مقدمة

الجَـــبْـــر: هو أحد الفروع الرئيسية في الرياضـيات، حيـث إن التمكن من الرياضيات يعتمد علـى الفهـم الـسليم للجبـر. ويـستخدم **المهندسون والعلماء** الجبر يوميًّا، وتعول المشاريع التجارية والصناعية على الجبر لحل الكثير من المعضلات التي تتعرض لها. ونظراً لأهميـة الجبر في الحياة العصرية فإنه يدرّس في المدارس والجامعات في جميع أنحاء العالم.

الجَـــبْـــر: Algebra

جاء اسمه من كتاب الخورازمي (الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة) يهتم هذا العلم بدراسة البنى الجبريـة والتمـاثلات بينهـا، و العلاقات والكميات . الجبر الابتدائي يتم تدريسه غالبا في التعليم الثانوي إضافة إلى إعطاء أفكار أساسية حول بقية مواضيع الجبر التجريدي : في الجبر الابتدائي تتم دراسة جمع وضرب الأعداد ، دراسة كثيرات الحدود وطرق إيجاد الجذور لكثيرات الحدود.

يشكل الجبر أحد الفروع الثلاثة الأساسية في الرياضيات إضافة إلى الهندسة الرياضية والتحليل الرياضي.

– **فالجبر** هو فرع من الرياضيات، يمكن تعريفه على أنه تعميم وتوسيع للحساب، يمكن تقسيم علم الجبر إلى:

- **الجبر الابتدائي:** وفيه تتم دراسة خـصائص الأعـداد الحقيقيـة، وتستخدم رموز للتعبير عن المتحولات والثوابت، وتـتم دراسـة

obeikandl.com

القواعد التي تضبط المعادلات والتعبيرات الرياضية المدونة من هذه الرموز.

- **الجبر الشامل:** وفيه تتم دراسة الخواص العامة لكل البنى الجبرية.
- **الجبر الخطي:** يدرس الخواص المميزة للفضاءات الشعاعية بما فيها المحددات والمصفوفات .
- **جبر الحاسوب:** وفيه تتم دراسة الخوارزميات الخاصة بالتعامل مع الكائنات الرياضية.
- **الجبر التجريدي:** وفيه تتم دراسة البنى الجبرية كالمجموعة، الحلقة، والحقل، الحالة الخاصة من الحقل وهي الفضاء الشعاعي، تتم دراستها في الجبر الخطي .

فالجبر التجريدي هو حقل رياضي يهتم بدراسة البنى الجبرية مثل الزمر، الحلقات والحقول . تعبير الجبر التجريدي يستعمل حاليا لتمييز هذا الحقلِ عن "الجبر الابتدائي" الذي يعلم القواعد الصحيحة لمعالجة الصيغِ والتعابير الجبرية التي تتضمن أعدادا حقيقية وعقدية ومجهولة . في نفس الوقت يشكل الجبر الابتدائي مقدمة لتقديم مفاهيم بعض البنى الجبرية مثل : الحقل الحقيقي والجبر التبديلي . كان الجبر التجريدي أحياناً في النصف الأول من القرن العشرين معروفا باسم **الجبر الحديث.**

تعبير الجبر التجريدي يستعمل أحياناً في الجبر الشامل في حين يستعمل أكثر المؤلفين ببساطة تعبير "جبرِ" .

ومن الناحية التاريخية، ظَهرتْ معظم التراكيبَ جبريةَ أولاً في حقول

أخرى مِنْ الرياضياتِ، ثم حددت كفرضيات ودرست في الجبرِ المجرّد. بسبب هذا نجد أن الجبر التجريدي لَهُ ارتباطاتٌ مثمرةٌ عديدةٌ بكُلِّ الفروع الأخرى مِنْ **الرياضياتِ** و**الفيزياء** .

أمثلة التراكيبِ الجبريةِ مَع عملية ثنائية :

- ماغما .
- شبه زمرة quasigroup .
- مونويد ، زمرة نصفية semigroup ، والأكثر أهميةً الزمر groups .

وبدأ الجبر الخطي بدراسة المتجهات في الفضاءات الديكارتية ثنائية وثلاثية الأبعاد. ويمثل المتجه هنا قطعة مستقيمة موجهة تتميز بكلٍّ من طولها (شدتها) واتجاهها. يمكن أن تستعمل المتجهات لتمثيل **كميات فيزيائية** مثل القوى، كما يمكن أن تطبق عليها عمليات الجمع والطرح والضرب بأنواعه (الداخلي والخارجي) وبهذا شكلت أول مثال عن الفضاء الشعاعي الحقيقي.

تمدد الجبر الخطي الحديث ليأخذ في الاعتبار **فضاءات ذات أبعاد لا نهائية**. يمكن دراسة فضاء شعاعي به نون (n) من الأبعاد ويدعى **الفضاء النوني**. يمكن التوسع في استخدام معظم النتائج التي نتجت عن دراسة الفضاءات ثنائية وثلاثية الأبعاد بالنسبة للفضاءات الأكثر أبعادا.

من الصعب غالبا تخيل أشعة نونية البعد لكن مثل هذه الأشعة يمكن اعتبارها عبارة عن مجموعات مرتبة نونية n-tuples مفيدة في تمثيل

obeikandl.com

البيانات التي نريد معالجتها في الكثير من العلوم. فالأشعة عبارة عن قائمة عناصر (مكونات) مرتبة، من الممكن تلخيص ومعالجة البيانات بشكل فعال ضمن هذا الأسلوب التجريدي من المعالجات.

مثلا في علم الاقتصاد، يمكن للمرء أن يستعمل فضاءات شعاعية ثمانية الأبعاد؛ أي مجموعات مرتبة ثمانية (8-tuples) ليمثل [[الناتج القومي]] الأعلى لثمانية بلدان مختلفة. فيمثل الناتج القومي الأعظم للبلدان الثمانية بشكل مجموعة مرتبة مثلا : (v1، v2، v3، v4، v5، v6، v7،v8).

وبالنسبة للفضاء الشعاعي أو الفضاء الخطي كمصطلح تجريدي فيمكننا صياغة مبرهنات حوله؛ حيث يمكن اعتباره قسما من الجبر التجريدي حيث ينسجم تماما مع ذلك الفرع من الدراسة. من أمثلة ذلك: زمرة المصفوفات وحلقة الخرائط الخطية للفضاء الشعاعي.

تتم بعد ذلك في الجبر التجريدي عملية تجريد للعملية الحسابية، فيستعاض عن الأعداد برموز تدعى في الجبر متغيرات variables أو عناصر elements لمجموعة ما . عندئذ تصبح عمليات الجمع والضرب مجرد أمثلة عن المؤثرات الجبرية operators والعمليات الجبرية الثنائية ، وتعريف هذه العمليات يقودنا إلى بنى جبرية مثل الزمر ، الحلقات ، الحقول .

المؤلف

obeikandi.com