الفصل الثانى

مفاهيـــم احصـــائية اســـاسية

يعتمد القيـــاس فى علم النفس على عدد من المفاهيم الاحصائيـــة الاساسية التى لابد من التعـــرف عليها حتى يكون فهمنا للنتـــائج التى يسفر عنها تطبيق الاختبارات وتحليل هذه النتائج سليما • فنحن عنـــد قياسنا لوظيفة ما أو لنوع معين من الاستعدادات لا نقيس الوظيفة كلها أو الاستعداد وانما نقيس عينه منهما ، ثم اننا نعمم هذه النتيجة لتعبـــر عن درجة وجود الوظيفة أو درجة توافر الاستعداد • ليس هذا فقط بل اننا لا نقيس فى العـــادة الوظيفة المعينـــة أو الاستعداد ذاته ، وانما نقيسهما كما ينعكســـا فى السلوك • أو بمعنى آخر نحن نقيس آثارهما كما تبدو فى استجابات الافـــراد ، وما لم نكن حذرين فى خطواتنـــا وفى قياسنا فاننا نتعرض لاخطاء كثيرة • والوسيلة الاساسية التى تساعدنا على الحذر وتجعلنا نطمئن الى أننا نسير فى الطريق السليم هى المعالجة الاحصـــــائية •

هذا اذا كنا نقيس قدرة الفرد الواحد ، أما اذا كان قياسنا للفروق بين الافراد ، فان عدد العوامل التى تتدخل فى القياس تزداد بزيادة عينة الافراد وبزيادة المجموعات ، مما يجلنا أكثر حرصا فى تحديد العينـــة والتعرف على خصـــائص المجموعات ، ووسيلتنا أيضا فى هـــذا الحرص والوصول الى مستوى الدقة المطلوبة هى المعالجة الاحصائية •

وأول الخطوات التى يلجأ اليها الباحث لتحقيق هذه الغاية هى البدء بتبويب البيانات وتصنيفها ووضعها فى صورة جداول أو رسوم بيانية أو نحو ذلك ليسهل عليه تحليلها أحصائيا وتفسيرها •

ويتضمن التحليل الاحصائى عادة التعرف على المستوى العام لدرجات الافراد الذى يعبر عنه بالنزعة المركزية ، وقياس تشتت الدرجات للتعرف على التوزيع الداخلى للدرجات ومدى قربها أو بعدها عن المتوسط • وقد يتضمن دراسة الارتباط بين درجات الاختبارات لمعرفة نوع العلاقة بينها •

ومن ثم تتبين ضرورة معالجة عدد من المفاهيم الاحصائية مثل :

١ ــ أختبار العينة •

٢ ــ تبويب البيانات •

٣ ــ قياس النزعة المركزية •

٤ ــ قياس التشتت •

٥ ــ الارتباط •

وهى المفاهيم الاحصائية الاساسية التى يعالجها هذا الفصل من غير التعرض تعرضا تفصيليا للاسس الرياضية التى تتضمنها ، وكيف أستخلصت هذه الاسس ، لان الغرض هنا ليس هو الدراسة الرياضية للمفاهيم الاحصائية وكيفية اشتقاقها ، بقدر ما هو التعرف على المفاهيم الاحصائية الضرورية للقياس النفسى وكيفية أستخدام هذه المفاهيم للتحكم فى شروط القياس وضبط وسائله وتحليل النتائج أو نحو ذلك •

أولا ـ اختيـــار العينـــات :

أول ما يتجه اليه الباحث فى ميدان القياس النفسى هو أن يحدد عينة الافراد التى تطبق عليها الاختبارات ، اذ فى حدود العينة تكون النتائج التى يستخلصها من الاختبارات المطبقة •

فنتائج تطبيق أختبار للذكاء على تلاميذ المدرسة الابتدائية ، تختلف عن نتائج تطبيق نفس الاختبار على تلاميذ المدرسة الثانوية • والنتائج المستمدة من عينة منتقاة ، من طلبة مدرسة للمتوفقين مثلا ، تختلف عن النتائج التى تؤخذ من عينة من نفس الصف الدراسى ونفس السن من مدرسة عادية • والنتائج المستمدة من عينة من عشرة أفراد قد تختلف عن النتائج المستمدة من عينة من ألف فرد • • • وهكذا • ومن هنا تأتى أهمية مراعاة عدد الشروط فى أختيار العينة التى تطبق عليها الاختبارات مثل :

١ ــ أن تمثل العينة المجتمـــع الاصلى تمثيلا صحيحا ، فـــاذا كنا بصدد تطبيق أختبار فى الذكاء على تلاميذ المرحلة الثانوية فانه يصعب بطبيعة الحال تطبيق الاختبار على جميع تلاميذ هذه المرحلة • وسيكون من الضرورى أخذ عينة منهم • ولكى نستطيع تعميم النتائج المستمدة من تطبيق الاختبار على هذه العينة ونتخذ منها حكما على المجتمع الاصلى ، يجب أن تتمثل فيها جميع الصفات الرئيسية لطلاب هذا المجتمع (طلاب المرحلة الثانوية) من حيث ضرورة تمثيلها لسنوات الدراســـة المختلفة التى تشملها هـــذه المرحلة ، وأن تشمل البنـــات والبنين بنفس النسبة الموجودين بها فى المجتمع الاصلى،ومدارس المدن والاقاليم بنفس نسبتها أيضـــا ، وأن تراعى فيها أيضـــا المستويات الاجتماعية والاقتصـــادية

المختلفة • • الى غير ذلك من الشروط التى تتضمن تمثيل العينة للمجتمع الاصلى تمثيلا سليما •

وأختيار العينة فى المجال النفسى لا يختلف عن أختيار العينة فى مجال العلم الطبيعى • فالكيميائى الذى يدرس خصائص احدى المواد مثلا ، يأخذ فى العادة عينة صغيرة من المادة المراد دراسة خصائصها ، وقد يأخذ عينة أخرى ليتأكد من ثبات نتائجه • وهو فى كل مرة لا يأخذ الا عينة صغيرة من المادة•ولكنه يختار هذه العينة بكل دقة بحيث تتمثل فيها جميع خصائص المادة • • وهكذا •

٢ ــ أن تكون هذه العينة كبيرة العدد ما أمكن ، والذى يحدد العدد هو حجم المجتمع الاصلى المراد دراسة خصائصه وكذلك طبيعة البحث نفسه وحدوده • ففى المثال السابق لا تكفى عينة من عشرات أو مئات التلاميذ لكى تمثل طلاب المرحلة الثانوية بجمهورية مصر ، لان تحقيق التمثيل النسبى للطوائف المختلفة التى يشملها هذا المجتمع ، والوصول الى نتائج أكثر دقة بالنسبة لهذا المجتمع الكبير سيضطران الباحث الى أن يطبق أختباره على عدة آلاف حتى يضمن سلامة هذه النتائج وأنها تمثل حقيقة المجتمع الاصلى •

وتحدد طبيعة البحث حجم العينة أيضا • ففى البحوث التمهيدية مثلا تكون عينة الافراد قليلة ، لان القصد منها يكون عادة هو التعرف على حدود البحث والتخطيط له واكتشاف الاخطاء ، لا الخروج بنتائج نهائية محددة •

٣ ــ أن يتم اختيار العينة بطريقة عشوائية • فمن الصعب فى

البحوث السيكولوجية ايجـاد مجموعة تمثل تماما المجتمـع الاصلى . ومهما حاولنا ذلك ، فستظل هناك على الدوام اختلافات بينها . وأفضل طريقة للتخلص من هـذه الصعوبة هى الاختيار العشوائى لعينـة من الافراد حتى تستبعد تماما عوامل التحيز والانتقاء .

والطريقة التى تستخدم عادة للحصول على عينة عشوائية هـى أن تأخذ قوائم الاسماء بترتيبها الاصلى ، ونحـدد العدد الذى نريده من بينها . فاذا كنا نريد مائة تلميذ من بين خمسمائة هم كل تلاميذ المدرسة مثلا ، فاننا نبدأ بالقائمة الاولى ونترك أربعة أسماء ونأخذ الخامس ثم نترك أربعة أسماء أخرى ونأخذ العاشر . . . وهكذا حتى تنتهى أسماء التلاميـذ . وبهذا نحصل على مجموعة عشوائيـة هى خمس المجتمـع الاصلى . من المتوقع أن تكون هذه المجموعة مطابقة للمجتمع الاصلى فى كافة خصـائصها .

٤ ــ تكافؤ المجموعات فى أحوال كثيرة يحتاج الباحث الى اختيار مجموعتـين متكافئتين من الافراد ، كما هو الحـال فى طريقة المجموعة الضابطة ، أكثر الطرق استخداما فى تجارب علم النفس ، عندما يريد أن يبحث أثر استخدام طريقـة جديدة مثلا ، أو أثر عامل معـين فى تعلم التلاميذ أو نحو ذلك فيعمل على توافر العامل المعين أو استخدام الطريقة الجديدة مع احدى المجموعتين دون الاخرى وتستخدم نتائج المجموعة الاخرى للضبط أو المقارنة . فالباحث لا يستطيع فى هذه الحالة أن يأخذ بالنتائج ويستدل منها على تفوق احدى المجموعتين على الاخـرى (أو تعادلها) الا اذا أطمئن أولا الى أن المجموعتين كانتا من الاصل متكافئتين، بعدها يمكنه أن يقرر أن الفروق بينهما (ان كانت هناك ثمة فروق) انما

ترجع الى تأثر العـامل المعين أو الطريقة الجديدة • وهنـاك وسيلتان تستخدمان عادة للحصول على مجموعتين متكافئتين :

الاولى : تعيين المتوسـطات : اذا كانت العوامل التى ستؤخـذ فى الاعتبار مثلا ، ويحدد على أساسها التكافؤ بين المجموعتين ، هى السن ودرجة الذكاء ودرجـة التحصيل الدراسى فيمكن اعتبـار المجموعتين متكافئتين اذا كانت متوسطاتهما فى هذه النواحى متقاربة ، والفـروق بينهما ليست جوهرية •

الثانية : هى تقسيم الافراد الى أزواج متكافئة (فى السن ودرجـه الذكاء • • الـخ) • بمعنى أن يكون التـكافؤ فى الافـراد وليس بين المجموعات • فيوضع أحد الزوجين فى المجموعة الاولى والزوج الثانى فى المجموعة الثانية • • وهكذا بالنسبة لجميع أفراد العينة •

وهذه الطريقة أفضل من الطريقة الاولى لان التكافؤ فيها ليس بين المجموعتين ككل (نتيجة حساب المتوسطات) وانما أيضـا فى الافراد • فكل فرد فى احدى المجموعتين يقابله فرد فى المجموعة الاخرى •

يتوقف اختيار احدى الطريقتين على نوع البحث ومدى حاجته الى التكافؤ بين الافـراد أو غير ذلك من الشروط التى قد تكون ضرورية • فهناك أبحاث تتطلب تطابقا تاما بين الافراد ، مثـل تلك التى يراد فيها عزل عوامل الوراثة قدر الامكان ، فنلجأ الى استخدام عينة من التوائم المتحدة بوضع أحد أفراد كل زوج منها فى مجموعة والثانى فى المجموعة الثانية • • • وهـكذا •

ثانيا ــ التبويب والتمثيل البيانى :

بعد تطبيق الاختبارات على عينة الافراد ، أو بعد جمع البيـــانات عنهم ، تؤخذ درجاتهم أو البيانات المجموعة وترتب وتوضع فى صـــورة جدول لتســـهل معالجتها وتحليلها • فاذا كان عدد هــذه الدرجات أو البيانات صغيرا ، فانها تؤخذ كما هـــى : أما اذا كان العدد كبيرا يصعب فهمـــه اذا أخذ كما هو ، فاننــا نعمل على تقليله بتجميع البيـــانات فى مجموعات صغيرة وتنظيمها فى شكل توزيع تكرارى Lrequency distribtion

فاذا نظرنا الى الارقام الآتية التى تمثل درجات تلاميذ أحد الفصول المدرسية فى اختبار الذكاء •

١٢٢	١٢٧	٩٤	١١٣	١١٠
١١٦	٩٦	١٠٥	٩٧	١١٩
١٠٤	١٢٢	١١٧	١٠٧	١٠٨
١٠٩	١١٢	٨٦	٨٢	١٢٥
١٣٢	٩٢	١١٢	١٠٠	١٠٧
١٠٥	١٠٢	١٠٦	١٠٨	١١٤
١١٧	١٢٤	١١٨	١٠٤	٨٥
١٠٣	٩٦	١٠٢	١٠٧	٩٩

فاننا لا نخرج منها بأى نتيجة لها قيمة ، ونجد من الضرورى وضعها فى صورة فئات ليسهل فهمها • ونستخدم عادة الطريقة الآتية :

١ ــ حساب المدى المطلق (الفرق بين أكبر درجة وأقل درجة) •

في المثال السابق : أكبر درجة هي ١٣٢
وأقل درجة هي ٨٢

المدى المطلق : ١٣٢ ــ ٨٢ = ٥٠

٢ ــ حساب مدى الفئة : وتحسب على ضوء معرفة المدى المطلق • ففي المثال السابق يتراوح المدى بين ٨٢ ، ١٣٢ ، فاذا قسمنا هذا المدى الى فئات قيمة كل منها خمس درجات ، فانه يصبح لدينا (١١) فئة • فاذا زاد المدى المطلق عن القيمة السابقة زيادة ملموسة ، فان مدى الفئة لابد وأن يزيد بالتالي حتى يظل عدد الفئات معقولا ، ليسهل التعبير عنها بعد ذلك بيانيا ومعالجتها احصائيا •

٣ ــ تحديد بداية الفئات ونهايتها : تحدد الفئات بحيث تشتمل الفئة الاولى على أقل درجة والفئة الاخيرة على أكبر درجة • وأقل درجة في المثال السابق هي ٨٢ ، يمكن أن نبدأ بها الفئة الاولى • ولكن لسهولة التوزيع يفضل (في هذا المثال) أن تبدأ الفئة الاولى بالدرجة ٨٠ •

ولما كان مدى الفئة ٥ درجات ، فان الفئة الاولى تشمل الدرجات من ٨٠ الى ٨٤ ، وتليها الفئة الثانية من ٨٥ الى ٨٩ • • • وهكذا حتى نصل الى الفئة ١٣٠ ــ ١٣٤ التي تشمل أكبر درجة (وهي ١٣٢) • كما هو موضح في الجدول رقم (١) • ويسمى هذا التوزيع بالتدرج الصاعد الذي يبدأ بالفئات الصغيرة وينتهي بالكبيرة • ويمكن عمل توزيع آخر يبدأ بالفئات الكبيرة وينتهي بالصغيرة ويسمى بالتدرج النازل •

٤ ــ نضع بعد ذلك علامات تدل على كل درجة من الدرجات المعطاة

أمام الفئة التى تمثلهـا • ثم نحسب عدد مرات تكرار هـذه العلامات بالنسبة لكل فئة على النحو الموضح فى الجدول رقم (١) أيضا •

الفئـات	العـلامات	التـكرار
٨٠ — ٨٤	/	١
٨٥ — ٨٩	//	٢
٩٠ — ٩٤	//	٢
٩٥ — ٩٩	////	٤
١٠٠ — ١٠٤	///// /	٦
١٠٥ — ١٠٩	///// ////	٩
١١٠ — ١١٤	/////	٥
١١٥ — ١١٩	/////	٥
١٢٠ — ١٢٤	///	٣
١٢٥ — ١٢٩	//	٢
١٣٠ — ١٣٤	/	١

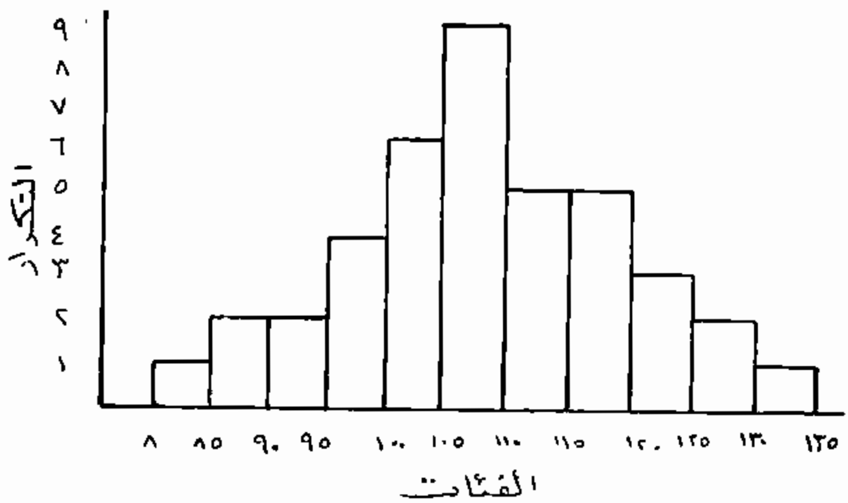
جدول رقم (١)
التوزيع التكرارى للدرجات

ويمكن التعبير عن التوزيع التكرارى للدرجات بالرسم البيانى ، ويتم ذلك التعبير بأكثر من وسيلة على النحو التالى :

أ) **المـدرج التكرارى** Histogram

ونحصل عليه بتقسيم المحور الافقى الى عدد من الاقسام المتساوية

تمثل الفئات ، وتقسيم المحور الرأسى الى عدد من الاقسام المتساوية كذلك تمثل التكرار ، ثم نقيم على كل قسم من الاقسام التى تمثل الفئات مستطيلا قاعدته هى طول الفئة وارتفاعه يساوى التكرار ، وبذلك نحصل على المدرج التكرارى كما هو موضح فى الشكل رقم (١) •

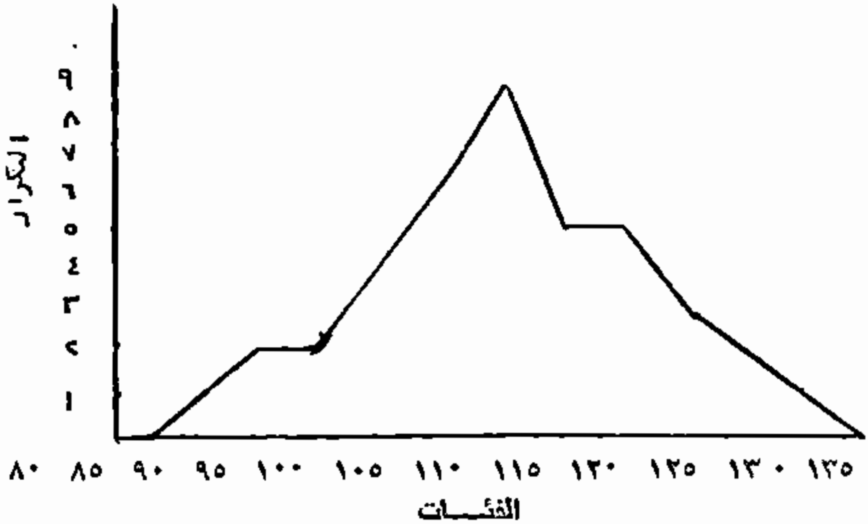


شكل رقم (١) المدرج التكرارى

ب) المضلع التكرارى Frequency Polygon

ونحصل عليه بتقسيم المحورين الافقى والرأسى الى أقسام متساوية كما فى حالة المدرج التكرارى • ولكن بدل اقامة المستطيلات نعبر عن تكرار كل فئة بنقطة توضع فى مركز الفئة تماما وعلى ارتفاع معادل لتكرارها ، ثم نصل بين كل نقطة والنقطة التالية لها بمستقيمات ، فينشأ

عن ذلك المضلع المطلوب كما هو موضح فى الشكل رقم (٢) •



شكل رقم (٢) المضلع التكرارى

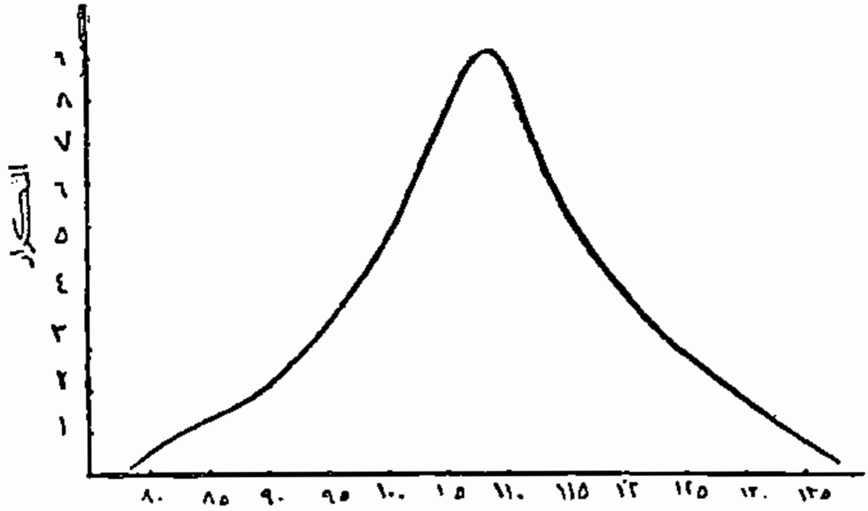
جـ) المنحنى التكرارى Frequoncy Curve

ونحصل عليه بأن نقسم المحورين ونعين مواقع النقط كما فى الحالة السابقة ثم نصل بين النقط لا بخطوط مستقيمة وانما بمنحنى ممهـد • وليس شرطا أن يمر المنحنى بجميع النقط وانما بأكبر عدد منها وبحيث يكون هناك تعادل بين النقط التى لا يمر بها كما فى الشكل رقم (٣) •

ويأخـذ المنحنى التكرارى أشكالا عديدة منها المنحنى الاعتـدالى Normal Curve وهو المنحنى النموذجى لما يجب أن يكون عليه توزيع الصـفات الجسـمية كالطـول أو الوزن أو الصـفات العقلية كالذكاء والاستعدادات الخاصة أو السمات الانفعالية ، اذا شمل البحث جميع أفراد المجتمع الاصلى ؛ وتخلص من جميع العوامل التى تؤثر فى سلامة التوزيع •

وفى المنحنى الاعتدالى يقع أعلى تكرار للدرجات فى الفئة التى عند

المنتصف تمــاما ، ثم يتناقص التوزيع بالتدريج نحو الطرفين • ويكون التوزيع حول المتوسط متماثلا من الجهتين ، وعدد الدرجات التى تقل عن المتوسط يساوى عـــدد الدرجات التى تزيد عن المتوسط ؛ ويأخذ هـــذا المنحنى عموما شكل الجرس •

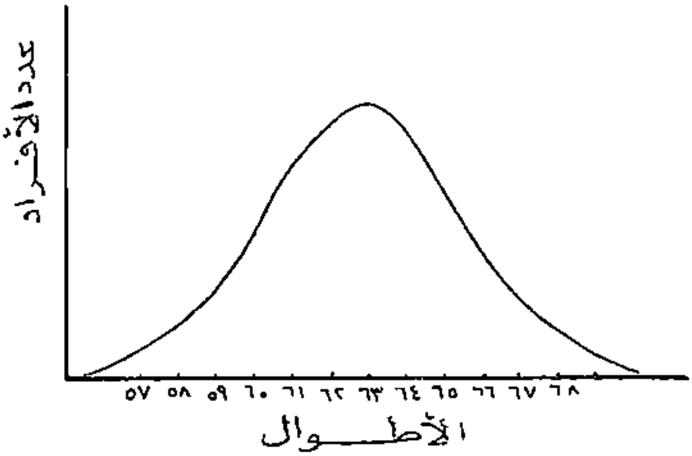


شكل رقم (٣) المنحنى التكرارى

وواضح أن مثل هذا المنحنى يصعب الحصول عليه ان لم يكن ذلك مستحيلا ، ومع ذلك فاننا نفترض باستمرار أنه كلما زادت دقة البحث وكلما شملت عينة الافراد عددا أكبر قرب المنحنى من الشكل الاعتدالى•

وقريب من هذا المنحنى الاعتدالى المنحنى الموضح فى شكل رقـــم (٤) الخـــاص بتوزيع أطوال ١٠٥٢ امرأة اختـــرن بطريقة عشوائية • ويلاحظ فى هذا الشكل أن أكبر عدد من الافراد يأتى حول الفئة المتوسطة (بين ٦٢ ، ٦٣ بوصة) ؛ وأن الاطوال تقل بالتدريج بعد ذلك من الجهتين،

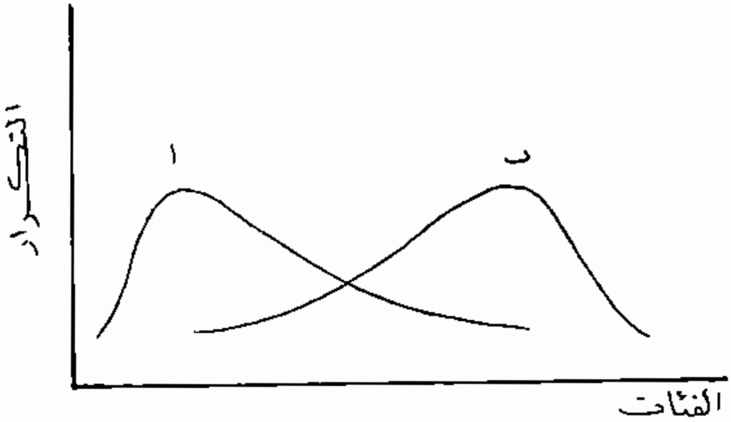
وأن عدد اللاتى تقل أطوالهن عن ٥٧ بوصة هم فئة قليلة للغـاية وكذلك عدد اللاتى تزيد أطوالهن عن ٦٨ بوصة •



شكل رقم (٤)

وفى بعض الحـالات يأخـذ المنحنـى التكرارى شـكلا ملتـويا Skcwed Curve وقد يكون هذا الالتواء موجبا أى يميل نحو القيم الصغيرة كما فى المنحنى (أ) شكل رقم (٥) ، أو سالبا بمعنى أنه يميل نحو القيم الكبيرة كما فى المنحنى (ب) من نفس الشكل •

فاذا كان المنحنى يمثل درجات تلاميذ أحد الفصول فى امتحان مادة ما ، فان معنى الالتواء السالب هو أن مجموعة تلاميذ هذا الفصل تزيد بصفة عامة عن المتوسط فى أدائها لهذا الامتحان بقدر زيادة الالتـواء • وقد يستنتج المدرس من ذلك أن الامتحان كان سهلا أو أن مجموعـة التلاميذ تمثل عينة منتقاة أو غير ذلك • والعكس اذا كان الالتواء موجبا•

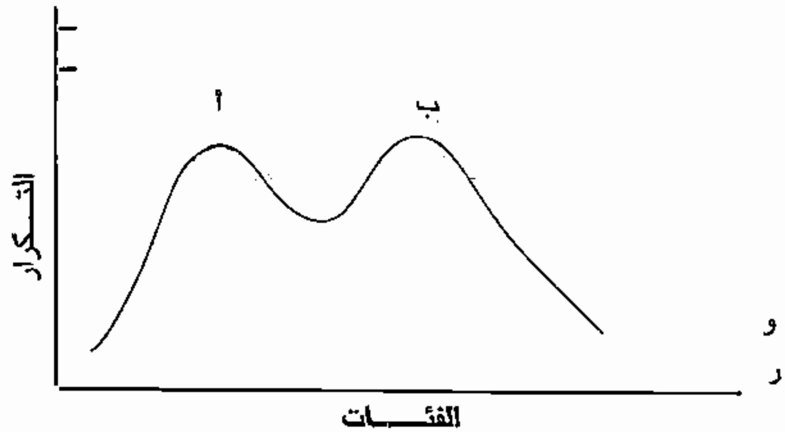


شـــكل رقم (٥)

الالتواء الموجب والسالب

وهنـــاك شكل آخر للمنحنى التكرارى هـــو المنحنى ذو القيمتـــين Bi-Moai Curve (أو أكثر) ، والذى يحدث عندما تتكون المجموعة الاصلية من مجموعتين متميزتين (أو أكثر) من الافراد • فعندما نقيس أطوال مجموعة تتكون من النساء والرجال مثلا ونرسم منحنى بالتوزيع التكرارى للاطوال ، قد نحصل على منحنى ذى قمتين كما هو موضـــح فى الشكل رقم (٦) • فنتجمع الاطوال المتوسطة للنساء حول نقطة تمثلها القمة الاولى (أ) والاطوال المتوسطة للرجال حول نقطة تمثلها القمـــة الثانية (ب) •

وهناك أشكال أخـــرى للمنحنى التكرارى ولكنها أقـــل شيوعا من الاشكال الســـابقة •



شـــكل رقم (٦)
منحنى ذو قمتـــين

ثالثا ــ النزعة المركزية Cemtral Tendency

اذا نظرنا الى جـــدول التوزيع التكرارى رقـــم (١) أو الى المنحنى التكرارى الذى يمثل هذا التوزيع (شكل رقم ٣) ، لوجدنا أن أكبر عدد من الدرجات يأتى عند نقطة متوسطة ثم يقل التوزيع بعد ذلك كلما بعدنا عن هذه النقطة • ونلاحظ هذه الظاهرة فى أغلب التوزيعات التكرارية • هذه النزعة نحو التجمع حول الوسط هى التى نسميها النزعة المركزية •

وهناك عدة وسائل لحساب النزعة المركزية أكثرها استخداما ثلاث هـــى :

أ) المتوسط الحســابى •

ب) الوسيط •

جـ) المنـــوال •

أ) المتوسط الحسابى Arithmatic Mean

هو الطريقة المباشرة لتعيين النزعة المركزية • ويمكن الحصول عليه بجمع القيم المعطاة ثم قسمة ناتج الجمع على عدد هذه القيم •

فاذا كانت القيم هى ١٥ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٣٢ ، ٤٠ •

$$\text{يكون المتوسط الحسابى} = \frac{١٥ + ١٨ + ٢٠ + ٣٢ + ٤٠}{٥}$$

$$= \frac{١٢٥}{٥} = ٢٥$$

ولكن اذا زاد عدد القيم زيادة كبيرة فانه يصعب حســـاب المتوسط بهذه الكيفية • ولذلك نعمد الى تنظيمها على هيئة توزيع تكرارى نستخدم فيه القيم نفسها أو نحولها الى فئات كالمثال الموضح فى جدول رقم (٢) • ثم نجرى عليها الخطوات التالية •

١ ـــ نحدد منتصف كل فئة أو قيمتها المتوسطة • فمنتصف الفئـــة الاولى هو ٥ر٨٢ ، ومنتصف الفئـــة الثانية هو ٥ر٨٧ • • • وهـــكذا • ونضع هذه القيم فى العمود س •

٢ ـ نضرب منتصف كل فئـة فى التـكرار ونضـعها فى العمـود (س × ت) حيث ت هى التكرار ٠

٣ ـ نجمع نواتج ضرب س × ت ونقسم الناتج الكلى عـلى مجموع التكرار فنحصل على المتوسط الحسـابى ٠

ويوضح الجدول رقم (٢) خطوات حساب المتوسط بهذه الطريقة ٠

الفئـة	التكرار ت	منتصف الفئة س	س×ت
٨٠ ـ	١	٨٢ر٥	٨٢ر٥
٨٥ ـ	٢	٨٧ر٥	١٧٥
٩٠ ـ	٢	٩٢ر٥	١٨٥
٩٥ ـ	٤	٩٧ر٥	٣٩٠
١٠٠ ـ	٦	١٠٢ر٥	٦١٥
١٠٥ ـ	٩	١٠٧ر٥	٩٦٧ر٥
١١٠ ـ	٥	١١٢ر٥	٥٦٢ر٥
١١٥ ـ	٥	١١٧ر٥	٥٨٧ر٥
١٢٠ ـ	٣	١٢٢ر٥	٣٦٧ر٥
١٢٥ ـ	٢	١٢٧ر٥	٢٢٥
١٣٠ ـ	١	١٣٢ر٥	١٣٢ر٥
المجموع	٤٠		٤٣٢٠

جدول رقم (٢)

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجـ س × ت}}{\text{مجـ ت}} = \frac{٤٣٢٠}{٤٠} = ٨٠$$

وهناك طريقة أخرى مختصرة تؤدى الى نفس النتيجة مع تسهيل عمليات الضرب ويجرى فيها العمل على النحو التالى :

١ ــ نختار من بين القيم المتوسطة للفئات (منتصف الفئات) واحدة منها كوسط فرضى (يقابل عادة أكبر تكرار) •

٢ ــ نعين انحراف منتصفات الفئات عن الوسط الفرضى ح •

٣ ــ نختصر هذه الانحرافات بقسمتها على العامل المشترك (وهو ٥ فى هذا المثال) لتصبح ح١ •

٤ ــ نضرب الانحرافات ح١ × التكرارات •

٥ ــ نعين مجموع الانحرافات المختصرة •

٦ ــ المتوسط الحسابى = الوسط الفرضى +

$$\frac{\text{مج الانحرافات المختصرة}}{\text{مج التكرار}} \times \text{العامل المشترك}$$

ويوضح الجدول الآتى رقم (٣) حساب المتوسط الحسابى بالطريقة المختصرة •

الفئة	التكرار ت	منتصف الفئة س	الانحراف ح	الانحراف المختصر ح[1]	ت×ح[1]
٨٠ —	١	٨٢ر٥	— ٢٥	— ٥	— ٥
٨٥ —	٢	٨٧ر٥	— ٢٠	— ٤	— ٨
٩٠ —	٢	٩٢ر٥	— ١٥	— ٣	— ٦
٩٥ —	٤	٩٧ر٥	— ١٠	— ٢	— ٨
١٠٠ —	٦	١٠٢ر٥	— ٥	— ١	— ٦
١٠٥ —	٩	١٠٧ر٥	صفر	صفر	صفر
١١٠ —	٥	١١٢ر٥	٥	١	٥
١١٥ —	٥	١١٧ر٥	١٠	٢	١٠
١٢٠ —	٣	١٢٢ر٥	١٥	٣	٩
١٢٥ —	٢	١٢٧ر٥	٢٠	٤	٨
١٣٠ —	١	١٣٢ر٥	٢٥	٥	٥
المجموع	٤٠				+ ٤

جـــدول رقم (٣)

$$\text{المتوسط الحسابى} = ١٠٧ر٥ + \frac{٤٠}{٤} \times ٥ = ١٠٨$$

ب) الوســيط The Mediam

هو النقطة التى تقع عند منتصف التوزيع تماما • بحيث يأتى قبلها عدد من الدرجات مساو للعدد الذى يأتى بعدها ، فللحصول على وسيط مجموعة من القيم مثل ١٨ ، ٢٣ ، ١٦ ، ٢١ ، ٢٤ •

نبدأ بترتيب هذه القيم ان تنازليا أو تصاعد على النحو التالى :

١٦ ، ١٨ ، ٢١ ، ٢٣ ، ٢٤ • ومن هذا الترتيب يتبين أن الوسيط هو القيمة ٢١ التى تأتى فى الوسط تماما تسبقها قيمتان وتأتى بعدها قيمتان• وبصفة عامة فان :

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{ن} + ١}{٢}$$

حيث ن هو عدد القيم •

ولحساب الوسيط من توزيع تكرارى ، لابد من انشاء التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد (أو النازل) ، الذى يساعد على معرفة عدد الدرجات التى تقل عن درجة معينة ويسهل بالتالى تحديد الوسيط • وفيما يلى التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد للفئات المبينة بالجدول السابق •

ولحساب الوسيط من الجدول السابق :

١ ــ نعين أولا ترتيبه العام بقسمة التكرار الكلى على ٢ أو $\frac{\text{ن}}{٢}$

$$\text{ويساوى فى هذه الحالة } \frac{٤٠}{٢} = ٢٠$$

٢ ــ نعين الفئة التى يقع فيها الوسيط (الفئة الوسيطة) :

الفئـــات	التكرار المتجمع الصاعد
أقــل من ٨٠	—
أقــل من ٨٥	١
أقــل من ٩٠	٣
أقــل من ٩٥	٥
أقــل من ١٠٠	٩
أقــل من ١٠٥	١٥
أقــل من ١١٠	٢٤
أقــل من ١١٥	٢٩
أقــل من ١٢٠	٣٤
أقــل من ١٢٥	٣٧
أقــل من ١٣٠	٣٩
أقــل من ١٣٥	٤٠

جدول رقم (٤) التكرار المتجمع الصاعد

يدل ترتيب الوسيط وهو ٢٠ على أنه يقع فى الفئة (١٠٥ —   ).

٣ ـ نعين ترتيب الوسيط داخل الفئة الوسيطة .

فالتكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الوسيطة (أقل من ١٠٥) هو ١٥ وعلى ذلك فان ترتيب الوسيط داخل الفئة الوسيطة =

= ترتيبه العام ـ التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الوسيطة .

= ٢٠ — ١٥ = ٥

ولما كان تكرار الفئة الوسيطية (١٠٥ ــ   ) هو ٩ ومدى الفئة هــو ٥ •

فان قيمــة الوسيط ستزيد على بداية الفئة الوسيطية بمقــدار =

$$\frac{٥}{٩} \times ٥$$

$$\therefore \text{الوسيط} = ١٠٥ + \frac{٥}{٩} \times ٥ = ١٠٧٫٧٧$$

والقانون المستخدم هــو :

الوسيط = بداية الفئة الوسيطية ــ

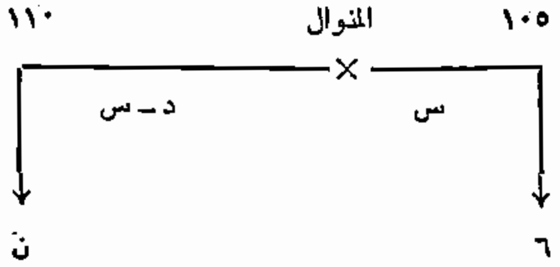
$$\frac{\text{ترتيب الوسيط فى الفئة الوسيطية}}{\text{تكرار الفئــة الوسيطية}} \times \text{مدى الفئة}$$

المنـــوال The Mode :

المنوال هو أكثر القيم شيوعا فى التوزيع • ويمكن تعيينه مباشرة من المنحنى • الا أن هذه الطريقة غير دقيقة • لان رسم المنحنى يعتمد على المحاولة الشخصية للمرور بأكبر عدد من النقط والاقتراب ما أمكن من بقية النقط •

وهناك عدة طرق أخــرى لحسابه • منها ما يعتمد على فئة المنـــوال

(وهى التى تقابل أكبر تكرار) والفئتين المحيطتين بها ، والاستعانة بما يشبه قانون الرافعة فى تعيين قيمة المنوال كمـــا هو موضح فى الرسم •



فئة المنوال فى المثال السابق هى الفئة (١٠٥ ــ   ) • نتصـــور التكرار السابق واللاحق لهذه الفئة كقوتين مؤثرتين فى رافعة ، فيـــكون المنوال قريبا من القوة الاكبر تأثيرا •

فاذا فرضنا أن المنوال يبعد بمقدار س عن الفئة ١٠٥ ، يكـــون بعده عن القيمة : ١١٠ هو ٥ ــ س حيث ٥ هى دلول الفئة •

∴ ٦ س = ٥ (٥ ــ س) •

ومن هـــذه المعـــادلة :

س = ٢٫٢٧

∴ المنوال = ١٠٥ + ٢٫٢٧ = ١٠٧٫٢٧

رابعا ــ التشتت Dispersion

يمثل متوسط الدرجات أحد المقاييس التى نعتمد عليها فى مقـــارنة درجات مجموعتين من الافراد • فاذا قلنا أن متوسط درجات مجموعتين من التلاميذ فى اختبار للذكاء هو ١٠٥ • فمعنى هذا أن المستوى العـــام

للمجموعتين واحـــد • ولكن معرفة هذا المستوى العام وحـــده لا يكفى للمقارنة بينهما ؛ اذ لابد أيضا من معرفـــة التوزيع الداخلى للدرجات • بمعنى هل تميل الدرجـــات للقرب من المتوسط أو للبعد عنه ، وهـــو ما نعبر عنه بالتشتت • فقد يكون توزيع الدرجات داخل المجموعتين مثـــلا على النحو التالى :

المجموعة الاولى :	٩٥	١٠٠	١٠٥	١١٠	١١٥
المجموعة الثانية :	٧٠	٩٥	١٠٥	١١٥	١٤٠

واضح أن درجات المجموعة الاولى تميل للقرب من المتوسط ، وان درجات المجموعة الثانية تميل للبعد عن المتوسط • ويقال فى هذه الحالة أن التشتت فى المجموعة الاولى أقل منه فى المجموعة الثانية •

وهناك عدة وسائل تستخدم لقياس التشتت منها المدى ونصف المدى الربيعى والانحراف المعيارى •

وفيما يلى تعـــريف مختصر بالوسيلتين الاوليتين نستطرد بعدهمـــا لتعـــريف الانحراف المعيارى ، أكثـــر طرق تعيين التشتت استخداما فى البحوث النفسية ، وطريقة حسابه •

أ) المـــــدى The Range :

أبسط أنواع مقاييس التشتت هو المدى • وهو عبارة عن الفرق بين أكبر درجة وأقل درجة فى التوزيع • فمدى المجموعة الاولى من الدرجات فى المثال السابق : = ١١٥ ــ ٩٥ = ٢٠

ومدى المجموعة الثانية = ١٤٠ — ٧٠ = ٧٠

والعيب الاساسى فى استخدام المدى كوسيلة لتعيين التشتت هو أن الدرجات التى فى الاطراف تكون عادة أكثر تطرفا من درجات بقية المجموعة وتؤثر فى النتيجة النهائية • ولهذا السبب لا نعتمد على المدى عادة فى تبيين التشتت ونلجأ الى الوسائل الاخرى •

ب) نصف المدى الربيعى Semi-Inter-quartilp range

سبق أن عرفنا أن الوسيط هو النقطة التى يسبقها نصف درجات المجموعة ويأتى بعدها النصف الثانى • وبنفس الكيفية يمكن تقسيم درجات المجموعة الى أربعة أقسام متساوية ، ونسمى كل نقطة من نقط التقسيم فى هذه الحالة بالارباعى • فالارباعى الاول هو النقطة التى يسبقها ربع الدرجات ويأتى بعدها الثلاثة أرباع • والارباعى الثانى (الوسيط) هو النقطة التى يسبقها نصف الدرجات ويأتى بعدها النصف الآخر وهكذا •

ولما كانت الدرجات المتطرفة تأتى فى الارباعى الاول والارباعى الاخير ، فيمكن الاعتماد على المدى بين الارباعين المتوسطين وحدهما ، وذلك بطرح الارباعى الاول من الارباعى الثالث وقسمة الناتج على ٢ • ويسمى الناتج بنصف المدى الربعى •

واذا رجعنا الى التوزيع التكرارى المستخدم فى حساب الوسيط فان

$$\text{ترتيب الارباعى الاول} = \frac{٤٠}{٤} = ١٠$$

وهذا الترتيب يقع فى الفئة (١٠٠ —) •

∴ الارباعى الاول = ١٠٠ + $\frac{\text{١ — ٩}}{\text{٦}}$ × ٥ = ٨٣ر١٠٠ •

باستخدام نفس القانون المستخدم فى حساب الوسيط • وأيضا يكون ترتيب الارباعى الثالث = ٤٠ × $\frac{\text{٣}}{\text{٤}}$ = ٣٠ •

وهذا الترتيب يقع فى الفئة (١١٥ —) •

∴ الارباعى الثالث = ١١٥ + $\frac{\text{٣٠ — ٢٩}}{\text{٥}}$ × ٥ = ١١٦ •

∴ المدى الربيعى = ١١٦ — ٨٣ر١٠٠ = ١٧ر١٥ •

∴ نصف المدى الربيعى = ١٧ر١٥ ÷ ٢ = ٥٨٥ر٧ •

جـ) الانحراف المعيارى Standard Deviation

يعتمد قياس الانحراف المعيارى على حساب انحرافات الدرجات عن متوسطها • ولما كان انحراف الدرجات التى هى أكبر من المتوسط موجبا والدرجات التى هى أقل من المتوسط سالبا ، فاننا نلجأ الى تربيع الانحرافات للتخلص من الاشارات السالبة والموجبة ثم نعين مجموع مربعات الانحرافات للدرجات كلها ونستخرج متوسطها ، فاذا أخذنا الجذر التربيعى للمقدار الاخير نحصل على الانحراف المعيارى أو :

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ت ح}^{2}}{\text{ن}}}$$

حيث ت هى التكرار ، $ح^{٢}$ مربع الانحراف

، ن التكرار الكلى (العدد الكلى للدرجات) .

وفى التوزيعات التكرارية يكون المتوسط فى الغالب عددا كسريا مما يعقد العمليات الحسابية اللازمة لاستخراج الانحرافات عن هذا المتوسط . وللتخلص من هذه العقبة تستخدم معادلة رياضية تعتمد على استعمال متوسط فرضى بدلا من المتوسط الحسابى الحقيقى وحساب الانحرافات عن هذا المتوسط الفرضى . والمعادلة المستخدمة فى هذه الحالة هـى :

الانحراف المعيـارى ع =

$$ف \sqrt{\frac{\text{مج ت ح}^{٢}}{ن} - \left(\frac{\text{مج ت ح}}{ن}\right)^{٢}}$$

حيث ف هو مدى الفئة .

حيث ت هى التـكرار

حيث ح الانحراف الفرضى .

حيث ن التكرار الكلى .

وللحصول على الانحراف المعيارى بالطريقة الاخيرة نجرى الخطوات الآتيـــــة :

١ ــ نحسب منتصفات الفئات ، ونأخذ أحـدها متوسطا فرضيا (المقابل لاكبر تكرار عادة) .

٢ ـــ نحسب انحراف منتصفات الفئات الاخرى عن هذا المتوسط الفرضى حَ (بنفس الكيفية المستخدمة فى حساب المتوسط الحسابى بالطريقة المختصرة) .

٣ ــ نوجد حاصل ضرب تكرار كل فئة × انحرافها ت حَ .

٤ ــ نوجد حاصل ضرب تكرار كل فئة × مربع انحرافها ت حَ٢ .

٥ ــ نوجد مجـ ت حَ مجـ ت حَ٢ ، ن (التكرار الكلى) .

ثم نستخدم المعادلة فى تعيين الانحراف المعيارى .

وباتباع هذه الخطوات بالنسبة للتوزيع التكرارى المستخدم فى حساب المتوسط والمبين بالجدول رقم (٣) نحصل على الجدول الاتى « جدول رقم ٥ » .

وبالتعويض فى المعـادلة :

$$ع = ٥ \times \sqrt{\frac{٢٠٦}{٤٠} - \left(\frac{٤}{٤٠}\right)^{٢}}$$

$$= ٥ \times \sqrt{٥ر١٥ - ١ر٠}$$

$$= ٥ \times \sqrt{٥ر١٤}$$

$$= ٥ \times ٢ر٢٧ = ١١ر٣٥$$

الفئـــة	منتصف الفئة	التـــكرار	حَ	ت حَ	ت حَ٢
٨٠ —	٨٢ر٥	١	— ٥	— ٥	٢٥
٨٥ —	٨٧ر٥	٢	— ٤	— ٨	٣٢
٩٠ —	٩٢ر٥	٢	— ٣	— ٦	١٨
٩٥ —	٩٧ر٥	٤	— ٢	— ٨	١٦
١٠٠ —	١٠٢ر٥	٦	— ١	— ٦	٦
١٠٥ —	١٠٧ر٥	٩	صفر	صفر	صفر
١١٠ —	١١٢ر٥	٥	١	٥	٥
١١٥ —	١١٧ر٥	٥	٢	١٠	٢٠
١٢٠ —	١٢٢ر٥	٣	٣	٩	٢٧
١٢٥ —	١٢٧ر٥	٢	٤	٨	٣٢
١٣٠ —	١٣٢ر٥	١	٥	٥	٣٥
المجموع		٤٠		+ ٤	٢٠٦

جـــدول رقم (٥)

خامسا ـ الارتباط Correlation

يبين الارتباط نوع العلاقات بين متغيرين • فاذا حصلنا على درجات مجموعة من التلاميذ فى مادتين كالحساب والعلوم ، وأردنا معرفـــة نوع العلاقة التى تربط بين مجموعتى درجات التلاميذ فى هاتين المادتين ، بمعنى هل التفوق فى الحساب يصحبه تفوق فى العلوم ، والتأخر فى الحســـاب يصحبه تأخر فى العلوم أو أن العلاقة بينهما عكسية أو أنه ليست هنـــاك علاقة ما بين هاتين المجموعتين من الدرجات ؛ فان دراسة الارتباط هـــى التى تحدد نوع هذه العلاقة فيقال فى الحالة الاولى أن الارتباط موجب

وفى الحالة العكسية أنه سالب ، أما اذا لم تكن هناك علاقة بين مجموعتى الدرجات فيقال أنه ليس هناك ارتباط ، وتقاس درجة الارتباط فى جميع الاحوال بمعامل يسمى معامل الارتباط Coefficient of correlation . وأكبر درجة للارتباط الموجب هى + ۱ والارتباط السالب ـــ ۱ ، أما معامل الارتباط صفر فيدل على عدم وجود علاقة بين المتغيرين .

ولزيادة التوضيح نستعين بالمثال الآتى :

اذا كانت درجات خمسة تلاميذ فى الحساب والعلوم كما هو موضح فى الجدول رقم (٦) ، وفيه التلميذ الحاصل على أعلى درجة فى الحساب هو الحاصل على أعلى درجة فى العلوم ، والحاصل على الدرجة الثانية فى الحساب هو الحاصل على الدرجة الثانية فى العلوم ... وهكذا حتى نصل الى التلميذ الاخير الحاصل على أقل درجة فى الحساب وعلى أقل درجة فى العلوم ، فان الارتباط فى هذه الحالة بين درجات الحساب والعـلوم يكون تاما وموجبا أى يساوى + ۱ .

التلاميــذ	درجة الحساب	درجة العلوم
أ	۱۲	۱۰
ب	۹	۷
جـ	۸	٦
د	۷	٥
هـ	٤	۲

جـــدول رقـــم (٦)

أما اذا كانت الدرجات كما هو موضح فى الجدول رقم (۷) . وفيه

التلميذ الحاصل على الدرجة الاولى فى الحساب هو الحاصل على الدرجة الاخيرة فى العلوم ، والحاصل على الدرجة الثانية فى الحساب هو الحاصل على الدرجة قبل الاخيرة فى العلوم • • • وهـكذا ، فان الارتباط يكون تاما وسالبا أى يساوى — ١ •

التلاميـذ	درجة الحساب	درجة العلوم
أ	١٢	٢
ب	٩	٥
جـ	٨	٦
د	٧	٧
هـ	٤	١٠

جـدول رقـم (٧)

ويدل معامل الارتباط صفر على أن العلاقة لا تميل الى الناحية الموجبة أو السالبة ، أو بمعنى آخر أنه ليست هناك علاقة ما بينهما • ويندر فى الابحاث النفسية أن نحصل على معاملات الارتباط التامة + ١٠ أو — ١ وانما نحصل فى العادة على معاملات ارتباط كسرية موجبة أو سالبة أو مساوية للصفر •

ويستخدم معامل الارتباط على نطاق واسع فى البحـوث النفسية والتربوية ، وبصفة خاصة فى ميدان القياس بقصد تحديد نوع العلاقات بين الاختبارات التى تقيس القدرات العقلية مثلا أو اختبارات الشخصية أو التحصيل أو غيرها ، ومعرفة ما بينها من عوامل مشتركة • ويستخدم معامل الارتباط أيضا فى تحديد معاملات ثبات هذه الاختبارات وصدقها

وغير ذلك من الاغراض التى سنعود لدراستها بالتفصيل عند مناقشــة شروط القياس النفسى ووسائله •

وهناك وسائل عديدة لتعيين معاملات الارتباط أكثرها استخداما هى طريقة بيرسون الموضحة فى المثال الآتى :

اذا كانت درجات مجموعة من التلاميذ فى اختبارين س ، ص على النحـــو التالى :

س :	٦	٤	٧	٥	٨
ص :	٨	٥	١٠	٣	٩

ورمزنا لانحرافات درجات س عن متوسطها بالرمز حس

ورمزنا لانحرافات درجات ص عن متوسطها بالرمز حص

ولمعامل الارتباط بالرمز ر •

فان معامل الارتباط بين درجات الاختبارين س ، ص يكون :

$$\text{ر} = \frac{\text{مج } (\text{حس} \times \text{حص})}{\sqrt{\text{مج ح}^{2}\text{س} \times \text{مج ح}^{2}\text{س}}}$$

والخطوات المستخدمة فى تعيين معامل الارتباط بهذه الطريقة هى :

١ ــ نحسب ح س (انحرافات درجات الاختبار س عن متوسطها، وهو = $\frac{٣٠}{٥}$ = ٦) •

٢ ــ نحسب ح ص (انحرافات درجات الأختبار ص عن متوسطها، وهو = $\frac{٣٥}{٥}$ = ٧) •

٣ ــ نضرب ح س × ح ص المقابلة لها، نعين ح^{٢}س، ح^{٢}ص •

٤ ــ نعين مجموع ح س × ح ص ، وكذلك مجموع ح^{٢} س ، مجموع ح^{٢}ص وهذه الخطوات موضحة فى الجدول رقم (٨) •

ثم نستخدم المعادلة فى تعيين ر •

س	ص	ح س	ح ص	ح س × ح ص	ح^{٢}س	ح^{٢}ص
٦	٨	صفر	١	صفر	صفر	١
٤	٥	ـ ٢	ـ ٢	٤	٤	٤
٧	١٠	١	٣	٣	١	٩
٥	٣	ـ ١	ـ ٤	٤	١	١٦
٨	٩	٢	٢	٤	٤	٤
المجموع ٣٠	٣٥	•••	•••	١٥	١٠	٣٤

جدول رقم (٨)

باستخدام المعادلة :

$$ر = \frac{١٥}{\sqrt{١٠ \times ٣٤}}$$

وهناك طريقة أخرى تعتمد مباشرة على الدرجات الخام ومربعات هذه الدرجات •

والمعادلة المستخدمة لتعيين معاملا الارتباط بهذه الطريقة هى :

$$ر = \frac{ن \text{ مج س ص} - \text{مج س} \times \text{مج ص}}{\sqrt{[ن \text{ مج س}^{٢} - (\text{مج س})^{٢}][ن \text{ مج ص}^{٢} - (\text{مج ص})^{٢}]}}$$

حيث

ن هو عدد الافـراد

مجس ص هو مجموع حاصل ضرب المدرجات المتقابلة فى الاختبارين

مج س × مج ص هو حاصل ضرب مجموع درجات الاختبار الاول س × مجموع درجات الاختبار الثانى ص •

مج $س^{٢}$ هو مجموع مربعات درجات الاختبار الاول س

$(\text{مج س})^{٢}$ هو مربع مجموع درجات الاختبار الاول س

مج $ص^{٢}$ هو مجموع مربعات درجات الاختبار الثانى ص

$(\text{مج ص})^{٢}$ هو مربع مجموع درجات الاختبار الثانى ص

ويوضح الجدول رقم (٩) حساب معامل الارتباط بهذه الطريقة :

	س	س٢	ص	ص٢	س ص
	٦	٣٦	٨	٦٤	٤٨
	٤	١٦	٥	٢٥	٢٠
	٧	٤٩	١٠	١٠٠	٧٠
	٥	٢٥	٣	٩	١٥
	٨	٦٤	٩	٨١	٧٢
المجموع	٣٠	١٩٠	٣٥	٢٧٩	٢٢٥

جدول رقم (٩)

باستخدام المعـــــادلة :

$$\text{ر} = \frac{\text{٥} \times \text{٢٢٥} - \text{٣٠} \times \text{٣٥}}{\sqrt{[\text{٥} \times \text{١٩٠} - \text{٩٠}]\,[\text{٥} \times \text{٢٧٩} \times - \text{١٢٢٥}]}}$$

$$= \frac{\text{١١٢٥} - \text{١٠٥٠}}{\sqrt{[\text{٥٩٠} - \text{٩٠٠}]\;\;[\text{١٣٩٥} - \text{١٢٢٥}]}}$$

$$= \frac{\text{٧٥}}{\sqrt{\text{٥٠} \times \text{١٧٠}}}$$

$$= \frac{\text{٧٥}}{\sqrt{\text{٨٥٠٠}}}$$

= ٨١ر