeast Corner Rule في تحديد الحل المبدئي:

وهذه هي أبسط الطرق الأربعة في تحديد حلاً مبدئياً. ويمكن تلخيص خطواتها فيما يلي:

1) أبدأ من الركن الشمالي الشرقي (أعلى خلية على يمين جدول النقل) وضع بها أكبر قيمة ممكن أن تعطى للمتغير س 11 دون أن يخل ذلك بشرط الطاقة والطلب. ويعني ذلك أن القيمة سوف تكون أقل القيمتين الموجودتين في آخر الصف (الطاقة) وفي أخر العمود (الطلب).
2) سوف يترتب على الخطوة السابقة إما استخدام كل الطاقة الموجودة في المصنع الموجود في الصف الأول أو الوفاء بالطلب اللازم بمركز التوزيع الموجود في العمود الأول أو كليهما معاً. فإذا كانت القيمة الموضوعية في خلية الركن الشمالي الشرقي قد أدت إلى استيعاب كل الطاقة فقط فإن ذلك يقضي باستبعاد هذا الصف تماماً من أية عمليات أخرى وتعديل رقم الطلب في العمود بمقدار القيمة التي يتم الوفاء بها. أي يتم طرح القيمة الموضوعية في الخلية من القيمة الموجودة في أسفل العمود.

أما إذا كانت القيمة الموضوعية في خلية الركن الشمالي قد أدت إلى الوفاء بكل الطلب فقط، فإن ذلك يقضي باستبعاد هذا العمود تماماً من أية عمليات أخرى وتعديل رقم الطاقة في الصف بمقدار القيمة التي تم استخدامها. أي يتم طرح القيمة الموضوعة في الخلية من القيمة الموجودة في آخر الصف.

أما إذا كان الرقم الموضوع قد أدى إلى استيعاب كل الطاقة وكل الطلب اللازم للصف والعمود، فإن ذلك يستلزم استبعاد كلاً من الصف والعمود من أية عمليات حسابية أخرى.

3- كرر نفس الخطوات السابق مع البدء بالخلية التي تقع في الركن الشمالي الشرقي الممكنة إلى أن يتم استخدام كل الطاقات المتاحة، وكذلك الوفاء بكل أرقام الطلب في مراكز التوزيع.

وبتطبيق ذلك على مثال شركة الطوب وسمنتي يكون لدينا الحل المبدئي التالي في الجدول (11/3).

والذي يكون فيه عدد الخلايا المملوءة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة -1 = 3+3-1 = 5 وبالتالي فهو حلاً ممكناً وأساسياً كما أن تكلفة الحل = 120 (8) + 30(12) + 50(5) + 20 (14) + 60 (9) = 960 + 360 + 250 + 280 + 540 = 329 جنيه.

ويعني هذا الحل أن:

س11 = 120، س12 = 30، س22 = 50، س23 = 20، س33 = 60 وجميعها متغيرات أساسية.

أما الخلايا الفارغة فتعنى أن س 21 + س31 + س32 = س13 = صفر، وجميعها متغيرات أساسية وبالطبع فإن هذا الحل غالباً ما يكون بعيداً جداً عن الحل الأمثل، فهذه الطريقة لا تأخذ تكاليف النقل في الحسبان عند تحديد التوزيع.

من/ إلى	القاهرة	الإسكندرية	المنصورة	الطاقة المتبقية
بركة السبع	8 [120]	10	9	120
دمنهور	12 [30]	5 [50]	15	80
أبو حماد	7	14 [20]	9 [60]	80
الطلب	150	70	60	280

جدول (11/3)

الحل المبدئي لشركة الطوب الإسمنتي باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي

(ج) طريقة أقل التكاليف The Least – Cost Method في تحديد الحل المبدئي:

تحاول هذه الطريقة أن تأخذ في الحسبان الهدف من حل مشكلة النقل، وهو تقليل التكاليف، عند تحديد الحل المبدئي. ويكون ذلك عن طريق أن تراعي تكاليف نقل الوحدة عند تحديد أقصى عدد من الوحدات يجب وضعه في أحد الخلايا ويمكن إيجاز خطوات هذه الطريقة فيما يلي:

1) حدد الخلية التي بها أقل تكلفة نقل للوحدة من بين كل الخلايا الموجودة في جدول النقل. ثم ضع بهذه الخلية أقصى عدد من الوحدات دون الإخلال بكل من قيود الطاقة وقيود الطلب في الصف والعمود، وفي حالة تعادل التكاليف يتم اختيار أي من الخلايا دون قيد، وسوف يترتب على هذه الخطوة إما استيعاب كل الطاقة في أحد الصفوف أو الوفاء بكل الاحتياجات في احد الأعمدة أو كليهما معاً.
2) إذا كانت الخطوة السابقة قد أدت إلى استيعاب كل الصفوف، استبعد هذا الصف من أية عملية أخرى وقم بتعديل رقم الطلب بخصم الكمية التي تم الوفاء في أسفل العمود. أما إذا أدت الخطوة السابقة إلى الوفاء بكل الطلب في أحد الأعمدة فيجب استبعاد هذا العمود من أية عمليات أخرى وأن نقوم بتعديل رقم الطاقة بخصم الكمية التي تم استخدامها من القيمة الموجودة في آخر الصف. أما إذا أدت الخطوة السابقة إلى استبعاد كل الطاقة وكل الطلب في صف وعمود فيجب استبعاد كليهما من أية عمليات أخرى.
3) كرر الخطوات السابقة، باختيار الخلية المتاحة ذات التكلفة الأقل بعد

عمل التعديل حسب الخطوة الثانية، وذلك إلى أن يتم استخدام كل الطاقات والوفاء نكل الاحتياجات المطلوبة. وبتطبيق ذلك على مثال شركة الطوب الإسمنتي نصل إلى الحل المبدئي في الجدول (12/3) والذي فيه عدد الخلايا المملوءة = عدد الصفوف +عدد الأعمدة -1=5 وبالتالي فهو حلاً ممكناً وأساسياً كما أن تكلفة الحل هي 2070جنيه.

من/ إلى	القاهرة	الإسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	8 70	10	9 50	120
دمنهور	13	5 70	15 10	80
أبو حماد	7 80	14	9	80
الطلب	150	70	60	280

جدول (12/3)

الحل المبدئي لشركة الطوب الإسمنتي باستخدام طريقة أقل التكاليف، ويلاحظ على هذا الحل ما يلي :

1- هذا الحل ليس بالضرورة هو الحل المبدئي الذي توصلنا إليه باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي – ولكنه مجرد حلاً مبدئياً ممكناً وأساسياً.

2- تكلفة هذا الحل تعد أقل من تكلفة الحل المبدئي الذي توصلنا إليه باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرق. وعادة ما تكون هذه هي النتيجة في معظم الحالات إلا أنها ليست بقاعدة عامة. فذلك أيضاً يتوقف على توزيع تكلفة نقل الوحدات داخل الخلايا.

3- أنه على الرغم من الميزة الأساسية لهذه الطريقة وهي أنها تأخذ التكلفة في الحسبان إلا أنه يعاب عليها بصفة أساسية أنه عند تطبيقها قد يؤدي اختيار خلية ذات تكلفة منخفضة إلى صعوبة اختيار خلية أخرى قد تكون أفضل من حيث التكلفة الكلية ،ويرجع ذلك إلى استبعاد كل الصف أو كل العمود بسبب قيود الطاقة .ولذلك جاءت طريقة فوجال التقريبية للتغلب على طريقة حساب تكلفة الفرصة البديلة Opportunity cost.

(د) استخدام طريقة فوجال التقريبية Approximation method vocals (VAN) في تحديد الحل المبدئي :

تؤدي هذه الطريقة بشكل دائم إلى حل مبدئي أفضل من الحل الذي تقدمه طريقة الركن الشمالي الشرقي .وتؤدي أيضاً في أحيان كثيرة إلى الوصول إلى حل أفضل من الحل المبدئي الذي يتم التوصل إليه باستخدام طريقة أقل التكاليف. فواقع الأمر أنه في كثير من الأحيان يكون الحل المبدئي الذي نتوصل إليه باستخدام أسلوب VAMهل الحل الأمثل مباشرة. كما أن هذه الطريقة تعد أكثر ملائمة عند استخدام الكومبيوتر في الحل، وتقوم هذه الطريقة على فكرة توزيع الوحدات على الخلايا بشكل يقلل من تكلفة التوزيع الخطأ للوحدات. وتكلفة التوزيع الخطأ regret cost هي عبارة عن التكلفة الزائدة المترتبة على وضع وحدة خطأ في خلية يجب ألا تكون فيها. وسوف يتضح هذا المعنى عند تطبيق الخطوات التالية والواجب إتباعها لاستخدام هذه الطريقة :

1- أحسب تكلفة الخطأ penalty cost لكل صف وعمود. أما بالنسبة للصف فهي عبارة عن الفرق بين أقل تكلفة نقل للوحدات في الصف والتكلفة الأعلى التي تليها في ذات الصف – كذلك فإن تكلفة الخطأ للعمود فهي عبارة عن الفرق بين أقل تكلفة نقل للوحدة في العمود والتكلفة الأعلى التي تليها في ذات العمود .وبتطبيق هذه الخطوة على مثال شركة الطوب الإسمنتي يكون لدينا

الجدول (13/3)

من/ إلى	القاهرة	الإسكندرية	المنصورة	الطاقة	ص
بركة السبع	8	10	9	120	1
دمنهور	12	14	15	80	7
أبو حماد	7	14	9	80	2
الطلب	150	70	60	280	
ع	1	5	صفر		

(ص) تكلفة الخطأ في الصف، (ع)= تكلفة الخطأ في العمود جدول (13/3)

2- قارن كل الأرقام الواردة في العمود ص والصف ع وأختار الصف والعمود ذو تكلفة الخطأ الأعلى من بين كل تلك القيم المحسوبة. (وفي حالة تساوي قيمتين اختار على أساس تحكمي) وفي مثالنا الحالي نجد أن أعلى قيمة من بين تلك الأرقام هي القيمة 7 والموجود في صف دمنهور.

3- ضع في الخلية التي بها أقل التكاليف في الصف (أو العمود) المختار أقصى عدد ممكن من الوحدات مع عدم الإخلاء بقيود الطاقة والطلب. وسوف يترتب على هذه الخطوة تجنب أكبر قدر ممكن من تكلفة الخطأ في التوزيع. وفي المثال الحالي يتم اختيار (دمنهور/ إسكندرية) ليوضع بها أقصى رقم وهو 70 وحدة. ثم نقوم بعمل التعديل في قيم الصفوف أو الأعمدة واستبعاد الصف أو العمود ويكون لدينا الوضع التالي في الجدول (14/3).

من/ إلى	القاهرة	المنصورة	الطاقة	ص
بركة السبع	8	9	120	1
دمنهور	12 10	15	10	3
أبو حماد	7	9	80	2
الطلب	150	60	280	
ع	1	صفر		

جدول (14/3)

4- كرر نفس الخطوات السابقة، إلا أن يتم توزيع كل الوحدات. بتأمل الجدول السابق (14/3) نجد أن أكبر قيمة بين قيم كل من ص، ع والمحسوبة هي القيمة 3 الموجودة في صف دمنهور ولذلك تقوم بملأ الخانة ذات التكلفة الأقل في صف دمنهور وهي الخانة (دمنهور/ القاهرة) بأقصى كمية ممكنة وهي 10 وحدات فقط ونقوم باستبعاد صف دمنهور وعمل التعديلات والحسابات اللازمة كما في الجدول التالي (15/3).

من/ إلى	القاهرة	المنصورة	الطاقة	ص
بركة السبع	8	9	120	1
أبو حماد	7 80	9	80	2
الطلب	140	60	200	
ع	1	صفر		

جدول (15/3)

وبتأمل القيم في كل من ص، ع نجد أن أكبر قيمة هي (2) الموجودة في الصف أبو حماد وعلى ذلك يتم ملء الخلية (أبو حماد/ القاهرة) بأقصى قيمة ممكنة وهي 80 وحدة. وتكرار نفس الخطوات السابقة، لنصل حتماً إلى التوزيع التالي جدول (16/3) حتى دون حساب للقيم ص، ع.

من/ إلى	القاهرة	المنصورة	الطاقة	ص
	8	9		
بركة السبع	60	60	120	
الطلب	60	60	120	
ع				

جدول (16/3)

ويمكن الآن إكمال الحل المبدئ الذي توصلنا إليه بإتباع طريقة VAM في الجدول (17/3) والذي.

من/ إلى	القاهرة	الإسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	8 60	10	9 60	120
دمنهور	12 10	5 70	15	80
أبو حماد	7 80	14	9	80
الطلب	150	70	60	280

(17/3) الحل المبدئي باستخدام طريقة فوجال التقريبية

يتضح منه أن عدد الخلايا المملوءة = 5 وعلى فإن الحل يعتبر حلاً أساسياً ويعني الحل أن س$_{11}$ = 60، س$_{31}$ = 60، س$_{12}$ = 10، س$_{22}$ = 70، س$_{11}$= 80 وهذه هي المتغيرات الأساسية. أما المتغيرات س$_{21}$، س$_{32}$، س$_{23}$، س$_{33}$، فهي جميعاً متغيرات غير أساسية وقيمها تساوي الصفر. كذلك فإن تكلفة الحل = (8)60 + (9)60 + (12)10 + (5)70 + (7) 80 = 480 + 540 + 120 + 350 + 560 = 2050 جنيه.

وبمقارنة التكاليف التي توصلنا إليها في الأساليب الأربعة التي استخدمت لتحديد الحل المبدئي لشركة الطوب وإسمنتي كما في الجدول (3-18) نجد أن أسلوب VAM هو أفضلها. وذلك هو الوضع الشائع كما أوضحنا من قبل.

الأسلوب المستخدم	تكلفة الحل المبدئي
طريقة التفصيل المشترك	2070
طريقة الركن الشمالي الشرقي	2390
طريقة أقل التكاليف	2070
طريقة VAM	2050

جدول (18/3)

وبانتهاء هذه الخطوة الثالثة نكون قد توصلنا إلى حل مبدئي ممكن وأساسي ويجب هنا أن نلاحظ عدة ملاحظات:

1- إن هذه الطرق الأربعة السابقة هي مجرد بدائل فيمكن استخدام واحدة منها فقط للوصول إلى الحل المبدئي. وكلها ممكن استخدامها. ولا يلزم على الإطلاق استخدام أكثر من طريقة.

2- ليست هناك طريقة واحدة أفضل من الطرق الأخرى بشكل دائم وفي كل الحالات، ولكن الأمر يتوقف على شكل توزيع تكاليف نقل الوحدة في جدول النقل الأصلي.

3- هناك بعض الطرق تؤدي إلى نتائج أفضل من طرق أخرى في غالبية

الحالات. ومثال ذلك فإن طريقة أقل التكاليف تؤدي إلى حل مبدئي ذو تكلفة أقل من الحل الذي يتم التوصل إليه باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي، كما أن طريقة فوجال التقريبية تفوق كل الطرق في أحيان كثيرة.

4- إن معنى أن يعطي الحل المبدئي تكلفة أقل من حل المبدئي أخر هو أن هذا الحل (ذو التكلفة الأقل) سوف يستلزم خطوات أقل حتى نصل إلى الحل الأمثل. فطريقة VAM تستلزم عدد أقل من الخطوات (بعد الحل المبدئي) قبل الوصول إلى الحل الأمثل.

5- إن الحل المبدئي ليس هو نهاية المطاف في مشكلة النقل، فيجب القيام بخطوات أخرى للوصول إلى الحل الأمثل.

6- إن الطرق التي تتسم بالبساطة في الوصول إلى الحل المبدئي، مثل طريقة الركن الشمالي الشرقي، عادة ما تستلزم خطوات كثيرة حتى نصل إلى الحل الأمثل. والعكس، فالطرق التي تحتاج إلى جهد حسابي في الوصول إلى الحل المبدئي، مثل طريقة VAM، فإنها غالباً ما تحتاج إلى خطوات محدودة للتوصل إلى الحل الأمثل. وعلى ذلك فإن الأمر يعتبر نوع من المواءمة بين الجهد المبذول في مرحلة الحل المبدئي والجهد المبذول في مرحلة الحل الأمثل.

الخطوة الرابعة: اختبار مثالية الحل:

الغرض الأساسي لعملية اختبار مثالية الحل هو اختبار ما إذا كان الحل الذي بين أيدينا **(الحل المبدئي أو أي حل أخر)** يمكن أن يتحسن أو أنه يعتبر أفضل الحلول. وتتشابه الخطوات اللازمة لعمل الاختبار مع عملية اختبار مثالية الحل في ظل أسلوب السمبلكس. فنقوم أولاً بالتمييز بين المتغيرات الأساسية Basic والمتغيرات غير الأساسية Monobasic أما الأول فهي كل المتغيرات الموجودة في خلايا مملوءة. والثانية فهي كل المتغيرات الموجودة في الخلايا الفارغة. ولكل خلية فارغة (متغير غير أساسي) نقوم بحساب أثر تحويل هذه

الخلية إلى خلية مملوءة (متغير أساسي). وإذا كان التغير لأي من هذه الخلايا سوف يؤدي إلى تقليل تكاليف النقل (أو زيادة الأرباح في حال تعظيم الربح) فإن ذلك يعني أن الحل ليس أمثل ويجب البحث عن حل أفضل . أما إذا كان التغير سوف يؤدي إلى زيادة تكاليف النقل (أو تخفيض الأرباح في حالة تعظيم الربح) فإن ذلك يعني أن الحل الذي بين أيدينا هو الحل الأمثل.

وهناك طريقتين يمكن استخدام أي منهما في القيام بعملية الاختبار هذه، وهما: طريقة السير على الحجر وطريقة التوزيع المعدل، وسوف نتناول هنا الطريقة الأولى فقط.

د- طريقة السير على الحجر[1] Stepping Stone Method

وتهدف هذه الطريقة إلى تحقيق خطوتين، هما:

(أ) اختبار مثالية الحل.

(ب) تحسين الحل الحالي إذا لم يكن هو الحل الأمثل.

أما اختبار مثالية الحل فيتم عن طريق القيام بما يلي خلية فارغة.

1) حدد مساراً مغلقاً لكل خلية فارغة. ويكون ذلك عن طريق البدء في الخلية الفارغة والتحرك في اتجاه عقارب الساعة (أو عكس اتجاه عقارب الساعة) إلى خلية مملوءة في نفس الصف أو العمود. ثم بعد ذلك تحرك رأسياً أو أفقياً (لا يجوز التحرك بزاوية) على خلية مملوءة أخرى، متخطياً بذلك خلايا مملوءة أو غير مملوءة إذا اقتضى الأمر ذلك دون تغييرهم.

اتبع نفس الإجراء إلى خلية مملوءة أخرى

إلى أن تصل مرة أخرى إلى الخلية الفارغة الأصلية التي بدأت بها وبذلك يكون

1- على الرغم من أن معظم الكتب العربية قد درجت على تسمية هذه الطريقة بطريقة الحجر المتنقل إلا أننا نرى أن هذه التسمية لا تعبر عن محتوى الطريقة . فالطريقة تقوم على أن الانتقال من خلية مملوءة في أركان المسار يتشابه إلى حد كبير مع السير في مكان فيه ماء ولا يتم السير إلا من حجر إلى حجر حتى نتجنب الوقوع في to step in walking A Stone on which.

المسار مغلقاً Closed loop. ودائماً لكل خلية فارغة مساراً وحيداً لعملية التقييم.
2- في كل نقطة ركنية على المسار، والتي تقع في خلية، ضع+ أو – في الشكل تتابعي. بمعنى أن أول المسار في الخلية الفارغة التي يتم تقييمها يوضع به +، ثم توضع – في الخلية الركنية التالية، ثم + في الخلية الركنية التالية،....،....، وهكذا. وبذلك فإن عدد إشارات الزائد سوف يعادل عدد إشارات الناقص بالنسبة لكل مسار. وعلى ذلك فإن عدد الخلايا التي تمر بها الأركان الخاصة بالمسار (نقط تغيير الاتجاه) سوف يكون دائماً رقماً زوجياً. وأقل عدد ممكن للنقط التي يتم فيها تغيير الاتجاه على المسار هو أربعة فقط. كذلك أن يلاحظ أنه يمكن أن يتقاطع المسار مع نفسه بقصد جعله مساراً مغلقاً. كما وأن هناك قيداً هاماً جداً يجب مراعاته وهو أن يكون هناك خلية واحدة في الصف أو العمود على المسار بها إشارة (+) وخلية واحدة في الصف أو العمود على المسار بها إشارة سالبة (–) واحدة.

وهذا القيد الأخير يعد أساسياً حتى لا يتم إغفال أي من قيود الطلب والطاقة الموجودة في كل صف وعمود.

ولتطبيق هذه الخطوة على المثال الخاص بشركة الإسمنتي يجب أن نختار حلاً مبدئياً، وليكن هو الحل الذي توصلنا إليه باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي، والذي نعيد ذكره في الجدول (19/3) والذي يتضح منه أن خلايا الفارغة (المتغيرات الغير أساسية) الواجب تقييمها هي بركة السبع/ الإسكندرية ($خ_{21}$)، بركة السبع/ المنصورة ($خ_{31}$)، دمنهور/ المنصور ($خ_{32}$)، أبو حماد/ القاهرة ($خ_{13}$) وسوف نحدد مساراً مغلقاً لكل خلية مع مراعاة الشروط السابقة كما يلي:

من / إلى	القاهرة	الإسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	8 10	10	9	120
دمنهور	12 30	5 50	15	80
أبو جماد	7	14 20	9 60	80
الطلب	150	70	60	280

بركة السبع/ الإسكندرية (خ21):

المسار هو خ21 ← خ11 ← خ12 ← خ22

(+) ← (−) ← (+) ← (−)

بركة السبع/ المنصورة (خ31)

المسار هو خ31 ← خ11 ← خ12 ← خ22

(+) ← (−) ← (+) ← (−)

ويلاحظ على هذا المسار أننا قد تخطينا الخلية الفارغة خ 21 وهذا أمر جائز، أما كل النقط الركنية فهي تقع في خلايا مملوءة وهذا أمر واجب. كذلك فإن اتجاه المسار هنا فهو اتجاه عقرب الساعة. ويتأمل عدد الخلايا التي بها (+) أي التي بها إضافة نجد أنه مساوياً لعدد الخلايا التي بها (−) ولذلك فإن المسار يعد مساراً مغلقاً. وعدد هذه الخلايا هو عدد زوجي =6.

دمنهور /المنصورة (خ32):

المسار هو خ 32 ← خ22 ← خ23 ← خ 33

(+) ← (−) ← (+) ← (−)

أبو حماد / القاهرة (خ13)

المسار هو خ 13 ← خ23 ← خ22 ← خ12

(+) ← (−) ← (+) ← (−)

والآن لدينا مسارات مغلقة لكل الخلايا الفارغة ولذلك ننتقل إلى الخطوة التالية.

3- حساب قيمة تعبر عن أثر ملء الخلية التي تم تقييمها بوحدة واحدة .وتعرف هذه القيمة بمقياس التقييم للخلية cell evaluator.ويمثل الأثر الإجمالي المترتب على إضافة وحدة واحدة في الخلية الفارغة التي يتم تقييمها. والوصول إلى هذه القيمة للخلية التي يتم تقييمها يكون عن طريق إضافة تكلفة نقل الوحدات الموجودة على المسار في الخلايا المناظرة. حيث تعير (+) عن إضافة وحدة إلى الخلية المناظرة وتعبر (−) عن خصم وحدة من الخلية المناظرة. فعلى سبيل المثال لتحديد مقياس التقييم للخلية بركة السبع / الإسكندرية (خ21) نرجع إلى المسار والإشارات الموجودة كما يلي: أضف وحدة للخلية خ21 ويترتب على ذلك زيادة التكاليف بمقدار 10 ،اطرح وحدة من الخلية خ11 ويترتب على ذلك تخفيض التكاليف بمقدار 8، اطرح وحدة للخلية خ12، ويترتب على ذلك زيادة التكاليف بمقدار 12 ،اطرح وحدة من الخلية خ22، ويترتب على ذلك تخفيض التكاليف بمقدار 5 جنيه ولذلك يكون الأثر النهائي هو +10−8+12−5=9 وهذا هو مقياس التقييم للخلية خ 21.

وبتكرار نفس الخطوات نصل إلى التقييم التالي لباقي الخلايا الفارغة كما يلي:

خ31= +9−14+5−12+8−9+ =13

خ32= +15− 5 +14 −9 = 15

خ13 = +7 − 14 + 5− 12 − = 14

وكانت خ21 =+10 −8 +12 −14 = 9

4- قارن كل مقاييس التقييم للخلايا. فإذا كانت الأرقام صفراً أو قيماً موجبة (1) فإن ذلك يعني أن الحل الحالي هو الحل الأمثل. أما إذا كانت هناك قيمة واحدة على الأقل سالبة، فيعني ذلك أن هذا ليس هو الحل الأمثل ونحتاج إلى

تعديل لهذا الحل ،حيث يعني الرقم السالب أن التغيير سوف يحقق خفضاً في تكلفة النقل. وبتطبيق ذلك على المثال الحالي نجد أن مقياس التقييم للخلية خ12 =- 14وهي قيمة سالبة ،ولذلك يجب تعديل الحل إلى حل أفضل .

الخطوة الخامسة: تعديل الحل الحالي :

لتعديل الحل الحالي نقوم بإتباع الخطوات التالية:

1-إذا كان هناك أكثر من قيمة سالبة بين مقاييس التقييم للخلايا يتم اختيار الخلية ذات القيمة الأكثر سلبية، وتعني هذه الخطوة أن الخلية التي يتم اختيارها تعبر عن خلية تعد الآن خلية خاصة بمتغير غير أساسي. وطالما أننا قد اخترنا القيمة الأكبر سلبية فإننا تختار أفضل تعديل ممكن أن يتم بناءً على دالة الهدف وهي تخفيض التكلفة الإجمالية. وهذه الخطوة هي أشبه بخطوة تحديد المتغير الذي يدخل الحل في أسلوب السمبلكس.

وبتطبيق ذلك على المثال الحالي، نجد أننا لدينا قيمة سالبة واحدة. ولذلك ليس أمامنا بديل. فالمتغير الذي سيدخل الحل هو المتغير س13 والموجود في الخلية خ13.

2- لتحديد أقصى كمية يمكن أن توضع في هذه الخلية، يتم الرجوع مرة أخرى إلى المسار المغلق الذي استخدم في تقييم هذه الخلية، ويتم تحديد القيم الموجودة على المسار في الخلايا الركنية التي بها إشارة سالبة. ثم نقوم باختيار أقل قيمة فيما بينها وتضعها في الحالة المملوءة الجديدة.

وفي المثال الحالي نجد أن مسار الخلية خ13 هو

$$خ_{13} + \leftarrow خ_{23} + \leftarrow خ_{22} + خ_{13}$$

$$(+) \leftarrow (-) \leftarrow (+) \leftarrow (-)$$

والقيم في الأركان السالبة هي 20 وحدة في خ22 و30 وحدة في خ12.وبمقارنة القيمتين يتضح أن القيمة الأقل وهي التي يجب وضعها في الخلية خ13، وتعني هذه الخطوة أن هناك متغيراً أساسياً جديداً هو س13 قيمة الآن

تساوي 20 في الحل .

3-لتحديد الخلية التي يجب تفريغها، يجب عمل التعديل اللازم في كل المسار حتى نضمن استمرار تحقق التوازن في الصفوف والأعمدة. وتشبه هذه الخطوة خطوة تحديد المتغير الذي يخرج من الحل في أسلوب السمبلكس. فطالما أن هناك متغيراً أساسياً، فيجب أن يخرج متغيراً أساسياً من الحل الحالي، وذلك للحفاظ على شرط أن يكون عدد المتغيرات الأساسية مساوياً للقيمة (عدد الصفوف +عدد الأعمدة -1).

وبتطبيق ذلك على المسار الخاص بهذه الخلية الجديدة نجد أنه يجب طرح ذات القيمة من الخلية خ13، وإضافتها إلى الخلية خ32 ،وطرحها من الخلية خ32 ،وطرحها من الخلية خ 12. كما هو مبين في هذا الشكل المحدود (20/3)

من /إلى	القاهرة	الإسكندرية
دمنهور	10	70
أبو حماد	20	

شكل (20/3)

وبذلك التعديل يكون الحل الجديد كما هو مبين في الجدول (2-4) والذي يتضح منه أن المتغيرات الأساسية هي:

س$_{11}$ = 120، س$_{12}$ = 20، س$_{22}$ = 70، س$_{13}$ = 20، س$_{33}$ = 60، كما أن المتغيرات الأساسية هي:

س$_{21}$ + س$_{32}$ + س$_{23}$ = صفر

أما تكلفة الحل فيمكن حسابها كما يلي:

التكلفة الكلية للنقل = 120(8) + 10 (12) + 70 (5) + 60 (9)

= 960 +120 +140+ 540 =120 جنيه.

ويتضح من هذه القيمة أن الحل الحالي قد ترتب عليه تخفيض التكاليف بما يعادل (2390- 2110) = 280 جنيه. ومن الواضح أن ذلك يكمن الوصل إليه مباشرة عن طريق حساب تكلفة الوفر نتيجة لإضافة عشرون وحدة في الخلية خ 13 ، حيث يترتب على استغلال هذه الخلية خفض التكلفة بمقدار 14 جنيه عن كل وحدة. فكل خلية يترتب عليه خفضاً قدره 14 جنيه كما أوضحنا عند تقييم الخلية. ولذلك فإن 20 وحدة من المفروض أن يترتب عليها وفراً قدره 20×14=280 جنيه.

الخطوة السادسة: كرر نفس الخطوات الرابعة والخامسة:

أولاً: تقييم الخلايا الفارغة:

الخلية بركة السبع/ الإسكندرية:

المسار خ21 ← خ11 ← خ12 ← خ22

(+) ← (-) ← (+) ← (-)

مقياس التقييم + 10-8+12-5 = 9

الخلية بركة السبع/ المنصورة:

المسار خ31 ← خ11 ← خ13 ← خ23

الإشارات (+) ← (-) ← (+) ← (-)

مقياس التقييم + 9 -8 + 7- 9 = 1

الخلية دمنهور /المنصورة:

المسار هو خ 32 ← خ12 ← خ13 ← خ 23

الإشارات (+) ← (-) ← (+) ← (-)

مقياس التقييم +15-12+7-9 = 1

الخلية أبو حماد / القاهرة:

المسار هو خ 23 ← خ22 ← خ12 ← خ13

الإشارات (+) ← (-) ← (+) ← (-)

مقياس التقييم +14-5+12-7 = 14

وتكون نتيجة تقييم الخلايا هي:

خ21 =9، خ31 =1، خ 32 =1، خ23= 14

ونظراً لوجود رقم سالب في الخلية خ13 فإنه يجب تعديل الحل، وذلك بإدخال المتغير س31 في الحل. ويعني ذلك محاولة ملء الخلية بأقصى عدد من الوحدات.

ثانياً: تعديل الحل الحالي:

لتحديد أقصى قيمة يمكن أن توضع في الخلية خ31 ، يتم حصر عدد الوحدات الموجودة في الأركان السالبة على مسار التقييم للخلية خ31 وهذه القيم هي في الخانة خ11،خ22 وقيمتها 120 ، 60 على التوالي .الذي يكون التعديل بإضافة أقل قيمه من بين هاتين القيمتين في الخلية خ31. وعمل التعديلات اللازمة أفقاً ورأسياً لتحقيق توازن الطاقة والطلب في الصف العمود . ولذلك يكون الحل الجديد كما في الجدول (3/ 21).

من / إلى	القاهرة	الإسكندرية	المنصورة	الطاقة
بركة السبع	8 60	10	9 60	120
دمنهور	12 10	5 70	15	80
أبو جماد	7 80	14	9 60	80
الطلب	150	70	60	280

جدول (3/ 21)

الحل الأمثل لشركة الطوب الإسمنتي:

ويتضح من هذا الحل أن المتغيرات الأساسية هي:

س$_{11}$ = 60، س$_{31}$ = 60، س$_{12}$ = 10

س$_{22}$ 70، س$_{13}$ = 80

أما المتغيرات الغير أساسية فهي:

س21، س32، س33=صفر

وتكلفة هذا الحل =60(8)+ 60(9)+ 10(12) + 70 (5) + 80 (7) = 480 + 560 + 350+ 120 + 540

= 2050 وحدة نقدية.

وهذه القيمة تعد أقل من تكلفة الحل السابق بمقدار (2110 – 2050) = 60 وحدة نقدية، وهو عبارة عن إجمالي الوفر نتيجة لإضافة 60 وحدة بالخلية خ 31 حيث تحقق كل وحدة مضافة خفضاً قدرة وحدة نقدية كما أوضحنا عند تقييم هذه الخلية.

ثالثاً: تقييم الخلايا الفارغة:

الخلية بركة السبع/ الإسكندرية:

المسار خ$_{21}$ ← خ$_{11}$ ← خ$_{12}$ ← خ$_{22}$

(+) ← (–) ← (+) ← (–)

مقياس التقييم + 10–8+12–5 = 9

الخلية بركة السبع/ المنصورة:

المسار خ$_{31}$ ← خ$_{11}$ ← خ$_{13}$ ← خ$_{23}$

الإشارات (+) ← (–) ← (+) ← (–)

مقياس التقييم + 9 –8 + 7– 9 = 1

الخلية دمنهور /المنصورة:

المسار هو خ $_{32}$ ← خ$_{31}$ ← خ$_{11}$ ← خ $_{12}$

الإشارات (+) ← (–) ← (+) ← (–)

مقياس التقييم +15-9+8-12 = 2

الخلية أبو حماد / القاهرة:

المسار هو خ 23 ← خ22 ← خ12 ← خ13

الإشارات (+) ← (-) ← (+) ← (-)

مقياس التقييم +14-5+12-7 = 14

الخلية أبو حماد/ المنصورة:

المسار خ33 ← خ31 ← خ11 ← خ13

الإشارات (+) ← (-) ← (+) ← (-)

مقياس التقييم + 9-8+9-7 = 1

وتكون نتيجة تقييم الخلايا هي:

خ21 =9، خ32 =2، خ 23 =14، خ33= 1

وحيث أن كل أرقام التقييم قيماً موجبة فإن ذلك يعني أن هذا هو الحل الأمثل.

وبترجمة هذا الحل النهائي الأمثل في شكل قرارات في حالة شركة الطوب الإسمنتي، يمكن أن يوضع كما يلي:

يتم إمداد عمليات البناء في القاهرة والتي تحتاج إلى 150 ألف وحدة بستون ألفاً من مصنع بركة السبع، وعشر آلاف من مصنع دمنهور وثمانون ألفاً من مصنع أبو حماد. أما احتياجات مدنية الإسكندرية فيجب استيفاءها بالكامل من مصنع مدينة دمنهور. كذلك فإن احتياجات مدنية المنصورة وهي ستون ألفاً فيتم نقلها إليها من مصنع مدينة بركة السبع.

ويهمنا في نهاية هذا الحل أن نوضح أن طريقة السير على الحجز هي طريقة فعالة في حالة مشاكل النقل محدودة الحجم. أما بالنسبة لمشاكل التوزيع الكبيرة فإن طريقة التوزيع المعدل MODI في الوصول إلى الحل الأمثل هي التي ينصح عادة باستخدامها.

❖ حالة الانتكاس كأحد مشاكل التوزيع[1] Degeneracy in distribution problems

نواجه مشكلة الانتكاس أو الاختلال عند تحسين الحل بهدف التوصل على التكلفة الدنيا- وتحدث حالة الانتكاس إذا ترتب على تغيير التوزيع للاستفادة من المزايا المحتملة الناجمة عن التحسين إلى حدوث تغير في قيم خلية أو أكثر من

الخلايا المملوءة بحيث تصل هذه القيمة إلى الصفر – بالرجوع إلى الجدول 3/ 22 – يتضح أنه إذا تم تقييم الخلايا الفارغة بكل عمود بالطريقة المعتادة أي حسب المسار المغلق بدأ من الخلية المراد تقييمها بها في شكل مستطيل زواياه قائمة، وتم إجراء التعديلات، يتضح وجود تحسين محتمل أي تخفيض في التكلفة بالمقارنة بالوضع الأصلي وفقاً لأسلوب الركن الشمالي الشرقي – ففي الجدول رقم 22/3 تم تقييم الخلية (ب ل) من خلال المسار المغلق The closed path pattern – حيث اتضح أنه نتيجة إحداث تبديل من وحدة (طن) ترتب على ذلك تخفيض في التكلفة بمقدار 15$ – علماً بأن البيانات الأصلية التي بهذا الجدول مأخوذة من الجدول رقم 2/3 في بداية هذا الفصل – وتم إجراء التعديلات والتبديلات الموضحة بالجدول 22/3 كما يلي:

1- Elwood S. Buffa, Modern production management, john wiley & sons, Inc, New York, 1965 pp677 – 679.

Openkan.com

جدول 22/3 يبين أن تقييم الخلية (ب ل) يؤدي إلى حالة اختلال

إلى / من	س	ص	ع	ل	إجمالي
أ	10 5	22	10	20 3	8
ب	15	20 5(−) ↑	12 8	8 ←(+) ↓	13
ج	20	12 6(+)	10	15 5(−)	11
إجمالي	5	11	8	8	32

حيث يترتب على هذا التبديل بوحدة تخفيض التكلفة بمقدار 15$ كما يلي :

(ب ل) ← +8

(ج ل) ← −15

(ج ص) ←+12

(ب ص) ← −20

بناء على هذا التخفيض – يهمنا الاستفادة من هذا الوفر إلى أقصى حد ممكن ولكن هذا التبديل مقيد بما تحويه الخلايا (ب ص)، (ج ل) فكل منهما موزع عليه 5 أطنان . فإذا ما تم التوزيع بما تحويه هذه الخلايا على الخلايا الأخرى للاستفادة القصوى من هذا الوفر – فسوف تصبح الخلايا (ب ص) ، (ج ل) تصبح خلايا صفرية .يتضح ذلك من خلال الجدول 23/3 التالي.

جدول 23/3 – يوضح مشكلة الاختلال – وأن الخلايا (ج س)، (أ ص)، (ب ص)، (ج ع)، (ب ل) يصعب تقييمها.

إلى / من	س	ص	ع	ل	إجمالي
أ	10 [5]	22	10	20 [3]	8
ب	15	20	12 [8]	8 [5]	13
ج	20	12 [11]	10	15	11
إجمالي	5	11	8	8	32

يلاحظ من الجدول أن الخلايا (ج س)، (أ ص)، (ب ص)، (ج ع)، (ج ل) يصعب تقييمها لأنه يصعب تكون مسار مغلق closed path لأي منهما.

يمكن حل مشكلة الاختلال من خلال اعتبار أن كل من الخليتين غير المخصص لها وحدات أنها خلية مستغلة، ويوضع بها صفر، كما يوضح الجدول 24/3.

جدول 24/3 يبين حل مشكلة الاختلال

إلى / من	س	ص	ع	ل	إجمالي
أ	10 [5]	22	10	20 [3]	8
ب	15	20	12 [8]	8 [5]	13
ج	20	12 [11]	10	15 [صفر]	11
إجمالي	5	11	8	8	32

من هذا يتضح أن الخلية التي يوزع عليها صفر طن – تحقق شرط المسار المغلق، وبذلك يتم التقييم بالطريقة العادية – ونجد أنه في حالة حدوث اختلال في الشرط أي عدم تحقق شرط المشار المغلق (مستطيل ذو زوايا قائمة) فإننا نلجأ إلى الخلايا الصفرية، ومن ثم يمكن تخصيص صفر للخلية التي يجب تقييمها والاستمرار في التقييم بنفس الأسلوب العادي – وبناء على ذلك يتم التقييم حسب ما هو موضح بالجدول التالي

جدول 25/3 يوضح استخدام التوزيع الصفري في حالة الاختلال

إلى / من	س	ص	ع	ل	إجمالي
أ	10	22	10	20	8
	5			3	
ب	8	12	20	15	13
			(−) 8	(+)5	
ج	15	10	12	20	11
		11	(+) صفر	(−) سفر	
إجمالي	5	11	8	8	32

يلاحظ من الجدول – أنه عندما تقييم الخلية (ج ع) للتعرف على الوفر المحتمل – فإننا وجدنا أنه لا يمكن نقل وحدات إلى هذه الخلية، لذلك خصص لها صفر (طن) ومن صفر في الخانة (ج ع) وبهذا الشكل يمكن الاستمرار في التقييم للتوصل إلى الحل الأمثل والتغلب على مشكلة عدم توافر شرط المسار المغلق.

❖ مشكلة عدم التوازن بين العرض والطلب

نتعرض هنا لمشكلة عدم التوازن أو التساوي بين العرض والطلب – بفرض أن إجمالي الإنتاج المتاح 37 طن، ولكن إجمالي الطلب 32 طن – في مثل تلك الأحوال... يمكن تكوين ما يسمى بالمخازن الوهمية حيث تستوعب 5 طن، وبذلك يحدث التوزان بين الطلب والعرض. ومثل تلك المخازن الوهمية يعطي لها (صفر) وبذلك لا يتم إرسال أي كمية إليها لأنه يترتب عليها أحداث أي تغيير في التكلفة، وبذلك نصل إلى الحل الأمثل من خلال تخصيص 32 طن من الـ 37 طن بطريقة اقتصادية على المخازن الأربعة الحقيقية ثم يوزع الفرق بين العرض والطلب على الخلايا الوهمية (المستودعات الوهمية).

❖ طريقة التوزيع المعدل

تعتبر الطريقة المعدلة للتوزيع أحد أساليب البرمجة الخطية والتي تعتبر أفضل أسلوب لتقييم الخلايا غير المستغلة بحيث يمكن اختيار الخلية الأكثر تفضيلاً من غيرها بطريقة مباشرة في كل مرحلة من مراحل الحل.

يتمحور الاختلاف الأساسي بين الطريقة المعدلة للتوزيع والطرق السابقة – من أن هذا الطريقة تقود إلى اختيار أفضل خلية من خلال مجموعة من المؤشرات الرقمية يتم حسابها لكل صف وعمود – ومن ثم إجراء التبديلات اللازمة والضرورية لاستغلال الخلية الأفضل. وبمراجعة الدليل الرقمي يمكن اختيار التالية الأفضل ويشير هذا الدليل الرقمي إلى كل من الصف R، والعمود K.

من هذا نجد أن Row = R أي الصف، column = K أي العمود.

حساب قيم كل من الصف والعمود:

الخطوة الأولى للبدء في استخدام الطريقة المعدلة – لا بد من وجود حل مبدئي باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي أو حل مبدئي أخر تم التوصل إليه.

الخطوة الثانية هي إعطاء رقم لكل صف وعمود – حيث تستخدم هذه الأرقام مع التكاليف الخاصة بكل خلية لتقييم الخلايا غير المملوءة.

وبفرض إعطاء الحرف (ر) للدلالة على الصف ROW، ك للدلالة على العمود (Column) وبحيث يوضح أسفل كل حرف رمز فرعي للدلالة على رقم الصف أو العمود. فمثلاً (ر أ) يعني الصف أ لذلك قد يكون هذا الرمز الفرعي أما حرف للدلالة على مركز الإنتاج أو رقم حسب الأحوال... و إذا ما تم إعطاء رمز ت للتكلفة الخاص بالنقل الموجودة بكل خلية، ومعنى هذا أن (ت ا س) تعني تكلفة النقل للخلية (أ س).

ومن ناحية أخرى نجد بالنسبة للخلايا المستغلة أي المملوءة وفقاً للحل المبدئي فقط يتم استخدام المعادلة الآتية:

ر + ك + ت = صفر

ومن هذا يتضح أن: ر = – ك – ت (بالنسبة للصف) بالنسبة للعمود

ك = – ر – ت وهكذا.....

بالعودة إلى طريقة الركن الشمالي الشرقي – وبافتراض أن ر أ = صفر– سوف يمكننا ذلك بالخلية (أ س) ومن ثم يتم حساب ك س (أي العمود س) كما يلي:

ك$_{س}$ = ر$_{أ}$ – ت$_{أ س}$ = صفر – 10 = – 10

وأيضاً بمعرفة أن ر$_{ا}$ – ت$_{ا ص}$ = صفر –22 = – 22

وطالما تم حساب قيمة ك$_{ص}$ فإنه يمكن حساب ر$_{ب}$ عند الخلية (ب ص) وبدلالة ك$_{ص}$ التي تم حسابها سابقاً كما يلي:

ر$_{ب}$ = – ك$_{ص}$ – ت$_{ب ص}$ = – (–22)– 20 = + 2

بالنزول إلى الخلايا المملوءة فإنه يمكن حساب قيم ر، ك كما يلي:

ك$_{ع}$ = – ر$_{ب}$ – ت$_{ب ع}$ = –2–12 = – 14

ر$_{ج}$ = – ك$_{ع}$ – ت$_{ب ع}$ = – (–14)– 10 = 4

كل - = رج - تج ل = -4- 15 = - 19

وبهذا الشكل يتم إدخال هذه القيم في مقدمة الأعمدة والصفوف كما هو مبين بالجدول الآتي 26/3، 27/3.

جدول 26/3 يبين مصفوفة التوزيع الأولى وفقاً لطريقة الركن الشمالي الشرقي

إلى / من	س	ص	ع	ل	إجمالي
أ	10 [7]	22 [1]	10	20	8
ب	15	20 [9]	12 [4]	8	13
ج	15	10	12 [2]	20 [9]	11
إجمالي	7	10	6	9	32

جدول 27/3 يبين التوزيع المبدئي السابق مع قيم كل صف وعمود كمدخل لتقييم الخلايا غير المستغلة لاستخدام طريقة التوزيع المعدل

إلى / من	كس = - 10	كص = -22	كع = -14	كل = -19	إجمالي العرض
أ	10 [7]	22 [1]	10	20	8
ب	15	20 [9]	12 [4]	8	13

ج	15	10	12 2	20 9	11
إجمالي	7	10	6	9	32

ملحوظة:

1- يتم حساب قيم ر، ك لكل صف وعمود بدلالة الخلايا المملوءة وفقاً للتوزيع المبدئي وبدلالة تكلفة الخلية وهي الخطوة الأولى والأساسية في الحل.

يتم تقييم الخلايا غير المستغلة كما يلي:

الخلية	العمليات الحسابية	التقييم هل يؤدي إلى التحسين أي تخفيض التكلفة
ب س	ر ب + ك س + ت ب س = 2+(10-)+15 = + 7	لا
ج س	ر ج + ك س + ت ج س = 4+ (10-) + 20 = 14	لا
ج ص	ر ج + ك ص +ت ج ص = 4+ (22-)- 12 = - 60	نعم
أ ع	ر أ + ك ع +ت أ ع = صفر + (14-)- 10 = - 4	نعم
أ ل	ر أ + ك ل +ت أ ل = صفر + (19-)- 20 = +1	لا
ب ل	ر ب +ك ل +ت ب ل = 2 + (19-)+ 8 = - 9	نعم

يدور تساؤل حول ما هو الحل الأمثل وفقاً لطريقة التوزيع المعدلة – نصل إلى الحل الأمثل وفقاً لهذه الطريقة عندما نجد أن النواتج المستخلصة من استخدام قيم

ر، ك، ت هي قيم موجبة لكل الخلايا غير المملوءة.

بناء على ما تم التوصل إليه في الجدول السابق – فإن الأمر يستلزم إعادة التوزيع للعرض من الطلب بحيث يخصص أكبر عدد من الوحدات للخلايا التي يترتب على استغلالها تخفيض التكلفة ويوضح الجدول 3/ 28 هذا التوزيع المعدل للجدول السابق 3/ 27.

إلى / من	كس = −10	كص = −22	كع = −10	كل = −6	إجمالي العرض
ر أ = صفر	10 [7]	22 [1]	10	20	8
ر ب = 2	15	20 [9]	12 (−) صفر	8 + [4]	13
ر ج = −5	20	12	10 (+) 6	20 (−) 5	11
إجمالي	7	10	6	9	32

يتضح من الجدول رقم 3/27 أي أفضل خلية هي (ب ل) والتي يترتب على استغلالها تدنية التكلفة بالمقارنة بالخلايا الأخرى – لذلك ينقل إليها أكبر عدد من الوحدات دون الأخرى بشرط عدم الإخلال بالتوازن بين العرض والطلب، وبذلك نجد أن أقصى عدد من الوحدات يمكن نقله إليها4 طن، ومن ثم تجري التعديلات اللازمة وفقاً للمسار المغلق وبناء على الجدول 3/ 28 – يمكن حساب الأثر الناتج عن استغلال أي من الخلايا غير المملوءة كما يلي:

ملحوظة: بعد إجراء التعديلات في التوزيع تحسب قيمة كل من ر، ك بدلالة الخلايا المستغلة الجديدة، ومن ثم تجري تعديلات على هذه القيم كمدخل لتقييم الخلايا غير المستغلة الجديدة.

الخلية غير المملوء	العمليات الحسابية (الأثر على التكلفة)	هل تؤدي الخلية إلى تحسين الحل
ب س	2+(10−)+15 = + 7	لا
ج س	− 5+ (10−) + 20 = 5	لا
ج ص	− 5 + (22−) + 12 = − 15	نعم
أ ع	صفر + (5−)+ 10 = +5	لا
ب ع خلية تم استبعادها	2 + (5 −) + 12 = +9	لا
أ ل	صفر+ (10 −) + 20 = + 10	لا

يلاحظ من تقييم الخلايا غير المملوءة السابقة أن الخلية (ج ص) إذا ما تم استغلالها تؤدي إلى تخفيض التكلفة مما يعني أن الحل السابق ليس هو الحل الأمثل – لذلك يتطلب الأمر استغلال الخلية (ج ص) ومن ثم إعادة حساب قيم كل من ر، ك ثم تقييم الخلايا غير المملوءة ويوضح الجدول رقم 29/3 الحل الأمثل وفقاً لهذا الأسلوب.

جدول 29/3 يبين الحل الأمثل باستخدام طريقة التوزيع المعدلة بدلالة قيم ر، ك وتقييم الخلايا المستغلة.

إلى / من	ك س = −10	ك ص = −21	ك ع = −10	ك ل = − 10	إجمالي العرض
ر ا = صفر	10 7	22 1	10	20	8
ر ب = −2	15	20	12 4	8 9	13
ر ج = صفر	20	12 10	10 1	15	11
إجمالي	7	10	6	9	32

تقييم الخلايا غير المستغلة:

الخلية	الأثر على التكلفة (العمليات الحسابية)	هل تؤدي إلى تخفيض التكلفة
أ ص	صفر + (12−) + 22 = +10	لا
أ ل	صفر + (6 −) + 20 = +14	لا
ب س	− 2 + (10−) + 15 = +3	لا
ب ص	− 2 + (12−) + 20 = + 6	لا
ج ص	صفر + (10−) + 20 = +10	لا
ج ل	صفر + (6 −) + 15 = + 6	لا

❖ الحل الرياضي لنموذج التوزيع

يمكن استخدام النموذج الرياضي في حل مشاكل النقل والتوزيع نعطي فيما يلي ثلاث نواحي يجب التعبير عنها رياضياً.

1) مجموع الأطنان المرسلة للمستودعات س، ص، ع، ل تساوي كمية الإنتاج لكل من مراكز الإنتاج فمثلاً مجموع ما يتم إرساله من المصنع أ إلى معادلات أحداهما للمصنع أ، والأخرى للمصنع ب، والثالثة للمصنع ج...

2) مجموع الأطنان المرسلة من مراكز الإنتاج أ، ب، ج تساوي الكمية المطلوبة لكل مستودع. فمثلاً بالنسبة للمستودع س – مجموع ما يحصل عليه من مراكز الإنتاج أ، ب، ج يساوي 7 أطنان وبهذا الشكل يكون لدينا4 معادلات، معادلة لكل مستودع.

3) الهدف الأساسي هو تدنية تكلفة نقل هذا الأحمال على مختلف المسارات. وبذلك يكون لدنيا معادله أو دالة الهدف.

لصياغة المعادلات السابقة – نطعي الرمز ح للدلالة على الأحمال (الأطنان) التي يتم تخصيصها.

المعادلات الثلاث الأولى (تحت بند ا) تشير إلى توزيع كميات الإنتاج (العرض) لمراكز الإنتاج أ، ب، ج:

$ح_{أ\,س} + ح_{أ\,ص} + ح_{أ\,ع} + ح_{أ\,ل} = 8$ (1)

$ح_{ب\,س} + ح_{ب\,ص} + ح_{ب\,ع} + ح_{ب\,ل} = 13$ (2)

$ح_{ج\,س} + ح_{ج\,ص} + ح_{ج\,ع} + ح_{ج\,ل} = 11$ (3)

الأربعة معادلات الخاصة بمصادر التوريد للمستودعات س، ص، ع، ل هي كما يلي:

$ح_{أ\,س} + ح_{ب\,س} + ح_{ج\,س} = 7$ (4)

$ح_{أ\,ص} + ح_{ب\,ص} + ح_{ج\,ص} = 10$ (5)

$ح_{أ\,ع} + ح_{ب\,ع} + ح_{ج\,ع} = 6$ (6)

$ح_{أ\,ل} + ح_{ب\,ل} + ح_{ج\,ل} = 9$ (7)

وأخيراً يتم صياغة دالة الهدف كما يلي:

$10ح_{أ\,س} + 15ح_{ب\,س} + 20ح_{ج\,س} + 22ح_{أ\,ص} + 22ح_{ب\,ص} + 12ح_{ج\,ص} + 10ح_{أ\,ع} + 12ح_{ب\,ع} + 10ح_{ج\,ع} + 20ح_{أ\,ل} + 8ح_{ب\,ل} + 15$

$ح_{ج\,ل}$ = أقل ما يمكن (8)

يلاحظ مما سبق أن المعادلات السبعة الأولى تشكل نموذج الحل – بينما المعادلة الثامنة فهي تشكل الهدف– أي يتم توزيع الإنتاج على المستودعات بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يكن.

–أسلوب الحل هو استخدم البرمجة الخطية– فلو رجعنا إلى الجدول الحل الأمثل المبين رقم 28/3– فكيف يمكن التوصل إلى الحل الأمثل باستخدام البرمجة الخطية ... للتوصل إلى هذا الحل يتبع ما يلي:

1- حدد الخلايا الصفرية في مصفوفة الحل:

1) يلاحظ من الجدول رقم 3 /28 وجود ستة مسارات تنتهي بها هذه التوزيعات وهي تشكل الخلايا المملوءة، وفي نفس الوقت توجد ستة أخرى لم يتم توزيع أي شيء عليها أي أن ح لمثل تلك الخلايا = صفر – وهذا حقيقي طالما أن لدينا (م) مصدر إنتاج ن مستودع ومن هذه الحالة نجد أن المصفوفة تحتوي على م + ن خلية وأن عدد المسارات =(م+ن-1) وهي تشكل الخلايا الموجبة القيم (أي مخصص لها أحمال) = 6 خلايا فارغة أي كل منها بها صفر طن ،ويعتبر ذلك شرط أساسي في البرمجة الخطية.

2) بعد تحديد الخلايا الصفرية في مصفوفة الحل يتطلب الأمر وجود مجهولين في معادلتين مستقلتين حتى يمكن الحل التلقائي والتوصل إلى قيم هذه المجاهيل، ولكن يلاحظ أننا لدينا 12 مجهول، و7 معادلات، بالإضافة إلى دالة الهدف – ولكننا نعرف أن لدينا على الأقل ستة خلايا كل منها تحمل ح صفر.

لكي يتم حل هذه المشكلة – فلابد من البدء بحل حكمي بافتراض أن 6 خلايا موزع على كل منها ح، وصفر، والستة خلايا الأخرى موزع على كل منها أحمال موجبة مع شرط عدم الإخلال بالتوازن بين العرض والطلب.

يستخدم أسلوب التجربة والخطأ trial –and -error لحل المشكلة. ويتم في كل حالة حساب التكلفة المترتبة على ذلك – ولتحقيق ذلك فلابد من أخذ كل التباديل الخاصة بالخلايا ثم يتم الحل للخلايا الباقية لحساب قيمة ح لكل منها، ثم يحسب بعد ذلك إجمالي التكلفة بواسطة دالة الهدف. ومن ثم التوصل إلى الحل بواسطة هذه الأسلوب، بحيث نستخلص الحل الأمثل الذي يؤدي إلى تدنية التكلفة بالمقارنة بالحلول الأخرى، مما يعني ضرورة تجربة كافة البدائل.

عندما نصل إلى الحل الأمثل بواسطة البرمجة الخطية فإننا نعرف الخلايا

التي يعطي لها ح صفر، وتلك التي يوزع عليها قيم موجبة.

فإذا ما عرفنا الخلايا التي تحمل ح صفر، فإنه لا يوجد أي عائق أمام التوصل الحل – ومن الجدول التالي يمكن التعرف على الخلايا التي تحمل ح صفر في ظل الحل الأمثل وهي:

إلى / من	ك س = −10	ك ص = −21	ك ع = −10	ك ل = −10	إجمالي العرض
ر أ = صفر	10 7	22	10 1	20	8
ر ب = −2	15	20	12 4	8 9	13
ر ج = صفر	20	12 10	10 1	15	11
إجمالي	7	10	6	9	32

ح ب س، ح ج س، ح أ ص، ح ب ص، ح ج ل، فإذا ما تم إعطاء القيمة صفر لكل من الرموز الدالة على الخلايا غير المملوءة السابقة في المعادلات السبعة السابقة كما يلي:

ح أ س + ح أ ص + ح أ ع + ح أ ل = 8 (1 أ)

ح ب س + ح ب ص + ح ب ع + ح ب ل = 13 (2 أ)

ح ج س + ح ج ص + ح ج ع + ح ج ل = 11 (3 أ)

ح أ س + ح ب س + ح ج س = 7 (4 أ)

ح أ ص + ح ب ص + ح ج ص = 10 (5 أ)

ح أ ع + ح ب ع + ح ج ع = 6 (6 أ)

ح أ ل + ح ب ل + ح ج ل = 9 (7 أ)

من هذه المعادلات يمكن التوصل بطريقة مباشرة إلى القيم الخاصة بالخلايا غير الصفرية كما يلي:

$ح_{أ س} = 7$ (من المعادلة رقم 4 أ)

$ح_{ج س} = 10$ (من المعادلة رقم 5 أ)

$ح_{ع س} = 9$ (من المعادلة رقم 7 أ)

لو رجعنا للمعادلة رقم (1 أ) وبالتعويض في المجاهيل التي تم معرفة قيمتها سابقاً، نجد إن قيمة $ح_{أ ع} = 9$، لأن قيمة $ح_{أ س} = 7$ في المعادلة رقم (2 أ)، نجد أن قيمة $ح_{ب ل} = 9$ لأن قيمة $ح_{ب ع} = 4$.

وأخيراً في المعادلة رقم 3 – نجد أن قيمة $ح_{ج ع} = 1$ كما أن $ح_{ج ص} = 10$

وبذلك تم معرفة كل القيم الخاصة بالخلايا المجهولة – ولو تم التعويض عن المجاهيل الموجودة بالمعادلة رقم 6 بالقيم المناظرة لكل من هذه المجاهيل والتي تم حسابها سابقاً سنجد أن مجموع قيمها = 6 بالضبط كما يلي:

$$ح_{أ ع} + ح_{ب ع} + ح_{ج ع} = 6$$

حيث توصلنا إلى أن:

$$ح_{أ ع} = 1$$

$$ح_{ب ع} = 4$$

$$ح_{ج ع} = 1$$

$$1 + 4 + 1 = 6$$

ويتم مراجعة القيم التي توصلنا إليها باستخدام أسلوب البرمجة الخطية بالقيم التي توصلنا إليها بالجدول 3/ 28 وإجراء التعديلات اللازمة.

obeikan.com

أسئلة على الفصل

أولا: تمتلك إحدى الشركات أربعة مصانع حيث يتم نقل الإنتاج إلى المخازن أو المستودعات والتي تعتبر مراكز توزيع.. وكانت تكلفة الإنتاج والطاقة الإنتاجية لكل مصنع كما يلي:

المصنع	التكلفة لكل 100 وحدة$	الطاقة/ بالمئة وحدة
ف 1	40	140
ف 2	43	260
ف 3	39	360
ف 4	45	220

علماً بأن الطلب على الإنتاج بكل من مخازن الاستيداع كانت كما يلي

المخزن	(الطلب / بالمئة وجدة)
م1	180
م2	280
م3	150
م4	200

علماً بأن تكلفة النقل بالدولار لكل 100 وحدة بين مختلف المصانع والمستودعات كانت كما يلي:

إلى / من تكلفة النقل	م1	م2	م3	م4
ف1	49	60	56	58
ف2	47	75	53	59

ف3	51	63	61	63
ف4	51	63	55	61س

المطلوب:

أولاً: تحديد التوزيع الأمثل للإنتاج على المستودعات بحيث تكون تكلفة الإنتاج والنقل أقل ما يكمن.

ثانياً: كون المعادلات الرياضية للمشكلة السابقة، ثم عدد المعادلات الناتجة من هذا الجل – وعدد المتغيرات.

ثالثاً: لشركة الاتحاد العربي أربعة مصانع أ، ب، ج، د، تقوم بإنتاج أحدى السلع ثم يتم توريدها إلى المستودعات س، ص، ع، ل، وتبلغ الطاقة الإنتاج لكل من هذا المصانع على التوالي 100، 80، 120، 90 بشكل منتظم، إذا ما لجأت المصانع إلى العمل وقتاً إضافيا بصانعها – فتبلغ الطاقة الإنتاج لكل من هذه المصانع بالتتابع 120، 110، 160، 140. وتقدر التكلفة الإضافية للوحدة في حالة العمل وقتا إضافيا 5، 2، 3، 4$على التوالي بكل من هذه المصانع . ويبلغ الربح الإضافة الحالي لكل وحدة باستثناء تكلفة النقل 14، 9، 16، 27$على الوالي في حالة الإنتاج المنتظم، وتبلغ الاحتياجات الشهرية الحالية لكل مستودعات على التوالي 110، 70، 160، 130علماً بأن تكلفة النقل للوحدة كما يلي:

من / إلى	س	ص	ع	ل
أ	$3	$4	$5	$7
ب	$2	$9	%6	$8
ج	$4	$3	$8	$5
د	%6	$5	%4	$6

المطلوب: تحديد التوزيع الأمثل لإنتاج الشركة.

رابعاً: بفرض أنك رئيس إدارة الرقابة على الإنتاج بشركة الدلتا إنتاج المطاط – وعند ذهابك إلى العمل في ذات يوم وجدت بسجل المعلومات الذي على مكتبك المعلومات الآتية:

القسم	
أ	18 لفة
ب	27 لفة
ج	21 لفة
د	14 لفة
هـ	12 لفة
و	23 لفة
ز	17 لفة

ويقدر الزمن اللازم لنقل اللفة من المطاط من كل قسم إلى آخر كما يلي (الزمن بالدقائق)

من / إلى	د	هـ	و	ز
أ	13	25	12	21
ب	18	23	14	9
ج	23	15	12	16

المطلوب:

1- ضع خطة التوزيع المثلي التي يترتب على تنفيذها تدنية الوقت المستغرق في النقل إلى أقل حد ممكن.

2- في رأيك ما هي أسوأ خطة.

خامساً: تنتج أحدى الشركة الصناعية سلعة بثلاث مصنع إنتاج – المصنع (أ)

obeikan.com

بمدينة بيروت، والمصنع (ب) بمدينة صيدا، والمصنع الثالث (ج) بمدينة طرابلس، وتقوم الشركة بتوزيع السلعة من خلال ثلاث مستودعات هي (س) بمدينة بعلبك، (ص) بمدينة شتورا، (ع) بعالية عاماً بأن أسعار البيع تختلف من منطقة لأخرى، وكذلك تكلفة الإنتاج تختلف من مصنع لآخر، ويوضح الجدول التالي تكلفة التوزيع، وتكلفة الإنتاج، وأسعار البيع والطاقة الإنتاجية (العرض) والطلب.

1) تكلفة التوزيع لكل وحدة بالدولار.

من / إلى	س	ص	ع
أ	0.06	0.08	0.05
ب	0.10	0.03	0.10
ج	0.08	0.12	0.07

2) الطاقة الإنتاجية / وتكلفة الإنتاج للوحدة

الوحدة	الطاقة الإنتاجية الشهرية بالوحدات	متوسط تكلفة الوحدة عند مستوى الإنتاج	التكلفة الثابتة للوحدة عند مستوى الطاقة	التكلفة المتغيرة للوحدة
أ	2000	0.30	0.10	0.20
ب	2500	0.34	0.06	0.28
ح	1800	0.42	0.12	0.30

3) الطلب الشهري وسعر البيع في مناطق البيع

	الطلب الشهري بالوحدات	سعر الوحدة

س	1600	$0.45
ص	2400	$0.24
ع	2000	$0.40

المطلوب: تحديد أفضل خطة لتوزيع المنتج.

سادسًا: تمتلك إحدى الشركات أربعة مصانع بمدن طنطا ، الزقازيق ، القاهرة ، شبين الكوم – وتقوم بنقل الإنتاج إلى المستودعات التي تقع بمدن المنصورة ، الإسكندرية ،المنيا ، السادات ،علما بأن احتياجات هذه المستودعات ، وتكلفة النقل بين مختلف المصانع والمستودعات كما يلي :

1- الطاقة الإنتاجية للمصانع

المصنع	الطاقة الإنتاجية
طنطا	500
الزقازيق	900
القاهرة	800
شبين الكوم	300

2- احتياجات المستودعات

المستودع	الاحتياجات
المنصورة	400
الإسكندرية	800
المينا	700
السادات	600

3- تكلفة النقل للوحدة بالدولار

إلى مستودع / من مصنع	المنصورة	إسكندرية	المينا	السادات

طنطا	10	14	9	6
الزقازيق	11	18	16	7
القاهرة	8	4	14	5
شبين الكوم	15	13	17	20

المطلوب: ما هو أفضل أسلوب للتوزيع بحيث يترتب عليه تخفيض تكلفة النقل.

سابعاً: لإحدى الشركات ثلاث مصانع هي أ، ب، ج، وأربعة مستودعات هي: س، ص، ع، ل- وكانت الطاقات الإنتاجية لكل من هذه المصانع على التوالي - 160، 150، 190 - علماً بأن الطلب الشهري من هذه المستودعات هي على التوالي 80، 90، 110، 160 وكانت تكلفة النقل بالدولار للوحدة كما يلي:

إلى المستودع / من المصنع	س	ص	ع	ل
أ	$42	$ 48	$ 38	$ 37
ب	$ 40	$ 49	$ 52	$ 51
ج	$ 39	$ 38	$ 40	$ 43

المطلوب: حساب أفضل أسلوب لتوزيع الإنتاج على المستودعات.

obeikan.com